

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 台灣地區降雨等級分類之研究子計畫

### 台灣北部地區降雨等級分類之研究(III)

#### Study on Classification of Storm Characteristics for Northern Taiwan Area (III)

計畫編號：NSC89-2625-Z-002-065

執行期限：89年8月1日至90年7月31日

主持人：鄭克聲 國立台灣大學生物環境系統工程學系

E-mail Address: [rslab@ccms.ntu.edu.tw](mailto:rslab@ccms.ntu.edu.tw)

#### 摘要

為符合頻率分析是針對年最大值序列計算的特性，且希望反應出真實暴雨事件特性，在研究中選取年最大值事件進行雨型設計。本研究擬以具自我相似性之高斯馬可夫模式模擬暴雨事件之降雨歷程，該模式為非定常性之一階馬可夫歷程。經由此模式我們可推演出具有最大似度之設計暴雨雨型，並進而利用自我相似性，建立不同延時暴雨雨型間之轉換模式。為使未設站地區在做雨型設計時，能有一合理的依據，本研究以群集分析將北部所有雨量站分成三類，並利用類別指標變數與考慮地理距離之相關性，進行空間網格推估，建立區域化雨型。

關鍵詞：設計暴雨雨型、高斯馬可夫歷程、群集分析、區域化雨型

#### Abstract

In this study we propose a simple-scaling, Gaussian-Markov model for rainfall process of storm events. We explain the simple-scaling characteristics in terms of the IDF curves. Rainfall depths of storm events were initially normalized with respect to storm duration and total depth. Our Gaussian-Markov model is a nonstationary first-order Markov process. We proved that, under simple-scaling assumption, the normalized rain rate (expressed in percentages) process is an IID random process and thus normalized rainfall data of different storm durations can be combined together for parameter estimations. We showed that the maximum likelihood estimator of the dimensionless hyetograph is the average hyetograph.

We also propose a method for regionalization of design hyetographs. By combining the Ward's cluster analysis technique and an indicator-variable-based probabilistic algorithm, we demonstrate that a map of regionalized hyetographs could be developed and used to determine the design hyetograph of any ungaged site in the study area.

Key words: hyetograph, Gaussian-Markov process, cluster analysis, regionalization hyetograph.

#### 一、緣由與目的

設計暴雨通常被應用在洪災處理及水工設計上，為給定不同的設計延時與重現期距可得到的一假設暴雨，主要是以三參數做描述：暴雨延時  $D$ ，重現期距  $T$ ，與總降雨深度  $d$ 。設計暴雨的結果通常以 IDF 曲線或 DDF 曲線表示；但在進行如降雨-逕流模擬的工程設計上，還需利用一設計雨型以得到降雨量在時間上的分佈情形。

在水工設計上，尖峰降雨量與尖峰時間(time-to-peak)都是雨型重要的參數。而實測的降雨事件中，總降雨量、尖峰降雨量與尖峰時間都有許多的變化，以一般定率方式難以合理描述。因此，視這些隨時間改變、降雨事件中的各變化量為隨機變數，序率模式為一理想方法用以建立水文模式。

在水利工程規劃時，經常面臨需要分析之地點沒有雨量站之情況，導致所需的雨型資料，是由最近的站決定或是由周圍數站內差得值。若工程地點距各雨量站均遠時，所選用之雨型資料是否正確，則無法判斷之。如運用區域性分析，針對各雨量站之雨型予以分類，並對具相同類型雨型劃分均

一區，並建立該區域之設計雨型，便可以工程所在地點決定其設計雨型，所得結果會較為方便及可靠。

## 二、單站雨型之建立

### 1. 暴雨事件的選取

過去一些相關研究對事件選取有以下方式：(a)只針對某些特定月份或季節(如 Koutsoyiannis 與 Foufoula-Georgiou (1993)) (b) 針對整年事件分析(如 Huff (1967) 與 Garcia-Guzman、Aranda-Oliver (1993))。如希望得到某一降雨類型的特性，則以(a)法選取為佳，如欲對所有四分點進行分析，則採(b)法。

在水工設計上，雨型是用以配合頻率分析結果，將降雨深度在時間上做分配。為符合一般頻率分析為針對年最大暴雨序列建立，且考慮真實暴雨事件特性，在本研究中以事件為基礎，分析極端降雨事件在統計及物理上的特性，希望建構出能配合頻率分析結果及反應出真實降雨事件的暴雨雨型。

