

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

子計畫二：座標定位系統之智慧型複合式伺服設計(3/3)

計畫類別：整合型計畫

計畫編號：NSC91-2213-E-002-027-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：國立臺灣大學電機工程學系暨研究所

計畫主持人：陳永耀

計畫參與人員：巫建儀、李源華、林家全

報告類型：完整報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 11 月 3 日

一、前言

在今日，由於工業技術的快速發展，系統精密度的要求亦愈來愈高，尤以精密機械與半導體工業最為顯著；精密量測技術之目的則在於應用測量技術以提高生產力，提昇產品品質，增加產品功能，進而達到工業升級之成果。而在精密量測中，真圓度測定對於整體精密機械工具之製造尤其重要，因為許多工具成品(如軸承)，基於設計及需求考量是以類圓形方式呈現，藉由測定真圓度，就可以用來確認產品品質。例如在引擎製造工業方面，燃油噴油油針和噴嘴的真圓度和同心度，對於在引擎的性能上攸關重大，直接影響引擎的馬力、效率和廢氣排放的污染程度，同時也關係著整個引擎的壽命；另外使用於高壓力球形的閥件，對真圓度要求十分嚴格，由於閥件如果不能配合良好的同心度，運轉日久將使得高壓力閥產生洩氣現象，這在一些具有危險性管路尤須特別注意；至於在國防工業上，飛彈彈筒的真圓度更是會影響彈道的精準性，而飛彈彈筒若不能與發射台配合外甚至有膛炸之危險；除此之外真圓度還會影響機械零件機能，例如嵌入性元件密合度、軸承迴轉精度、軸承噪音、軸承摩擦、傳送精度、軸承及鋼球溫度及機件耐用度等，由此可見工業產品的真圓度影響產品品質甚鉅，故更是需要精密真圓度測定儀來檢測，而整個真圓度測定儀包含精密定位機構設計及精密加工技術、定位校正與對心技術、精密座標協調與定位伺服技術、自動化而高速量測技術等重要技術。

二、研究背景

以傳統的真圓度量測而言，以往的直徑法、半徑法、三點法...等真圓度量測方式，皆過於簡略，而有誤差產生。所謂直徑法即通常使用分釐卡或缸徑規等測量數點直徑，由最大徑與最小徑之差值，即為其真圓度，由於取點數一般有其限制，僅適用於橢圓形或偶數凸形工件之量測。所謂半徑法即通常用來量測工件半徑外形尺寸的變化量，一般可以利用圓盤指示錶來擔任這項工作，將待測工件安置於具有頂心裝置的檢查台上，此檢查台提供了一個基準軸線，故我們可將工件架於此軸線上作旋轉，待測工件旋轉一周後，觀察量錶指針上下移動量，即為其真圓度，此法未考慮檢查台旋轉中心不在待測工件圓心上，因此偏心量未作補償。所謂三點法與半徑法相似，但是把具有頂心裝置的檢查台改為 V 形鉛塊，此法未考慮形狀不均勻分佈之凸形工件之量測，因此誤差甚大。近來因電子計算機的進步，真圓度有了更精確之定義，國際標準量測真圓度的方法有以下四種：

1. 最小平方圓法(Least Squares Circle)

定義：尋找一個參考圓，使得所有測試點相對於此參考圓之距離平方和為最小，則此參考圓即為最小平方圓。由最小平方圓的圓周至記錄圖形中之最大波峰及最大波谷的徑向距離和即其為真圓度。

2. 最小外接圓法(Minimum Circumscribed Circle)

定義：尋找一個參考圓，使得所有測試點皆在此參考圓之圓上或圓內，則此參考圓即為最小外接圓。由最小外接圓的圓周至記錄圖形中之最低波谷距離即其為真圓度。

3. 最大內切圓法(Maximum Inscribed Circle)

定義：尋找一個參考圓，使得所有測試點皆在此參考圓之圓上或圓外，則此參考圓即為最大內切圓。由最大內切圓的圓周至記錄圖形中之最大波峰距離即其為真圓度。

4. 最小環帶圓法(Minimum Zone Circle)

定義：尋找一組同心圓，使得其半徑差為小。則這兩同心圓之半徑差值即其為真圓度。

上述四種真圓度之定義，最簡單也最常見的是最小平方圓，但最小環帶圓的重要性卻越來越高，如使用傳統真圓度測量儀之記錄計算四種真圓度之值時，最小平方圓之值並不難求得，但必須大費周章，才能得到最小環帶圓之值。

基於此，本計畫希望能改善傳統真圓度儀的缺點，用於圓形物體真圓度及同心度之量測方面，利用探頭自動位移機構，取得探針量測的資料，大大降低四種真圓度數值取得的困難度。在本次計畫中，真圓度機的完整架構(圖 1)，包含一高精度旋轉台、二自由度的探頭移位機構和資料及控制的處理器，整合這些新的設計機構，設計互相配合之智慧型複合式伺服控制系統，並處理所得到的量測資料，進行補償分析，以完成量測真圓度之高精度量測系統。在建立高精度量測機構後，對於複雜之環境變數的處理，並處理所得到的量測資料，進行補償分析，以完成量測真圓度之高精度量測系統。以期達成以下要求：

- (1) 提高量測定位速度，
- (2) 雙軸定位系統完成量測，
- (3) 智慧型數據分析與補償，
- (4) 量測數據之高重現性，
- (5) 完成智慧型人機介面，
- (6) 軟硬體系統整合。

三、研究工作內容

本年度本計劃(整合型計劃「智慧型高速真圓度測定儀」之子計劃二)的工作內容主要可分為三大部分：真圓度儀系統的整合、智慧人機介面的發展以及量測資料的分析。

1、 真圓度儀各部介紹與系統整合：

1.1 真圓度測定儀基本規格介紹

真圓度測定儀之主要組件包括有空氣軸承與空氣壓調節器、探測器、迴轉載物台、演算處理器及測量平台本體。就其主要功能簡介如下：

(1)空氣軸承與空氣壓調節器：

包含空氣軸承、空氣過濾器及氣壓調節閥。空氣過濾器是將空氣壓縮機送進來的空氣中灰塵及水份濾除掉，讓潔淨的空氣輸入迴轉載物台的靜壓軸承。氣壓調節閥為調節空氣輸入軸承部所需的壓力大小。

(2)迴轉載物台：

為防止載物台產生顫動及位移，迴轉載物台是由空氣軸承支撐，當空氣壓調節器輸入足夠的氣壓後始可轉動載物台。載物台備有水平位置及中心位置調整鈕。載物台可做徑向移動及傾斜角度之調整，故工件置於載物台上可調整水平及定心位置，以免工件端面與軸線不垂直，使測量的圓形變成橢圓形。軸承部之空氣層具有減震功能，可防止迴轉載物台因遭受衝擊而影響其精度。

(3)探測器：

其作用猶如槓桿式量錶之測軸，乃將探針的細小運動轉換成電子信號。其裝設於可伸縮的支臂端部，支臂本身除可以在支臂架上旋轉外，支臂架並可沿支柱的軸向做上下或旋轉移動，以使探測器能測量工件各個方向部位。其構造為線性差動變壓器(LVDT)，它有一個電樞和探針臂相連在兩感應線圈作運動並改變其間的電壓輸出，和一交流電路相連。當電樞在兩線圈中間時電橋平衡無信號輸出，移動電樞使電橋不平衡，而信號的輸出和運動成比例。

(4)中央處理單元：

由探測器測量的數據信號經由差動變壓器(LVDT)，經由 A/D 轉換予以數位化，以便中央處理單元之計算處理，最後求得真圓度值。同時探針之位置及轉盤之旋轉可經由電腦控制，而探針所量測出來的測量值亦由電腦螢幕顯示。

(5)測量部平台本體：

本體包括基座及支柱。載物台、記錄器及支柱均置於基座上。支柱在基座上可以任意旋轉，支柱頂端的升降手輪可以升降探測器。基座底下有調整螺釘，以備安裝時調整水平位置。

真圓度測定儀的架構圖如下：

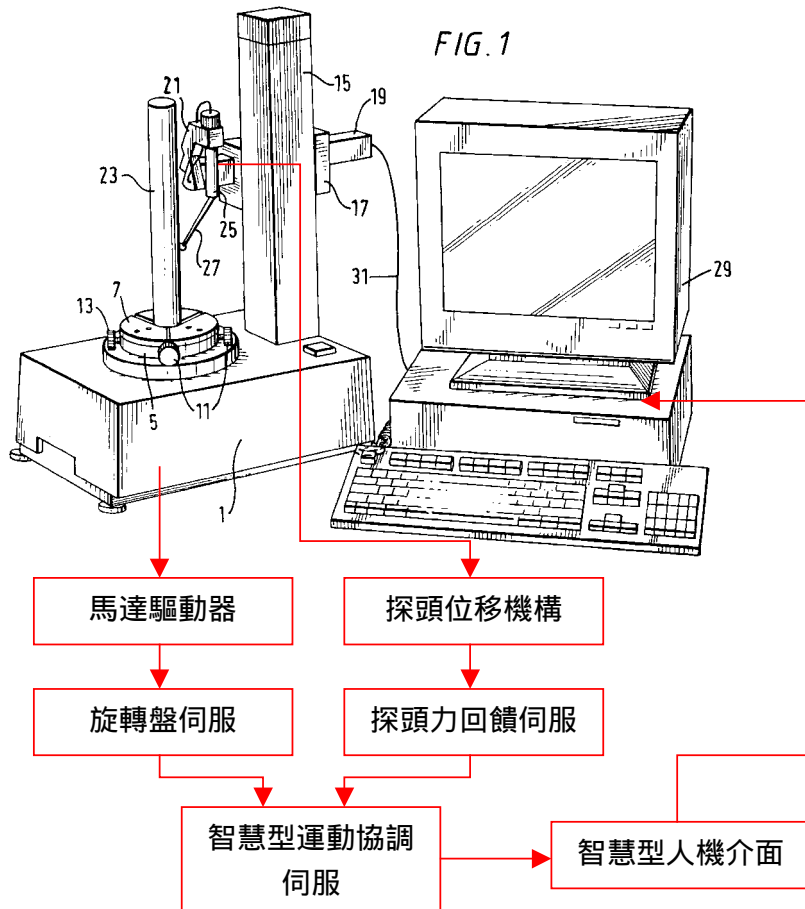


圖 1、真圓度機架構圖

1.2 真圓度測定儀細部規格及工作原理

在真圓度的實際量測方面，先將測定物裝設在迴轉台上並轉動，而以探測器抵住測定物並於轉動中讀取真圓度，如此就不必變更測定物的安裝部位，就可以測量內外、高低等不同部位的真圓度、同心度、平行度、垂直度、同軸度、平面度，真圓度的定義：以失圓 (Out of roundness) 尺寸大小表示之，即定義出理想圓的圓周與圓心，再以此理想圓定義出徑向距離差為其真圓度。

- (1) 最小平方圓法 (Least Squares Circle)
- (2) 最小外接圓法 (Minimum Circumscribed Circle)
- (3) 最大內切圓法 (Maximum Inscribed Circle)
- (4) 最小環帶圓法 (Minimum Zone Circle)

1.2.1 探頭移位機構之設計與開發

真圓度機的完整架構，除了高精度旋轉台和中央處理單元外，最重要的就屬二自由度的探頭移位機構和高精度探頭的部份，因為兩者對真圓度的精確度有著莫大的影響。

在探頭的設計與開發上，此部分之機構即為提供探頭可以水平及垂直方式移動之機構。固定探頭式之機構無法做垂直及水平方向的移動，故功能上僅可用於真圓度、同心度、真平度之量測，對於圓柱型工件之直度或傾斜度則無法得知。若提供探頭在垂直及水平方向自動移動、定位之功能，則上述之真圓度機即為一全方位之機種。探頭自動移位部分的架構如圖 2 所示。

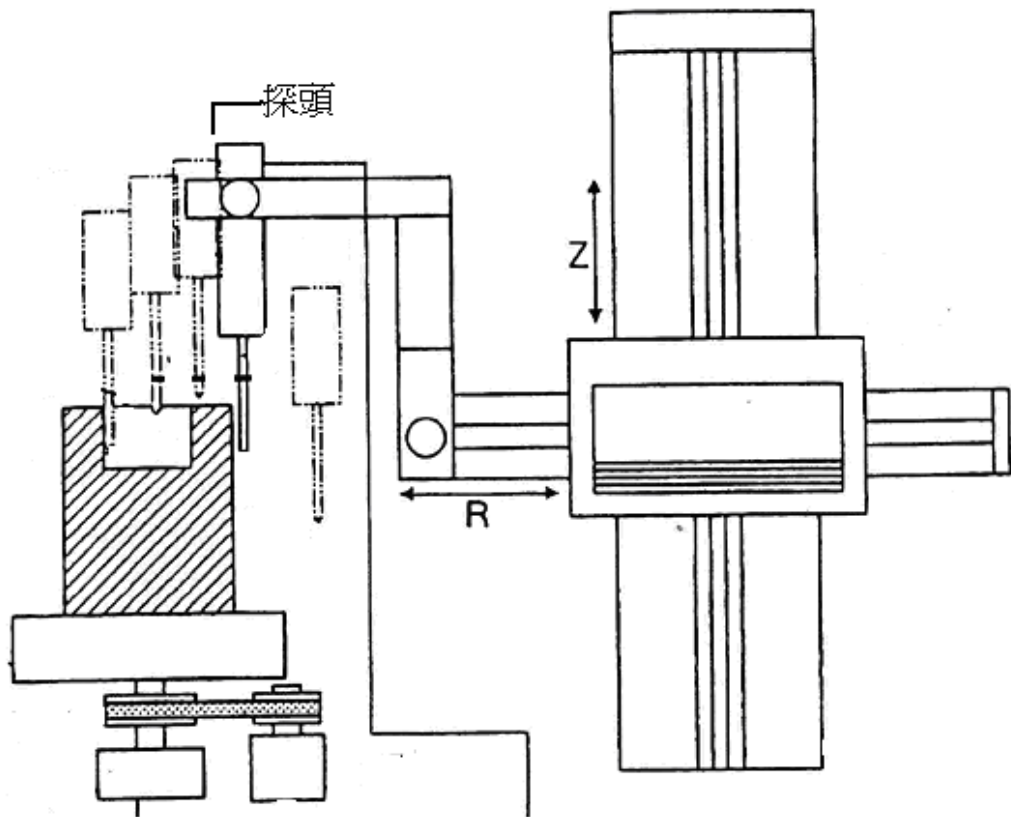


圖 2、探頭移位機構

機構可以在所示 R(水平)及 Z(垂直)兩個方向移動。由於探頭自動移動部分的機構需要高精密度之解析能力，故在信號之擷取部分採用線性光學尺感測定位信號；另在水平移動部分之驅動源，採用音圈馬達(Voice coil linear motor)直接驅動式之架構，除可降低機構在水平軸之重量外，另外亦可避免採用傳動機構(導珠螺桿)所產生之背隙及黏滑(stick-slip)現象，減少控制系統的複雜性。X-Y 機器手臂之精度(真直度)為 $0.25 \mu\text{m}/200\text{mm}$ 。此一等級之線性滑軌乃屬高精密等級之元件。

除要考慮來源外，在裝配零件時，亦需注意環境的因素，如溫度、濕度，防塵等外在不可控制因素。對於像學校實驗室等級之環境而言，實為一考驗及挑戰。

其解決途徑可以由空調設備控制改善溫溼度問題，防塵因素可以考慮在實驗室設置一潔淨罩，將裝配環境隔離出來，不受到外界塵埃的影響。

在線性滑軌的選用上，Z(垂直)軸所使用的滑軌為人機公司的 GL20 型，R(水平)所使用線性滑軌為日本 THK 公司的 LM 導軌引動器 KR33A 型，主要是由 LM 導軌及滾珠螺桿所構成。作為線性行走導軌的 LM 導軌和作為驅動機構的滾珠螺桿組合在一起。此整體型結構能節省空間，並具有高剛性和高精度特性。此導軌的特性說明如下：

(1)節省空間

兩側為軌道，中間為滾珠螺桿的 LM 導軌滾珠螺桿整體型結構以最小的尺寸獲得高剛性和高精度的引動器功能。

(2)高剛性

與以前的 LM 導軌不同，LM 導軌引動器採用了外軌道結構，進一步提高了對懸伸負荷及力矩負荷的剛性。

(3)四方向等負荷

兩列負荷鋼珠列排列在兩側行程雙列角接觸結構。此結構能承受上下左右四方向的相等額定負荷，故本裝置安裝方向不受限制。故此導軌最適宜直交座標型機器人的手臂等負荷方向不定的場所。

