

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 圓柱流不同雷若數下穩定性分析研究

### Instability analysis of flow over circular cylinder at different Reynolds numbers

計畫編號：NSC 89-2212-E-002-115

執行期限：89年8月1日至90年7月31日

主持人：黃美嬌 執行機構：國立臺灣大學機械工程研究所

#### 一、中文摘要

本計畫成功地以直接數值模擬(DNS)得到圓柱流從其不穩定的穩態解轉變為穩定的周期渦旋解的整個過程。結果顯示不穩定干擾在非線性未明顯前，以指數速度成長，成長率幾乎和雷若數成線性關係。相關的激發頻率隨雷若數增大而減小，飽和頻率則相反。

另一方面，計畫以 Orr-Sommerfeld 方程式，理論分析穩態解的局部絕對/對流不穩定性。研究結果發現，在測試的幾個雷若數下，以 maximum-growth criterion 預測激發頻率及以 Koch's transition criterion 預測飽和頻率皆能接近 DNS 數據。

**關鍵詞：**圓柱渦旋流、激發頻率、飽和頻率、絕對不穩定

#### Abstract

A uniform flow past over a circular cylinder was investigated. The transitional process from an unstable steady state to a stable periodic solution has been successfully simulated. The results show that the disturbance grows exponentially with a growth rate increasing nearly linearly with Reynolds number, before the nonlinearity dominates. The measured onset frequency decreases, while the saturated frequency increases with the Reynolds number.

The locally convective and/or absolute instability of the flow was analyzed through a use of the Orr-Sommerfeld equation. For those Reynolds numbers investigated, the predicted

onset frequency based on the maximum-growth criterion and the predicted saturated frequency based on Koch's transition criterion are close to DNS results.

**Keywords:** Vortex Shedding, onset/saturated frequency, absolute instability

#### 二、緣由與目的

有關渦旋流的研究已有百年歷史，然而渦旋流發生的真正原因、渦旋流激發頻率(onset frequency)與飽和頻率(saturated frequency)的決定因素與預測等關鍵問題，迄今仍就沒有答案。從最早1908年Benard[1]及1911年von Karman[2]研究無窮遠渦旋薄層(vortex sheet)的不穩定性變化，算是最簡單的數學模型。1945年Rayleigh[3]指出渦旋流的發生可能與柱流場(cylinder flow)的不穩定性有關；1949年Kovaszny[4]確實從實驗中觀察到柱流場的不穩定性。決定渦旋流產生與否的最重要參數當屬流場雷若數(Reynolds number)，1987年Jackson[5]曾以數值方法(有限元素法)及二維線性穩定分析(linear stability analysis)算出圓柱流、橢圓柱流及平板流等流場在不同攻角時發生渦旋流之最低(臨界)雷若數，並算出相關的激發頻率大小。

激發頻率與飽和頻率是如何隨雷若數變化，目前仍無理論可以預測。Koch(1983[5]、1985[7])研究一系列速度分佈的穩定性，他發現渦旋流的發生似乎與流場內存在的絕對不穩定(absolute instability, [8][9])有關。Koch 進一步猜測平均渦旋流中，流場絕對不穩定區與對流不穩定區交界處會

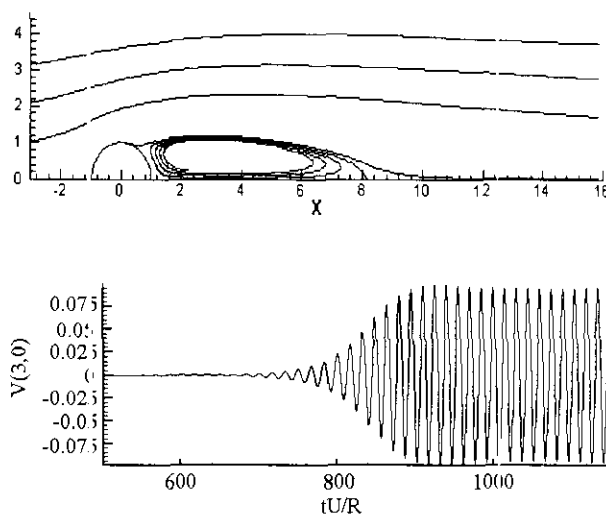
激發出決定性的飽和頻率 (transition creiterion)。1984 年 Pierrehumbert[10]提出絕對不穩定干擾中，成長最快的模態，其相關的頻率即是實驗所觀察到的渦漩流的激發頻率的想( maximum growth criterion)；1987 年 Monkewitz and Nguyen [11]則提出流場中最上流處的絕對不穩定干擾才是決定渦漩流激發頻率的模態 (initial resonance criterion)。

