

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

三維模型之建構與其中軸之表現及物件快速擷取(1/2)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC91-2213-E-002-066-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：國立臺灣大學資訊工程學系暨研究所

計畫主持人：歐陽明

計畫參與人員：陳鼎勻. 沈育德. 張培根. 林弘德

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 6 月 2 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫期中進度報告

三維模型之建構與其中軸之表現及物件快速擷取(1/2)

計畫編號: NSC91-2213-E-002-066

全程計畫: 民國 91 年 8 月 1 日至民國 93 年 7 月 31 日

本年度計畫: 民國 91 年 8 月 1 日至民國 92 年 7 月 31 日

計畫主持人: 歐陽明 台灣大學資訊工程學系教授

一、 執行進度

直到目前為止，我們以將本計劃的三個主要方法執行完畢：

1. 三維模型建構方法 (3D model construction)。
2. 藉由輻射基底函數之隱含曲面建構方法(Implicit surface construction with radial basis functions)。
3. 藉由隱含曲面之物體骨架擷取方法(Skeleton extraction with a implicit surface)。

二、 三維模型建構方法 (3D model construction)

在三維模型的建構方面，我們採用了在國科會計劃 NSC 90-2213-E-002-089 所發展的技術來進行三維資料擷取、網格對齊 (mesh registration)、網格接合 (mesh integration) 與網格最佳化 (mesh optimization)。詳細演算法請參見國科會報告書。

三、 藉由輻射基底函數之隱含曲面建構方法(Implicit surface construction with radial basis functions)

3.1 隱含曲面

目前有越來越多的研究單位對於隱含曲面有更 [YURK99] 討 [YNGVE99]。隱含曲面提供了建構複雜的幾何物件的另外一種選擇，由於隱含曲面為一可微分之數學式，在應用上的價值遠比單用三角形與節點來描述一個物體形狀來的大的多。我們定義一個隱含曲面為一個三維的函式

$$f(x) = c, \quad x \in \mathcal{R}^3$$

我們可以將空間中任何的一點代入到此函式中，假設計算出來的結果等於 c 的話，則我們可得知此點是位在此隱含曲面所代表的物體上。一個簡單的隱含曲面例子：

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$$

此函式即代表著一個在三度空間中一個以座標 (0,0,0) 為原點，半徑長為 1 的球。簡單形狀的隱含曲面可以用人來計算，但是如何建立複雜形狀的隱含曲面則是一大難題。目前許多研究朝向以利用非線性內差 (nonlinear interpolation) 來建立任意物體的隱含曲面。而在其中，以輻射基底函數 (radial basis functions, RBFs) 來進行非線性內差則為最常見的方法。

3.2 利用輻射基底函數來建立隱含曲面

主要的計算過程如下：

1. 將三維模型上面所有的點 (vertices) 當作輸入。假設此模型有 N 個點，則我們建立出來的隱含曲面有著以下的結構：

$$f(x) = \sum_{i=1}^{2N} d_i \phi(|x - x_i|) + s(x), \quad x \in \mathcal{R}^3$$

2. 在模型上的點 (on-surface point) 集合 V 與每個點其法向量集合分別定義為：

$$M = \{m_1, \dots, m_N\}, \quad V = \{V_1, \dots, V_N\}$$

3. 藉由 V 與 M ，我們定義在模型外的點 (off-surface point) 為：

$$L = \{l_1, \dots, l_N\} = V + w * M, \quad w > 0$$

4. 我們定義 $x = \{V, M\}$ 為隱含曲面的邊界限制 (boundary constraints)。
5. 對於基底函數的選擇，有以下幾種：

$$\phi(r) = r^2 \log(r)$$

$$\phi(r) = \exp(-cr^2)$$

$$\phi(r) = 1/\sqrt{r^2 + c^2}$$

6. 隱含曲面會滿足以下的矩陣運算式：

$$\begin{pmatrix} A & P \\ P^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{i,j} = \phi(|x_i - x_j|)$$

