

附件一

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 成果報告
 期中進度報告

複雜圖形之繪圖演算法研究

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 90-2213-E-002-100

執行期間：90年8月1日至91年10月31日

計畫主持人：顏嗣鈞 教授

共同主持人：

計畫參與人員：廖建智、張雲璿

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：國立台灣大學電機工程系

中華民國 92 年 1 月 15 日

行政院國家科學委員會專題研究計劃成果報告

複雜圖形之繪圖演算法研究

計畫編號: 90-2213-E-002-100

執行期間: 90年8月1日至91年10月31日

計畫主持人: 顏嗣鈞 教授 國立台灣大學電機工程系

計畫參與人員: 廖建智、張雲璿

一、摘要

由於序列展開樹的良好性質，我們認為能在許多的問題中，改進演算法的效率，於本計畫中我們利用序列展開樹在兩個應用上。第一個應用是關於在平面圖上將每個點畫成 $\Delta \times \Delta$ 的正方形，再以線段連接，再連接時限制只有一個轉彎處，簡稱 Podevs Drawing，在這個問題上我們提供了能使面積的長加寬不超過 $\lceil 3n/2 \rceil + 1$ 的演算法；第二方面則是用序列展開樹提供 Rectangular dual 新的證明方法，Rectangular dual 指的是能夠只用長方形畫出 floorplan 的圖通稱為 Rectangular dual。

關鍵字：序列展開樹，floorplan

Orderly spanning trees seem to have the potential of becoming a new and promising technique capable of unifying known results as well as deriving new results in graph drawing. Our exploration in this paper provides new evidence to demonstrate such a potential. Two applications of the orderly spanning trees of plane graphs are investigated. Our first application deals with Podevs drawing, i.e., planar orthogonal drawing with equal vertex size, introduced by

Fomeier and Kaufmann.

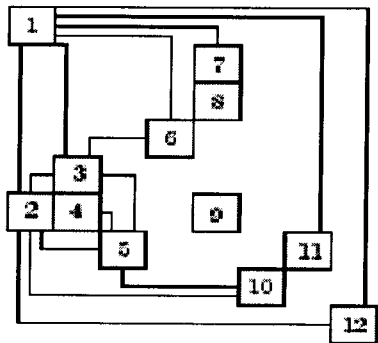
Based upon orderly spanning trees, we give an algorithm that produces a Podevs drawing with half-perimeter no more than $\lceil 3n/2 \rceil + 1$ and at most one bend per edge for any n -node plane graph with maximal degree Δ , a notable improvement over the existing results in the literature in terms of the size of the drawing area. The second application is an alternative proof for the sufficient and necessary condition for a graph to admit a rectangular dual, i.e., a floor-plan using only rectangles.

Keyword: Orderly spanning trees, Podevs drawing, rectangular dual.

二、計畫緣由與目的

我們發現序列展開樹在演算法中表現出許多優秀的性質，在最近利用序列展開樹的幾篇論文對問題都相當的有幫助，例如，Floorplan 的繪製、2-visibility、visibility 等等。我們相信序列展開樹將有潛力成為演算法中一個很重要技巧，因此在本計畫中提出序列展開樹的兩個新的應用，第一個應用是關於在平面圖上將每個點畫成 $\Delta \times \Delta$ 的正方

形，再以線段連接，再連接時限制只有一個轉彎處，其中 Δ 是點所連到地最多邊數，簡稱 PODEVS Drawing，如圖一



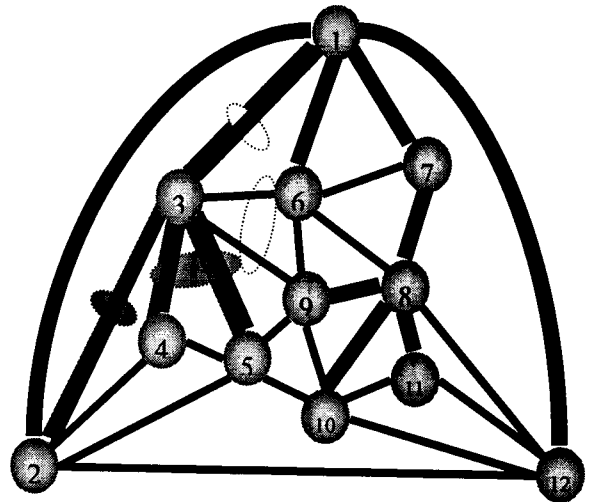
圖(一)