本計畫之研究目的即在以圓柱流為對象，以直接數值模擬的方法，蒐集相關數據，以驗證這些理論預測的可靠性。資料蒐集歸納的範圍包括在不同雷若數下之激發頻率、飽和頻率、絕對不穩定區域的大小等等。

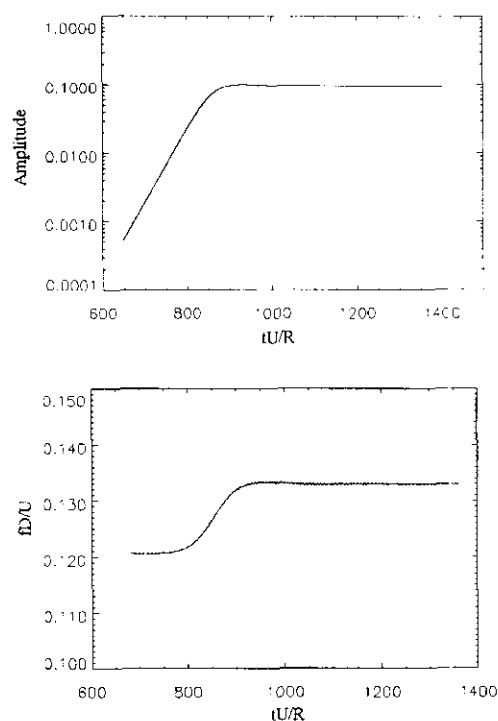
### 三、結果與討論

先以雷若數  $Re=UR/v=30$  ( $R$  為圓柱半徑) 為例，圖一為 DNS 所得之不穩定穩態流場及其轉變為穩定之周期解的速度變化過程(中心線下游 3 個半徑遠處， $y$  方向速度分量)。進一步分析速度的變化曲線，可得到激發頻率、飽和頻率及成長率，見圖二。圖三則是不同下游處之速度分佈曲線，某一下游處之 Orr-Sommerfeld 分析結果可見圖四，圖中之馬鞍點即為所求之關鍵性不穩定模態 (mode)，實等高線為對應頻率，虛等高線為對應成長率；成長率為正時表該處為絕對不穩定，否則即為對流不穩定。不同速度分佈曲線可得不同之局部穩定性，見圖五。其中 maximum-growth criterion 或 initial-resonance criterion 可由內差或外差獲得。

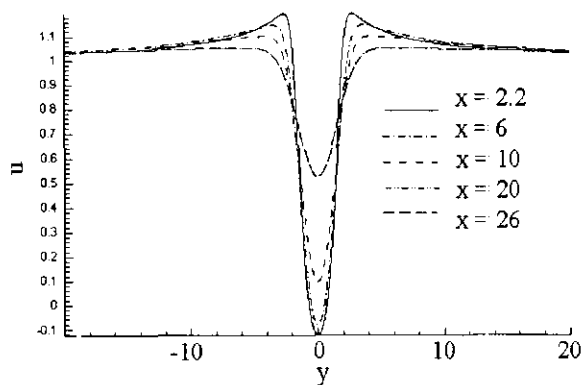
圖六及圖七即為不同雷若數下之預測與 DNS 結果比較。圖六顯示 DNS 得到之成長率幾乎以線性關係隨雷若數增加；理論預測值則隨雷若數增加趨於飽和，這是因為理論值單單針對發生在 maximum-growth 或 initial-resonance 處之干擾成長率作預測，而實際上所得到之關鍵頻率不只是發生在 maximum-growth 或 initial-resonance 處，也以不同成長率出現在別的下流處(如圖五所



圖一、 $Re=30$ ，穩態流及速度轉變



圖二、圖一之速度曲線分析所得之成長率及頻率時間變化曲線



圖三、不同下游處之速度分佈曲線

示)。圖七為激發 Strouhal number 與雷若數的關係曲線，maximum-growth criterion 預測結果顯然較準。最後，圖八顯示絕對不穩定區域隨雷若數增加而增大；maximum-growth 發生處亦隨之往下游移動。

