

Z檢定之統計分析

文/戴政 教授/國立台灣大學流行病學研究所

Z檢定是一種簡單易學的統計方法之一，適合統計入門初學者，可藉以瞭解資料的分佈與類型。

Z檢定 (Z test) 是統計分析中的常用方法，統計學推導出Z統計量是在樣本資料來自常態分布，且群體變異數(σ^2)已知下獲得。當欲檢定之群體平均為 μ ，由於不知道其值為何，故透過檢定方式猜測其可能數值為 μ_0 ，檢定的形式表達為虛無擬說 $H_0: \mu = \mu_0$ vs. 對立擬說 $H_1: \mu \neq \mu_0$ 。在 H_0 為真，且 σ^2 群體變異數已知下，以檢定統計量

$$Z = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \quad (1)$$

進行 H_0 檢定是否為真。(1)式中， \bar{y} 為樣本平均， n 是樣本數。Z被稱為Z檢定，是因為Z具有所謂的Z分布；Z分布是指平均數為0，變異數為1的常態分布。Z檢定在實際資料分析應用有如下情形：

1. 大樣本之群體平均檢定

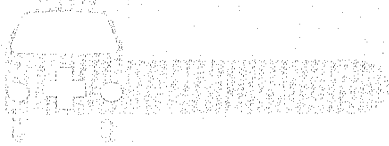
Z檢定應用要求群體變異數為已知，通常這是不可能的（除非以類似的研究資料變異數替代），而不得以樣本變異數 S^2 （或用符號 $\hat{\sigma}^2$ ）替代 σ^2 ，即檢定統計量成爲

$$Z = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}} \quad (2)$$

這樣統計量分布為t分布，檢定時要查t表，以判定拒絕或不拒絕 H_0 。特別的情形是當樣本數 n 夠大時(如， $n \geq 30$)，(2)式漸近於Z分布，可以用Z分布作為檢定基礎，這就是一般統計分析中稱為單組樣本檢定的Z檢定統計方法。在顯著水準為雙尾0.05之下，Z的檢定右、左尾臨界值為1.96和-1.96；在顯著水準為單尾0.05之下，Z的臨界值為1.645(右尾)和-1.645(左尾)。

[例1] 一試驗用了36個人進行某一治療方法，對降膽固醇療效作分析，檢定擬說為療程結束後之膽固醇降至200，即， $H_0: \mu \geq 200$ vs. $H_1: \mu < 200$ 。樣本之收集標準為膽固醇介於200至300之間的患者，用藥後膽固醇樣本平均為160，樣本變異數為900。檢定過程如下：

$$Z = \frac{160-200}{\sqrt{\frac{900}{36}}} = -8 > Z_{\alpha=0.05 \text{ (左單尾檢定)}} = -1.645$$



檢定結果顯著，該治療方法能顯著降低膽固醇至200以下。

2. 大樣本之二群體平均檢定

當二樣本數 n_1 ， n_2 夠大時(如 n_1 ， $n_2 \geq 30$)，群體變異數未知，以樣本變異數替代，檢定二群體平均 μ_1 和 μ_2 是否相等之擬說設定為 $H_0: \mu_1 = \mu_2$ vs. $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ ，檢定統計量

$$Z = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad (3)$$

漸近於Z分布。(3)式中，和為二樣本平均，和為二樣本變異數。

[例2] 一試驗檢定A、B二治療方法對降膽固醇療效有無差異，收案標準如例1，A組樣本資料：樣本數 $n_1=40$ ，平均 $\bar{y}_1=180$ ，變異數 $S_1^2=1600$ ；B組樣本資料：樣本數 $n_2=36$ ，平均 $\bar{y}_2=160$ ，變異數 $S_2^2=900$ 。檢定過程如下：

$$Z = \frac{180-160}{\sqrt{\frac{1600}{40} + \frac{900}{36}}} = 2.48 > Z_{\alpha=0.05} \text{ (雙尾檢定)} = 1.96$$

