

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

微型週期性結構聲波頻溝理論分析與微機電實驗(1/2)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC92-2212-E-002-058-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

執行單位：國立臺灣大學應用力學研究所

計畫主持人：吳政忠

報告類型：精簡報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 93 年 5 月 26 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫進度報告

微型週期性結構聲波頻溝理論分析與微機電實驗 (1/2)

計畫編號： NSC 92-2212-E-002-058

執行期間：92年8月1日至94年7月31日

主持人：吳政忠 台灣大學應用力學研究所

一、中文摘要

經由兩種不同彈性材料組成之週期性結構，在適當調整其材料常數及排列方式後，通過之聲波有頻溝現象存在，此類結構稱為聲子晶體(phononic crystals)。本計畫旨在研究聲子晶體之頻溝現象，藉由規劃與建構個人電腦叢集，以應付聲子晶體龐大之記憶體與計算量需求。配合電腦叢集之建立，將二維聲子晶體表面波傳電腦分析程式(平面波展開法)平行化以提昇效率，以進行微型週期性結構表面聲波頻溝現象之研究。本計畫亦建立一套適用於正交性材料(orthotropic material)的有限差分方程式，並發展吸收型邊界程式碼配合使用。本報告使用平行化後之平面波展開法電腦分析程式計算二維聲子晶體之聲波頻溝，並與個人電腦所計算之精確度與時間作比較。針對有限差分方程式之數值方法建構，本報告亦有詳細之介紹。

關鍵詞：聲子晶體、頻溝、電腦叢集、平面波展開法、有限差分法、表面聲波

Abstract

The purpose of the research is to study the characteristics of the acoustic band gaps in the two-dimensional phononic crystals. The phononic crystal is a kind of periodic elastic material structure that there are some band gaps in which the elastic wave propagation of particular frequency is forbidden. The phenomena of band gaps are studied by using the plane wave expansion (PWE) and finite difference time domain (FDTD) methods. The personal computer clusters are adjusted to meet the

requirements of RAM and CPU time. Based on the clusters, the parallel calculated program of PWE method is developed and discussed. On the other hand, the FDTD method is developed and used to calculate the propagating phenomena of bulk acoustic waves in two-dimensional phononic crystals. These methods and calculated results provide useful guidelines for the design of a phononic crystal device as a frequency filter.

Keywords: Phononic crystals, Band gaps, Cluster, Plane wave expansion method, Finite difference time domain, SAW

二、計畫緣由與目的

近年來光子晶體(photonic crystals)之研究逐年迅速增長[1]。所謂光子晶體，即為週期性之介電質結構，因週期性結構之緣故，導致電磁波通過晶體時由於反射波對入射波造成干涉，發生所謂的頻溝現象(band gap)，阻擋在某些頻率振盪之電磁波通過。由此頻溝現象，光子晶體可應用於光纖通訊上，例如近來十分熱門之高密度分波多工器(DWDM)濾波器，即為其應用之一。而由光子(photon)與聲子(phonon)之類比性，可推斷由彈性材料組成之週期性結構，在適當調整其材料常數及排列方式後，通過之聲波亦有頻溝現象存在，則將此類結構稱為聲子晶體。

針對二維聲子晶體的研究直到1993年才有所突破。首先是Kushwaha與Halevi [2~4]於1993年所提出的理論，研究兩種相異之等向性彈性材料所架構的二維週期性結構，但僅針對體波之振動提出波傳理

論。Tanaka與Tamura[5~7]於1998年選用立方晶系的兩種材料(AlAs與GaAs)組合成為二維聲子晶體，提出表面波的波傳理論，說明在一般情況下，聲子晶體的表面波頻帶分佈。近期，吳[8]分析含異向性材料組合之二維聲子晶體，提出含異向性材料之表面波與體波的波傳理論。

聲子晶體的頻溝現象，可應用於體波濾波器或表面聲波濾波器，阻止特定角度與頻率入射的聲子傳遞，藉以達成濾波之效果，此為研究聲子晶體的主要動機。本計畫旨在建構個人電腦叢集，以應付聲子晶體龐大之記憶體與計算量需求。配合電腦叢集之建立，將二維聲子晶體表面波傳電腦分析程式（平面波展開法）平行化以提昇效率，以進行微型週期性結構表面聲波頻溝現象之研究。本計畫亦建立一套適用於正交性材料的有限差分方程式，並發展吸收型邊界程式碼配合使用。