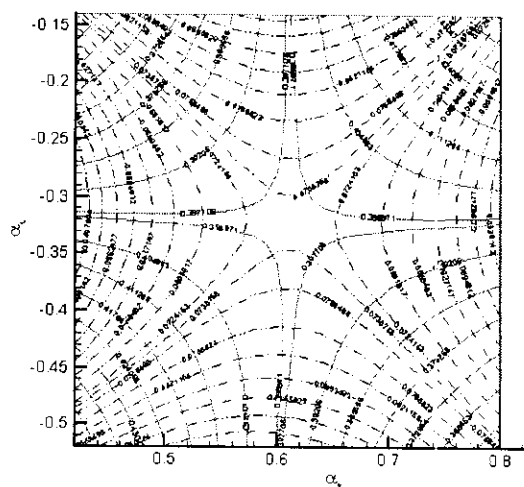
同樣的分析過程，應用在穩定周期解的平均流場上，所得結果如圖九所示。以 maximum-growth criterion 或 Kock's transition criterion 判斷飽和頻率，結果似乎都不差。

#### 四、計畫成果自評

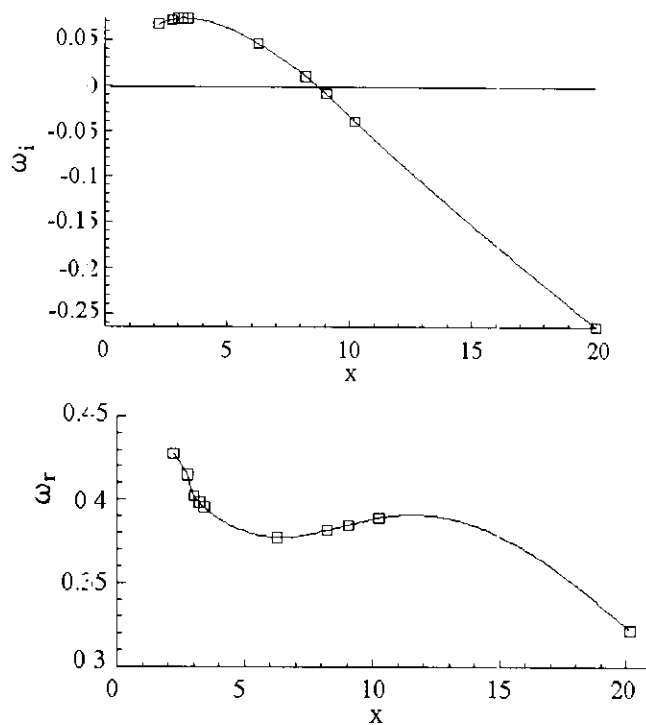
研究內容與原計畫相符，預定之研究目標皆已完成。研究成果，在學術上驗證了利用 Orr-Sommerfeld 方程式作局部絕對不穩定性判斷，確實可合理地預測激發頻率與飽和頻率；下一步研究應可鎖定在如何利用流場控制，如 blowing/suction 或安裝 actuator，去控制局部絕對不穩定區域之大小，甚至完全去除局部絕對不穩定區域，以達到無渦漩流產生之應用上可能的需求。

然而研究結果尚有缺陷。因為空間離散是採取  $C^0$  之頻譜元素法，而 Orr-Sommerfeld 方程式分析中需要取得速度分佈曲線之曲率分佈，二次微分值之不連續與高階多項式內差之 aliasing error 使得數值曲率值準確性不好，影響了穩定性分析的結果。未來仍需針對曲率部分，設計一個可從  $C^0$  的速度曲線得到平滑的(或者近似的)曲率分佈，以增加穩定性分析的可靠度。

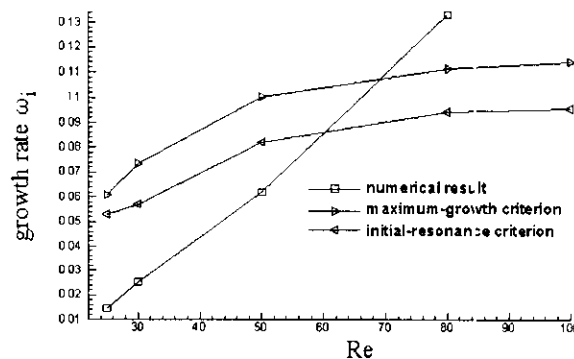
本計畫有相關學生畢業論文一本，見參考文獻[12]。



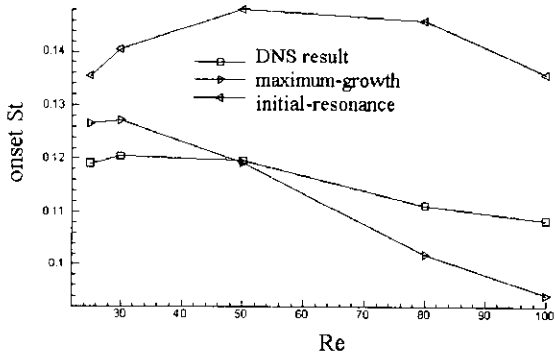
圖四 · Re=30, 某一下游處速度分佈曲線之 Orr-Sommerfeld 分析結果