(4)高精度

由於四列負荷鋼珠的軌道面為圓拱槽結構，故鋼珠即使在預壓下也能輕快地滾動。預壓消除了間隙，提高導軌的剛性，因變動負荷引起的摩擦阻力的變動被控制在最小限度。從而能達到次微米級的高精度傳送。驅動滾珠螺桿之軸和 LM 導軌成一直線，這一有利的排列減少了縱向和左右搖擺的反效果。軌道的 U 型截面部分能減輕重量，減小歪斜。故即使導軌一側也能支撐負荷。

(5)防塵

KR 型的防塵措施採用末端和側面密封墊片。

(6)潤滑

為了充分發揮線性行走系統的功能，必須進行潤滑。不給予潤滑會加速滾動部分的磨耗，從而縮短使用壽命。通常，每行走 100km 須加注潤滑脂，但加注間隔由工作條件而定。

(7)XY 托架

用於安裝 LM 導軌引動器 KR 型的托架以標準化。用鋁合金製成的托架重量輕，從而減少了慣性。

在馬達方面，主要控制探頭於 R(水平)及 Z(垂直)兩導軌的移動，用於 R(水平)的為 S-Line 公司 SPR20B10-05P 型馬達，驅動器型號為 UDK5114N，此馬達為五相步進馬達，利用方波頻率來控制位移，Z(垂直)的則為 YASKAWA 公司的 SGM-02B314 型馬達，此馬達為 AC 伺服馬達，但同樣是利用方波頻率來控制位移大小。

旋轉台設計圖及實體圖如下：

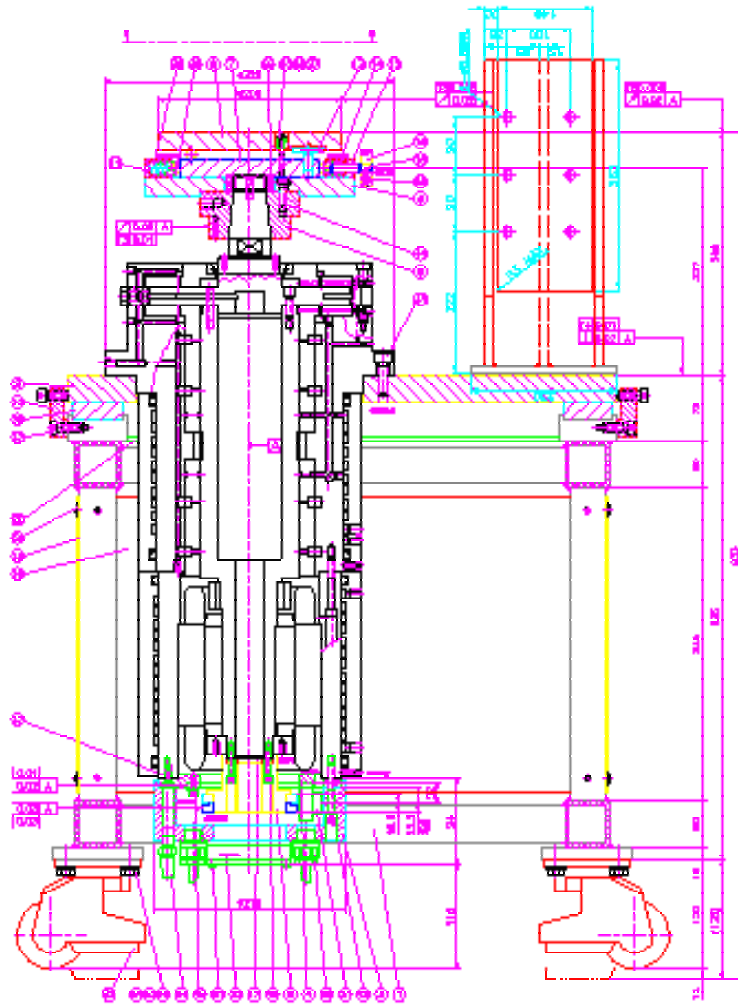


圖 3、旋轉台設計圖



(a)



(b)

圖 4、(a)旋轉台側視圖 (b)旋轉台正視圖

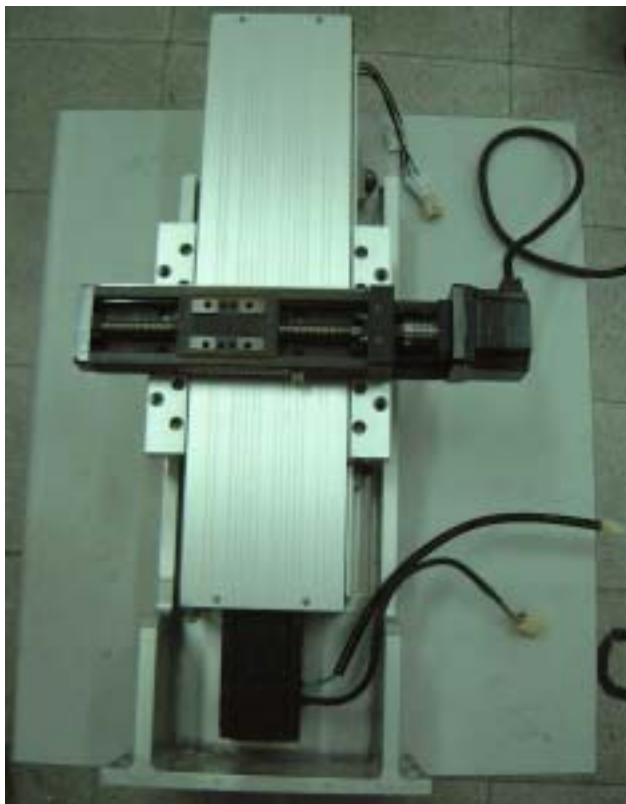


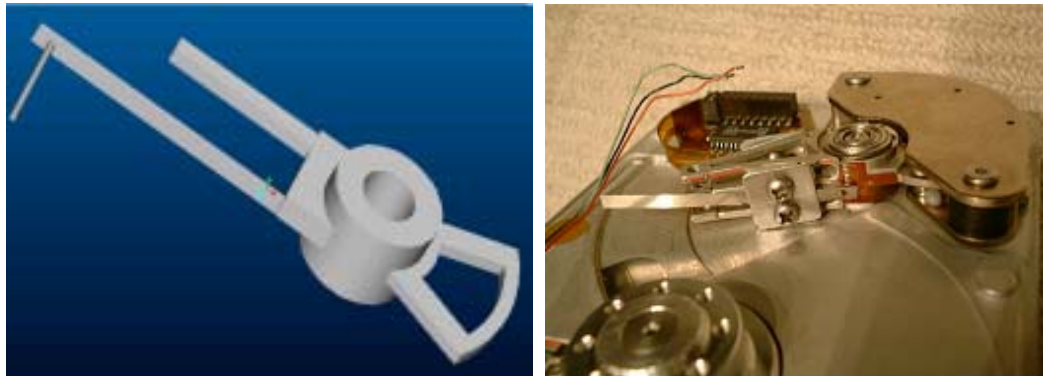
圖 5、探頭移位機構外觀圖

1.2.2 探針結構規劃與設計

探針 (Probe) 在各種座標測定儀器中是一項非常關鍵的技術，因為所要量測工件的精密度為毫微米，甚至是精度更小的單位，而探頭本身所有的誤差直接造成量測的不準度，因此探頭的設計將影響到系統整體量測的準確度。本計劃以力回饋控制法則建立穩定的探針接觸力，同時以減振控制壓制探針因摩擦表面索引器的振動。

探頭在所定義的軸向運動的時候，由於工件幾何形狀的改變，會造成探頭垂直於幾何改變軸的運動，一般而言，這個運動會提供這個軸向幾何量測的數據。對於在真圓度測量的應用中，此原理有的時候會應用在不同的運動方向，藉著探針受力位移的狀況了解受測物的幾何形狀，進而達到量測的目的。較為精密的探頭設計都被視為次微米級的量測設計，探測針探測技術的精確度會受到探測頭與待測工件之間相互作用之物理和幾何因素的影響，例如摩擦力、探測時所施加的應力與探測頭的形狀與尺寸等等。而為了兼顧不傷害待測工件表面與維持在一定量測速度下工件和探測頭的充分接觸，在此範圍內探測頭不可以切入待測物件表面太深，因此探頭機構上必須有控制力的裝置，國際間的公認標準值是探針與待測物件表面不超過 70mgW，也就是 0.686mN。

探針結構設計與實體圖如圖 6 所示：



(a)

(b)

圖 6、(a)探針結構示意圖 (b)加工探針實體圖

音圈馬達的驅動臂之一端為固定探針端 (探針懸臂長 50mm、寬 3mm，探頭直徑 0.2mm，如圖 6 所示)，用以探測工件表面，並在根部貼上應變規，同側延伸出一根細樑以推動線性差動變壓器 (LVDT)。



圖 7、探針實體圖

探針部分之控制方面有三個組件，為應變規、音圈馬達及線性差動變壓器。

- (1)應變規：反映出探針與待測工件表面接觸力。
- (2)音圈馬達：精確調整探針的位置，使探針在工件表面維持等力。
- (3)線性差動變壓器(LVDT)：為機電轉換器的一種。可以將一個物件之直線運動的機械變化量轉換成相對應的電子信號。

其中 LVDT 的可動元件是一個具透磁性之管狀鐵心，此鐵心可以在中空成型之線圈內自由移動，並和欲測量位置之物件結合在一起。LVDT 的輸出信號就是兩組次級線圈之間的交流電壓差，此電壓差會隨著鐵心在線圈內之位置而改變。通常為了方便使用，此交流輸出電壓會再經由電子迴路的處理，轉換為高準位的直流電壓或電流，如圖 8。LVDT 在此扮演的角色是要反映出音圈馬達帶動探針懸臂移動的距離，換言之，即為待測工件表面粗糙度。

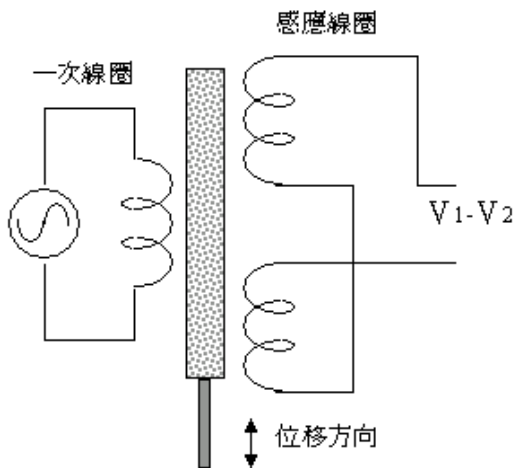


圖 8、LVDT 示意圖

由於探針機構必須要有控制力的方法來確保探頭有充分接觸到工件表面，所以本儀器利用力回授的方式來控制，其控制流程如圖 9：

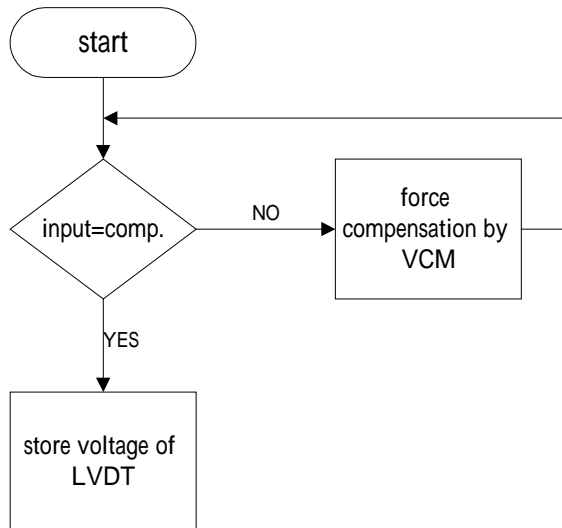


圖 9、力回授流程圖

探頭與工件的接觸力定於 70mgW，此值對應到數位訊號處理器的一個比較值 (compare)，過程中就是不斷的取值來與此值做比較以達到量測環境的穩定。量測之初，工件開始旋轉，應變規的信號輸出線接到數位訊號處理器的輸入，當數位訊號處理器收到與此比較值不同的訊號時，輸出一訊號以啟動音圈馬達去做探針位置的矯正，調整的過程當中，數位訊號處理器不斷地比較輸入值與設定之接觸力值，直到兩者相等，讀取此時 LVDT 之訊號，經由一比例換算，相當於音圈馬達驅動臂有多少位移，也就是工件表面凹凸的情況。

1.3 真圓度測定儀的系統整合

待真圓度測定儀各部硬體架構完成後，將人機介面與實際硬體系統整合，這之間還會關聯到各種馬達之控制，包含探頭移動機構中的高度、水平控制，旋轉平台中的迴轉載物台旋轉速度，皆須利用馬達的控制來達成使用者的要求，因此我們試著將人機介面結合此項控制來進行操作。

如圖 10 所示，我們將真圓度測定儀的軟硬體整合架構分為四大部分，分別是(1)馬達定位、(2)探針量測、(3)旋轉平台和(4)人機介面四部份；軟硬體之間的信號溝通、資料傳輸及控制命令下達主要是由 PC Based 的 12 bits A/D 卡來負責。

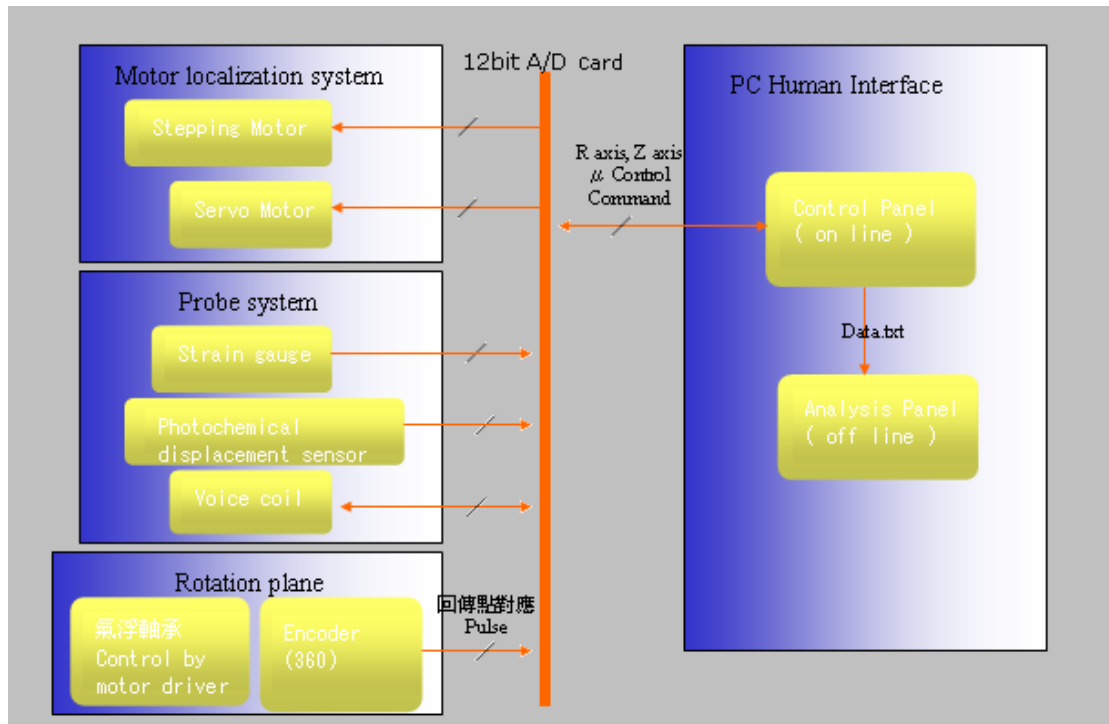


圖 10、真圓度量測儀整合方塊圖

(1)馬達定位方面：

R 軸的步進馬達直接透過該馬達的驅動器驅動，由 PC 透過 A/D 卡將給定的脈波訊號至驅動器的正反轉接頭，即可控制探針平台靠近或遠離工件，脈波數目即決定行程大小，其關係為 $6.020 \mu\text{m}/\text{pulse}$ ；在垂直方向的 Z 軸上，同時輸入伺服驅動器的訊號有兩種，分別是電壓符號及脈波，脈波搭配高電位（5V）的電壓符號輸入即是對馬達下正轉的指令，反之，脈波配合低電位（0V）的電壓符號輸入則是馬達反轉指令，同樣是以輸入脈波數來決定上下行程大小，其關係為 $1.233 \mu\text{m}/\text{pulse}$ 。

