

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

## 土石流擾動之非線性發展 研究成果報告(精簡版)

計畫類別：個別型  
計畫編號：NSC 95-2221-E-002-121-  
執行期間：95年08月01日至96年07月31日  
執行單位：國立臺灣大學土木工程學系暨研究所

計畫主持人：劉格非

計畫參與人員：博士班研究生-兼任助理：吳映昕、許峪萇  
碩士班研究生-兼任助理：艾昱安、張哲維

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 96 年 12 月 06 日

## 土石流擾動之非線性發展 (一)

### The nonlinear development of Debris Flow disturbance (I)

計畫編號：NSC 95-2221-E-002 -121

執行單位：國立台灣大學土木工程研究所

研究期間：95年8月1日至96年7月31日

計畫主持人：劉格非 國立台灣大學土木工程研究所

**中文摘要** (關鍵詞字：土石流、不穩定分析)

土石流目前已是台灣山坡地災害重要成因之一，但土石流的防制與預警卻一直都是很困難而且科技上目前無法完全成功的部份，其中一個原因就是土石流如何成長，沒人知道。

本研究結合動量方程式與古典線性不穩定分析，希望找出土石流何時成長與如何成長。

第一年線性分析結果顯示，土石流擾動要因為不穩定而成長，必須黏滯效應與代表顆粒碰撞的散動效應互相平衡，才会有最大的不穩定成長速度，在兩個極端情況，泥流與石流情況下，擾動永遠為穩定

**英文摘要**(KEY WORDS：Debris flow, Instability analysis)

Debris flow disaster has become one of the major reasons for slope land disaster. Nevertheless, the mitigation and prediction of debris flow disaster are still not technically achievable. One of the reason is that the growth of debris flow is still unknown.

This research combines the momentum equations and classic instability analysis to find the growth of any small disturbance of debris flows. The first year result shows the most unstable condition occurs when viscosity effect balances the dispersive stress effect. On both limits, i.e. pure mud flow and pure granular flow, the flow is always stable.

#### 一、前言

土石流發生後，往往會形成比及高的波峰和形成波段性侵襲下遊，這些物理現象雖然都是廣為人知，但是其真正的成因，卻一直沒有研究，本研究就是要以非線性理論來研究這個問題。

土石流一般是以粘塑性流體來模擬，粘塑性流體因為有一個降伏應力存在，因此一直是數學上不易解決的問題。而且往往因為粘塑性流體的強大降伏應力與粘滯力，使一般學者忽略其振波的效應。Liu & Mei, 1989 首次發表了產生震波的可能，從此其不穩定性一直是個研究的方向。但是因為降伏應力代表數學上的奇異點與本構關係本身的複雜度，一直沒有突破性的發展。一直到 2003, 才有 Balmforth 等(2003)提出了以深度平均法(momentum integral method)來作處理，較清楚看出了不穩定的發展。但是 Balmforth(2004)又指出，若維持因降伏應力而造成的 Plug-flow. 流況一定是穩定的，因此本研究以邊界與物質特性的擾動，來研究不穩定性。

而因為深度平均法事實上已將邊界的不穩定性平均掉了，當然結果就會較真實來的穩定，因此平均法研究的成果，無法揭開土石流不穩定的範圍。本研究就是要不用深度平均而改採微擾法，一階階的研究這個基本問題，來揭開事實真相，將可能解開為何土石流因為一處的坍方，往往下

游可以觀察到好幾波的流動。且土石流前鋒強大的沖刷與攜帶石頭的力量，一直是研究者無法理解的，本研究以震波下的大梯度變化也許可以解釋現象。

本研究的方向雖為一基礎研究，但其結果在學理上無法獲得，是卻是目前土石流發生機制無法數量化的基本原因，但是一直以來有做不穩定性分析、微擾分析等學理研究者，都只有興趣從事理論上的研究，完全與真實物質脫節，本研究就是要結合兩者，得到一個實際可以應用的不穩定區域分布圖。