### 2. 對降雨事件之尺度轉換模式(Simple-Scaling Model)

Koutsoyiannis 和 Foufoula-Georgiou(1993)提出自我相似(Self-Similar)對降雨資料的處理方法。也就是考慮尺度轉換及尺度不變性的概念，對降雨特性以函數描述。

#### (1) 降雨資料自我相似概念

以下為推演中所需變數定義：

$\langle t, D \rangle$  為降雨延時  $D$  之暴雨事件的瞬時降雨強度。

$$\{\langle t, D \rangle\} \stackrel{d}{=} \{J^H \langle Jt, JD \rangle\} \quad (1)$$

$X(i, D)$  為在  $i$  時間中增加之降雨深度。

$$X_{\Delta}(i, D) = \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \langle t, D \rangle dt \quad (2)$$

$h(t, D)$  為在  $t$  時刻前所累積之降雨深度。

$$h(t, D) = \int_0^t \langle s, D \rangle ds \quad (3)$$

以簡易尺度轉換(simple-scaling)概念， $X(i, D)$  和  $h(t, D)$  都可以指數( $H+1$ )進行尺度轉換。

$$\{X_{\Delta}(i, D)\} \stackrel{d}{=} \{J^{(H+1)} X_{\Delta}(i, JD)\} \quad (4)$$

$$\{h(t, D)\} \stackrel{d}{=} \{J^{(H+1)} h(Jt, JD)\} \quad (5)$$

#### (2) IDF 曲線之尺度轉換特性

由式(5)知： $h(t, D)$  為在  $t$  時刻前所累積之降雨深度，所以當  $t=D$  時，即達到總延時時， $h(D, D)$  為總降雨深度，其尺度轉換可寫為：

$$\{h(D, D)\} \stackrel{d}{=} \{J^{(H+1)} h(JD, JD)\} \quad (6)$$

將總降雨深度  $h(D, D)$  除以總降雨延時  $D$ ，所得為降雨強度  $i(D)$ ：

$$\left\{ \frac{h(D, D)}{D} \right\} \stackrel{d}{=} \left\{ J^H \frac{h(JD, JD)}{JD} \right\} \quad (7)$$

$$\{\bar{i}(D)\} \stackrel{d}{=} \{J^H \bar{i}(JD)\} \quad (8)$$

再考慮平均降雨強度  $\bar{i}(D)$  的機率分佈，可得到其與重現期距之關連：

$$E\{\bar{i}(D)\} \stackrel{d}{=} J^H E\{\bar{i}(JD)\} \quad (9)$$

$$\{\bar{i}_r(D)\} \stackrel{d}{=} \{J^H \bar{i}_r(JD)\} \quad (10)$$

尺度轉換後的平均降雨強度與轉換前平均降雨強度比較，得之間可利用指數  $H$  轉換：

$$\frac{\bar{i}_r(JD)}{\bar{i}_r(D)} = J^H = \left(\frac{JD}{D}\right)^H \quad (11)$$

而 Horner's Equation 為：

$$\bar{i}_r(D) = \frac{a}{(D+b)^c} \quad (D \text{ in minutes}) \quad (12)$$

其中當延時  $D$  較大時(如 24 小時)，係數  $b$  相對之下顯得非常小，故又可表為：

$$\bar{i}_r(D) = \frac{a}{(D)^c} \quad (13)$$

$$\bar{i}_r(JD) = \frac{a}{(JD)^c} \quad (14)$$

$$\frac{\bar{i}_r(JD)}{\bar{i}_r(D)} = J^{-c} = \left(\frac{JD}{D}\right)^{-c} \quad (15)$$

由式(11)與式(15)推導可得 Horner's Equation 與 Simple-scaling 的關係為：

$$-C = H \quad (\text{通常 } H < 0) \quad (16)$$

無因次雨型被應用於不同延時降雨事件在時間上的分佈。因為所有年最大暴雨事件是完全獨立的，故以尺度不變性觀點，無因次後的所有降雨事件應有相同的分佈，對它們可以高斯馬可夫歷程來進行描述。

無因次化雨型可表現出降雨事件在時間上的變化，且在分析時可以累積降雨百分比(cumulative percentage)或增加降雨百分比(incremental percentage)在時間上的分佈描述。在以下為方便陳述，僅以增加降雨百分比計算，而同樣的結果，也可套用在累積降雨百分比上。

$$\left\{ \frac{X_{\Delta}(i, D)}{h(D, D)} \right\} \stackrel{d}{=} \left\{ \frac{X_{\Delta}(i, JD)}{h(JD, JD)} \right\} \quad (17)$$

