

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

水庫沉滓沉降行為之研究(一)

Investigations of Sedimentation Process in a Reservoir (I)

計畫編號：NSC 87-2211-E-002-049

執行期限：86年08月01日至87年07月31日

主持人：李鴻源 國立台灣大學水工試驗所

一、中文摘要

關於圓球顆粒自由沉降運動之研究，多以阻力係數(Cd)和雷諾數(Re)的關係呈現，即「標準阻力係數曲線」(standard drag curve)，本文在雷諾數 10^2 與 10^4 之範圍內，利用本研究小組研發之「動態影像數位化系統」量測終端速度，得出二組新的對應迴歸式，以求解終端速度。根據實驗數據，發現單一顆粒圓球在流體中自由沉降時，瞬時之橫向與重力作用之垂向速度的週期有2:1(橫向:重力作用方向)的比例關係。

關鍵詞：終端速度、橫向運動、阻力係數

Abstract

According to these investigations, an implicit relation between Cd(drag coefficient) and Re(Reynolds number), also named as the standard drag curve. Using self-developed "Dynamic Image Digitalization System", we got two new regressed curve for estimating terminal velocity. In basis of experiment data, the ratio of the period of the velocity in lateral direction to the period of the velocity in gravitational direction is 2:1.

Keywords:

Terminal Fall Velocity, Lateral Motion, Drag Coefficient

二、緣由與目的

就長時間的「平均」觀點而言，在經歷一段加速度後，圓球顆粒在靜止的流體中會以一定的終端速度下降，前人有關此實驗所採取的方法可分為下列兩種：

1. 將顆粒固定在流場中，以均勻流(uniform flow)通過顆粒。
2. 將顆粒在流場中自由釋放，求得在阻力和有

效重力(重力減去浮力)平衡下的阻力係數。

在探究流場問題時，常因觀測上的方便，而將座標適度地移轉，依相對座標的觀念，觀測同樣具代表性的物理現象。基於這樣的解釋，常有人將上述兩種探討顆粒運動的方法，在這對等的相對座標下，錯誤地移轉了；認為兩者的觀測結果，並不會因這樣的轉換，而有所出入。但兩流場間，並不存在一「穩態的相對速度」，若以此作相對座標的轉換，須有額外的非慣性項加入。

前人的研究中，實驗結果多以阻力係數(Cd)和雷諾數(Re)的關係呈現，如「標準阻力係數曲線」(Rouse 1946, Clift et al 1978)；其所採取的實驗方法，大部份皆是將顆粒固定，以均勻流通過之，得出阻力係數和雷諾數的關係，如Achenbach(1978)等人。這樣的實驗過程，在流場的假設上，與實際顆粒由靜止流體中自由釋放的情況有所差異。另外有少部分的實驗，從球的自由沉降運動得出沉降速度資料，但多數在低雷諾數($Re < 6$)和高雷諾數($Re > 5 \times 10^3$)的範圍在 $10^2 < Re < 10^4$ 間的資料則較少。Stringham et al. (1969)和Preukschat (1962)兩人在此一範圍有作部分的探討。但前者的實驗方法不夠精確，因而得出的雷諾數，在計算上有誤差。後者則因所求之得阻力值，上下誤差頗大($\pm 10\%$)。由這些不完整的實驗值，所迴歸出的阻力曲線，只反應了部份球的自由落體的現象。本實驗將自行發展的「動態影像數位化系統」，在這一雷諾數範圍內探討球體在靜止流體中的自由沉降運動，推求出雷諾數(Re)和阻力係數值(Cd)的關係。

傳統求解終端速度需以試誤法(trial-and-error)疊代推求，Karamanev (1996)指出應將Cd值以沉降過程中的「驅動力」，即阿基米得數(Archimedes number, Ar)，而不是結果(Re值或Ut(終端速度值))來表示。阿基米得數可表如

(1)式:

$$Ar = d^3 \cdot g \cdot \left| \dots_s - \dots_f \right| \cdot \dots_f / \sim^2 \quad (1)$$

Re、Ar 與 Cd 三者間的關係可表示為

$$Re^2 = 4Ar / 3Cd \quad (2)$$

其中 d=顆粒直徑、g=重力加速度、 \dots_s =顆粒密度、 \dots_f =流體密度、 \sim =流體動力黏滯係數。

Karamanev(1996)得出

$$Cd = \frac{432}{Ar} (1 + 0.0470 Ar^{2/3}) + \frac{0.517}{1 + 154 Ar^{1/3}} \quad (3)$$