不論是理論分析或有限差分計算，聲子晶體之頻溝現象計算需耗費相當大之記憶體及龐大計算量方可獲得可信賴之正確結果。對一維平面波配合週期邊界，以四階近似之差分方程式的模擬，在Pentium 4時脈為1.8GHz之個人電腦上執行初步估計耗時約21.5小時。而這樣的計算能力並不足以進行表面波的聲子晶體研究或是更大規模平面波之聲子晶體應用計算。另一方面，即便是現存的平面波理論展開法，欲求得聲子晶體精準的級數解，如表面波可存在之模態，在上述系統亦需花費約200多小時以上(Matlab數值軟體)，其計算量亦相當可觀。

近來由於個人電腦之蓬勃發展，其計算能力已直逼工作站等級電腦系統，且價格反而日趨合理化，因此利用個人電腦建立叢集系統成為近日高效能計算(HPC, high performance computing)之主要趨勢。電腦叢集系統利用區域網路將多部電腦系統串連，以單一系統的模式加以管理，同時計算一個問題，實現複雜運算的平行處理。因此電腦叢集系統相當於有多顆處理器同時運算，所需計算時間可以倍數減少；同時可聯合所有記憶體，擴大計算能

力之規模。電腦叢集系統除了價格較便宜，其計算能力也直逼大型系統之超級電腦，同時可依據使用者之需求及能力，建立規模適當之叢集節點數量，日後並可隨時加以擴充。而電腦叢集系統的實現在硬體及軟體上皆必須加以配合，硬體上需要高速的中央處理器、記憶體及高速網路傳輸交換設備；軟體上需配合作業系統，選擇適當的界面傳輸協定、排程管理系統並購置所需之函式庫。而更重要的關鍵在於需對程式進行平行化。

本計劃除延續91年度計劃在微機電實驗之探討外，亦將利用Madariaga[9]及Virieux[10]所提出以速度-應力為變數的有限差分法，模擬彈性波在聲子晶體結構內部的波傳行為，並觀察時間域上彈性波入射的訊號，計算穿射係數與頻率的關係，做為進一步研究聲子晶體及發展其應用之重要工具。為解決龐大計算量與記憶體之問題，本計劃擬建立一套八個節點之高速網路電腦叢集系統並發展平行化有限差分程式，以利往後聲子晶體應用之需。

三、研究方法與成果

(一) 個人電腦叢集之規劃與建構：

聲子晶體之平面波展開法理論計算及有限差分數值計算均需耗費極大之記憶體與計算時間，因此必須擴充計算能力及增快運算速度，方可應付後續研究所需之龐大記憶體與計算量需求，獲得可信賴之正確結果。而應用平行運算(Parallel Computation)技術同時在數個中央處理器(CPU)上進行計算，將是解決計算量需求的有效手段。傳統上欲實現平行運算，在硬體設備上必須具備有多個中央處理器大型工作站(Workstation)或超級電腦方可達成。目前由於個人電腦(PC)蓬勃發展，其計算能力已逼近工作站等級電腦系統且價格日趨合理化，因此目前平行計算技術之發展中，利用個人電腦建立叢集系統(PC Cluster)成為高效能計算之主要趨勢。

叢集電腦乃是透過網路設備，將個別電腦之間的資料進行傳輸交換，如此便可

將計算之問題切割成數個部分，分配至各電腦上同時運算，縮短計算所需時間。另外，透過叢集電腦將問題分割，也可以將本來所需龐大記憶體無法在單一電腦上執行之程式，分散到各個電腦上執行，擴大所能研究問題之規模。因此叢集電腦可依據使用者之需求及能力，建立規模適當之叢集節點數量，日後並可隨時加以擴充。本計畫兩年內擬建構一八個節點之個人電腦叢集系統，計畫第一年先行規劃並已建構完成其中四個節點，其每個節點主要配備為：雙中央處理器，型號Intel Xeon時脈2.8 GHz；1 GByte記憶體；80 GByte硬碟，並配置 Gigabit 網路卡以及網路交換器之高速乙太網路，其架構及設備如圖1、圖2所示。