，首先提出這個問題者是 Fobmeier 和 Kaufmann，他們提供了一個 $O(n)$ 的演算法，使整個圖畫在 $(\Delta+1)n \times (\Delta+1)n$ 的面積內並允許至多有 2 乘上總邊數個折彎處，他們另外提供了一個 $O(n^2 \log n)$ 的演算法去計算如何得到最少個折彎處，Bonichon, Le Saec 還有 Mosbah 提出了一個 $O(n)$ 的演算法，使得再每一邊只允許轉一次的面積只需要 $(\Delta-1)(n-2) \times (\Delta-1)(n-2)$ ，本計畫利用序列展開樹只需要面積的長加寬 $(3n/2)\Delta$ 就夠了，而且這也是一個 $O(n)$ 的演算法。

我們的第二個是應用在平面圖上找 floorplan 的問題，floorplan 是 VLSI 上的一個基本步驟，問題是給一平面圖後將點畫成邊垂直的多邊形模組，在平面圖中點和點相連對應到 floorplan 的兩個模組會相鄰，對平面圖而言，Yeap 和 Sarrafzadeh 證明所有平面圖只需要利用有兩個凹的邊垂直多邊形即可完成，之後，He 提出平面圖所需的模組只需要用兩個長方形的結合就足夠，最新的結論只需要 I-、L-、T-模組就足夠了，這個演算法也是利用序列展開樹而且是 $O(n)$ 的演算法，這個演算法是由 Liao, Lu, Yen 於 2001 年提出。

三、序列展開樹簡介

序列展開樹是在再平面圖上找出一顆展開樹，然後用逆時針 preorder 的方式把所有點編號，使每一個點所連到鄰居分成四個區域，第一個區域是連到該點的 parent、第二個區域是用非樹枝的邊連到編號比較小的邊、第三個區域則是連到該點的孩子、第四個區域則是用非樹枝的邊連到編號比較大的點。如圖二，點 3 所連到的第一個區域是藍色的邊連到點 1、第二區域則是用紅色的邊連到編號較小的點 2、第三區域點 4、5 則是點 3 的孩子、點 6、9 則是屬於第四個區域，所有的點滿足以上條件是稱為序列展開樹。而所有可平面化的圖都存在序列展開樹並可以在 $O(n)$ 找到。

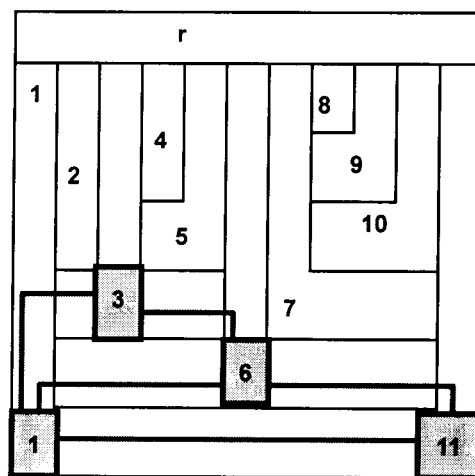


圖(二)

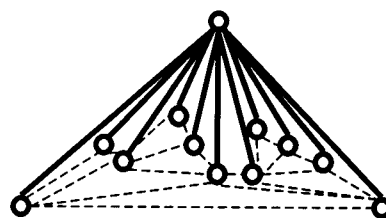
四、PODEVs drawing 上的應用

我們首先利用序列展開樹將給定的平面圖畫成 floor-plan，如圖三，再將每一個單位正方形放在每一個模組的轉角處，使這個單位正方形能以直線連接到模組裡所有的位置，再來把相鄰的模組內的

