

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

研究計畫：有限介質承載天線的分析

Analysis of antenna with finite substrate

計畫編號：NSC 88-2213-E-002-074

執行時間：87年8月1日至88年7月31日

主持人：吳瑞北 國立台灣大學電信工程研究所

一、中文摘要（關鍵詞：微帶天線，有限介質）

在實際應用上微帶天線的介質承載都是有限的，而且有限介質承載會對天線的輻射特性有所影響。假設無限大介質承載的積分方程法無法處理此類問題，所以吾人將採有限元素法結合邊界積分法來求解。在這篇報告中吾人計算電磁散射問題以驗證程式的正確性，並加以討論。

英文摘要(keyword: microstrip antenna, finite substrate)

In practical, the substrate of a microstrip antenna is always finite, and it will influence the radiation characteristics of the antenna. Since the drawback of integral equation approach in which infinite substrate is assumed is the inherent inability to handle finite microstrip structures, finite element method combined with boundary integral method is adopted. In this report, numerical results for scattering problems are verified and some discussion is given.

二、計畫緣由與目的

由於體積小、質輕、製作容易，微帶天線的應用已經非常廣泛，其分析方法也相當多，其中最常見的全波分析法 (full-wave analysis) 是利用積分方程配合動差法 (method of moments) 求解，例如參考文獻 [1]。利用這種方法來分析微帶天線的結構時，必須假設介質板在橫方向上為無限延伸，

否則將無法找到合適的格林函數 (Greens' function) 來帶入積分方程求解。

然而實際應用上介質板是有限的，由於介質和金屬地的邊緣會造成電磁波繞射，所以有限介質承載天線和無限介質承載天線的特性會有所差異，包括共振頻率 [2]、輸入阻抗 [3]、和輻射場型 [4-5] 等，特別是當介質板和天線大小相近時，其效應更不可忽略。

所以本計畫目的在於分析有限介質承載對天線的影響，一方面是實際上的考量，另一方面則是希望利用其特性來做為天線設計的參考。

三、研究方法及列式

在研究方法上吾人採取有限元素法 (finite element method) 結合邊界積分法 (boundary integral method) 來求解。有限元素法的優點在於可以很容易地處理任何幾何形狀、不勻相 (inhomogeneous) 或不具同向性 (anisotropic) 的結構，但在數值考量上，僅能處理有界的區域。所以對於電磁輻射或散射等無界區域的問題，則必須先取出有界的 FEM 求解區間，並搭配其他能夠處理其外部無界區域的方法，如積分方程 [6]。

考慮如圖一 (a) 所示的結構，假想區域 V 包含所有的結構體 (散射體或天線)， S 為其邊界，邊界上可以有完全導體 (perfectly electric conductor, PEC) 或開槽 (slot)。將此問題分成兩部分，區域 V 的外部問題以積分方程求解，而其內部問題則以有限元素法

解之。

就外部問題而言，利用等效原理，將 PEC 邊界以等效電流取代，另以等效電流和磁流取代開槽部分，同時將區域 V 的內部以自由空間取代，如圖一 (b) 所示。上述等效電流和磁流所產生的外部輻射場 \mathbf{E}^s 滿足

$$\begin{aligned} & 4\pi\vec{\mathbf{E}}^s(\vec{\mathbf{r}}) \\ &= \int \vec{\mathbf{M}}(\vec{\mathbf{r}}') \times \nabla g_0(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}') ds' \\ & - j\omega\mu_0 \int \vec{\mathbf{J}}(\vec{\mathbf{r}}') g_0(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}') ds' \\ & - \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \int [-\nabla' \cdot \vec{\mathbf{J}}(\vec{\mathbf{r}}')] \nabla g_0(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}') ds' \end{aligned}$$

其中

$$g_0(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}') = \frac{e^{-jk_0 R}}{R}, \quad R = |\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|$$

將觀察點移到邊界 S 表面上，利用邊界條件 $\mathbf{E}^i = \mathbf{E}^s + \mathbf{E}^i$ ，其中 \mathbf{E}^i 代表總場， \mathbf{E}^i 為入射場，就可以得到積分方程，

$$\begin{aligned} & 2\pi \hat{\mathbf{n}} \times \vec{\mathbf{M}}(\vec{\mathbf{r}}) \\ &= PV \int \vec{\mathbf{M}}(\vec{\mathbf{r}}') \times \nabla g_0(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}') ds' \\ & - j\omega\mu_0 \int \vec{\mathbf{J}}(\vec{\mathbf{r}}') g_0(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}') ds' \\ & - \frac{1}{j\omega\epsilon_0} PV \int [-\nabla' \cdot \vec{\mathbf{J}}(\vec{\mathbf{r}}')] \nabla g_0(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}') ds' \\ & + 4\pi\vec{\mathbf{E}}^i(\vec{\mathbf{r}}) \end{aligned}$$