若令  $Y_{\Delta}(i, D) = \frac{X_{\Delta}(i, D)}{h(D, D)}$  表示第  $i$  個區間增加降雨百分比，也就是無因次化後，延時  $D$ ，演算時距之降雨量，可發現其尺度轉換後為 IID(indep-endent, identical distribution)，尺度轉換因子消去；此代表不同設計延時的降雨事件在經由無因次化後會有相同的統計特性，無因次化雨型可解決不同延時事件的演算；如此，我們最後得到的無因次化雨型在對單一降雨類型而言，可使用在任何延時之設計，只需改變演算時距。則：

$$\{Y_{\Delta}(i, D)\} \stackrel{d}{=} \{Y_{\Delta}(i, JD)\} \quad (18)$$

$> 0, i=1, 2, \dots, D/$

### 3.一階高斯馬可夫歷程模式

(Simple-Scaling Gaussian-Markov Hyetograph)

在此針對雨型兩部份進行確定：(1) 在引用馬可夫歷程時，主要必須確定在合成推衍序列中之重要因子，即其為幾階或稽延多少時間之序列相關係數。(2) 計算中將其分為 24 個時刻，則每個時刻序列為何種分佈？是否分析資料中可反應出理論中較合理的常態（或稱高斯）分佈。

假設有 n 個隨機變數  $Y_i, i=1,2,\dots,n$ ，且  $\{Y_i, i=1,2,\dots,n\}$  為一階 Gaussian Markov Process。

$$\begin{aligned}
 X(i) &\sim N(\tilde{y}_i, \hat{t}_i^2) \quad i=1,2,\dots,n \\
 \dots(i) &= \text{correl}(X(i), X(i-1)) \\
 &= \frac{\sum_{j=1}^N [Y(i,j) - \tilde{y}_i][Y(i-1,j) - \tilde{y}_{i-1}]}{\sqrt{\sum_{j=1}^N [Y(i,j) - \tilde{y}_i]^2 \sum_{j=1}^N [Y(i-1,j) - \tilde{y}_{i-1}]^2}} \\
 & \quad i=1,2,\dots,n
 \end{aligned} \tag{19}$$

而  $\{Y(i) = y_i, i=1,2,\dots,n\}$  的機率為

$$\begin{aligned}
 P(Y(1) = y_1, Y(2) = y_2, \dots, Y(n) = y_n) \\
 &= P(y_1) \cdot P(y_2 | y_1) \cdot P(y_3 | y_2) \cdot \dots \cdot P(y_n | y_{n-1}) \\
 &= \prod_{i=1}^n P(y_i | y_{i-1}) \equiv L
 \end{aligned} \tag{20}$$

給定  $X(i-1) = Y_{i-1}$  時， $Y(i) = y_i$  的條件機率為：

$$\begin{aligned}
 P(y_i | y_{i-1}) &= [2\hat{t}_i^2(1 - \dots_i^2(1))]^{-\frac{1}{2}} \\
 &\quad \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{[(y_i - \tilde{y}_i) - (\dots_i(1) \frac{\hat{t}_i}{\hat{t}_{i-1}})(y_{i-1} - \tilde{y}_{i-1})]^2}{\hat{t}_i^2(1 - \dots_i^2(1))}\right\}
 \end{aligned} \tag{21}$$

由於在此是希望使條件機率密度函數  $P(y_i | y_{i-1})$  值

為最大，即在限制  $\sum_{i=1}^n y_i = 1$  下，求  $\ln L$  的最大值。

此外，為避免雨型因事件較多而產生削減效應，導致雨型平滑而掌握不到尖峰降雨量的趨勢，求提高模擬尖峰降雨量的正確性，在方程式中加入對尖峰時間及尖峰降雨量的限制式；在方程式中，以  $t^*$  為所有真實事件尖峰時間百分比之平均， $y^*$  為所有真實事件尖峰降雨量百分比之平均， $y_{i^*}$  為希望雨型模擬出的尖峰降雨量百分比，即我們希望使  $y_{i^*} = y^*$ 。

為求得最佳估計值，利用拉格蘭茲法，引入拉格蘭茲常數  $\lambda$  與  $m$  (Lagrange Multiplier)：

$$M = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{[(y_i - \tilde{y}_i) - \dots_i(1) \frac{\hat{t}_i}{\hat{t}_{i-1}}(y_{i-1} - \tilde{y}_{i-1})]^2}{\hat{t}_i^2(1 - \dots_i^2(1))} \right] - 2\lambda(\sum_{i=1}^n y_i - 1) - 2m(y_{i^*} - y^*) \tag{22}$$

$$\text{令 } C_i = \dots_i(1) \frac{\hat{t}_i}{\hat{t}_{i-1}}$$

$$D_i = [1 - \dots_i^2(1)] \hat{t}_i^2 \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 M &= \sum_{i=1}^n \left[ \frac{[(y_i - \tilde{y}_i) - C_i(y_{i-1} - \tilde{y}_{i-1})]^2}{D_i} \right] \\
 &\quad - 2\lambda(\sum_{i=1}^n y_i - 1) - 2m(y_{i^*} - y^*)
 \end{aligned} \tag{24}$$