(2)探針量測方面：

如上圖所示主要可分為應變規、光纖位移感測器以及音圈馬達三各部份，利用關鍵的三個元件，設計出可提供力回授的探針系統，來建立穩定且適當的探針接觸力。下面簡述其動作原理，至於詳細的控制原理請參考子計畫三的内文；探針系統的主體結構為音圈馬達，音圈馬達的驅動臂之一端為固定探針端（探針懸臂長 50mm、寬 3mm，探頭直徑 0.2mm），用以探測工件表面，並且在驅動臂的根部貼上應變規，同時在適當距離處固定光纖位移感測器，整個完整的探針結構體架在水平軸步進馬達的平台上。當使用者在 PC 端下達探針控制命令時，應變規（反映出探針與待測工件表面接觸力）和音圈馬達（精確調整探針的位置）使探針針頭接觸工件並在工件表面維持等力，爾後隨著工件旋轉，音圈馬達會帶動探針懸臂移動細微距離，此時藉光纖位移感測器即可偵測出此位移，換言之，即為待測工件表面粗糙度的資料。

(3)旋轉平台方面：

由圖 10 可看到氣靜壓軸承旋轉平台不在我們的整合範疇，也就是無法用 PC 人機介面去控制轉速，直接由馬達硬體驅動器的面板控制，因為旋轉平台最高轉速為 6RPM，我們希望將其固定轉速在 2~3RPM 帶動工件轉動，讓使用者不要透過 PC 任意調整轉速；另外驅動氣靜壓軸承不但需要高電壓(三相 220V 輸入馬達)，還需要靠壓縮機供給軸承氣壓力(6 bar)，所以量測前還須等壓縮機一段時間取得推動氣浮軸承所需的壓力。在這部份唯一和 A/D 卡有聯繫的是 Encoder Sensor 如圖 11，我們在軸承下方安裝了解析度為 360 格/一圈的 Encoder，透過 Sensor 可將目前平台所在角度(相對於一開始的起點)記錄下來，透過 A/D 卡送回給 PC。

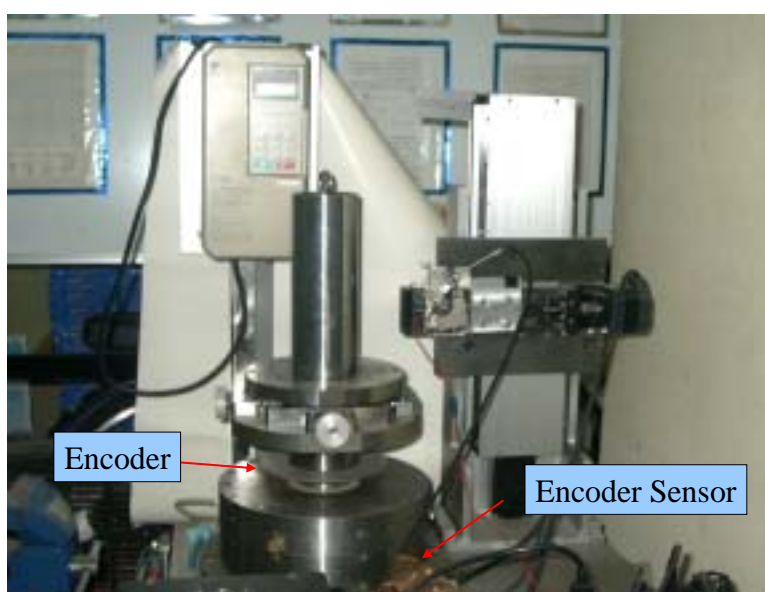


圖 11、Encoder 與 Encoder Sensor 的架設位置

(4)智慧型人機介面的部分：

由圖 10 可知，我們將人機介面歸分為兩類：Control Pannel 與 Analysis Pannel，其中 Control Pannel 因為要即時控制真圓度儀的各部馬達，包含 R 軸與 Z 軸定位，最重要的是音圈馬達的即時控制，關係著量測資料的精確度，所以這部分的控制是 On line 的；而 Analysis Pannel 因為需要耗用電腦 CPU 的速度，若同時控制與作接受資料的分析，將會影響控制的速度，以致造成延遲而無法完成即時控制的要求，進而影響真圓度的精確度。

2、 真圓度儀的軟體介面：

2.1 人機介面的概觀與簡介

智慧型人機介面主要可分為三部份如圖 12 所示：

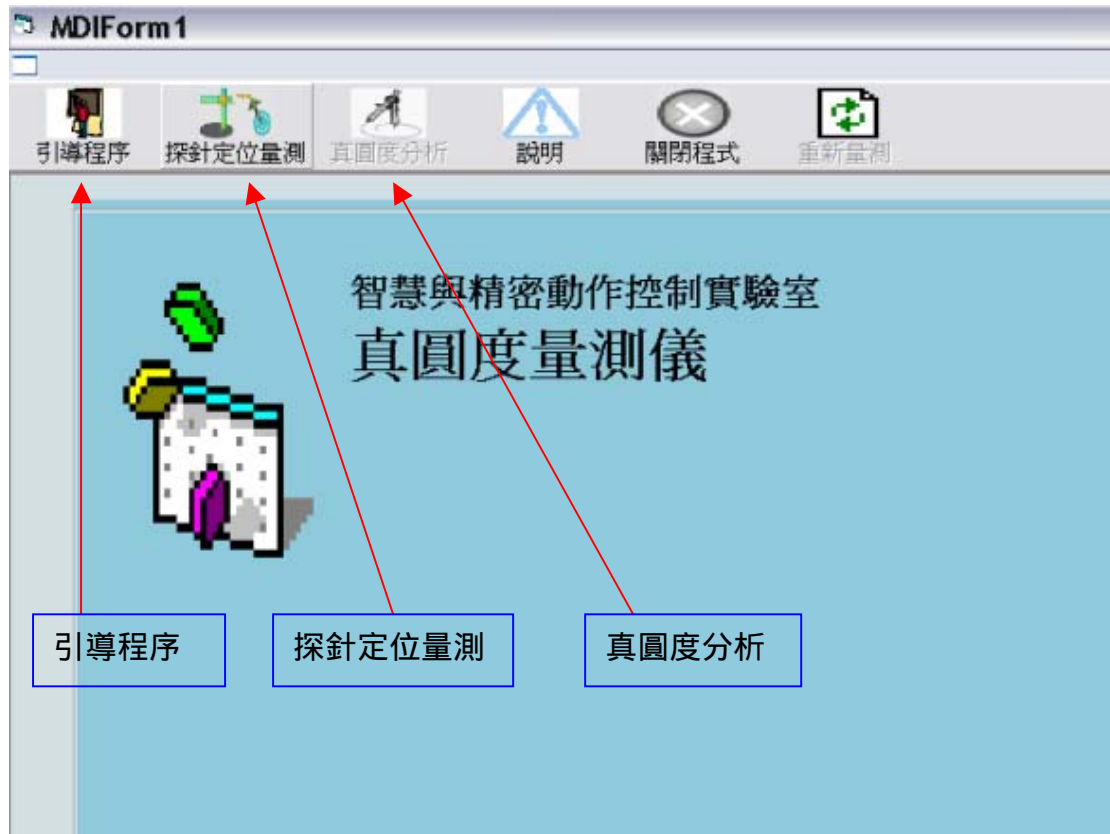


圖 12、人機介面的概觀

(一)、引導程序主要是帶領使用者完成真圓度儀量測前的前置作業，包含：

(1)調整旋轉平台水平

在壓縮馬達打開之前，旋轉平台因為氣浮軸承尚未有氣壓而固定不動，此時用水平校正儀校正，確保旋轉平台沒有傾斜；待氣浮軸承充滿氣壓帶動平台轉動後(步驟(2))，需要再校正一次，以期完全濾除平台傾斜的誤差。

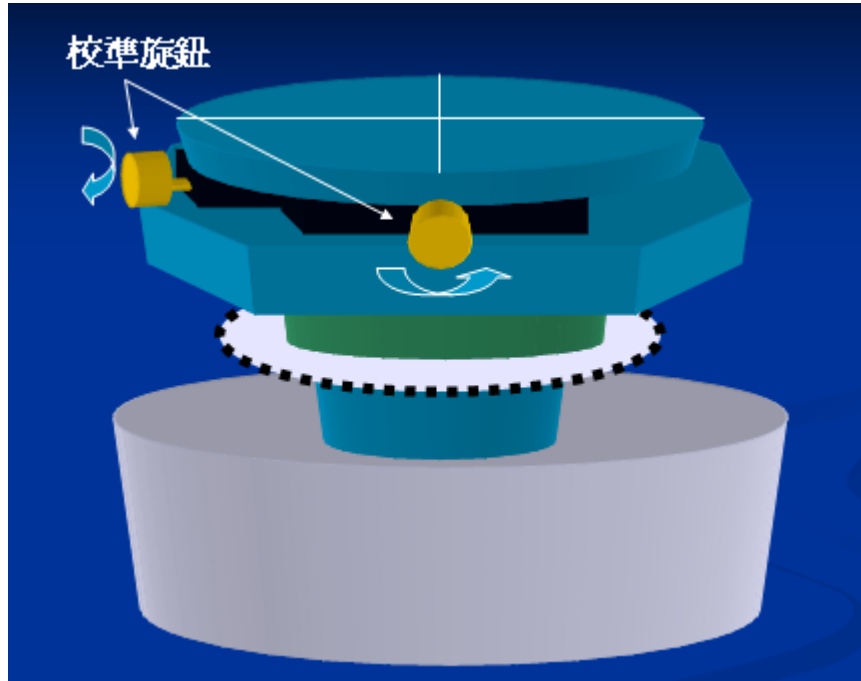


圖 13、校正旋轉平台的水平

(2)主機電源、空壓機電源開啟及裝上 Encoder Sensor

啟動壓縮，讓氣浮軸承充滿氣壓而帶動平台浮起，另外還需得將 Encoder Sensor 裝置(圖 14)以及 Encoder reset(圖 15)裝上去，以取得相對應的角度。

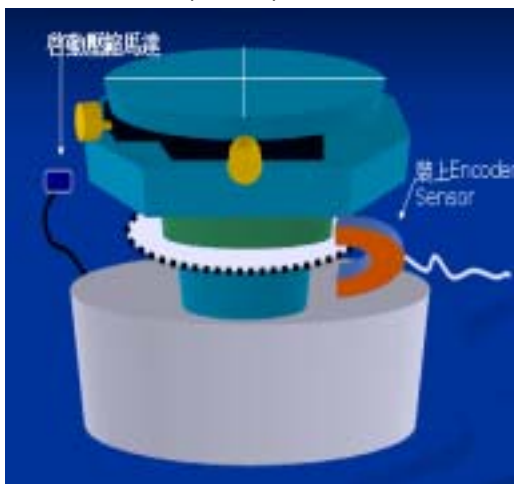


圖 14、Encoder Sensor 裝置

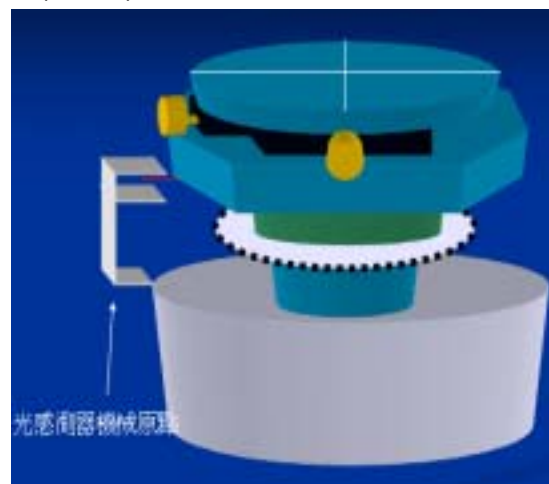


圖 15、機械原點的裝置圖

(3) 置工件於測定台中央

等水平校正完後，將待測工件儘可能放至於旋轉平台的中心附近，若偏心太嚴重，會造成探針觸碰不到工件，如圖 16 探針的 beam 長 5 公分，音圈馬達的可轉角度約 30 度，所以 μ controller 工作範圍約為 2.5 公分。

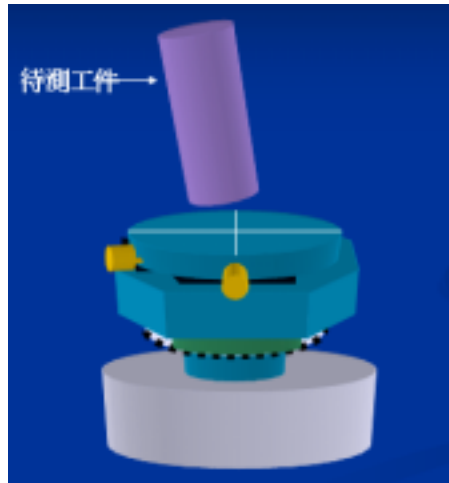


圖 15、工件的擺設

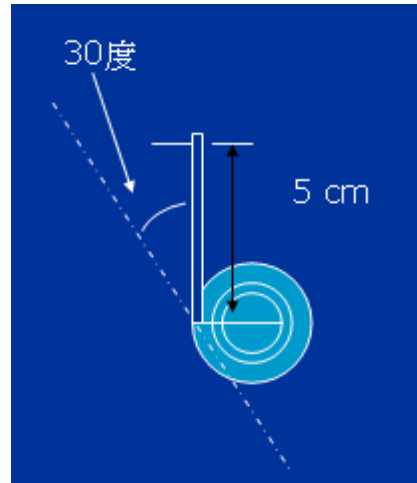


圖 16、音圈馬達的工作範圍

(4) R 軸與 Z 軸重置

將伺服馬達與步進馬達接上電源，並將水平(R 軸)的馬達回歸原點(最右側)，以及垂直(Z 軸)的馬達降到最低處；完成雙軸的定位重置，如此量得的工件資料才不會有誤差。

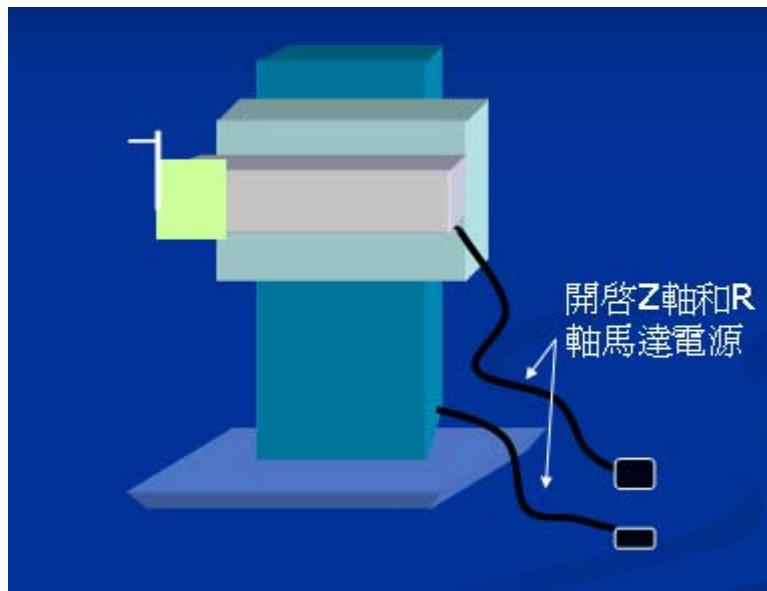


圖 17、R 軸與 Z 軸示意圖

(5) 設定光纖位移感測器

將光纖位移感測器裝置在音圈馬達的主體並將其固定之。

(二)、探針定位量測的介面如圖 18：



圖 18、控制介面

主要分為馬達控制和 μ 控制法則兩部份，馬達控制是要來做探針的 Z 軸和 R 軸的定位，一開始使用者可以先輸入工件的高度(圍於 Z 軸的滑軌以及探頭的機構，可量測高度限於 12~28 公分)，之後使用者可以輸入欲定位的高度做量測，待高度定位後，按“水平固定”的按鈕，探針針頭會一直前進直到碰到工件為止，此時定位控制即告一段落； μ 控制法則的部份則會開啟，只要先選擇欲儲存的檔案後，按下“Mu 控制啟動”的按鈕即可， μ 控制法則的定理可參考同計劃之子計畫三的詳細說明。

(三)真圓度分析的介面如圖 19：



圖 19、分析的介面

首先，使用者可以選擇欲讀取的檔案，若選取的檔案是空的將要求再選一次，之後“下載資料”按鈕可以將所選取的數據顯示在“探針移位及角度”的欄位，如圖 20，第一行代表的是光纖位移感測器回傳給 A/D 卡的電壓變化量(單位伏特)，而第二到第三行則是由 Encoder Sensor (光感測器)回傳每一點電壓對應的 Encoder 值。