本研究將以(3)式，利用本實驗實測資料值迴歸新的迴歸式。

有關球體在靜止流體中的自由沉降運動之橫向運動，最早在西元 1710 年，牛頓 (Sir Isaac Newton) 從倫敦的聖保羅大教堂頂，將不同直徑與密度的球自由釋放，發現了有些球並不沿著同一直線軌跡下降。其他的學者，如翁 (1996) 等，也觀測到此一共同的現象。這一現象被歸因於球體後方不對稱的尾流所造成的壓力不平均，而導致之橫向運動。

在終端段時，其瞬時速度仍會不停地跳動震盪，其原因為在球後的尾流向流發散時，會帶走一部份的能量，而使速度下降 (Viets, 1971)，但在下一個渦跡尾流產生後，其能量又獲得補充而速度增加，如此交替發生。而本研究發現在一些 Re 下，瞬時之橫向與重力作用之垂向速度有週期性的變化。

三、實驗設備與實驗方法

實驗配置如圖一所示:

本實驗使用高精度之 CCD Camera (Charge Coupled Device Camera)，配合自行研發之「動態影像數位化系統」攝取所需之原始影像。「動態影像數位化系統」共分為兩部份，第一部份為「即時動態影像攝影系統」，第二部份為「動態影像資料數位化系統」，其分述如下:

「即時動態影像攝影系統」:

先利用 CCD Camera 攝取後期影像處理所需之背景影像，然後在電腦上啟動影像提取軟體，等待 5 volts 之訊號，將測體用電磁閥所控制之夾子夾住，然後將其釋放，同時放出一 5 volts 之訊號，送至電腦，以達同步攝影的目的，如圖一中之 Path a。電腦接受 5 volts 之訊號，經由類比數位轉換器 ADC (Analog Digital Converter)，開啟影像提取軟體，如圖一中之 Path

b，開始提取物體之運動影像，直至影像提取卡 (F64Pro) 上之影像隨機存取記憶體 (video random access memory) 被寫滿。最後將一時序列的影像，儲存成一時序檔案。

「動態影像資料數位化系統」:

啟動影像處理軟體 Optimas，讀取時序列之原始影像檔 (如圖二)。將含目標物之影像對不含目標物之背景圖，做「邏輯相減」(logical subtract)，消除雜訊，並增加兩者間之反差，利於往後精準且完整地選取目標物 (如圖三)。將原影像做 STOPMOTION 動作，因圖像有所謂的「重影」現象，此一功能可消除這一因時間延滯而造成的重影 (如圖四)。選取目標物。以 Optimas 所內建自動圈選的功能，用「門檻值」(Threshold) 來分別目標物與背景。以 Optimas 內定的「像素座標系統」(pixel based coordinate)，將所選定目標物的面積，計算其形心，得出中心點座標。再分別對 X、Z 軸轉換成真實尺度。以預先攝取的校正圖檔換算成真實尺度的比例尺，再以該比例尺對目標圖檔的座標做尺度的校正。再以 Optimas 所附的「資料動態交換」(Dynamic Data Exchange) 功能，輸出資料值至 Microsoft Excel 工作表中。讀取下一張影像檔，重複前述步驟，完成數位化過程。

四、結果與討論

以實驗之原始資料做非線性迴歸後，得出如下之迴歸式:

$$Cd = \frac{24}{Re} (1 + 0.1952 \cdot Re^{0.647}) + \frac{1.2582}{1 + 424 Re^{-0.7728}} \quad (4)$$

以阻力係數與雷諾數的對數值作圖得圖五。在傳統上，採用「標準阻力係數曲線」作為圓球運動的阻力係數參考值，將實驗結果之迴歸線放置在標準阻力係數曲線圖形上，見圖六，可看出實驗結果比標準阻力係數曲線所得之阻力係數值為高，在雷諾數為 1000 10000 中之一小範圍內，其差距不大，其餘部份，均有相當的差異，差異值從 12%-4% 不等。自由落體運動下圓球的阻力係數較應用標準阻力係數圖所求之值平均增加 7.3%。本實驗除了延用傳統的雷諾數與阻力係數的關係外，也依 (3) 式換算出相對應的阿基米得數與阻力係數的關係，提供較簡易的求解，見圖七，其關係式如 (5) 式:

$$Cd = \frac{432}{Ar} (1 + 0.03628 Ar^{0.70149}) + \frac{2052}{1 + 199990 Re^{0.2084}} \quad (5)$$

另外在橫向運動方面，本實驗擷取水槽中離水面下 20 公分之距離後的軌跡影像進行影像分

析。實驗發現，其軌跡型態皆相似，茲舉球編號 43(直徑 0.556cm，密度 1.14g/cm³)這組之圓球軌跡為例，如圖八，以正弦函數的型態出現，不同組之圓球軌跡，有不同之振幅與週期特性。過去印象中所謂的終端「直線」軌跡已不復見，取而代之的是有弧度彎曲線。