$$P_i = x_i$$

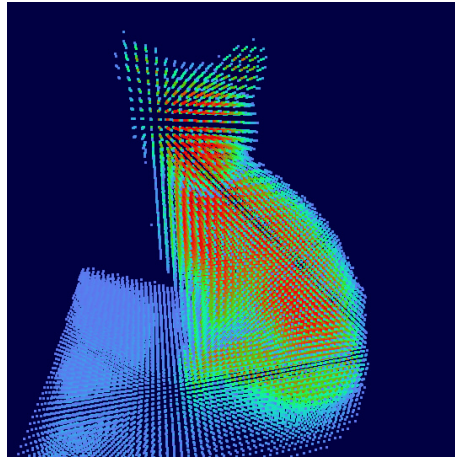
$$x_i \in V \rightarrow f_i = 0$$

$$x_i \in M \rightarrow f_i = 1$$

我們利用已知的 A, P, f 解未知的輻射基底函數參數 d 及一次項參數 s 。當 d 與 s 都知道之後，則此隱含曲面：

$$f(x) = \sum_{i=1}^{2N} d_i \phi(|x - x_i|) + s(x)$$

即建立出來。我們可以將任意的三維空間點 (x, y) 代入公式所得到的值 $c = f(x)$ 來判斷說此三維空間點是在模型的表面、內部、或是外部。圖為一波斯貓模型的隱含曲面採樣結果。

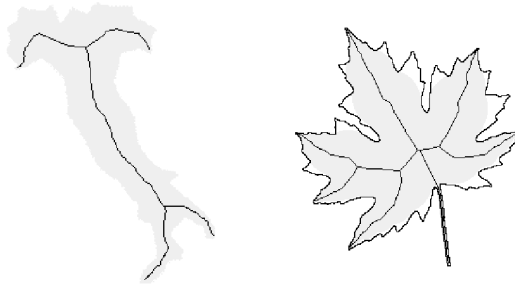


圖：波斯貓模型的隱含曲面。圖中的點為三維的採樣點（此圖是在 $1 \times 1 \times 1$ 的正立方體空間中，以每邊切 40 等份來做採樣）。點的顏色越接近藍色代表求出來的值越接近 0，越往紅色代表值越大。

四、藉由隱含曲面之物體骨架擷取方法 (Skeleton extraction with an implicit surface)

4.1 骨架簡介

骨架的概念是由 H. Blum [BLUM73] 根據中軸轉換 (Medial Axis Transform, MAT) 和對稱軸轉換 (Symmetry Axis Transform, SAT) 所提出。中軸轉換為物體上的每一點找出最接近它的邊界點（可能不只一個），若一個內部點能找到兩個以上邊界點，則此內部點就在骨架上。骨架化的目的是萃取出物體地域性的形狀特徵。此外，骨架應該要用代表物體最小維度的表示法。例如，二維圖片的骨架應該是一維的線段，三維模型的骨架則應該由一維的線段和二維的表面組成。