本研究將假設一開始有二維的穩態流況，而在此流況下，Liu 與 Mei (1989)已推導出有三種不同之定型波可以存在(請見代表著作之一的 Mud flow –slow and fast,2002)。本研究將以二維的動量方程式開始，假設長波流況與有降伏應力流體，先在邊界引進週期性微擾，這包含底床與自由水面，然後用微擾法展開，微擾參數為擾動強度與穩態流動深度間之比例  $\varepsilon$  與微擾速度與穩態流速間之比例  $\varepsilon^n$ 。以  $\varepsilon$  為微小參數展開控制方程式與邊界條件，其他無因次參數如微擾波長與基本波長之比都假設遠小於  $\varepsilon$ 。 $\varepsilon$  雖為一假設參數，但是實際上可以反應地形的變化，包含底床與邊壁。因此  $\varepsilon$  並非自由參數，而需要視現地來測量。

## 二、控制方程式

先考量二維的質量守衡方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

考慮土石流為不可壓縮流體，則有連續方程式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

X、Z 動量方程式

$$\begin{aligned} X: & \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \\ & -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \sin \theta + \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \\ Z: & \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \\ & -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \cos \theta + \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

式中，

$u$ ：X 方向上的流速

$w$ ：Z 方向上的流速

$\tau$ ：剪應力

$p$ ：壓力

邊界條件是自由液面的 KBC 和 DBC，還有底床的形狀

$$z = \eta(x, y, t)$$

$\eta$  就是擾動的來源之一。

經過尺度分析與無因次化之後可得連續方程式

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0$$

X、Z 動量方程式

$$\begin{aligned} X: & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \bar{a} + \varepsilon \alpha \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \alpha \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \\ Z: & \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \varepsilon^2 \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \varepsilon^2 \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = \\ & -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - \bar{b} + \varepsilon^2 \alpha \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \varepsilon \alpha \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \end{aligned}$$

上述之參數為

$$\bar{\alpha} = \frac{\tau_0 L}{\rho g D^2}$$

$$\bar{a} = \frac{L}{D} \sin \theta$$

$$\bar{b} = \cos \theta$$

而  $\varepsilon = \frac{D}{L}$  ( $L \gg D$ ) 為微小參數

以  $\varepsilon$  展開各變數，

在首階得控制方程式為

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + w_0 \frac{\partial u_0}{\partial z} = -\frac{\partial p_0}{\partial x} + a + \alpha \frac{\partial \tau_{zx0}}{\partial z}$$

$$0 = -\frac{\partial p_0}{\partial z} - \bar{b}$$

第一階的控制方程式為

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} + u_1 \frac{\partial u_0}{\partial x} + w_0 \frac{\partial u_1}{\partial z} + w_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} = -\frac{\partial p_1}{\partial x} + \alpha \frac{\partial \tau_{xx1}}{\partial x} + \alpha \frac{\partial \tau_{zx1}}{\partial z}$$

$$0 = -\frac{\partial p_1}{\partial z} + \alpha \frac{\partial \tau_{zz1}}{\partial z}$$

### 三、本構方程式與不穩定分析結果

若我們用 Julien and Lan(1991) 的本構關係

$$\tau_{ij} = \left( \frac{\tau_o}{|e_{ij}|} + \mu_d + \mu_c |e_{ij}| \right) e_{ij}, \quad |\tau_{ij}| > \tau_o$$

$$|e_{ij}| = 0, \quad |\tau_{ij}| < \tau_o$$

where  $\tau_o$ : 降伏應力

$\mu_d$ : 黏滯性

$\mu_c$ : 散動係數

則會多兩個物質特性參數

$$\bar{\alpha}_d = \frac{\mu_d UL}{2\rho g H^3} \quad \bar{\alpha}_c = \frac{\mu_c U^2 L}{4\rho g H^4}$$

分別代表黏滯性和散動係數。

接著假設所有變數都有受到微小擾動，其擾動形式為

$$u_1 = Vf(z)e^{i(kx-ct)}$$

經過標準古典線性不穩定分析後，帶入所有邊界條件，可以解得 k

$$k = \frac{-U \pm \sqrt{U^2 + 4(i-1)\bar{\alpha}_d c}}{4\bar{\alpha}_d} + i \left( \frac{-U \pm \sqrt{U^2 + 4(i-1)\bar{\alpha}_d c}}{4\bar{\alpha}_d} \right)$$

U 為均勻流流速，其他參數同上定義，要得到不穩定，表示 k 的虛不需要為負，因此可以到以下的不穩定圖。

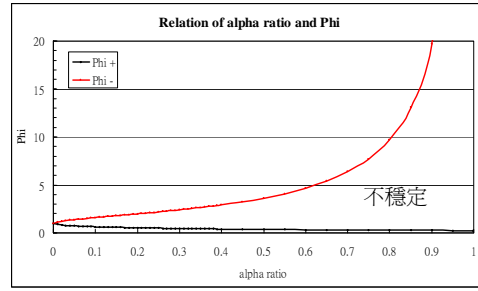


圖 1. Relation of  $\bar{\alpha}_d / \bar{\alpha}_c$  and  $\Phi$ ,  $0 \leq \bar{\alpha}_d / \bar{\alpha}_c < 1$ .