探針位移及角度			
0.581643869076698	0	9	6
0.581643869076698	0	9	6
0.552332681973621	0	9	6
0.527906692721055	0	9	6
0.586529066927211	0	9	6
0.591414264777724	0	9	6
0.523021494870543	0	9	6
0.532791890571568	0	9	6
0.518136297020030	0	9	6

圖 20、量測所得的 profile 以及 encoder

按下“真圓度分析”則會完成真圓度值的分析，並將分析的結果輸出在左邊的欄位，如圖 21，將四種真圓度的定義，包含各真圓度值、對應的半徑以及圓心計算出來，由圓心的位置可以知道工件的偏心程度。

最小平方圓		最大內切圓	
真圓度	0.2492	真圓度	0.0449
半徑(cm)	4.0293	半徑(cm)	4.0122
圓心 X	-0.0714	圓心 X	-0.0104
圓心 Y	-0.1280	圓心 Y	-0.0026
測量點數	40		
最小外接圓		最小環帶圓	
真圓度	0.0281	真圓度	0.0284
半徑(cm)	4.0398	內圓半徑(cm)	4.0118
圓心 X	-0.0287	外圓半徑(cm)	4.0402
圓心 Y	-0.0060	圓心 X	-0.0193
		圓心 Y	-0.0043

圖 21、各種真圓度的分析結果

等到分析結果出來，還可以選擇繪出各真圓度(最小平方圓、最大內切圓、最小外接圓、最小環帶圓)的圖形(圖 21)以及表面粗糙度分析，其中表面粗糙度可以定義為所有的資料點與最小平方圓、最大內切圓與最小外接圓的半徑差，比較圖 22、圖 23 以及圖 24(縱軸的單位是公分)，照理說資料點與最大內切圓的半徑差應該都是大於零，而與最小外接圓的半徑差的曲線分布應該都是小於零，可是上述是假設工件完全沒有偏心的情形，如果工件有偏心，圖 24 的分布就不一定皆大於零，而圖 25 的分布也就不一定全小於零。

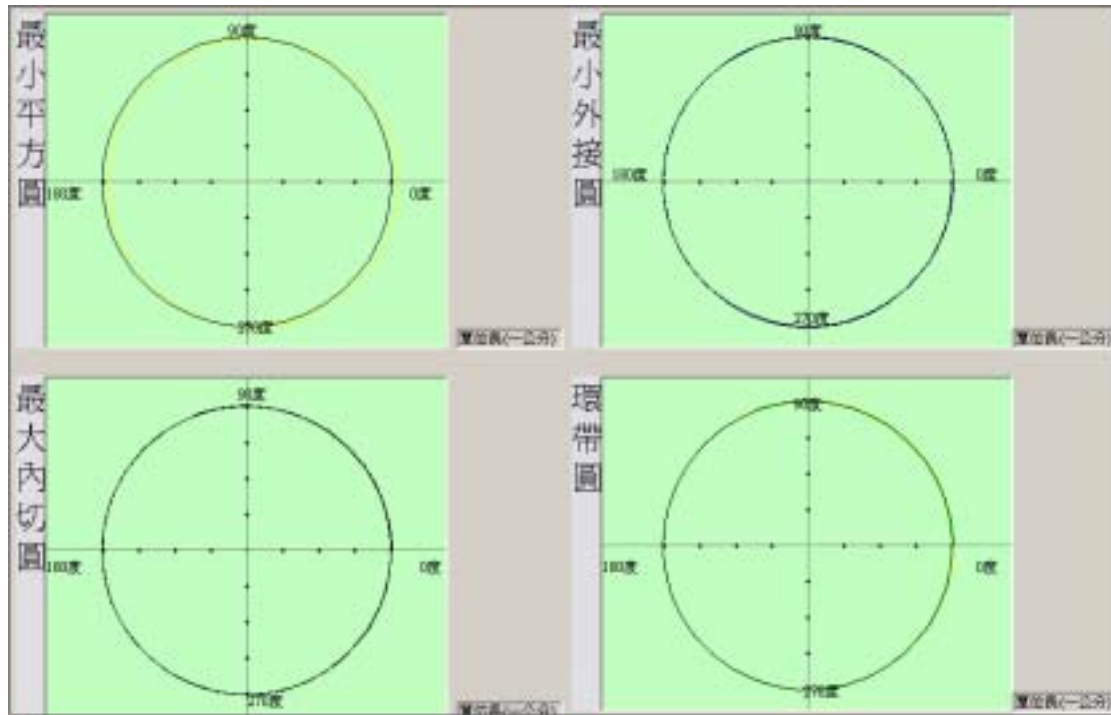


圖 22、四種真圓度的分析圖形



圖 23、資料點與最小平方圓半徑差



圖 24、資料點與最大內切圓半徑差



圖 25、資料點與最小外接圓半徑差

2.2 智慧型人機介面的流程圖

大致的流程如圖[2.2-1]所示，其中淺色的方塊代表是軟體的部份而深色的方塊則代表是硬體的部分：

執行程式一開始會要求使用者按照引導程序，做第一步的平台校正，雙軸(R軸與Z軸)馬達重置與 Encoder Sensor 等的架設，待一切啟動程序完成之後，使用者可輸入量測參數的初始設定，這其中包括輸入工件高度、欲量測的高度以及欲儲存的檔案檔名，之後“探針水平定位”按鈕會將水平馬達延伸至探針針頭觸碰到待測工件為止，並記錄此時水平馬達所行走的距離以倒推算針頭道旋轉平台中心的距離，同時程式會開啟文字檔將光纖位移感測器量得的位移電壓變化以及對應 Encoder 數值寫入，等旋轉平台旋轉一圈或兩圈後，可按下“探針停止”鈕停止控制以及關閉檔案；此時資料的收集算是告一段落，切換到分析的介面，可選擇欲分析的檔案資料，計算其四種定義的真圓度，繪出相對應的真圓度圖和資料點的表面粗糙度，之後使用者可以選擇關閉程式或者是重新選擇另一個高度再量測依次，至此是整個真圓度量測儀的操作流程。

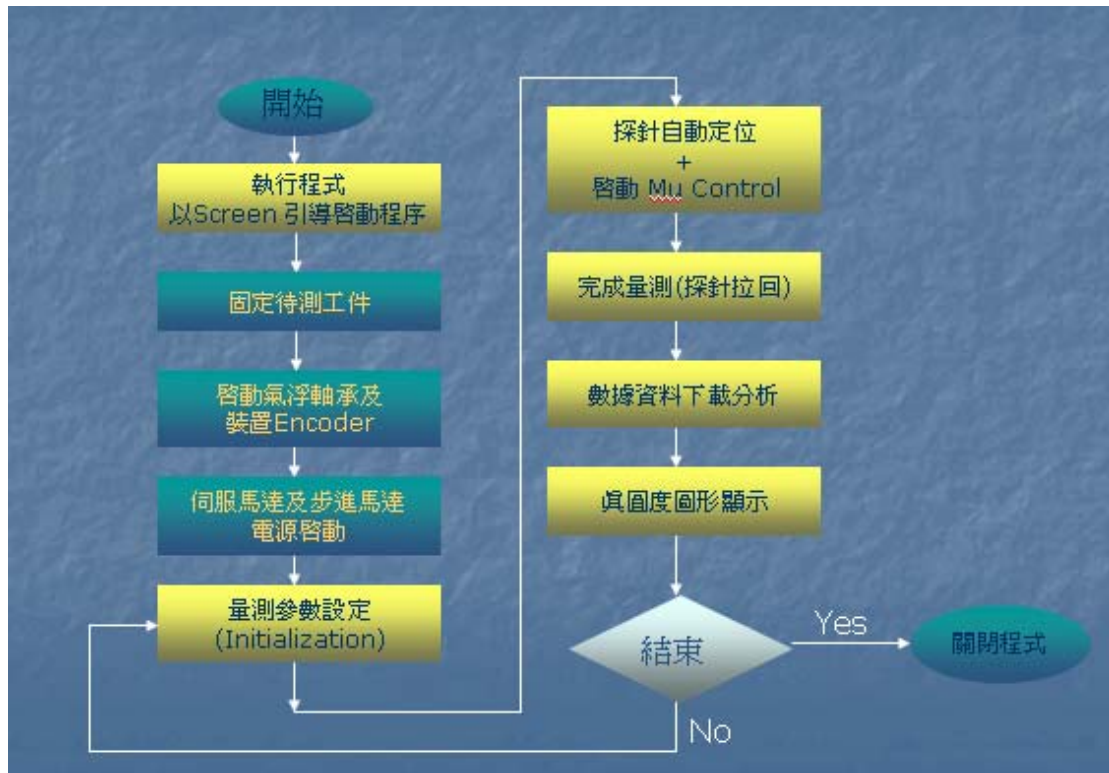


圖 26、系統流程圖

3、 真圓度資料分析的演算法：

決定真圓度需要量度工件表面其不規則性(一般稱之為起伏或波峰、波谷)，一般所通稱的工件，實際上是有些起伏存在，這是一個很重要的現象。它們不僅僅是理論上的觀念，亦為所有機件在操作時的一個重要特性。本節主要針對真圓度的基本定義，利用四種方法來計算其真圓度。

3.1 真圓度基本定義

一般所謂的理想圓，在幾何上的定義即為一個在全圓周皆存在相等半徑的圓。然而以數學的觀念，即是與某一固定點在同一平面上成等距離的所有點的集合。而在循圓測試的軌跡上，由於工具機零組件的製造、組裝、控制系統的控制方式、外在環境如振動等因素所造成之影響，以致絕對無法達到理想圓的情況，也就是循圓軌跡偏移理想圓的程度。那麼如何決定循軌中心點呢？為便於尋找中心點，則真圓度可以定義為兩個能包絡循圓軌跡的同心圓之最小半徑差。

國際標準局之 ISO 4291-1985 標準與日本之 JIS 7451 標準中指出了真圓度的相關說明，其中包括了真圓度的定義、量測方法及計算方法。這些標準中，定義了如下的真圓度：

真圓度以其實際輪廓相對於理想圓的徑向偏移量表示，即相對於同一圓心之最大半徑與最小半徑的差值，定義該圓心的方法有下列四種：

- (1)最小平方圓心(LSC)：最小平方圓之圓心。
- (2)最小外接圓心(MCC)：外部表面的最小外接圓之圓心。
- (3)最大內切圓心(MIC)：內部表面的最大內接圓之圓心。
- (4)最小環帶圓心(MZC)：最小環帶圓之圓心。

3.2 最小平方方法(Least Square Method)理論分析

最小平方圓的定義是由參考圓中心至外圍輪廓圓之徑向距離平方和為最小。在循軌過程中會有偏心產生，即設定的循軌中心與待測物工件中心不一致，如圖 27 所示。

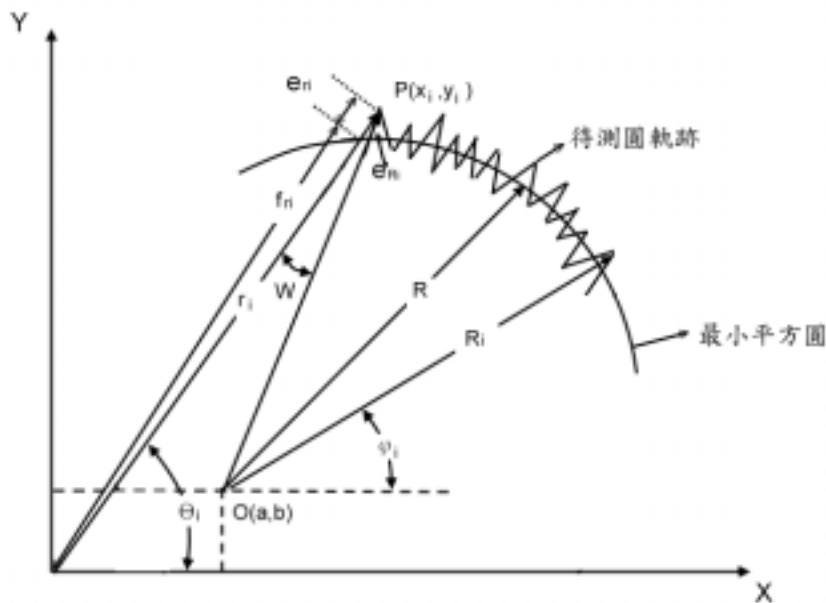


圖 27、最小平方圓各參數幾何關係之模型示意圖

量測基準中心在 X-Y 座標系的原點，而最小平方圓的圓心為 $O(a, b)$ ，半徑為 R ， $P(x_i, y_i)$ 為探針量測到的資料點，而 $P(x_i, y_i)$ 至最小平方圓圓周上的徑向距離為 e_{Ri} ， n 為量測的點數。

最小平方圓真圓度誤差為

$$\max_{i=1 \sim n} e_{Ri} - \min_{i=1 \sim n} e_{Ri}$$

(3-1)

)

$$e_{Ri} = R_i - R$$

(3-2)

)

即

$$e_{ri} = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} - R, \theta_i = \frac{2\pi i}{n}, i = 1 \sim n$$

(3-3)

)

$$x_i = r_i \cos \theta_i, y_i = r_i \sin \theta_i$$

令

$$I = \sum_{i=1}^n e_{Ri}^2 = \sum_{i=1}^n (\sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} - R)^2 = \min$$

(3-4)

)

I 的值取決於 a、b 以及 R 這些參數，如果要使 I 的值為最小，則 I 對 a、b 及 R 的偏微分均為零，即 $\frac{\partial I}{\partial a} = 0$ ， $\frac{\partial I}{\partial b} = 0$ ， $\frac{\partial I}{\partial R} = 0$ ，由此來解出 a、b 及 R 的值。

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial a} &= -2 \sum_{i=1}^n \left(\sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} - R \right) \times \left(\frac{x_i - a}{\sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2}} \right) \\ &= -2 \sum_{i=1}^n \left((x_i - a) - \frac{R(x_i - a)}{\sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2}} \right) = 0 \end{aligned}$$

(3-5)

)

另外由圖 27 可計算得知

$$\cos \phi_i = \frac{x_i - a}{\sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2}}$$

(3-6)

)

將(3-6)代入(3-5)，則可以得到

$$\sum_{i=1}^n (x_i - a) - R \sum_{i=1}^n \cos \phi_i = 0 \quad (3-7)$$

)
 由式(3-3)可以得知， a 為定值，也就是 ϕ_i 為等角度，但是因為偏心的情況，所以 ϕ_i 並不是等角度變化，而是不定值，所以 $\sum_{i=1}^n \cos \phi_i \neq 0$ ，而由式子(3-7)可得

$$\begin{aligned} R \sum_{i=1}^n \cos \phi_i &= \sum_{i=1}^n x_i - na = \sum_{i=1}^n r_i \cos \theta_i - na = \sum_{i=1}^n (e_{ri} + f_{ri}) \cos \theta_i - na \\ &= \sum_{i=1}^n e_{ri} \cos \theta_i + \sum_{i=1}^n f_{ri} \cos \theta_i - na \end{aligned} \quad (3-8)$$

)
 接下來要用到投影的觀念，如圖 27 所示，現在有兩個方向向量， $\vec{\alpha} = (a, b)$ ， $\vec{b} = (\cos \theta, \sin \theta)$ ，而 $\vec{\alpha}$ 投影到 \vec{b} 為

$$|\vec{\alpha}| \cos \omega = \frac{|\vec{\alpha}| |\vec{b}| \cos \omega}{|\vec{b}|} = |\vec{\alpha}| |\vec{b}| = a \cos \theta + b \sin \theta \quad (3-9)$$

)

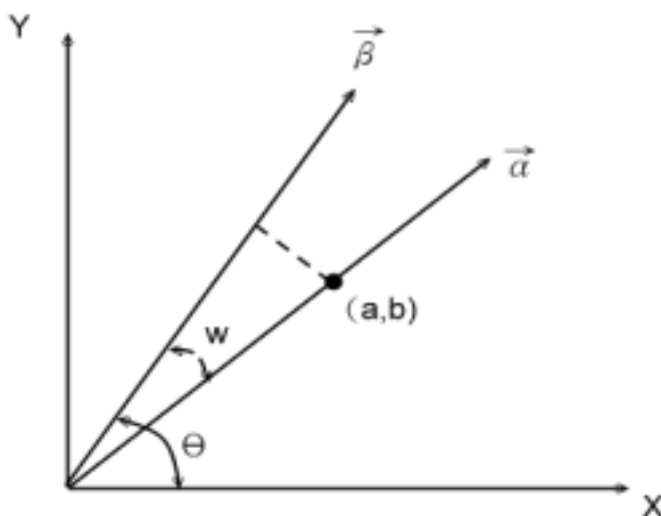


圖 28、兩方向向量投影示意圖

利用上述投影的觀念，

$$e_{ri} = r_i - f_{ri} = r_i - (a \cos \theta_i + b \sin \theta_i + R \cos \omega_i) \quad (3-10)$$