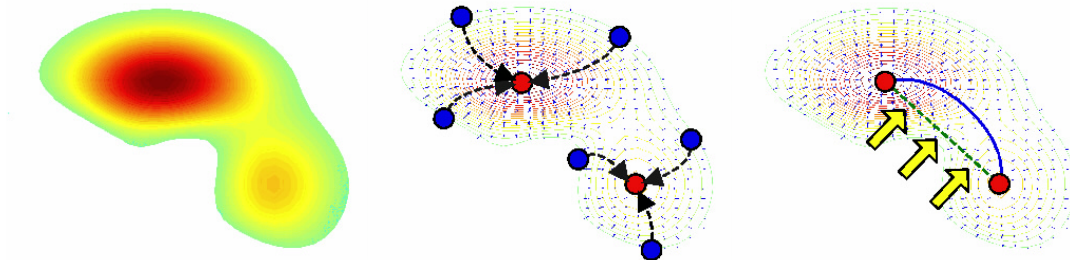


圖：(左) 義大利領土圖形與其中軸。(右) 楓葉圖形與其中軸。

由於從中軸轉換所建立的骨架通常是十分雜亂的(中軸轉換會受到物體表雜訊的影響，所以我們在這邊藉由不同的想法來提出我們對於骨架的想法。許多研究報告，如 [LAZARUS99] 等，利用所謂的 Reeb graph [REEB46] 來產生物體的一維骨架。Reeb graph 骨架保留了物體大致的幾何形態與拓樸關係。因此，在最近幾年，Reeb graph 骨架是一個十分熱門的課題。我們所提出的骨架概念，除了相同的保留物體的拓樸關係，更進一步的比 Reeb graph 保留更多的幾何資訊。以下將簡介我們所提出的骨架擷取演算法。

4.2 骨架擷取演算法

本段將敘述由我們所提出之骨架擷取演算法，主要的內容已發表為國際會議論文 [MA03]。本演算法分為三個主要步驟：A. 利用梯度下降法 (gradient descent) 取得局部極小值，B. 建立局部極小值之相鄰關係 C. 利用主動輪廓模型 (Active Contour Model) 建立骨架。以下我們將分別介紹這部分：



圖：骨架擷取演算法之說明簡圖。(左) 隱含曲面，顏色越深代表隱含曲面值高。(中) 對於每個在物體表面的點，利用梯度下降法來取得局部極小值位置。(右) 建立局部極小值之相鄰關係，並利用主動輪廓模型 (Active Contour Model) 來連結局部極小值。

A. 利用梯度下降法來取得局部極小值位置

藉由上述提及的隱含曲面可微分之特性，我們可以建立其梯度場：

$$g(x) \nabla f$$

我們利用所有在三維模型上的節點 (vertices) 當作起始點，我們利用此梯度場進行梯度下降：

$$x' = x + g(x)$$

當所有的節點都收斂完畢的時候，此步驟即停止。這些因收斂而得到的局部極小值的位置，在我們的研究中被視為骨架上的重要節點。這些位置通常會有兩種在骨架上的意義：一是關節點 (branching point)，一是端點 (termination point)。

B. 建立局部極小值之相鄰關係

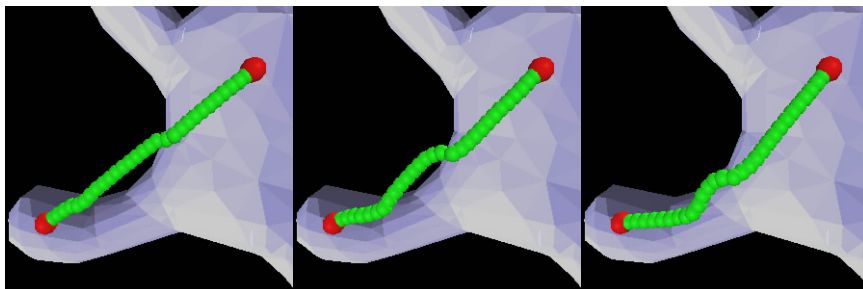
當我們獲得了這些局部極小值位置後，接下來我們就要判斷兩個局部最小值是否有相鄰關係。我們定義了一個簡單直覺的方法：假設 P_A 與 P_B 為三維模型上的兩個獨立節點 (收斂起始點)，其對應的局部最小值分別為 M_A 與 M_B ，則如果 P_A 與 P_B 有相鄰關係 (即 P_A 與 P_B 之間有一三角形邊相連)， M_A 與 M_B 也會有相鄰關係 (如果 $M_A=M_B$ ，則也算相鄰)。對於每個局部最小值，我們都去做這樣的分析，即可建立出一個骨架圖 (skeleton graph)。