以平面直角座標來看，圓球的運動軌跡左右擺盪，呈規則週期波函數型態。其運動速度也有類似之型態，如圖九所示，橫向運動速度(V_x)與圓球的垂向運動速度(V_z)均有一明顯的週期存在，速度值為 0 代表的是橫向運動軌跡的轉向點，橫向運動速度以向右為正，垂向速度以向下為正。由圖形的分析上可看出，橫向運動速度的週期為垂向運動速度週期的 2 倍，推測與其後產生的尾流有關。

將上述的數個圖中，有關速度與軌跡的圖相對照下，可發現在曲線的轉折點處，可分別對應。圓球的垂向運動速度(V_z)在軌跡轉彎處為最大，在兩轉彎間的中段點處為最小。圓球的橫向運動速度(V_x)在軌跡轉彎處為零最小，在兩轉彎間的中段點處達到最大值。

六、結果與討論

1. 本實驗結合了 CCD 攝影機、影像擷取卡與 OPTIMAS 影像處理軟體，以數位化的資料分析沉降運動之圓球軌跡，相較於傳統實驗沖洗底片的攝影方法，節省了大量的人力、金錢，準確度也提高許多。
2. 因為「尾流與球體間的交互作用」和「運動自由度被限制」兩個原因，自由沉降運動之圓球所受的阻力比傳統求解上採用固定圓球之阻力大，其阻力係數值比「標準阻力係數曲線」所得之值平均約增加 7.3%。
3. 在求解終端速度時，若依流體與圓球之性質求得 Ar 數，再代入 (10) 式，即可直接求得阻力係數，進而求得終端速度。
4. 當圓球在自由沉降運動過程中達終端速度時，觀測其二維之瞬時垂向速度與瞬時橫向速度不為 0，且其瞬時速度，不為一規則

七、計畫成果自評

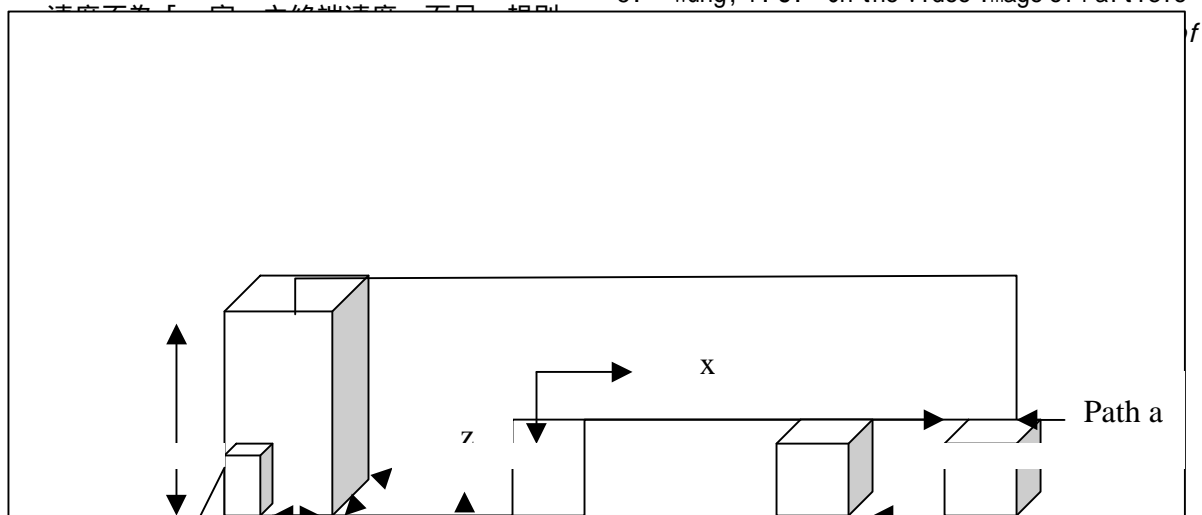
本計畫之目的為了解水庫沉滓沉降行為，共分三期執行，本期(第一期)中以研究非凝聚性單一顆粒沉降行為為主，本計畫執行成果與預期達成目標相符，在計畫中提出二條實用迴歸式，可利用試誤法或直接計算得出沉降速度，在實際的輸砂工程中沉降速度的計算關係到其輸砂率，此外，並發展一高精度之數位量測技術，可針對移動的物體作一位移的量測，另外，在單一顆粒沉降過程中，由於尾跡渦流的影響，有橫向運動的產生，本計畫並發現橫向運動速度的週期為垂向運動速度週期的 2 倍，目前在國內外會議上共發表二篇論文(列於參考文獻中)