)

因為 為等角度，所以 $\frac{\partial e_{ri}}{\partial a} = 0$

令
$$J = \sum_{i=1}^n e_{ri}^2 = \sum_{i=1}^n [r_i - (a \cos \theta_i + b \sin \theta_i + R \cos \omega_i)]^2 \quad (3-11)$$

)

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial a} &= -2 \sum_{i=1}^n [r_i - (a \cos \theta_i + b \sin \theta_i + R \cos \omega_i)] \cos \theta_i = 0 \\ &= -2 \sum_{i=1}^n e_{ri} \cos \theta_i = 0 \end{aligned} \quad (3-12)$$

)

即
$$\sum_{i=1}^n e_{ri} \cos \theta_i = 0 \quad (3-13)$$

)

同理，因為 為等角度，所以 $\frac{\partial f_{ri}}{\partial a} = 0$

因為 $f_{ri} = a \cos \theta_i + b \sin \theta_i + R \cos \omega_i$

所以
$$R \cos \omega_i = f_{ri} - a \cos \theta_i - b \sin \theta_i \quad (3-14)$$

)

令
$$k = \sum_{i=1}^n (R \cos \omega_i)^2 = \sum_{i=1}^n (f_{ri} - a \cos \theta_i - b \sin \theta_i)^2 \quad (3-15)$$

)

$$\frac{\partial k}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (f_{ri} - a \cos \theta_i - b \sin \theta_i) \cos \theta_i = 0$$

(3-16)

)

又根據式(3-3)，可以得知 $\sum_{i=1}^n \cos^2 \theta_i = \sum_{i=1}^n \frac{1 + \cos 2\theta_i}{2} = \frac{n}{2}$

(3-17)

)

$$\sum_{i=1}^n \sin \theta_i \cos \theta_i = \sum_{i=1}^n \frac{\sin 2\theta_i}{2} = 0$$

(3-18)

)

代入式(3-16)可得

$$\sum_{i=1}^n f_{ri} \cos \theta_i = \frac{na}{2}$$

(3-19)

)

將式(3-13)和式(3-19)代回式(3-8)可得

$$R \sum_{i=1}^n \cos \phi_i = \frac{1}{2} na - na = -\frac{1}{2} na$$

(3-20)

)

再將(3-20)代回式(3-7)可解得 a

$$a = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n r_i \cos \theta_i$$

(3-21)

)

同理可解得 b

$$b = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n r_i \sin \theta_i \quad (3-22)$$

)

而

$$\frac{\partial I}{\partial R} = -2 \sum_{i=1}^n [\sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} - R] = 0 \quad (3-23)$$

)

所以

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} \quad (3-24)$$

)

由此解出 a、b 與 R 的值，其中 (a, b) 為最小平方圓的圓心，而 R 為最小平方圓的半徑。

3.3 最小外接圓(Minimum Circumscribe Circle)

利用真圓度測定儀上的探針所量取的資料點 $P_i (x_i, y_i)$ ，若能找到一個參考圓，能將所有的資料點都包含在圓上或圓內，那麼這些參考圓都叫做外接圓。而這些包含所有資料點的圓中，半徑最小者即為最小外接圓。不過最小外接圓並無法從定義直接求得，比較傳統的解法即為列舉法，在所有的資料點當中任取三個點，而這三個點即可決定一個圓，所以當資料點有 n 個點時，即可決定 C_3^n 個圓，這所有的圓再選出符合最小外接圓的定義，即所有資料點皆在圓上或圓內，然後再從這些圓當中，取其半徑最小的那個圓即為所求。不過此種解法雖然一定精準，不過速度太慢，在實際應用上必須建構一個數學式。

令最小外接圓之圓心為 (a, b)，從每一資料點 $P_i (x_i, y_i)$ ($i = 1 \sim n$) 到圓心的距離為 R_i ， $R_i = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2}$ ，($i = 1 \sim n$)，令最小外接圓之半徑為 R_{mcc} ，則 $R_i = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} \leq R_{mcc}$ ，且 R_{mcc} 是所有外接圓當中，半徑最小者。

在已知資料點 $P_i (x_i, y_i)$ ($i = 1 \sim n$) 當中，可以先利用最小平方法，先得到一個參考圓心 (a_1, b_1) ，然後以此參考圓心來求解最小外接圓。介於 $P_i (x_i, y_i)$ ($i = 1 \sim n$) 到圓心的距離為

$$R_i = \sqrt{(x_i - a_1)^2 + (y_i - b_1)^2} \quad , \quad (i = 1 \quad n)$$

(3-25)

重新排列每個 R_i 的順序，由最大排到最小，選擇最大的三個 R_i 所對應到的資料點 $P_i (x_i , y_i) (i = 1 \quad 3)$ ，以此三點來修正最小外接圓的圓心 (a_1 , b_1) 。此三點可建立三組方向向量：

$$\begin{cases} \vec{m}_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ \vec{m}_2 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \\ \vec{m}_3 = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} \end{cases}$$

(4-26)

不過只要選擇任意二組向量，找出其各別的中垂線，則此二條中垂線可交於一點，即為修正過後的圓心 (a , b) 。而圓心與這三點的距離即為修正後的半徑，也需驗證是否滿足限制條件 $R_i = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} \leq R , (i = 1 \quad n)$ 。如果沒有符合上述條件時，則重複以上的步驟再修正圓心。

因為現在修正圓心的方法皆是取離圓心最遠的三個點再行修正，不過如果遇到以下兩種情形，演算法就要再行調整。

- (1) 一點尚在修正後之圓外，而圓周上有三個以上的資料點，然後其餘的資料點皆在此圓裡頭，如圖 29 所示。

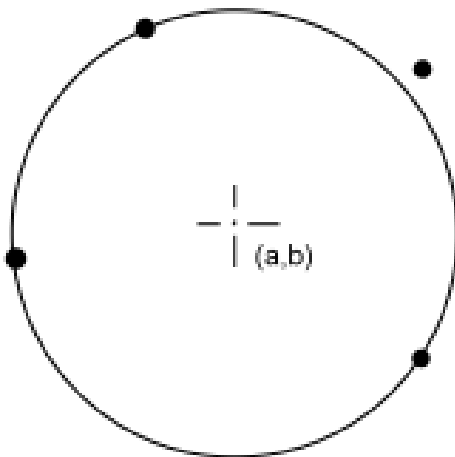


圖 29、一點在外接圓外之示意圖

那麼取離圓心 (a , b) 最遠的三個點就會發生無法取舍的情形，因為除了

確定圓外那個點要取之外，另外三個點皆在圓上，與圓心的距離皆相等，這時就使用列舉法，即使用 c_2^3 的方法，在三點中任取二個點與原外那一點再重新找圓，然後比較這三個圓。

(a) 如果此三圓中，有二個以上的圓把所有資料點都包含在裡面，則從其中選一個半徑較小的當作外接圓。

(b) 如果此三圓中，只有一個圓把所有資料點都包含在裡面，則選此圓當作外接圓。

(c) 如果此三圓中，皆無任何圓能把所有資料點都包含在裡面，則從其中選一個半徑較大的當作參考圓，重複上面的步驟繼續修正圓心。

同理，如果有 4 個點，甚至大於 4 個點同時在圓上，也利用此列舉法去取捨下一個參考圓心。

(2) 二點尚在修正後之圓外，而圓周上有三個以上的資料點，然後其餘的資料點皆在此圓裡頭，如圖 30 所示。

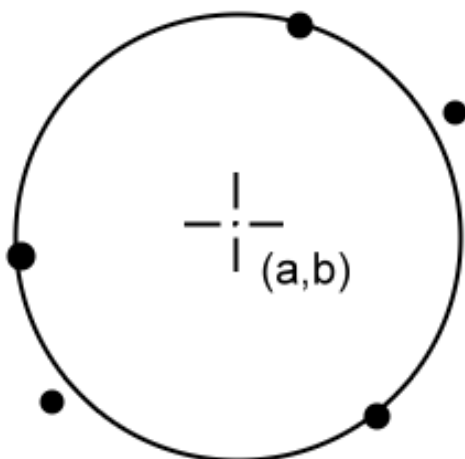


圖 30、二點在外接圓外之示意圖

那麼取離圓心 (a, b) 最遠的三個點就會發生無法取捨的情形，因為除了確定圓外那二個點要取之外，另外三個點皆在圓上，與圓心的距離皆相等，這時就使用列舉法，即使用 c_1^3 的方法，在三點中任取一個點與原外那二點再重新找圓，然後比較這三個圓。

(a) 如果此三圓中，有二個以上的圓把所有資料點都包含在裡面，則從其中選一個半徑較小的當作外接圓。

(b) 如果此三圓中，只有一個圓把所有資料點都包含在裡面，則選此圓當作外接圓。

(c) 如果此三圓中，皆無任何圓能把所有資料點都包含在裡面，則從其中

選一個半徑較大的當作參考圓，重複上面的步驟繼續修正圓心。

同理，如果有 4 個點，甚至大於 4 個點同時在圓上，也利用此列舉法去取捨下一個參考圓心。

當找到一個外接圓能夠將所有的資料點都包含在裡面，則此圓至少有包含三個資料點，這三個資料點可以形成一個三角形，若此三角形為銳角(圖 31)或直角三角形(圖 32)時，則此圓即為最小外接圓。當為銳角三角形時，圓心 (a, b) 會在三角形內，當為直角三角形時，圓心 (a, b) 會在斜邊中點。

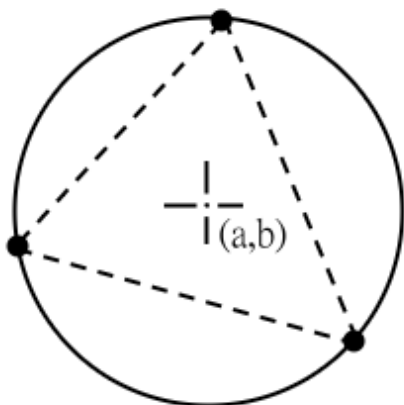


圖 31、外接圓三個資料點形成銳角三角形

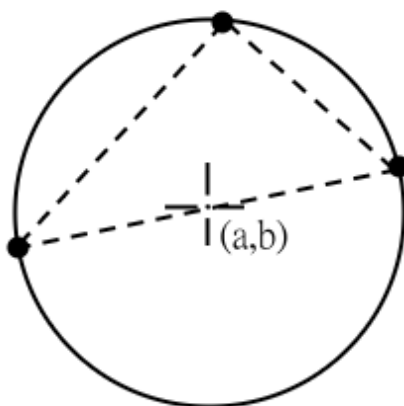


圖 32、外接圓三個資料點形成直角三角形

另一種情況，當三個資料點形成鈍角三角形時，則此外接圓並非最小外接圓，而要再行修正。

在此取捨的點為捨去鈍角那個點，方法為做此鈍角三角形最大邊之垂直平分線，外接圓圓心沿著此垂直平分線的軌跡移動來修正，此方法保證新搜尋到的圓心座標一定與另外兩點等距離。而沿著最大邊之垂直平分線來搜尋圓心的原因是在 $\sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} \leq R$ 的限制條件之下，來求得最小的半徑，而圓心若沿著

另外二邊的垂直平分線移動，則不能符合限制條件。

此鈍角三角形最大邊為 $\overline{P_1' P_3'}$ ，所以 $\overline{P_1' P_3'} = \overline{m_{13}} = (x_3' - x_1', y_3' - y_1')$ ，令 $\overline{P_1' P_3'}$ 垂直平分線的方向向量為 $\overline{n_{13}}$ ，同時 $\overline{n_{13}}$ 的方向是往鈍角三角形之方向，由於最小外接圓之圓心移動的方向必為往鈍角三角形方向移動，因此 $\overline{n_{13}} = (\frac{x_1' + x_3'}{2} - a, \frac{y_1' + y_3'}{2} - b)$ ，令 $\alpha = \frac{x_1' + x_3'}{2} - a$ ， $\beta = \frac{y_1' + y_3'}{2} - b$ ，圓心依著 (α, β) 的方向向量移動，可以計算出修正後的圓心座標為 $(a + \alpha t, b + \beta t)$ (t 為向量長度增益)，如圖 33 所示。

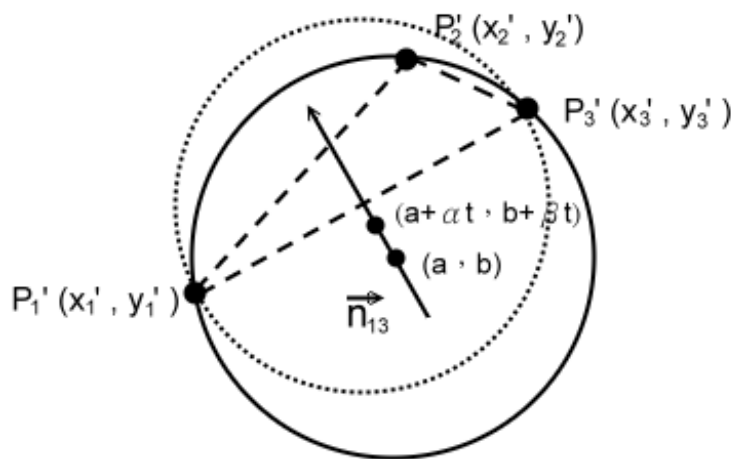


圖 33、外接圓圓心沿中垂線修正的方式

由於捨棄的點為 P_2' ，修正後的圓心與 P_1' 、 P_3' 的距離相等，因此其他每個資料點皆可利用半徑相等的方程式來解出個別的 t 值：

$$[x_3' - (a + \alpha t)]^2 + [y_3' - (b + \beta t)]^2 = [x_i' - (a + \alpha t)]^2 + [y_i' - (b + \beta t)]^2 \quad (i = 1 \sim n) \quad (3-27)$$

其中因為圓心移動的方向與 $\overline{n_{13}}$ 相同，所以 t 的值必為正數。最後找出的 t 值必須滿足下列條件：

$$(1) t > 0 \quad (3-28)$$

$$(2) \{ [x_i' - (a + \alpha t)]^2 + [y_i' - (b + \beta t)]^2 \}^{1/2} \leq R' \quad (3-29)$$

$$\text{其中 } R' = \{[x'_3 - (a + t)]^2 + [y'_3 - (b + \beta t)]^2\}^{1/2}, i = 1 \sim n$$

從符合上面二個條件的 t 值，重新排序，找出一最小 t 值，這一 t 值對應到新的控制點 $P^*(x^*, y^*)$ ，此一新控制點即替代原先的 P'_2 ，而與 P'_1 、 P'_3 再形成一個新三角形。重複以上步驟，即可找到最小外接圓。

3.4 最大內切圓(Maximum Inscribed Circle)

利用真圓度測定儀上的探針所量取的資料點 $P_i(x_i, y_i)$ ，若能找到一個參考圓，能將所有的資料點都落在圓上或圓外，那麼這些參考圓都叫做內切圓。而這些內切圓當中，半徑最大者即為最大內切圓。不過最大內切圓與最小外接圓一樣，並無法從定義直接求得，比較傳統的解法亦為列舉法，在所有的資料點當中任取三個點，而這三個點即可決定一個圓，所以當資料點有 n 個點時，即可決定 C_3^n 個圓，這所有的圓再選出符合最大內切圓的定義，即所有資料點皆在圓上或圓外，然後再從這些圓當中，取其半徑最大的那個圓即為所求。同樣的，在實際應用上也建構一個數學式，跟最小外接圓其實是很接近的。

令最大內切圓之圓心為 (a, b) ，從每一資料點 $P_i(x_i, y_i)$ ($i = 1 \sim n$) 到圓心的距離為 R_i ， $R_i = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2}$ ，($i = 1 \sim n$)，令最大內切圓之半徑為 R_{mic} ，則 $R_i = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} \geq R_{mic}$ ，且 R_{mic} 是所有內切圓當中半徑最大者。

在已知資料點 $P_i(x_i, y_i)$ ($i = 1 \sim n$) 當中，一樣也是先利用最小平方法，得到一個參考圓心 (a_1, b_1) ，然後以此參考圓心來求解最大內切圓。介於 $P_i(x_i, y_i)$ ($i = 1 \sim n$) 到圓心的距離為

$$R_i = \sqrt{(x_i - a_1)^2 + (y_i - b_1)^2}, (i = 1 \sim n) \quad (3-30)$$

重新排列每個 R_i 的順序，由最小排到最大，選擇最小的三個 R_i 所對應到的資料點 $P_i(x_i, y_i)$ ($i = 1 \sim 3$)，以此三點來修正最大內切圓的圓心 (a_1, b_1) 。此三點可建立三組方向向量：

$$\begin{cases} \vec{m}_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ \vec{m}_2 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \\ \vec{m}_3 = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} \end{cases} \quad (3-31)$$