架構叢集電腦系統除了硬體設備外，最重要的實屬程式執行之作業環境，如此方能依據此作業環境撰寫平行運算程式。現行叢集電腦系統之執行環境主要有兩大標準，分別為 MPI (Message Passing Interface) 及 PVM (Parallel Virtual Machine)，其中 MPI 標準具有可同時在叢集電腦系統及複數 CPU 之大型電腦上執行而無須重新改寫程式、受到較多廠商支援及容易學習等優點。因此，本計畫中之平行運算程式以 MPI 標準作為平行運算之語法，而所建置之叢集電腦系統作業系統及程式執行環境亦均與之配合。各個節點採用 Red Hat Linux 9.0 為作業系統，而 MPI 之實做函式庫採用 MPICH 1.2.5 版。上述之作業環境與函式皆為自由軟體 (Freeware)，且可有效發揮硬體設備之效能，並提供後續平行化程式穩定之執行環境。本計畫第一年已完成規劃並建立叢集電腦系統，第二年執行將持續擴充本系統提升計算能力，提供聲子晶體之研究。

(二) 二維聲子晶體表面波傳電腦分析程式 (平面波展開法) 之平行化與效率提昇：

如圖1之電腦叢集架構，將二維聲子晶體表面波傳電腦分析程式(平面波展開法)平行化。平行運算程式的撰寫上，則可引

入上節所說明MPI函式之語法，將問題依據CPU數量分割，分配至各個節點上同時計算。然而，在平面波展開法的運算中，各個節點在每個時步計算的結果都是獨立的，並無交換邊界上之資料才能進行下一次的計算，因此平面波展開法極適合用來平行化，而無須等待其他節點運算之結果。這在程式平行化的結構分析上，避免資料在網路傳輸的時間以提昇效率。MPI平行化之相關語法與架構如下：

```
MPI_Init(&argc,&argv);
MPI_Comm_size(...);
MPI_Comm_rank(...);
LoadData();
if (!id){
    CreatJob();
    while(NumProcs-1){
        MPI_Recv(...);
        QueueGet(&K);
        MPI_Send(...); //K
    }
    TransData();
}else{
    while(SendMe){
        MPI_Send(...);
        MPI_Recv(...);
    }
}
MPI_Finalize();
```

平行化程式中當需呼叫MPI函數或是副程式之前必須先叫用MPI_Init副程式，來啟動該程式在多個CPU上的平行計算工作。在程式結束為語法以之前必須叫用MPI_Finalize副程式，以結束平行計算工作 [11]。通常執行MPI_Init副程式後，就必須叫用MPI_Comm_size以得知參與平行計算的CPU個數，及叫用MPI_Comm_rank以得知現在是第幾個CPU，如第一台主CPU為CPU_0，之後的CPU為CPU_1，CPU_2等等。在此平行化程式中，我們先建立欲計算的資料庫，由主電腦CPU_0分配給其他所有CPU各自執行一個工作，之後再由平行化程式自動判斷那個CPU已執行工作完畢，由CPU_0從欲計算的資料庫中分配下一個工作至該台CPU，如此將不會有CPU空間，以充分利用CPU運算時間，達成平行化程式最大目的。值得一提的是，

每一台CPU所執行完畢之工作結果都獨立儲存為一個檔案，再由主程式將所有資料進行後處理，完全無須額外進行人工整理的動作。

平行化程式之建立時已將程式改寫成以C++及Fortran程式語言，與Matlab數值軟體所撰寫之程式比較運算時間發現，其處理速度已快十倍以上(單一CPU)，若進行平行計算乃依CPU個數增加而呈現快速成長。