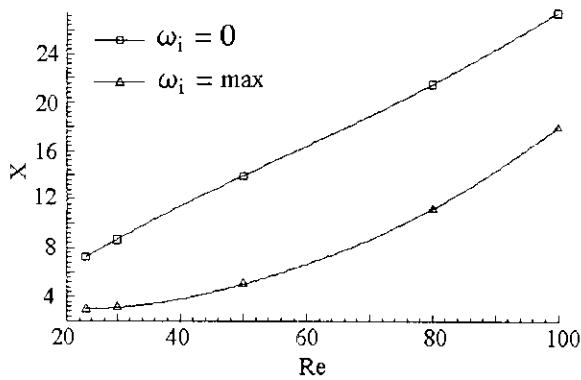
圖五、不同下游處之成長率及其對應之頻率



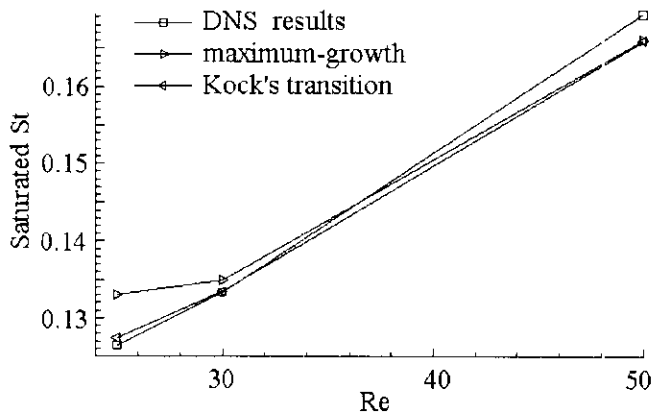
圖六、理論預測成長率與 DNS 結果比較



圖七、理論預測激發頻率與 DNS 結果比較



圖八、絕對不穩定區域與雷若數關係圖



圖九、理論預測飽和頻率與 DNS 結果比較

## 五、參考文獻

- [1] Eénard H., Formation de centres de giration a l'arriere d'un obstacle en mouvement, Compe Rendu 147, 839, 1908.
- [2] von Karman Th., Ueber den Mechanisms des Widerstandes den ein bewgter Korper in einer Flussigkeit erfahrt, Gott. Nachr. 509, 1911.
- [3] Rayleigh L., Theory of sound, vol.II, Dover, 1945.
- [4] Kovaszny L.S.G., Hot-wire investigation of the wake behind cylinders at low Reynolds numbers, Proc. R. Soc. A. Lond. 198, 174, 1949.
- [5] Jackson C.P., A finite-element study of the onset of vortex shedding in flow past variously shaped bodies, J. Fluid Mech. 182, 23, 1987.
- [6] Koch W., Organized structures in wakes and jets - an aerodynamic resonance phenonon, Turbulent Shear Flows 4, Springer, 1983.
- [7] Koch W., Local instability characteristics and frequency determination of self-excited wake flows, J. Sound Vib. 99, 53, 1985.
- [8] Huerre P. and Monkewitz P.A., Local and global instability in spatially developing flows, Annu. Rev. Fluid Mech. 22, 473, 1990.
- [9] Ortel H. Jr., Wakes behind blunt bodies, Annu. Rev. Fluid Mech. 22, 539, 1990.
- [10] Fierrehumbert R.T., Local and global baroclinic instability of zonally varying flow, J. Atmos. Sci. 41, 2141, 1984.
- [11] Monkewitz P.A. and Nguyen L.N., Absolute instability in the near-wake of two-dimensional bluff bodies, J. Fluids and Structures 1, 165, 1987.
- [12] 圓柱渦漩流穩定性分析，許家銘，臺灣大學機械工程研究所碩士論文，指導教授：黃美嬌博士。