不過只要選擇任意二組向量，找出其各別的中垂線，則此二條中垂線可交於

一點，即為修正過後的圓心 (a, b) 。而圓心與這三點的距離即為修正後的半徑，也需驗證是否滿足限制條件 $R_i = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} \geq R$ ， $(i = 1 \sim n)$ 。如果沒有符合上述條件時，則重複以上的步驟再修正圓心。

如果遇到以下兩種情形，演算法就要再行調整。

- (1) 一點尚在修正後之圓內，而圓周上有三個以上的資料點，然後其餘的資料點皆在此圓的外面，如圖 34 所示。

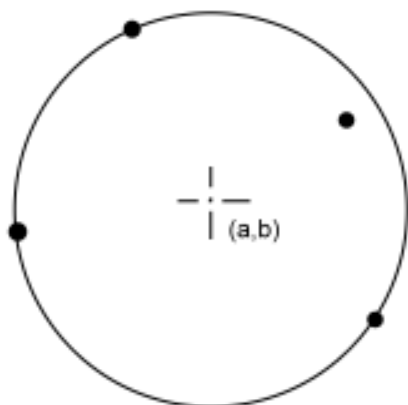


圖 34、一點在內切圓內之示意圖

那麼取離圓心 (a, b) 最近的三個點就會發生無法取捨的情形，因為除了確定圓內那個點要取之外，另外三個點皆在圓上，與圓心的距離皆相等，這時就使用列舉法，即使用 c_2^3 的方法，在三點中任取二個點與原外那一點再重新找圓，然後比較這三個圓。

- (a) 如果此三圓中，有二個以上的圓將所有資料點都落在圓外，則從其中選一個半徑較大的當作內切圓。
- (b) 如果此三圓中，只有一個圓將所有資料點都落在圓外，則選此圓當作內切圓。
- (c) 如果此三圓中，皆無任何圓能把所有資料點都落在圓外，則從其中選一個半徑較小的當作參考圓，重複上面的步驟繼續修正圓心。
- 同理，如果有 4 個點，甚至大於 4 個點同時在圓上，也利用此列舉法去取捨下一個參考圓心。

- (2) 二點尚在修正後之圓內，而圓周上有三個以上的資料點，然後其餘的資料點皆在此圓外頭，如圖 35 所示。

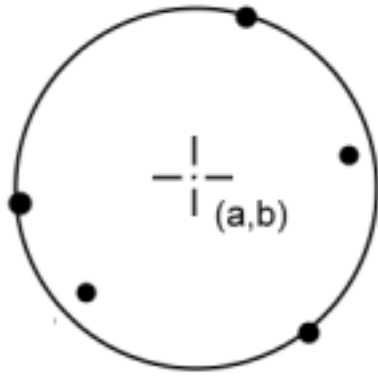


圖 35、二點在內切圓內之示意圖

那麼取離圓心 (a, b) 最近的三個點就會發生無法取捨的情形，因為除了確定圓內那二個點要取之外，另外三個點皆在圓上，與圓心的距離皆相等，這時就使用列舉法，即使用 c_1^3 的方法，在三點中任取一個點與原外那二點再重新找圓，然後比較這三個圓。

- (a) 如果此三圓中，有二個以上的圓將所有資料點都落在圓外，則從其中選一個半徑較大的當作內切圓。
- (b) 如果此三圓中，只有一個圓將所有資料點都落在圓外，則選此圓當作內切圓。
- (c) 如果此三圓中，皆無任何圓能把所有資料點都包含在裡面，則從其中選一個半徑較小的當作參考圓，重複上面的步驟繼續修正圓心。

同理，如果有 4 個點，甚至大於 4 個點同時在圓上，也利用此列舉法去取捨下一個參考圓心。

當找到一個外接圓能夠將所有的資料點都落在圓外，則此圓至少有包含三個資料點，這三個資料點可以形成一個三角形，若此三角形為銳角(圖 36)或直角三角形(圖 37)時，則此圓即為最大內切圓。當為銳角三角形時，圓心 (a, b) 會在三角形內，當為直角三角形時，圓心 (a, b) 會在斜邊中點。

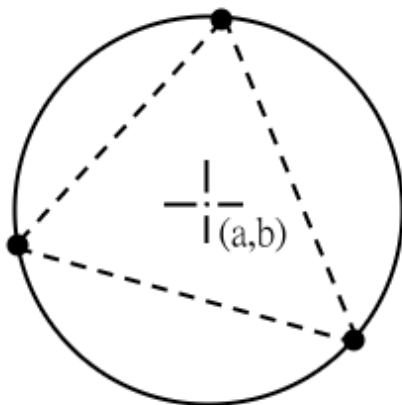


圖 36、內切圓三個資料點形成銳角三角形

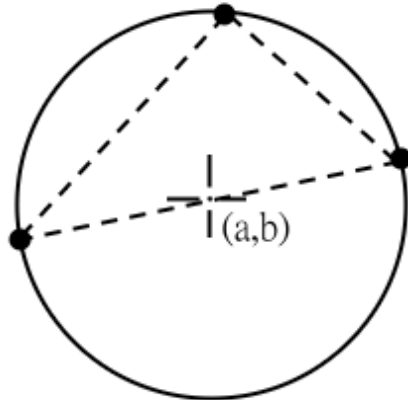


圖 37、內切圓三個資料點形成直角三角形

另一種情況，當三個資料點形成鈍角三角形時，則此內切圓並非最大內切圓，而要再行修正。

在此取舍的點亦跟求最小外接圓相同，為捨去鈍角那個點。方法為做此鈍角三角形最大邊之垂直平分線，內切圓圓心沿著此垂直平分線的軌跡移動來修正，此方法保證新搜尋到的圓心座標一定與另外兩點等距離。而沿著最大邊之垂直平分線來搜尋圓心的原因是在 $\sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} \geq R$ 的限制條件之下，來求得最大的半徑，而圓心若沿著另外二邊的垂直平分線移動，則不能符合限制條件。

此鈍角三角形最大邊為 $\overline{P_1'P_3'}$ ，所以 $\overline{P_1'P_3'} = \overline{m_{13}} = (x_3' - x_1', y_3' - y_1')$ ，令 $\overline{P_1'P_3'}$ 垂直平分線的方向向量為 $\overline{n_{13}}$ ， $\overline{n_{13}}$ 的定義與求解最小外接圓相同，是往鈍角三角形之方向，不過最小內切圓圓心移動的方向必為往鈍角三角形相反方向移動，因此 $\overline{n_{13}} = (\frac{x_1' + x_3'}{2} - a, \frac{y_1' + y_3'}{2} - b)$ ，令 $\alpha = \frac{x_1' + x_3'}{2} - a$ ， $\beta = \frac{y_1' + y_3'}{2} - b$ ，則圓心依著 (α, β) 的相反方向向量移動，可以計算出修正後的圓心座標為 $(a - t, b + t)$ (t 為向量長度增益)，如圖 38 所示。

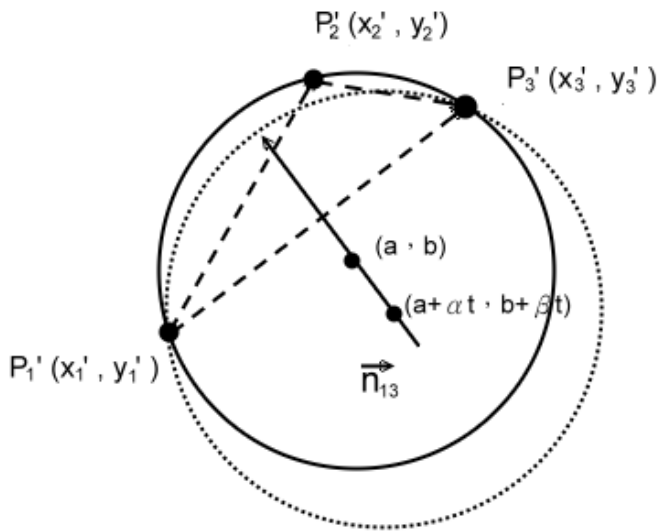


圖 38、內切圓圓心沿中垂線修正的方式

由於捨棄的點為 P_2' ，修正後的圓心與 P_1' 、 P_3' 的距離相等，因此其他每個資料點皆可利用半徑相等的方程式來解出個別的 t 值：

$$[x_3' - (a + t)]^2 + [y_3' - (b + \beta t)]^2 = [x_i' - (a + t)]^2 + [y_i' - (b + \beta t)]^2 \quad (i = 1 \sim n) \quad (3-32)$$

其中因為圓心移動的方向與 \vec{n}_{13} 相反，所以 t 的值必為負數。最後找出的 t 值必須滿足下列條件：

$$(1) t < 0 \quad (3-33)$$

$$(2) \{[x_i' - (a + t)]^2 + [y_i' - (b + \beta t)]^2\}^{1/2} \geq R' \quad (3-34)$$

其中 $R' = \{[x_3' - (a + t)]^2 + [y_3' - (b + \beta t)]^2\}^{1/2}$ ， $i = 1 \sim n$

從符合上面二個條件的 t 值，重新排序，找出一最小 t 值，這一 t 值對應到新的控制點 $P^*(x^*, y^*)$ ，此一新控制點即替代原先的 P_2' ，而與 P_1' 、 P_3' 再形成一個新三角形。重複以上步驟，即可找到最大內切圓。

3.5 最小環帶圓(Minimum Zone Circle)

對於一組由真圓度量測儀量到的資料點 $P_i(x_i, y_i)$ ，若存在一組同心圓，能將所有的資料點皆包容在此二同心圓的區間內，稱此組同心圓為環帶圓，若此

二同心圓的半徑差為最小，則此二同心圓即為最小環帶圓。

因為最小環帶圓是由二個同心圓組成，所以由幾何上來說，決定最小環帶圓需要四個資料點，因此若用列舉法，則在 n 個資料點中任取四個點來計算同心圓的圓心，而這四個點又可以形成三組同心圓，所以 n 個點可以組成 $c_4^n \times c_2^4 \times \frac{1}{2}$ 個同心圓，然後再從這麼多同心圓當中選擇符合環帶圓的條件且半徑差為最小的即為最小環帶圓。此種列舉法雖然精準，不過其計算量龐大，若資料量一大，則計算的時間就會冗長許多，所以為簡化計算量，可利用最小外接圓及最大內切圓的圓心來重新修正最小環帶圓之圓心。

在求解最小環帶圓之前，首先先建構 3-1 模式與 1-3 模式，最後由這些控制點來決定 2-2 模式，即最小環帶圓的模式。3-1 模式、1-3 模式及 2-2 模式其定義分述如下。

(a)3-1 模式

圖 39 為 3-1 模式示意圖，定義兩同心圓中，外圓有三個或三個以上的資料點，而內圓只有一個資料點，其他的資料點皆介於其間。若在 3-1 模式下，兩同心圓半徑差為最小，則定義為 3-1 模式下之最小環帶圓解。

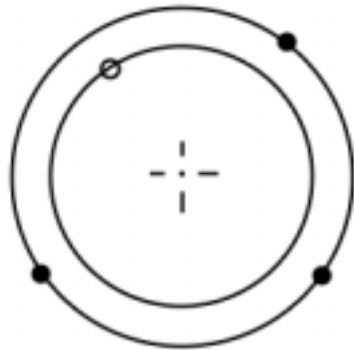


圖 39、 3-1 模式控制點與二同心圓示意圖

而最小外接圓的圓心可以符合 3-1 模式下二個同心圓的圓心。從 $P_i(x_i, y_i)$ ($i = 1 \sim n$) 到圓心的距離為 R_i ，令最大的 R_i 以 R_1 表示，即最小外接圓之半徑，最小的 R_i 以 R_2 表示，所以可得兩同心圓半徑差 $\Delta R_1 = R_1 - R_2$ ，因此 ΔR_1 為 3-1 模式下的最小環帶圓解。

(b)1-3 模式

圖 40 為 1-3 模式示意圖，定義兩同心圓中，內圓有三個或三個以上資料點，而外圓只有一個資料點，其他的資料點皆介於其間。若在 1-3 模式下，兩同心圓半徑差為最小，則定義為 1-3 模式下之最小環帶圓解。

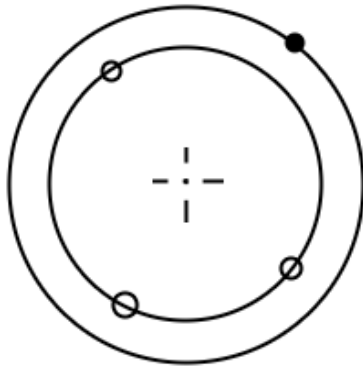


圖 40、 1-3 模式控制點與二同心圓示意圖

而最大內切圓的圓心可以符合 1-3 模式下二個同心圓的圓心。從 $P_i (x_i, y_i)$ ($i = 1 \sim n$) 到圓心的距離為 R_i ，令最大的 R_i 以 R_1 表示，即最小外接圓之半徑，最小的 R_i 以 R_2 表示，所以可得兩同心圓半徑差 $\Delta R_2 = R_1 - R_2$ ，因此 ΔR_2 為 1-3 模式下的最小環帶圖解。

(c)2-2 模式

圖 41 為 2-2 模式示意圖，定義兩同心圓中，外圓有二個或二個以上的資料點，外圓也有二個或二個以上的資料點，其他的資料點皆介於其間。若在 2-2 模式下，兩同心圓半徑差為最小，則定義為 2-2 模式下之最小環帶圖解。

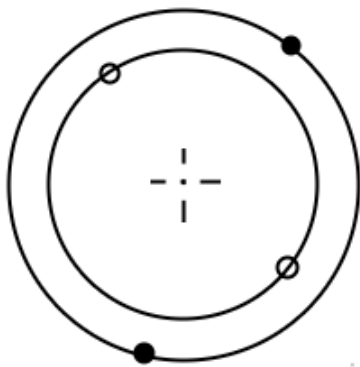


圖 41、 2-2 模式控制點與二同心圓示意圖

利用 3-1 模式與 1-3 模式中的控制點來決定 2-2 模式下的參考圓心，現 3-1 模式的圓心是使用最小外接圓的圓心，1-3 模式是使用最大內切圓的圓心。首先從這二個模式中選擇其半徑差較小 ($\text{Min} \{ \Delta R_1, \Delta R_2 \}$) 的模式圓心當做初始參考圓心，再由 3-1 模式與 1-3 模式下所有的控制點來修正圓心。計算 3-1 模式與 1-3 模式下控制點到此參考圓心的距離 R_i ，對應於兩最大控制點 R_i 的 $P'_i(x'_i, y'_i)$ ($i = 1 \sim 2$) 與對應於兩最小控制點 R_i 的 $P'_j(x'_j, y'_j)$ ($j = 1 \sim 2$)，

用此四點來修正初始參考圓心，令修正過後的圓心以 (a^*, b^*) 表示，這四點可以建構二個方程式：

$$R_1 = \sqrt{(x'_i - a^*)^2 + (y'_i - b^*)^2} \quad (i = 1 \ 2) \quad (3-35)$$

$$R_2 = \sqrt{(x'_j - a^*)^2 + (y'_j - b^*)^2} \quad (j = 1 \ 2) \quad (3-36)$$

利用此二方程式即可求出 (a^*, b^*) ，而對於所有的控制點需滿足下列限制條件：

$$R_2 \leq \sqrt{(x_i - a^*)^2 + (y_i - b^*)^2} \leq R_1 \quad (i = 1 \ m) \quad (3-37)$$

m 為 3-1 模式與 1-3 模式所有的控制點總數

重複上述的步驟直到限制條件滿足為止，然後再以上述驟所得結果為圓心，將所有資料點重複進行上述步驟，則最後找到的圓心 (a^*, b^*) 即為最小環帶圓的圓心，而二半徑差 $\Delta R_3 = R_1 - R_2$ ， ΔR_3 即為最小環帶圓之真圓度值。