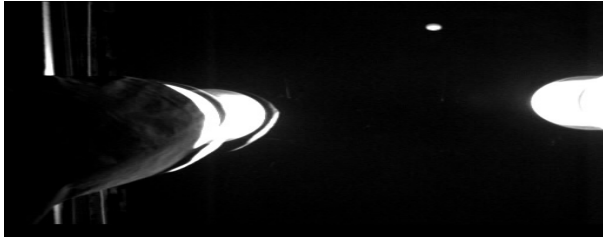
誌謝

感謝國科會編號 NSC-87-2211-E-022-049 計畫資金提供。另外特別感謝，國立台灣大學應力所副教授翁宗賢，及國家地震中心張倉榮博士在計劃上的寶貴意見。

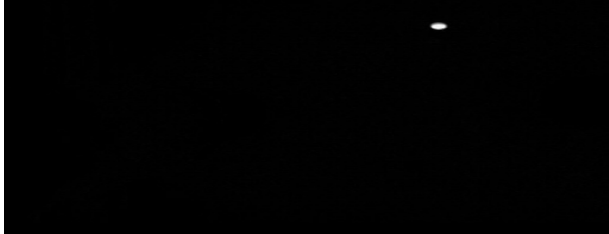
參考文獻

1. 林永峻 林家輝，“圓球顆粒自由沉降運動之研究”第二十二屆中華民國力學會議(1998,12月，本計畫論文一)。
2. Clift, R., Grace, J. R. and Weber, M. E. "Bubbles, Drops and Particles". Academic Press. New York (1978).
3. Karamanev, D. G. "Equations for Calculation of the Terminal Velocity and Drag Coefficient of Solid Spheres and Gas Bubbles." *Chem. Eng. Comm.*, 147, pp. 75-84(1996).
4. Lee, H. Y., Lin Y. J., and Lin, C. H. "Experimental Study on Drag Coefficient of Freely Falling Sphere" *7th International Symposium on Flow Modeling and Turbulence Measurements* (1998, Tainan 本計畫論文二) pp.449-pp.457.
5. Wung, T. S. "On the Video Image of Particle

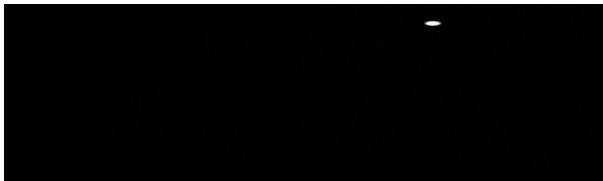




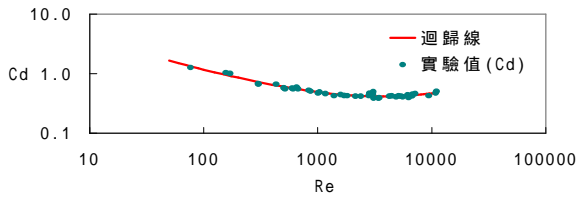
圖二、原始圖檔



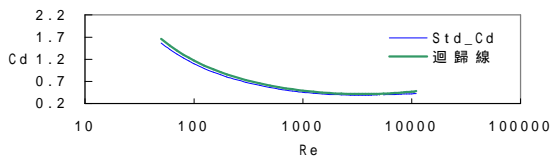
圖三、扣除背景影像之清晰圖，但有交織 (Interlace) 之影像



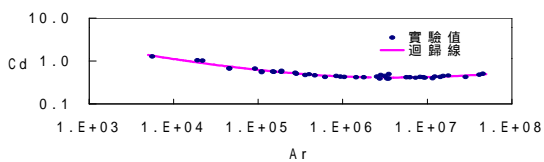
圖四、做完 STOP-MOTION 後，無 Interlace 之圖檔



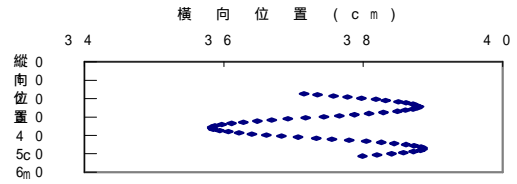
圖五、阻力係數(Cd)與雷諾數(Re)關係圖



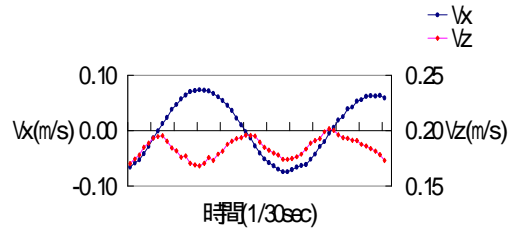
圖六、實驗迴歸值與標準阻力係數比較圖



圖七、阿基米德數(Ar)與阻力係數(Cd)關係圖



圖八、球編號 18 號之橫向位置與縱向位置圖



圖十、球編號 18 號之橫向速度(Vx)與縱向速度 (Vz)圖