(三) 建構三維彈性有限差分數值程式：

對於具缺陷之聲子晶體頻溝結構之分析，有限差分數值分析模式將可提供彈性波波傳研究更高的彈性。有限差分法主要由泰勒級數展開的觀念，將方程式中的微分計算近似為離散的四則運算。根據動態彈性力學理論，應力波於彈性體內的傳播行為可根據運動方程式與組成律來加以描述

$$\rho \ddot{u}_i = \tau_{ij,j} + \rho f_i \quad (1)$$

$$\tau_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2)$$

其中 ρ 為質量密度， C_{ijkl} 為材料常數， u_i 為位移， τ_{ij} 及 ε_{kl} 分別為應力及應變。若延伸Virieux提出的應力-速度表示法，採用速度-應力交錯格點，可將彈性波動方程式分解為以速度 v 及應力 τ 為變數的兩組一階微分方程組，並可針對正交性材料(orthotropic material)進行運算，如式(3)、(4)所示。

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{bmatrix} + \rho \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial v_x / \partial x \\ \partial v_y / \partial y \\ \partial v_z / \partial z \\ 1/2(\partial v_x / \partial z + \partial v_z / \partial x) \\ 1/2(\partial v_x / \partial y + \partial v_y / \partial x) \\ 1/2(\partial v_y / \partial z + \partial v_z / \partial y) \end{bmatrix} \quad (4)$$

程式撰寫時，再依照中央差分方式展開成差分方程式進行計算。若採用四階近似之中央差分方式將彈性波動方程式之微分項展開，則共可得到九條差分方程式。

以內部格點之 v_x 、 τ_{xx} 為例，其表示式如下：

$$\begin{aligned} (v_x)_{i,j,k}^{l+1/2} &= (v_x)_{i,j,k}^{l-1/2} \\ &+ \frac{9}{8} \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tau_{xx})'_{i+1/2,j,k} - (\tau_{xx})'_{i-1/2,j,k}] \\ &- \frac{1}{24} \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tau_{xx})'_{i+3/2,j,k} - (\tau_{xx})'_{i-3/2,j,k}] \quad (5) \\ &+ \frac{9}{8} \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tau_{xy})'_{i,j+1/2,k} - (\tau_{xy})'_{i,j-1/2,k}] \\ &- \frac{1}{24} \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tau_{xy})'_{i,j+3/2,k} - (\tau_{xy})'_{i,j-3/2,k}] \\ &+ \frac{9}{8} \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta z} [(\tau_{xz})'_{i,j,k+1/2} - (\tau_{xz})'_{i,j,k-1/2}] \\ &- \frac{1}{24} \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta z} [(\tau_{xz})'_{i,j,k+3/2} - (\tau_{xz})'_{i,j,k-3/2}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\tau_{xx})_{i,j,k}^{l+1/2} &= (\tau_{xx})_{i,j,k}^{l-1/2} \\ &+ C_{11} \frac{9}{8} \frac{\Delta t}{\Delta x} [(v_x)'_{i+1/2,j,k} - (v_x)'_{i-1/2,j,k}] \\ &- C_{11} \frac{1}{24} \frac{\Delta t}{\Delta x} [(v_x)'_{i+3/2,j,k} - (v_x)'_{i-3/2,j,k}] \quad (6) \\ &+ C_{12} \frac{9}{8} \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_y)'_{i,j+1/2,k} - (v_y)'_{i,j-1/2,k}] \\ &- C_{12} \frac{1}{24} \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_y)'_{i,j+3/2,k} - (v_y)'_{i,j-3/2,k}] \\ &+ C_{13} \frac{9}{8} \frac{\Delta t}{\Delta z} [(v_z)'_{i,j,k+1/2} - (v_z)'_{i,j,k-1/2}] \\ &- C_{13} \frac{1}{24} \frac{\Delta t}{\Delta z} [(v_z)'_{i,j,k+3/2} - (v_z)'_{i,j,k-3/2}] \end{aligned}$$

同時根據實際問題的邊界條件則可定義自由邊界格點的條件，或是對稱格點的邊界條件。如此便可使用有限差分法數值程式，改變空間中材料常數的配置，模擬聲子晶體的結構，計算彈性波在聲子晶體結構內的波傳行為。

而在平行運算程式的撰寫上，則可引入上節所說明MPI函式之語法，將問題依據CPU數量分割，分配至各個節點上同時計算。但如此各個節點則必須在每個時步計算完成後，皆必須交換邊界上之資料後，才能進行下一次的計算，其計算流程如圖3所示。這在程式平行化的結構分析上，稱之為「完全併發平行化」(fully synchronous parallelism)，屬於較為複雜的問題，同時平行化之後的速度提升將會受限於利用網路交換之最高速度。第一年計畫執行，已撰寫完成平行化之三維彈性有限差分方程式，並與單機版本驗證其正確性。而若以四節點，八個中央處理器的例