上式中 PV 代表取其 Cauchy 主值 (Cauchy principal value)。利用 Galerkin 方式的動差法，將上述積分方程轉為矩陣方程，就可以得出邊界上的電場和磁場的關係式，在此吾人所採用的基底和測試函數為 Rao 三角基底函數 [7]。

至於內部問題，則以有限元素法解之，這裡採用電場列式 (E-formulation)[8]，

$$\begin{aligned} & j\omega \int_V \epsilon \vec{\mathbf{E}}^a \cdot \vec{\mathbf{E}} dv \\ & + \frac{1}{j\omega} \int_V \mu^{-1} \nabla \times \vec{\mathbf{E}}^a \cdot \nabla \times \vec{\mathbf{E}} dv \\ & - \oint_S \vec{\mathbf{E}}^a \cdot \hat{\mathbf{n}} \times \vec{\mathbf{H}}(\vec{\mathbf{E}}) ds \\ & = - \int_V \vec{\mathbf{E}}^a \cdot \vec{\mathbf{J}}' dv - \frac{1}{j\omega} \int_V \mu^{-1} \nabla \times \vec{\mathbf{E}}^a \cdot \vec{\mathbf{M}}' dv \end{aligned}$$

其中 \mathbf{E}^a 為測試函數， \mathbf{J}' 和 \mathbf{M}' 分別代表區域 V 內的電流源和磁流源。將區域 V 內的電場用基底函數展開，同樣得到矩陣方程式，並結合前述積分方程，吾人就可以求出邊界上的電磁場以及區域 V 內的電場，進而求出散射場或天線的輸入阻抗值。

在有限元素法中，吾人所用的分割方式是四面體分割，所採用的電場基底函數為 Whitney 元素 (Whitney element)[9]，此種基底函數是以元素邊上的電場值作為變數，很容易滿足電場切線分量的邊界條件，也能免除虛假解 (spurious solution) 的出現，而且在邊界元素表面上，Whitney 元素和 Rao 三角基底函數兩者之間具有下列關係，

$$\hat{\mathbf{n}} \times \vec{\mathbf{W}}^e = -\vec{\mathbf{f}}$$

其中 \mathbf{W}^e 代表 Whitney 元素， \mathbf{f} 代表 Rao 三角基底函數，因此在邊界分割及基底函數上，有限元素法和積分方程有很好的的一致性。

四、研究成果

首先計算一個介質立方體的散射問題。立方體的邊長為 $0.2 \lambda_0$ ，相對介電常數為 9，其中 λ_0 為自由空間的波長。今有一 x 方向極化、往正 z 方向傳播的平面波打到該介質立方體，所造成 xz 平面上的 E_0 散射場如圖二所示。其中參考文獻 [10] 是將介質區域換成等效的薄壁表面結構 (thin-wall structure)，並利用積分方程解之，而該方法目前只能適用於規則的矩形

結構。從計算結果知道，吾人所採用方法在處理介質體的散射問題上已無問題。

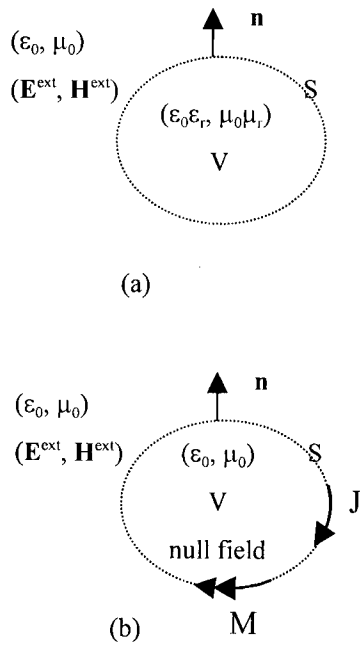
其次計算一個金屬與介質的複合結構之散射問題。一個大小為 $0.4\lambda_0 \times 0.4\lambda_0 \times 0.05\lambda_0$ 的完全導體平板置於邊長為 $0.2\lambda_0$ 的介質立方體正上方，兩者之間相距 $0.15\lambda_0$ ，自介質立方體正下方打入一個 x 方向極化的平面波，並考慮立方體相對介質常數分別為 2 和 9 兩種情形，其 xz 平面上 E_0 散射場的大小如圖三所示。在這個例子中，吾人將金屬平板和介質立方體視為一個散射體，以有限元素法解其內部電磁場，外部電磁場則以自由空間下的積分方程求之，得到的結果和參考文獻比較差異不大，表示所採用的方法在處理金屬與介質的複合結構之散射問題上也沒有問題。

五、討論與成果評量

利用有限元素法結合邊界積分法，吾人已可以成功計算出電磁散射問題，包含金屬與介質的複合結構。但是在處理天線輻射問題上仍有瑕疵，主要是天線饋入結構的模型處理尚待改進。吾人期望能將此饋入結構問題解決，以達到計算本計畫的目的。