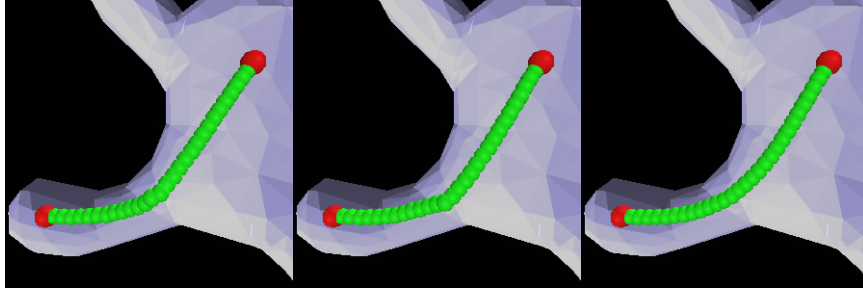
C. 利用主動輪廓模型 (Active Contour Model) 來連結局部極小值

當我們擷取出骨架圖之後，最後的工作就是讓骨架圖裡的每個連結都變形成其所屬區域的形狀。在此我們利用主動輪廓模型 [KASS87] 來做形變的動作。主動輪廓模型為一個將能量最小化 (energy minimization) 的演算法。主要的構想是，將每個連結都視為一個彈簧，在此彈簧上的每個點同時受到兩種力量的拉扯：外部力 (external force) 與內聚力 (internal force)。外部力為彈簧外部力場所影響的力量，在我們這邊為則就是隱含曲面的梯度場。內聚力則為彈簧兩兩相連的點的引力，我們這邊將相連的點的內聚力利用虎克定律來描述。所以整個彈簧的能量為：

$$E_{ac}(m, x) = w_{ext} E_{rand}(l, x) + \times_{internal}$$

將此彈簧的能量調整到最低，此彈簧的位置即可被認為是最後骨架連結變形出來的結果。我們將每個骨架連結都利用主動輪廓模型來做變形的動作。最後的結果即符合我們所提出的骨架。