子而言，目前約可提升為六倍的速度，其速度受到資料交換量之影響與限制。

(四) 發展有限差分法吸收邊界條件：

由於數值模擬計算中計算機的記憶體有限，若欲計算無窮域的問題，或是為了避免邊界反射現象干擾真正波傳行為之觀察分析，必須在邊界上加以處理，使外傳波不會反射入內部，形成等同無窮域中的效果。具有這樣效果的邊界條件被稱為吸收型邊界條件 (Absorbing Boundary Condition, ABC)。為了分析聲子晶體內部彈性波多重的反射及散射行為，需有吸收型邊界條件加以配合，並由此可以進行複雜排列之聲子晶體結構特性研究。

有限差分法中吸收型邊界條件最廣為所知的是Engquist[12,13]所提出彈性波的內、外傳波分離法，這樣的概念也被Mur[14]應用到電磁波的有限差分計算，稱為Mur's ABC。然而由於內外傳波分離法對波傳向量(wave vector)展開的關係，這種吸收邊界條件因為波傳向量分量的近似關係限制，只對於垂直入射邊界的波傳有較佳的吸收效果。因此，Berenger[15]提出了完全匹配層 (Perfectly Matched Layer, PML) 的觀念應用在電磁波的計算上，得到良好的吸收效果，而Chew與Liu[16]也將完全匹配層應用到彈性波傳的吸收邊界條件。

完全匹配層藉由延伸座標的定義，在計算區域的邊界上定義一波阻(impedance)相等但具有衰減的延伸區，當波傳通過邊界進入吸收區時將不會產生反射，並且將在吸收區內隨波傳距離增加而衰減。因此，PML吸收型邊界條件對於不同頻率、不同方向入射的三維波傳皆有良好的吸收效果。Chew與Liu[16]在文章中只表示出滿足PML條件的微分方程組，本計畫中應用完全匹配層條件撰寫的中央差分有限差分方程式，其方程式之數量將由一般的九條擴增至二十七條差分方程式，計算量略有增加。

應用完全匹配層吸收邊界的條件，理論上可得到完美無反射的吸收效果，但由

於數值上離散的關係以及我們所定義的邊界吸收層有限，一般而言，並不能在有限的層數中完全吸收，但是已可有效抑制波傳自邊界反射的情形。圖4(a)為一測試完全匹配層吸收邊界之算例配置，其材質為環氧樹脂，在 x 方向上長度為60mm，切割為200個格點。其 $-x$ 方向上之邊界為自由邊界，而 $+x$ 方向上的邊界則配置30層吸收層。吸收層的衰減係數 Ω_x 為拋物線式變化，其最大值為 $\Delta t \cdot \Omega_x = 0.2$ 。另外， y 軸及 z 軸方向上的邊界則為週期性邊界條件。圖4(b)展示了在不同時間，空間中各個格點位移場 U_y 所形成的波形剖面，可觀察到彈性波進入完全匹配吸收邊界後雖仍有反射波存在，但可觀察其最大反射位移只有入射波的百分之1.5。圖4(c)及圖4(d)中則記錄了距離邊界100個格點位置處感測器(圖4(a)中標示圓點)之位移 U_y 及應力 τ_{xy} 隨時間的變化關係，同樣表現出良好的吸收效果。因此驗證了利用完全匹配層吸收邊界的條件，可有效吸收一寬頻訊號入射有限範圍時邊界反射的訊號。而在進一步模擬聲子晶體中彈性波傳時，將有利於自由安排週期性結構的分佈，而無須受限於對稱性條件邊界或是週期性條件邊界。