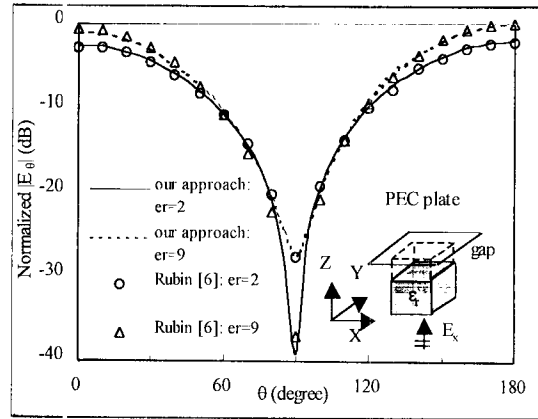
六、參考文獻

- [1] J. R. Mosig, "Arbitrarily shaped microstrip structures and their analysis with a mixed potential integral equation," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 36, pp. 314-323, Feb. 1988.
- [2] M. Gimersky and J. Bornemann, "A modified method-of-moments technique for the full-wave analysis of imperfect conductors on lossy and finite-extent substrates," *IEEE MTT-S Digest*, pp. 715-718, 1996.
- [3] *Advances in microstrip and printed antennas*, edited by H. F. Lee and W. Chen, John Wiley & Sons, Inc., p. 539, 1997.
- [4] S. A. Bokhari, J. R. Mosig, F. E. Gardiol, "Radiation pattern computation of microstrip antennas on finite size ground planes," *IEE Proc.-H*, vol. 139, No. 3, pp. 278-286, June 1992.
- [5] A. K. Bhattacharyya, "Effects of finite ground plane on the radiation characteristics of a circular patch antenna," *IEEE Trans. Antenna Propagat.*, vol. 38, pp. 152-159, Feb 1990.
- [6] Jin, J.-M., and Volakis, J. L., "Scattering and radiation from microstrip patch antennas and arrays residing in a cavity," *IEEE Trans. Antenna Propagat.*, vol. 39, pp. 1598-1604, 1991.
- [7] S. M. Rao, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antenna Propagat.*, vol. 30, pp. 409-418, 1982.
- [8] R.-B. Wu, "A wideband waveguide transition design with modified dielectric transformer using edge-based tetrahedral finite-element analysis," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, pp. 1024-1031, July. 1996.
- [9] M. L. Barton and Z. J. Cendes, "New vector finite elements for three-dimensional magnetic field computation," *J. Apply. Phys.*, vol. 61, pp. 3919-3921, Apr. 1987.
- [10] B. J. Rubin and S. Daijavad, "Radiation and scattering from structure involving finite-size dielectric regions," *IEEE Trans. Antenna Propagat.*, vol. 38, pp. 1863-1873, Nov 1990.

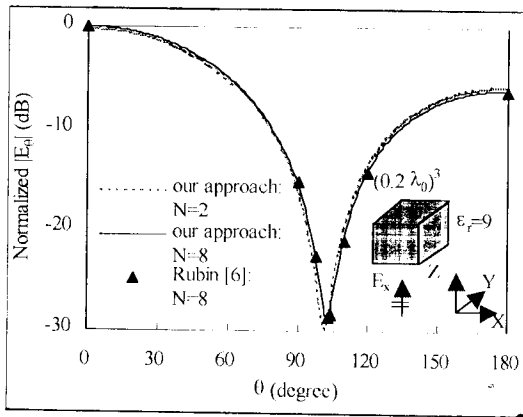


圖一：有限元素法結合邊界積分法圖解
(a) 原始問題; (b) 外部等效問題

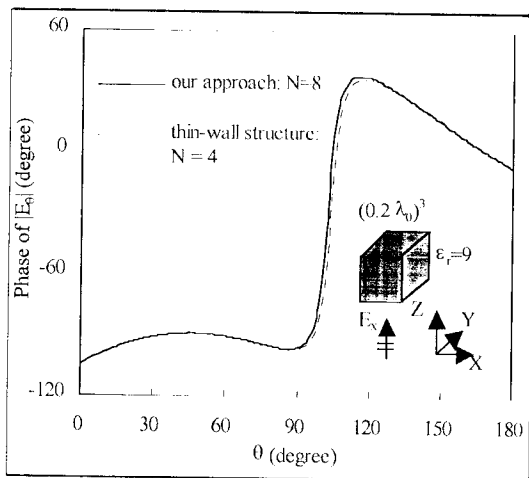
圖二 平面波打到介質立方體所造成 xz 平面上的 E_θ 散射場，其中 N 代表每一邊的分割數。
(a) E_θ 的強度; (b) E_θ 的相位



圖三：平面波打到金屬與介質的複合結構所造成 xz 平面上的 E_θ 散射場



(a)



(b)