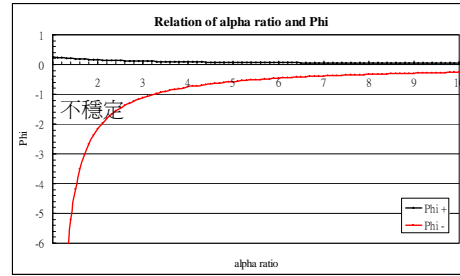


圖 1. Relation of  $\bar{\alpha}_d / \bar{\alpha}_c$  and  $\Phi$ ,  $1 \leq \bar{\alpha}_d / \bar{\alpha}_c < 10$ .

### 四、結論

我們利用 Julien and Lan (1991) 的本構關係，與二維的動量方程式，對土石流進行不穩定分析，發現只有在黏滯性效應與散亂效應等大時，土石流才會絕對不穩定，此時為小擾動就會發展成大波，在兩個極限情況下，即完全的泥流與完全的石流，流動為絕對穩定，任何微小擾動都會很快消失。至於不穩定的成長速度，則有待未來的研究。

### 參考文獻：

1. Balnforth, N. J., Craster, R. V. and Sassi, R. "Shallow viscoplastic flow over an inclined plane" J Fluid Mech. 470:1-30, 2003
2. Balnforth, N. J., Craster, R. V. and Sassi, R. "Viscoplastic models for isothermal lava dome" J Fluid Mech. 403:37-65, 2000
3. Liu, K.F. and Mei, C.C. 1989 "Slow spreading of a sheet of mud"

- J. Fluid Mech. 207:505-529.
4. Mei, C.C. and Liu, K.F. 1987 "A Bingham plastic model for a muddy seabed under long waves" J. Geophys. Res. 92(C133):14581-14594
  5. . Liu, K.F. and Mei, C.C. 1989 "Effect of wave-induced friction on a muddy seabed modeled as Bingham-Plastic Fluid" J. Coastal Res. 5(4):777-789
  6. Liu, K.F. and Mei, C.C. 1989 "Slow spreading of a sheet of mud" J. Fluid Mech. 207:505-529.
  7. Liu, K. F. and Mei. C.C. 1989 "spreading of a thin sheet of fluid mud on an incline "J. Coastal Res. Special Issue, No. 5:139-150.
  8. Liu, K.F. and Mei, C.C. 1990 "Approximate equations for the slow spreading of a thin sheet of Bingham plastic fluid" Physics Fluids A 2(1):30-36
  9. Liu, K.F. 1992 "Permanent waves for granular flow down inclined surface" Bulletin of the College of Eng., N. T. U. No. 54, Feb. pp. 97-112.
  10. Liu, K.F. and Mei, C.C. 1993 "Long waves in shallow water over a layer of fluid mud I: Physical Aspects" Int. J. of Eng. Sci. Vol. 31, No.1 pp. 122 - 144.
  11. Liu, K.F. and Mei, C.C. 1993 "Long waves in shallow water over a layer of fluid mud II: Mathematical derivation of long wave equations" Int. J. of Eng. Sci. Vol. 31, No.1 pp. 145-156.
  12. Largos, P.G. and J.B. Grotberg "Flutter and lone-wave instability in compliant channels conveying developing flows" J Fluid Mech. 331:37-58, 1997
  13. Balnforth, N. J., Craster, R. V. and Sassi, R. "Shallow viscoplastic flow over an inclined plane" J Fluid Mech. 470:1-30, 2003
  14. Balnforth, N. J., Craster, R. V. and Sassi, R. "Viscoplastic models for isothermal lava dome" J Fluid Mech. 403:37-65, 2000
  15. 劉格非，李峰昌 1997 "石流撞擊機制之試驗分析" 力學學刊，13卷，第一期，PP 87-100。