四、計畫進度與未來工作

第二年將針對體波及表面波聲子晶體波導進行數值研究與分析。實驗部分將以微機電製程製作二維聲子晶體，佈上指叉電極 (Interdigital transducer) 產生高頻表面聲波，分析測試聲子晶體之頻溝現象，並與數值分析相互印證。相關研究內容為：(1).以第一年建立之電腦叢集進行平面波波導現象之研究；(2).表面波於聲子晶體結構之波傳行為與頻溝現象；(3).整合高頻表面聲波交指叉換能器與微米級聲子晶體及(4).微米級聲波頻溝現象之理論與實驗比較。本計畫的研究內容均依原先訂定的進度順利完成，成果具學術與應用價值，除在多個研討會發表外，相關研究之成果亦投稿於國外著名物理期刊[8]及審查中。計畫成果除可分析表面波頻溝現

象，並建立微機電製程之程序，有助於作為日後後續研製相關應用元件之依據。

五、參考文獻

- [1] E. Yablonoitch, "Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics," *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059-2062 (1987).
- [2] .M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, "Acoustic Band Structure of Periodic Elastic Composites," *Phys. Rev. Lett.* **71**(13), 2022-2025 (1993).
- [3] .M. S. Kushwaha, P. Halevi, G. Martinez, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, "Theory of acoustic band structure of periodic elastic composites," *Phys. Rev. B* **49**(4), 2313-2322 (1994).
- [4] M. S. Kushwaha and P. Halevi, "Band-gap engineering in periodic elastic composites," *Appl. Phys. Lett.* **64**(9), 1085-1087 (1994).
- [5] Yukihiro Tanaka and Shin-ichiro Tamura, "Surface acoustic waves in two-dimensional periodic elastic structures," *Phys. Rev. B* **58**(12), 7958-7965 (1998).
- [6] Yukihiro Tanaka and Shin-ichiro Tamura, *Phys. Rev. B* **60**(19), 13294-13297 (1999).
- [7] Yukihiro Tanaka, Yoshinobu Tomoyasu, and Shin-ichiro Tamura, *Phys. Rev. B* **62**(11), 7387-7392 (2000).
- [8] Wu, T.-T., Huang, Zi-Gui and Lin, S.-C. "Surface and bulk acoustic waves in two-dimensional phononic crystals consisting of materials with general anisotropy," *Phys. Rev. B* **69**, 094301 (2004).
- [9] Madariaga, "Dynamics of an expanding circular fault," *Bull. Seism. Soc. Am.* **66**(3), 639-666 (1976)
- [10] Virieux, J. and Madariaga, "Dynamic faulting studied by a finite difference method," *Bull. Seism. Soc. Am.* **72**(2), 345-369 (1982)
- [11] 鄭守成, "MPI 平行計算程式設計"
- [12] B. Engquist, A. Majda, "Absorbing Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Waves," *Mathematics of Computation* **31**(139), 629-651 (1977)
- [13] R. Clayton, B. Engquist, "Absorbing Boundary Conditions for Acoustic and Elastic Wave Equations," *Bull. Seism. Soc. Am.* **67**(6), 1529-1540 (1977)
- [14] G. Mur, "Absorbing Boundary Conditions for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* **23**(4), 377-382, 1981
- [15] J. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves," *J. Computational Physics* **144**, 185-200 (1994)
- [16] W. C. Chew, Q. H. Liu, "Perfectly Matched Layers for Elastodynamics: A new Absorbing Boundary Condition," *J. Computational Acoustics* **4**(4), 341-359 (1996)