分別以  $y_i$  和  $\lambda$ 、 $m$  對  $M$  偏微分，可得使  $M$  值最小時， $y_i (i=1,2,\dots,n)$  和  $\lambda$ 、 $m$  的最佳解：

$$\frac{\partial M}{\partial y_i} = \frac{2[(y_i - \tilde{y}_i) - C_i(y_{i-1} - \tilde{y}_{i-1})]}{D_i} - \frac{2[(y_{i+1} - \tilde{y}_{i+1}) - C_{i+1}(y_i - \tilde{y}_i)] \cdot C_{i+1}}{D_{i+1}} - 2\lambda = 0 \tag{25}$$

$$\frac{\partial M}{\partial \lambda} = -2(\sum_{i=1}^n y_i - 1) = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial M}{\partial y_{i^*}} = 2(y_{i^*} - y^*) = 0 \tag{27}$$

再將式 (25)、(26) 與式(27)寫成矩陣之型態，以方便撰寫程式求解：

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix}
 \frac{1+C_1}{D_1} & \frac{C_1}{D_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 10 \\
 \frac{C_1}{D_1} & \frac{1+C_2}{D_2} & \frac{C_2}{D_2} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 10 \\
 0 & \frac{C_2}{D_2} & \frac{1+C_3}{D_3} & \frac{C_3}{D_3} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 10 \\
 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 0 & \dots & 0 & \frac{C_{p-1}}{D_{p-1}} & \left(\frac{1+C_p}{D_p}\right) & \frac{C_p}{D_p} & 0 & \dots & \dots & 10 \\
 \dots & \dots & \dots & 0 & \frac{C_p}{D_p} & \left(\frac{1+C_{p+1}}{D_{p+1}}\right) & \frac{C_{p+1}}{D_{p+1}} & 0 & \dots & 11 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{C_{p+1}}{D_{p+1}} & \left(\frac{1+C_{p+2}}{D_{p+2}}\right) & \frac{C_{p+2}}{D_{p+2}} & 0 & 10 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \frac{C_3}{D_3} & \left(\frac{1+C_4}{D_4}\right) & \frac{C_4}{D_4} & 10 \\
 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \frac{C_4}{D_4} & \frac{1}{D_4} & 10 \\
 1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix}
 y_1 \\
 y_2 \\
 y_3 \\
 \dots \\
 y_{p-1} \\
 y_p \\
 y_{p+1} \\
 \dots \\
 y_{23} \\
 y_{24} \\
 \lambda \\
 m
 \end{bmatrix}
 \quad
 \mathbf{M} = \begin{bmatrix}
 -\left(\frac{1+C_1}{D_1}\right) \frac{C_1}{D_1} \tilde{y}_1 + \frac{C_1}{D_1} \tilde{y}_2 \\
 \frac{C_1}{D_1} \tilde{y}_1 - \left(\frac{1+C_2}{D_2}\right) \frac{C_2}{D_2} \tilde{y}_2 + \frac{C_2}{D_2} \tilde{y}_3 \\
 \frac{C_2}{D_2} \tilde{y}_2 - \left(\frac{1+C_3}{D_3}\right) \frac{C_3}{D_3} \tilde{y}_3 + \frac{C_3}{D_3} \tilde{y}_4 \\
 \dots \\
 \frac{C_{p-1}}{D_{p-1}} \tilde{y}_{p-2} - \left(\frac{1+C_p}{D_p}\right) \frac{C_p}{D_p} \tilde{y}_{p-1} + \frac{C_p}{D_p} \tilde{y}_p \\
 \frac{C_p}{D_p} \tilde{y}_{p-1} - \left(\frac{1+C_{p+1}}{D_{p+1}}\right) \frac{C_{p+1}}{D_{p+1}} \tilde{y}_p + \frac{C_{p+1}}{D_{p+1}} \tilde{y}_{p+1} \\
 \frac{C_{p+1}}{D_{p+1}} \tilde{y}_p - \left(\frac{1+C_{p+2}}{D_{p+2}}\right) \frac{C_{p+2}}{D_{p+2}} \tilde{y}_{p+1} + \frac{C_{p+2}}{D_{p+2}} \tilde{y}_{p+2} \\
 \dots \\
 \frac{C_3}{D_3} \tilde{y}_2 - \left(\frac{1+C_4}{D_4}\right) \frac{C_4}{D_4} \tilde{y}_3 + \frac{C_4}{D_4} \tilde{y}_4 \\
 \frac{C_4}{D_4} \tilde{y}_3 - \frac{1}{D_4} \tilde{y}_4 \\
 1 \\
 y^*
 \end{bmatrix}$$