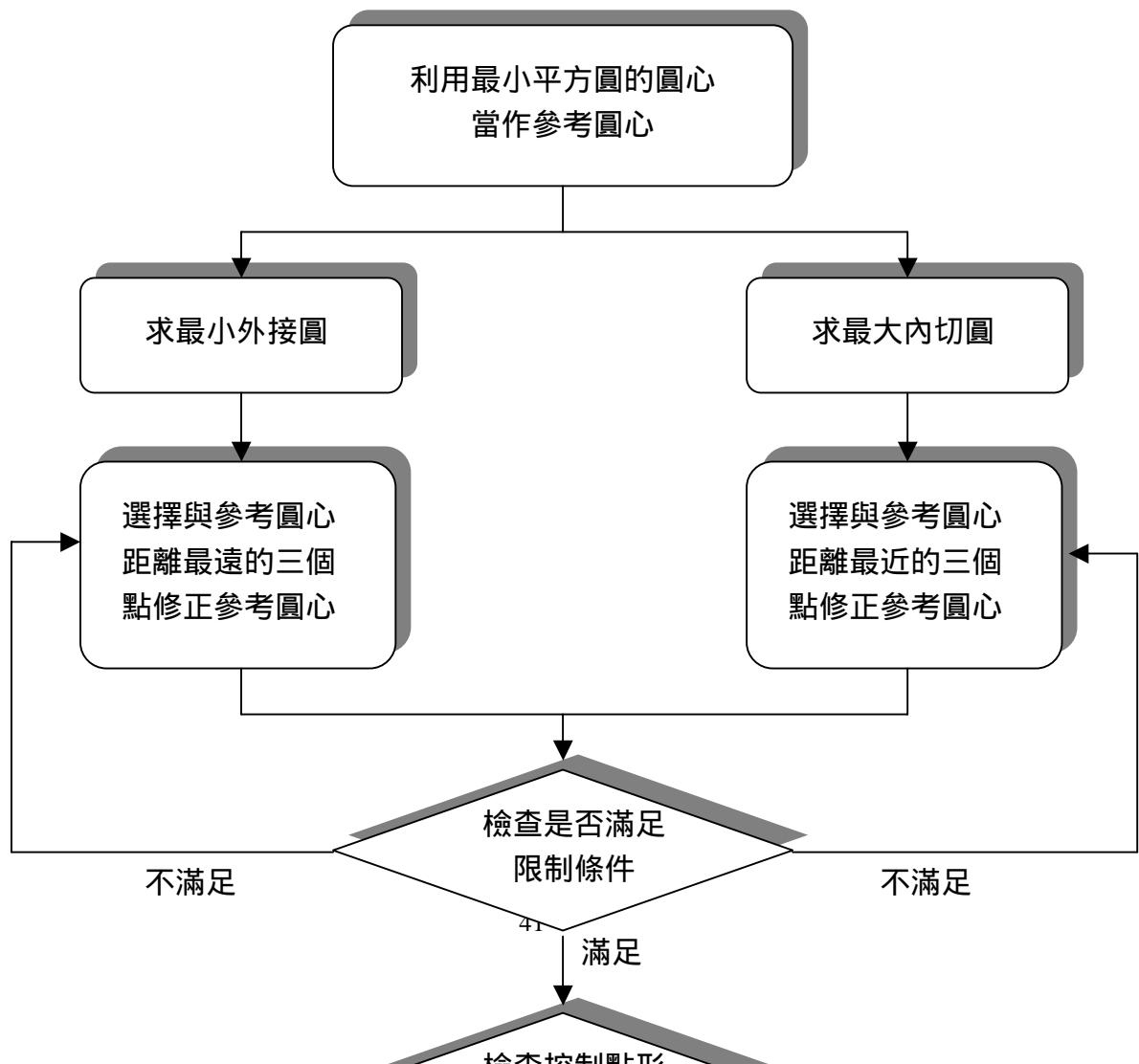
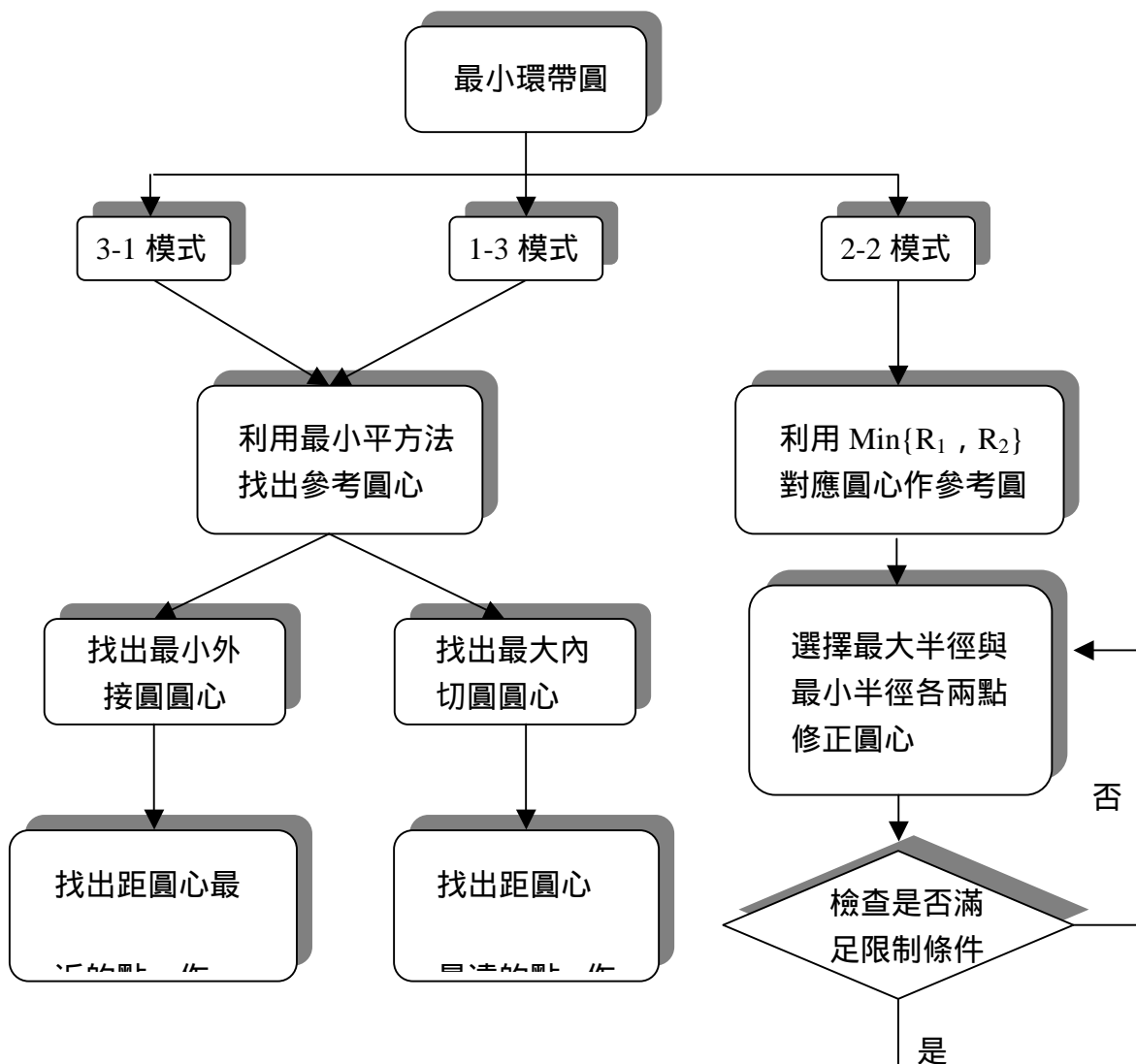


圖 42、MCC、MIC 求解流程圖



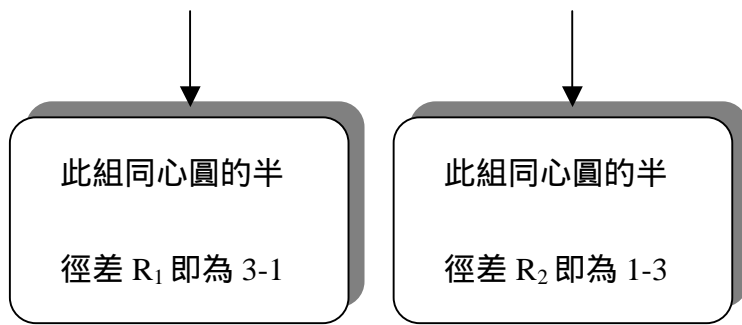


圖 43、MZC 求解流程圖

四、實驗數據

1、真圓度儀的重現性：

在同一高度、同樣的工件擺設位置(工件與旋轉平台的相對位置)以及相同的光纖位移感測器的距離(0.52cm)下，對工件重複三次量測其資料並分析其真圓度、半徑等。

	圓心至旋轉平台中心距離	半徑 (cm)	真圓度
最小平方圓	(-0.0754, -0.1383)	4.3904	0.2703
最小外接圓	(-0.0307, -0.0052)	4.4017	0.0281
最大內切圓	(-0.0330, -0.0117)	4.3795	0.0285
最小環帶圓	(-0.0319, -0.0085)	外圓：4.4022 內圓：4.3790	0.0232

表 1、光纖位於感測器距離 0.52cm(第一次量測)

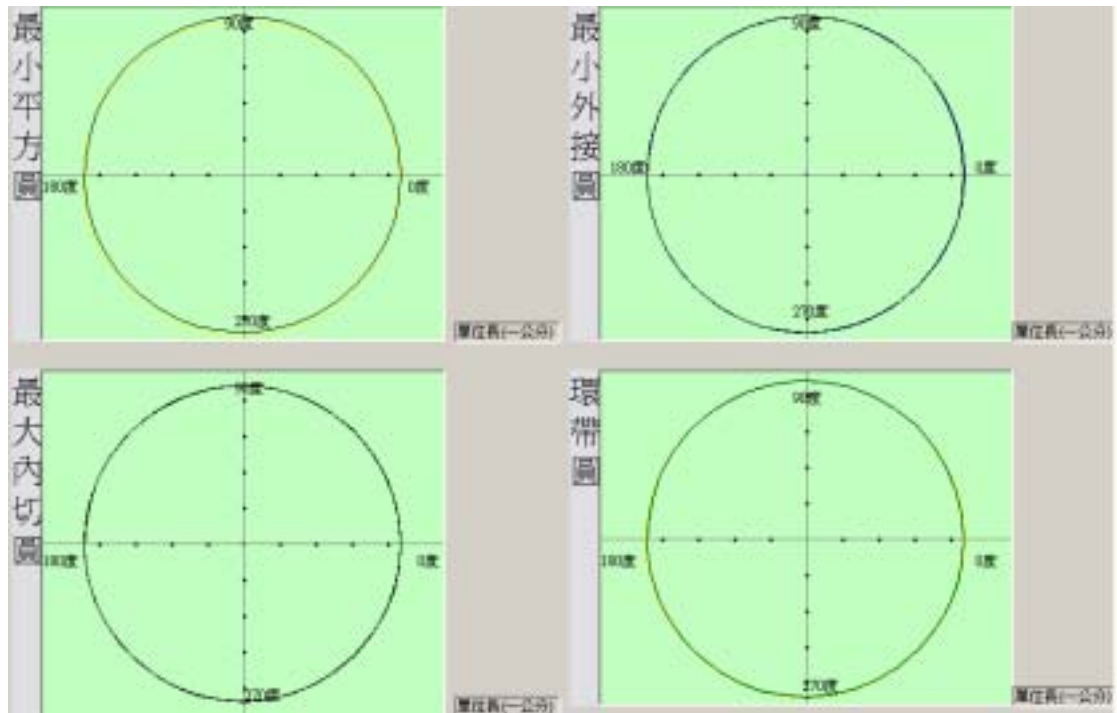


圖 44、相對應的真圓度圖



圖 45、距離 0.52cm(第一次)，資料點與最小平方圓半徑差



圖 46、距離 0.52cm(第一次)，資料點與最大內切圓半徑差



圖 47、距離 0.52cm(第一次)，資料點與最小外接圓半徑差

	圓心至旋轉平台中心距離($\sqrt{x^2 + y^2}$)	半徑 (cm)	真圓度
最小平方圓	(0.2021, -0.0678)	4.3583	0.4203
最小外接圓	(0.0066, -0.0293)	4.3678	0.0225
最大內切圓	(0.0039, -0.0349)	4.3471	0.0262
最小環帶圓	(0.0052, -0.0321)	外圓：4.3683 內圓：4.3467	0.0216

表 2、光纖位於感測器距離 0.52cm(第二次量測)

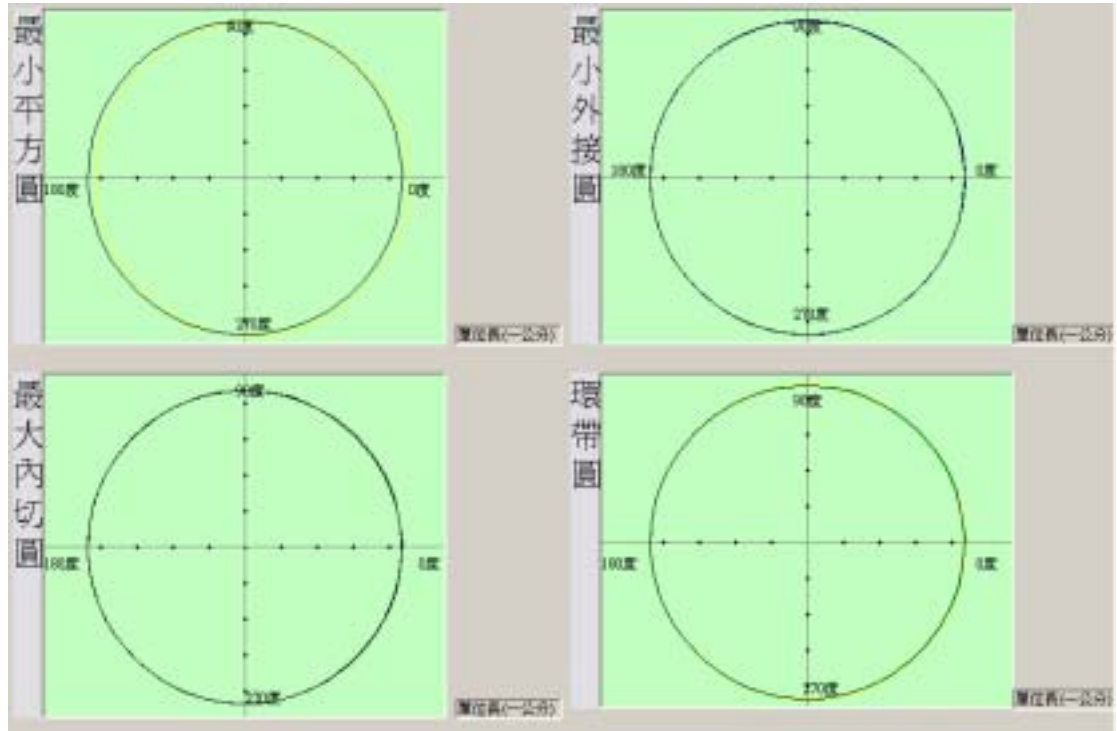


圖 48、相對應的真圓度圖



圖 49、距離 0.52cm(第二次), 資料點與最小平方圓半徑差



圖 50、距離 0.52cm(第二次), 資料點與最小外接圓半徑差



圖 51、距離 0.52cm(第二次), 資料點與最大內切圓半徑差

	圓心至旋轉平台中心距離($\sqrt{x^2 + y^2}$)	半徑 (cm)	真圓度
最小平方圓	(0.2090, 0.3023)	4.3362	0.7285
最小外接圓	(0.0349, -0.0091)	4.3529	0.0254
最大內切圓	(0.0333, -0.0120)	4.3307	0.0266
最小環帶圓	(0.0341, -0.0105)	外圓：4.3533 內圓：4.3303	0.0230

表 3、光纖位於感測器距離 0.52cm(第三次量測)