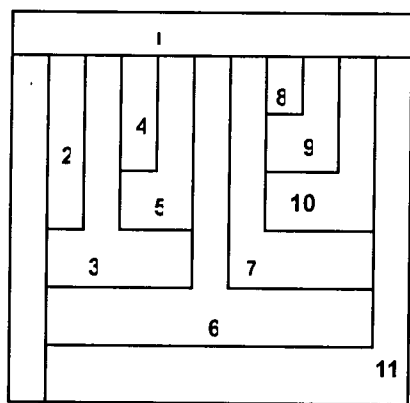
正方形用直線連起來，使直線需畫在這兩個相鄰模組的範圍內，這樣一來我們便得到一個 Podevs Drawing，並且每一個邊只會有一個轉彎處，將圖放大 Δ 倍之後，就得到一個 $n\Delta \times m\Delta$ 的 Podevs Drawing，如圖四，接著我們對每一串葉子做以下調整，就一串葉子而言，如圖五，我們可以用數學歸納法證明出只要 $\lceil n/2 \rceil \Delta \times (n-1)\Delta$ 的面積就能畫出只有一個折彎處的 Podevs Drawing，當我們適當的將比較大串的一些葉子，如圖六紅色部分，稍做旋轉之後，就可以的到一串葉子的 Podevs Drawing 使得經過調整的每一個葉子所連出去的邊都是平行的，如圖五，當我們有了這個認知後，當我們遇到整個圖時，從序列展開樹由上而下的調整每一串葉子的大小，並將必須壓縮處壓縮後，我們就得到每一個邊只有一個轉彎處的 Podevs drawing，而且我們也證明這個 Podevs Drawing 只需要面積的長加寬等於 $(3n/2)\Delta$ 就足夠了，再者所需花費的時間複雜的也是線性的。



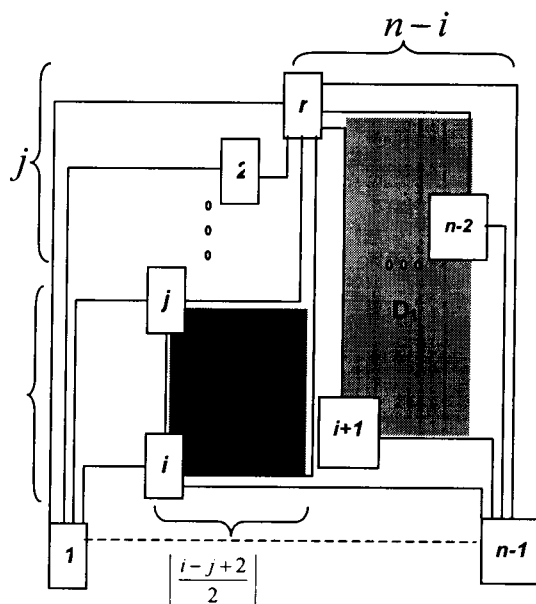
圖(四)



圖(五)



圖(三)



圖(六)

五、Rectangular Dual

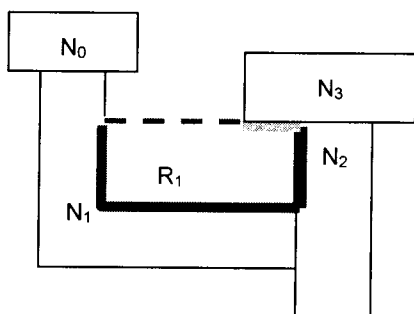
在 Liao, Lu and Yen 的結果，我們

已知序列展開樹對平面圖而言，能夠只用 I-, L-, T-模組將平面圖畫成 floorplan 使得原先在平面圖的點轉成 floorplan 裡的模組，而且如果原先在平面圖相連的兩個點對應到平面圖的兩個模組時，這兩個模組會相鄰。而一個更早更出名的結論是如果平面圖裡沒有特定的複雜三角形時，我們可以用 I-模組完成整個 floorplan，即 floorplan 中只有長方形的模組。