六、圖表

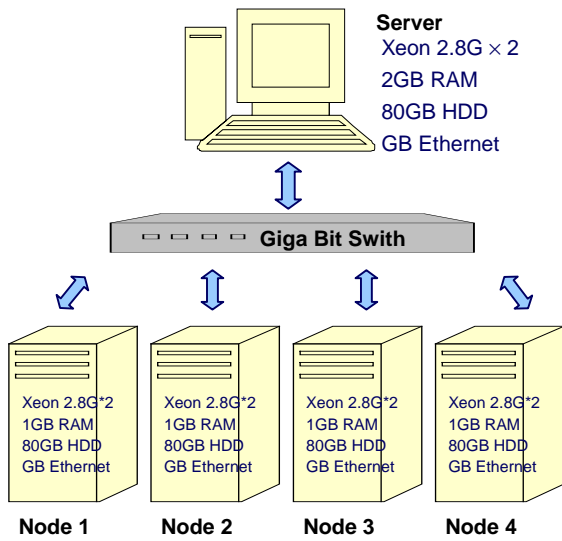


圖 1 個人電腦叢集系統架構圖



圖 2 個人電腦叢集系統

- (a) 安裝於機櫃之電腦叢集系統全貌；
- (b) 伺服器與各節點；
- (c) 高速交換式集線器與各節點連結現狀。

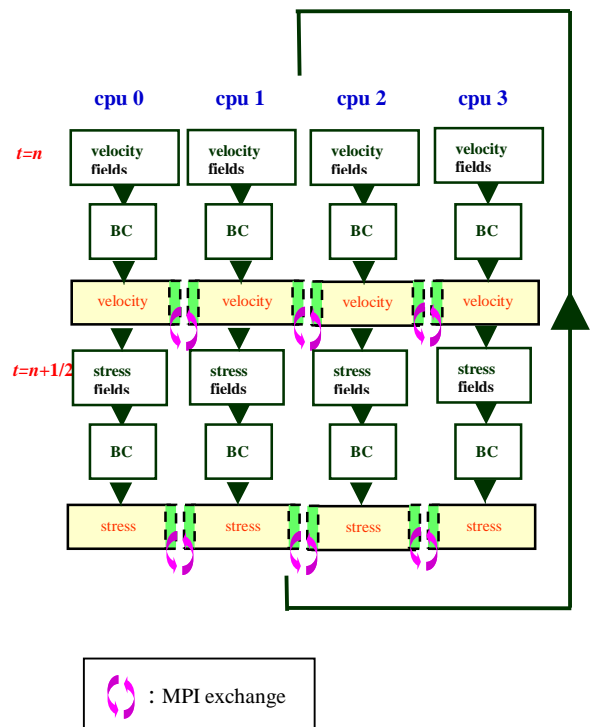


圖 3 平行化有限差分方程式計算流程圖

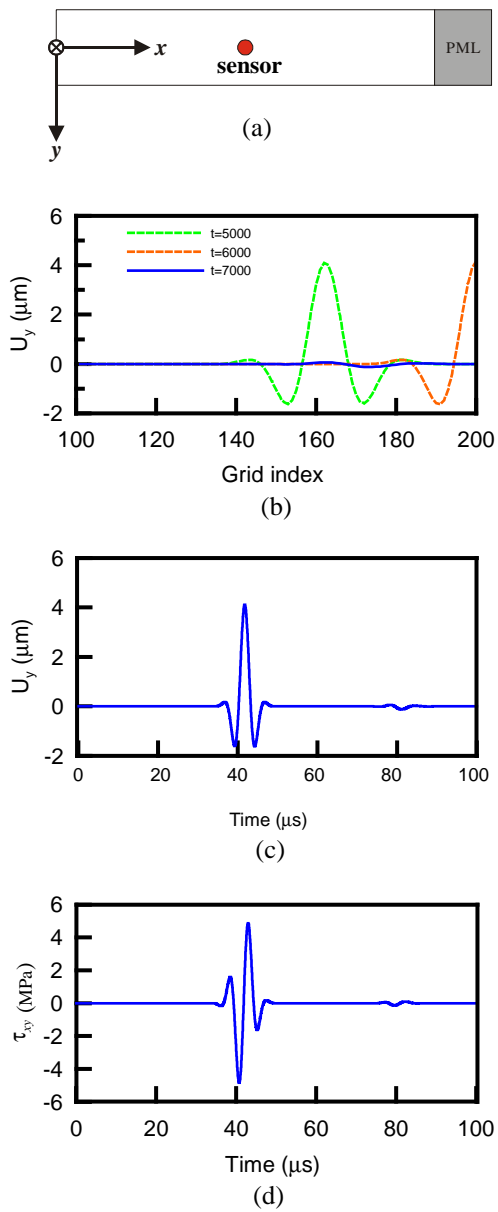


圖 4 完全匹配層吸收邊界算例
 (a) PML 邊界示意圖；
 (b) 不同時間各個格點之位移 U_y 分佈圖；
 (c) 感應器處之位移 U_y 隨時間關係；
 (d) 感應器處之應力 τ_{xy} 隨時間關係。