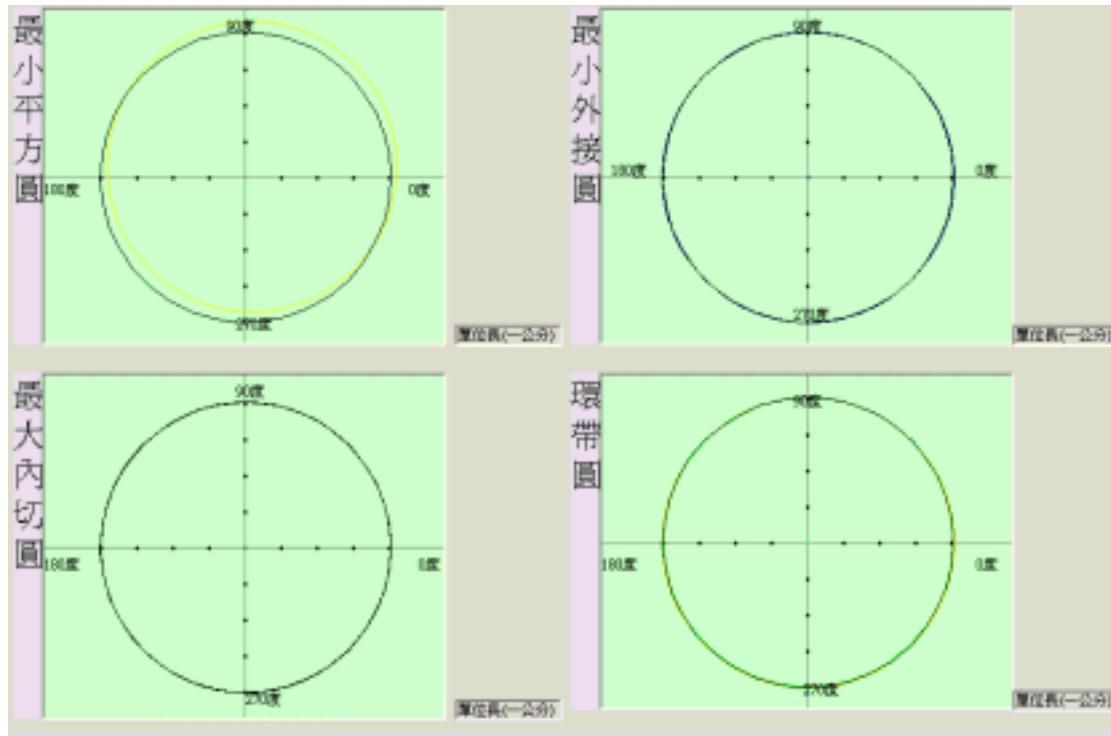


圖 52、相對應的真圓度圖



圖 53、距離 0.52cm(第三次)，資料點與最小平方圓半徑差



圖 54、距離 0.52cm(第三次)，資料點與最小外接圓半徑差



圖 55、距離 0.52cm(第三次)，資料點與最大內切圓半徑差

比較各次的真圓度值可發現真圓度定義中最小環帶圓最能代表真圓度的意義，這三次量測雖然在同一高度、同一位置以及相同的感測器位置；但是因為旋轉平台的機械原點尚未架設，所以每一次量測所讀取的資料，其對應的 Encoder 值均不同而且每一次探針碰到工件的點都不相同(會造成 Mu control 達到穩態的時間不同，進而造成數據誤差)，但是總括的講，算出的工件圓心對旋轉平台的中心距離應該都是相差無幾(偏心相同)，比較三者的最小環帶圓圓心到平台中心距離分別是 0.0330cm、0.0325cm 以及 0.0356cm；而真圓度的結果因為數據有些許誤差導致誤差大的演算法(最小平方圓)，分析出來的三次數據，彼此誤差到 160%；而最小環帶圓的真圓度誤差則很小，比較第一次(0.0232)和第三次(0.0230)誤差約 0.86%，而且由結果可以看出，每一次的量測之下最小環帶圓所計算出的真圓度值為四種之中最小值，更能滿足真圓度的定義，不過最小平方圓、最小外接圓與最大內切圓這三種真圓度值的大小比較，就不一定有一樣的大小排序。

2、光纖位移感測器的距離影響：

比較兩者最小環帶圓的量測結果，可以看出相同的工件，相同的擺設位置量測出來的半徑以及真圓度依舊有相當大的誤差，可歸因於下圖，因為光線位移感測器變化量趨於直線的部分在 0.5~0.6cm(圖 56)範圍內，超出此一範圍會進入非線性區，因此造成誤差，所以使用者在量測前需要固定光纖位移感測器的位置，如此才能算出精確的真圓度

	圓心至旋轉平台中心距離($\sqrt{x^2 + y^2}$)	半徑 (cm)	真圓度
最小平方圓	(0.1537, -0.0468)	4.3430	0.2613
最小外接圓	(-0.0264, 0.0190)	4.3492	0.0162
最大內切圓	(0.0259, -0.0225)	4.3385	0.0094
最小環帶圓	(0.0281, -0.0208)	外圓：4.3496 內圓：4.3381	0.0115

表 4、光纖位移感測器的距離 0.42cm

	圓心至旋轉平台中心距離($\sqrt{x^2 + y^2}$)	半徑 (cm)	真圓度
最小平方圓	(0.2021, -0.0678)	4.3583	0.4203
最小外接圓	(0.0066, -0.0293)	4.3678	0.0225
最大內切圓	(0.0039, -0.0349)	4.3471	0.0262
最小環帶圓	(0.0052, -0.0321)	外圓：4.3683 內圓：4.3467	0.0216

表 5、光纖位移感測器的距離 0.52cm(第二次)

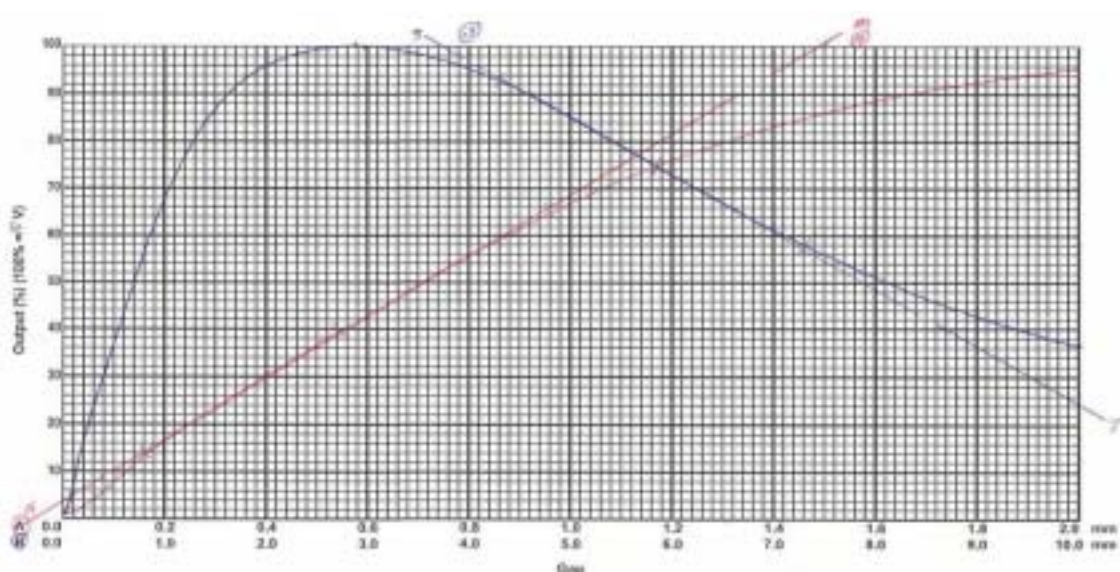


圖 56、光纖位移感測器之校正曲線

五、結論與檢討

由於本計畫屬國科會「智慧型高速真圓度測定儀」計畫之部分執行成果，工作的範圍有發展真圓度演算法、誤差補償演算法則及開發智慧型人機介面以及完成系統整合，包括：

1. 真圓度量測機電系統整合

將人機介面與實際硬體系統整合，由於之間還會關聯到各種馬達之控制，例如探頭移動機構中的高度、水平控制，旋轉平台中的迴轉載物台旋轉速度，其中幾部份我們利用馬達的控制來達成使用者的要求，這些也透過人機介面結合這些控制來進行操作。

2. 整體量測誤差分析修正

當硬體架構整合完成後，量測誤差值除了會由工件偏心外，就是工件本

身的傾斜會造成量測資料的誤差，對於此我們也用 matlab 寫了數據補償的程式，將兩個高度收集的資料(兩筆純文字檔)，丟入程式可計算出真正正切圓的數值進而算出真正的真圓度。

3. 馬達定位

硬體架構整合完成後，我們依據探頭移動機構、探針以及迴轉載物台的架設位置進行重新定位座標校正，同時經由馬達來控制探頭移動機構之水平、垂直移動。

4. 計算形狀公差的各種演算法

以最小平方方法計算速度最快，不過其誤差性也較高，而以最小環帶法所計算得到的真圓度值最小，最能代表真圓度的意義，不過相對於運算的時間量也最大，而最小外接圓與最大內切圓的運算時間則在這兩者之間。

5. 建構智慧型人機介面

使得操縱者能輕易而快速的將雙軸馬達定位，進而進行資料讀取，利用程式的撰寫將資料計算其各種真圓度，操縱者再選擇適合的真圓度評估方式。

本計劃軟硬體的系統整合方面，可是經過兩三次的協調，從一開始用 matlab 加上 Dsp Tms243 chip 來整合，中間軟體曾替換用 Borland C++來撰寫，到最後全部汰換直接用 VB 撰寫人機介面程式並透過 12bits 的 A/D 卡來完成馬達的控制與系統的整合，算是將機電整合的部份完成；惟部分的控制如 R 軸與 Z 軸的定位並未加上複合性控制，及數據補償修正的部份還不算是臻於完美，還有改善的空間。

另外，其實也是最後才架設上去的是 Encoder 的機械原點，因為若沒有架設此原點的話，每次量測的起始位置都不同，可能這次從平台的某一側開始計算 Encoder 值，而下次卻從另一側開始計算起，如此會影響到數據的補償分析，鑑於此，我們在機台上靠近 Encoder 的附近架設了一個光感測器當機械原點，如圖 57 當旋轉平台帶動金屬片經過光感測器時，此時光感測器的訊號線會發生 High to Low 的電壓變化，藉而利用來重置 Encoder 的計數 IC。

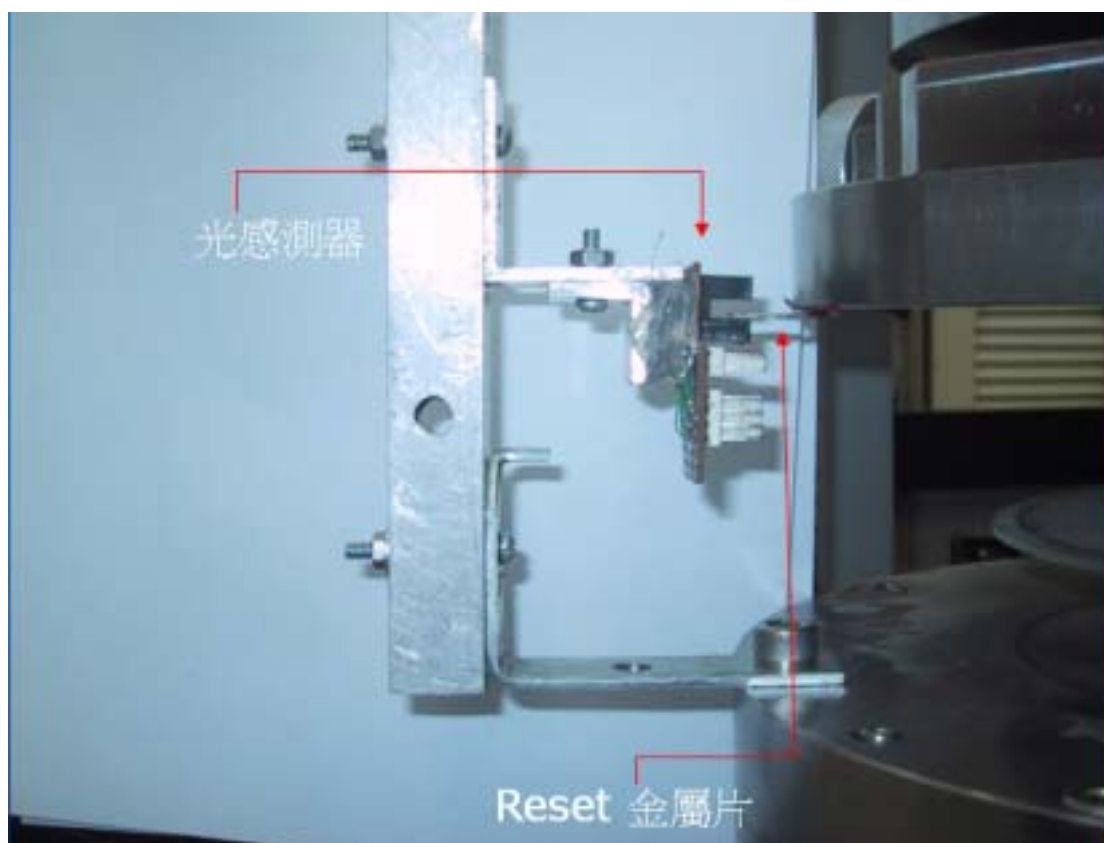


圖 57、由光感測器架設的機械原點

六、參考文獻

- [1] A. Okabe, B. Boots, and K. Sugihara. *Spatial Tessellations : Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*. John Wiley& Sons, Chichester, 1992.
- [2] Y. J. Kanayama and B. I. Hartman, “Smooth local path planning for autonomous vehicles.” *The International Journal of Robotics Research*. vol .16, no. 3, June 1997, pp. 263-283.
- [3] T. S. R. Murthy, “A comparison of different algorithm for cylindricity evaluation.” *Int. J. Mach. Tool Des. Res.* Vol.22,No.4(1982),pp.283-292.
- [4] T. Tsukada, T. Kanada, S. Liu, “Method for the evaluation of form errors of conic tapered parts.” *Precision engineering*,Vol.10,No.1(Jan

1988), pp8-12.

[5] P. B. Dhanish, M. S. Shunmugam, "An algorithm for form error evaluation-using the theory of discrete and linear Chebyshev approximation." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.92(1991), pp.309-324

[6] H. K. Fung, S. M Cheung, T. P. Leung, "The implementation of an error forecasting and compensation system for roundness improvement in taper turning" *Computers in industry* 35:109-120,1998.

[7] U. Roy and X. Zhang. "Establishment of a pair of concentric circles with the minimum radial separation for assessing roundness error. " *Comput. Aided Design*,24(3):161-168,1992.

[8] D. G. Chetwynd , "Application of linear programming to engineering metrology. " *Proc. of the Inst. of Mechanical Engineers* , 93-100,1985.

[9] Y. Wang, "Minimum zone evaluation of form tolerances." *Manufacturing Review*, 5(3), 213 - 220, September 1992.

[10] S. Okuda, K. Ikegami, T. Yoshida, E. Nosaka, H. Nakanishi. "Calculation of manufacturing tolerances of an electron gun by a pseudo-three dimensional field analysis" *IEEE transactions on magnetics*, Vol.25,No.4,July 1989.

[11] Jiubin Tan, Dongsheng Li, Xifu Qiang Wengou Yang, "The least square circle model and parametric estimating method for the super precision measurement of circle contour" *Industrial Electronics, Control, Instrumentation, and Automation, 1992. Power Electronics and Motion Control., Proceedings of the 1992 International Conference on* ,Page(s): 813 -817 vol.2,1992.

[12] Van-Ban Le, D. T. Lee, "Out of Roundness Problem Revisited" ,

IEEE, 1991.

[13] M. H. Gadallah, H. A. El Maraghy “ A new algorithm for form tolerance evaluation ” *IEEE*, 1994.

[14] Wei Gao, Satoshi kiyono, Tadatoshi Nomura, “ A new multiprobe method of roundness measurements ” *Precision Engineering* 19:37-45, 1996.

[15] N. Cho, J. Tu, “ Roundness modeling of machined parts for tolerance analysis ” *Precision Engineering* 25:35-47, 2001.

[16] 李吉群, 「The Study of Pattern Recognition of Geometric Surfaces and Form Error Analysis」, 國立台灣大學機械工程研究所, 1997.

[17] 孫仲偉, 「Study for cylindricity measurement with tilting axis」, 國立台灣科技大學工程技術研究所, 1996.

[18] 孫德萱, 「Interval Polynomial Regression by Neural Network for Minimum Zone Problems」, 國立中央大學機械工程研究所, 1997.

[19] 高茂林, 「Roundness Inspection of circular parts using computer vision system」, 國立成功大學工業管理研究所, 1992.

[20] 劉建宏, 「The Study on Error Verification and Evaluation of Machine Tools and Milling Cutters」, 國立成功大學機械工程研究所, 2000.

[21] 劉生良, 「微電腦輔助圓筒度誤差之檢定系統」, 私立淡江大學機械工程研究所, 1986.

[22] 陳建宏, 「ASSESSING CIRCULARITY IN THREE DIMENSIONS」, 國立台灣科技大學, 1994.

[23] 陳朝榮, 「真圓度量測」, 量測資訊期刊, 20-24, 1991.

[24] 蕭肇凱, 「利用 Proximator 量測真圓度和主軸偏擺之研究」, 機械月刊, 317-324, 1997.