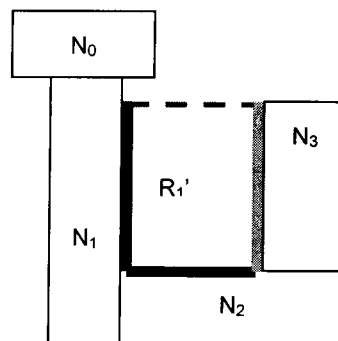
在本計畫中，我們再一次的利用序列展開樹發展出另一個演算法，只要平面圖裡沒有特定的複雜三角形時，我們可以用序列展開樹產生一個只有長方形模組的 floorplan，其演算法如下：

第一步驟：先利用 Liao, Lu and Yen 的方法，對沒有特定複雜三角形的平面圖產生一個含有 I-, L-, T-模組的 floorplan。

第二步驟：我們對每一個 L(T)-模組內部所有的模組重新的排列使內部模組能依我們所希望位置排列，如圖七到圖八，這個步驟必須依靠序列展開樹才能達到此目標，而我們所希望的排列方式能夠消去一個 L 型，對所有 L(T)-模組進行消去動作後，我們就得到一個以長方形所組成的 floorplan。



圖(七)



圖(八)

我們用數學歸納法證明了這個演算法的正確性，對這個定理做另一個證明。

六、未來展望

我們期望未來能利用序列展開樹對可切(slicible)的 floorplan 發展演算法，並利用序列展開樹提出更多的應用。

七、參考文獻

- [1] Yi-Ting Chiang and Ching-Chi Lin and Hsueh-I Lu, Orderly Spanning Trees with Applications to Graph Encoding and Graph Drawing, Proceedings of the 12th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, 2001, 506—515.
- [2] He Xin, On floor-plan of plane graphs, SIAM Journal on Computing, 28, 1999, 6, 2150--2167.
- [3] Kozminski, Krzysztof A. and Kinnen, Edwin, Rectangular dualization and rectangular

- dissections, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 35, 1988, 11, 1401—1416.
- [4] Goos Kant, Drawing planar graphs using the canonical ordering, *Algorithmica*, 16, 1996, 1, 4—32.
- [5] Kant, Goos and He, Xin, Regular edge labeling of 4-connected plane graphs and its applications in graph drawing problems, *Theoretical Computer Science*, 172, 1997, 1-2, 175—193.
- [6] G. diBattista and Peter Eades and Roberto Tamassia and I. Tollis *Graph Drawing: Algorithms for the Visualization of Graphs*, Prentice Hall, 1998.
- [7] He, Xin, A simple linear time algorithm for proper box rectangular drawings of plane graphs, *Journal of Algorithms*, 40, 2001, 1, 82—101.
- [8] R. L. Francis and J. A. White, *Facility layout and location*, Prentice-Hall, 1974.
- [9] Ching-Chi Lin and Hsueh-I Lu, Improved Visibility Drawing for Planar Graph, Working paper, 2002.
- [10] Tamassia, Roberto, On embedding a graph in the grid with the minimum number of bends, *SIAM Journal on Computing*, 16, 1987, 3, 421—444.
- [11] Chien-Chih Liao and Hsueh-I Lu and Hsu-Chun Yen, Floor-Planning via Orderly Spanning Trees, GD01, 367—377.
- [12] Markus Eiglsperger and Michael Kaufmann, Fast Compaction for Orthogonal Drawings with Vertices of Prescribed Size, GD01, 124—138.
- [13] L. Stockmeyer, Optimal orientation of cells in slicing floorplan designs, *Information and Control*, 57, 2, 1983, 91—101.
- [14] R. Otten, Efficient floorplan optimization, *Proceedings of International Conference on Computer Design*, Port Chester, New York, 1983, 499—503.
- [15] U. Fossmeier and M. Kaufmann, Drawing high degree graphs with low bend numbers, *Proceedings of the 3th International Symposium on Graph Drawing*, Lecture Notes in Computer Science 1027, 254—266.