檢定結果顯著，A、B二治療方法之療效有顯著差異。

3. 大樣本之比例檢定

比例(proportion)檢定在統計分析是常遇到的醫學問題。比例在統計符號上一般是以 p 表示，統計學上稱 p 為一個二項分布的參數。二項分布屬於分立(discrete)分布，不是連續(continuous)分布，在樣本數不夠大時，要用所謂的精確檢定(exact test)進行(即無母數分析方法)；當樣本數 n 夠大時(如， $n \geq 30$)，其檢定統計量會漸近於常態分布。檢定假設為 $H_0: p=p_0$ vs. $H_1: p \neq p_0$ ，檢定統計量為

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \quad (4)$$

(4)式中， \hat{p} 為由樣本中估得的比例， p_0 是虛無擬說推測的群體比例值。

[例3] 一臨床二期試驗，測試藥物療效反應率是否可以達到0.7以上，由30人之試驗結果，觀察到其中有24人達到反應(即 $p=24/30=0.8$)，檢定擬說為

$H_0: p_1 \leq 0.7$ vs. $H_1: p_1 > 0.7$ ，檢定過程如下：

$$Z = \frac{0.8-0.7}{\sqrt{0.7(1-0.7)/30}} = 1.20 < Z_{\alpha=0.05} \text{ (右單尾檢定)} = 1.645$$

檢定結果不顯著，表示藥物療效雖可達到0.7，但尚不視為比0.7高。



4. 大樣本之二比例檢定

當比較二群體比例 p_1 、 p_2 ，若來自二群體之二獨立樣本之樣本數 n_1 、 n_2 都夠大時 (如， $n_1, n_2 \geq 30$)，檢定 $H_0: p_1 = p_2$ vs. $H_1: p_1 \neq p_2$ ，檢定統計量

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}_0(1-\hat{p}_0)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad (5)$$

漸近於常態分布。(5)式中， \hat{p}_1 和 \hat{p}_2 是由二樣本估計所得之比例， \hat{p}_0 是合併二組資料所得當二群體比例相同時之總比例估計值，

$$\hat{p}_0 = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2}$$

[例4] 一臨床二期試驗，男性對藥物反應為30人中有24人有反應，女性對藥物反應為30人中有21人有反應。檢定過程如下：

$$\hat{p}_1 = \frac{24}{30} = 0.8, \hat{p}_2 = \frac{21}{30} = 0.7, \hat{p}_0 = \frac{24+21}{30+30} = 0.75$$

檢定結果不顯著，表示男性與女性對藥物反應無顯著差異。

本會訊息

94年中醫內科專科醫師甄審考試

每年中醫內、婦、兒科醫學會都會辦理一次中醫專科醫師甄審，今年首先登場是5月15日於台大景福館所舉辦的中醫內科專科醫師甄審，中醫婦科於每年6月考試，中醫兒科則在每年的7月份舉辦。

今年中醫內科專科醫師審核作業，分為甄審及甄試二種。凡我會員符合專科醫師考試資格，但執業年資未滿7年者採甄試。甄試又分筆試及口試二部份，今年成績符合規定通過之中醫內科專科醫師有：林友寬、林美蓉、邱永標、邱振庭、徐美政、衷晟越、張倩華、許伯榕、陳漢石、曾天德、游詔智、楊鎔津、溫熿容、蔡武忠、蕭峻科、羅荷懷、褚柏菁、楊素卿、鄭芳騏、黃國榮、王莉眉、吳家昇。

凡我會員符合專科醫師考試資格，具有教育部頒發之講師或以上資格及中醫師執業滿7年者，採送件審核方式產生。今年經甄審合格者有：王貴芳、朱明添、何宗融、呂綉枝、李政育、林小田、林文宗、姜智文、柳義明、張光耀、張明淦、陳信志、陳彥吉、陳勝源、陳景德、陳逸德、黃永隆、楊志中、楊麗姝、裘惠萍、廖培汾、趙世鐘、趙炎洲、趙瑞紅、劉明鑑、鄭永欽、謝永信、謝忠南、洪敏榮、呂正碩、賴文志、劉科佑、陳朝宗、蔡德豐、謝瓊慧。

中醫內科專科醫師證書有效期限六年，六年期滿換證時須具備中醫內科醫師學認定之學分200點。