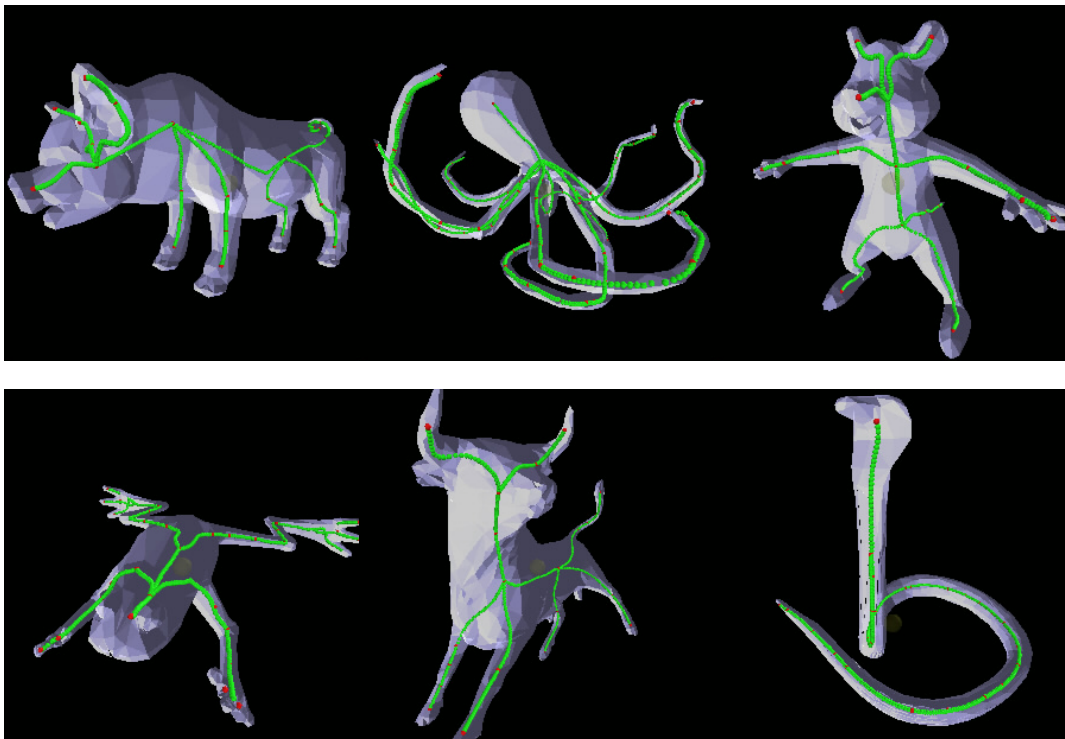




圖：主動輪廓模型收斂過程的連續圖。

4.3 相關結果

再此我們列出六個利用本演算法所計算出來的骨架。我們將原本的三維模型繪製成藍色半透明狀、骨架為綠色、所有的局部極小值點為紅色。我們可以見得我們提出的骨架保留了物體大部分的幾何資訊與形態 (morphological) 資訊。但是目前的結果仍有改進的地方，例如由於我們是利用輻射基底函數來建立隱含曲面，但是利用此方法建立出來的曲面跟原本的三維模型間會有一定的誤差(尤其是在物體較細微的部分)，所以在一些較精細的部分，比如老鼠的手的部分，通常這邊的幾何資訊會因為隱含曲面的問題而具有不小的誤差，因此這邊所建立的骨架沒有辦法完整的表達其形態上的資訊。



圖：利用本演算法所擷取出來的骨架資訊。

本演算法的執行資訊如下：

模型名稱	總邊界 限制數	RBF 半徑	建立 隱含曲面 (秒)	梯度下降 (秒)	主動輪廓 模型變形 (秒)
豬	2170	0.1	74.83	74.28	294.30
章魚	2004	0.1	57.44	41.25	344.62
鼠	1912	0.1	51.05	44.80	182.45
蛙	1890	0.06	48.14	21.93	312.27
牛	1982	0.2	55.93	79.96	210.33
蛇	1752	0.2	39.17	62.13	110.04

五、 研究成果

目前本研究已經成為國際會議 International Conference on Shape Modeling and Applications (Shape Modeling International) 2003 正式論文。本論文題目為”Skeleton Extraction of 3D Objects with Radial Basis Functions”作者為馬萬鈞、吳賦哲與歐陽明 (Wan-Chun Ma, Fu-Che Wu and Ming Ouhyoung)。此次成果已於本年五月中發表。Shape Modeling International 為一國際重要討論物體形態、形態處理與形態分析的重要國際會議。此外，另有兩個重要會議 ACM: Symposium on Solid Modeling and Application 以及 Eurographics Symposium on Geometry Processing 也是我們將來的投稿目標。

六、 參考文獻

[BLUM67] H. Blum. *A Transformation for Extracting New Descriptors of Shape*, pp. 362 – 380. MIT Press, 1967.

[KASS87] M. Kass, A. Witkin and D. Terzopoulos. *Snakes: Active Contour Models*. International Journal of Computer Vision, 1:321–331, 1987.

[LAZARUS99] F. Lazarus and A. Verroust. *Level Set Diagrams of Polyhedral Objects*. Proceedings of the ACM Symposium on Solid Modeling and Applications, pp. 130–140, 1999.

[MA03] W.-C. Ma, F.C. Wu and M. Ouhyoung. *Skeleton Extraction of 3D Objects with Radial Basis Function*. Shape Modeling International 2003, Seoul, Korea.

[REEB46] G. Reeb. *Sur les points singuliers d'une forme de Pfaff complètement intégrable ou d'une fonction numérique* Comptes Rendus Acad. Science Paris, 222:847–849, 1946.

[TURK99] G. Turk and J F. O'Brien. *Variational Implicit Surfaces* Technical Report GITGVU-99-15, Graphics, Visualization, and Usability Center, Georgia Institute of Technology, 1999.

[YNGVE99] G. Yngve and G. Turk. *Creating Smooth Implicit Surfaces from Polygonal Meshes* Technical Report GITGVU-99-42, Graphics, Visualization, and Usability Center, Georgia Institute of Technology, 1999.