$$\text{計算式為： } \mathbf{K} \mathbf{Y} = \mathbf{M} \tag{28}$$

其中：

- (1) 等號  $K$  矩陣代表連續觀測資料間的變異特性矩陣。
- (2) 等號  $Y$  矩陣代表所欲推估的每小時降雨百分比  $\{y_i, i=1,2, \dots, 24\}$ , 即利用一階高斯馬可夫歷程所希望求得的雨型。
- (3) 等號  $M$  矩陣代表連續觀測資料間期望值及變異特性關係。
- (4) 在矩陣中  $t_{p=t^*}$  為尖峰時間,  $y_{t^*}$  為尖峰降雨百分比。

$$y_o = 0, \tau_o = 0, C_{m+1} = \dots, m+1(1) \frac{f_{m+1}}{f_m} = 0$$

$$(5) \frac{\partial^2 M}{\partial x_i^2} = 2[\frac{1}{D_i} + \frac{C_{i+1}^2}{D_{i+1}}] > 0$$

$$(6) \text{故 } M \text{ 有最小值。}$$

### 三、區域化雨型之建立

#### 1. 主成分分析

主成分分析主要是以少數成分表示多種變數之統計方法, 亦即將多種變數之資料重組, 而以少數成分簡潔說明多種變數所代表之意義。於多變數分析中, 通常變數間彼此存某種程度之相關性, 使得觀測數據具有某種程度之重複訊息。假設有  $p$  個變量  $(X_1, X_2, \dots, X_p)$ , 即可視為其存在於一  $p$  維座標系統中。因為變量彼此間可能具有高度相關性, 就物理意義來說, 即某一訊息變量  $X_i$ , 亦同時存在於其他變量中。以主成分進行分析, 可在保留大部分原有變數分佈特性下而降低變數之維度, 且各成分間相互獨立, 故可不重複表達大部分資料之特性。

本研究將各站之 SIGM 雨型  $X_1, X_2, \dots, X_{24}$ , 視為一具有 24 個變數的觀測值。統計所有觀測值, 計算各變數間協變異矩陣。用協變異矩陣以進行主成分分析, 可得到主成分轉換矩陣, 便可得到主成分變數  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{24}$ 。同時也可得到主成分變數之變異數(特徵值)  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{24}$  解釋百分比以及累積解釋百分比。

由主成分之解釋百分比可以看出, 第 1 主成分佔有 51.56% 的解釋能力, 逐次降低, 到第 5 個主成分佔有 4.59%, 可視為具有 4 或 5 個顯著的主成分。若由累積解釋百分比來看, 累積到第 5 個主成分時為 88.76% 還未到 90%, 也可得到具有 5 個顯著主成分的結論。選用此二種判別法都可以看出, SSGM 設計雨型可由原本的 24 變數, 壓縮到由 5 個變數控制。

#### 2. 群集分析

群集分析是一種能根據資料變數之相似性與相異性, 客觀地進行分類分群的邏輯程序。其針對某種指定之特性, 將欲進行分類之資料依此特性劃分為多個群集, 使同一群集中具有高度之均一性(homogeneity), 不同群集彼此具有明顯的異質性(heterogeneity)。群集分析法之分類原則, 是依其變量疏密程度分類。首先, 將每個樣本視為  $p$  維(變量個數為  $p$  個)空間之某點, 計算此空間中樣本與樣本間之距離值或類似度值, 再依此距離值或類似度值為準, 依照不同之準則, 把距離接近之兩樣本融合為一新樣本。再計算新樣本群與其他樣本間之距離, 直到預定之歸類群數或全歸於一類而止。

階層分群法是群集分析中應用最廣泛的一種方法, 其基本算法是先將  $n$  個樣本自成一類, 計算彼此間之相似性測

度, 並且把具有最小測度的兩個樣本合併成新一類。重複分群作業, 直到所有樣本都歸為一類為止。其主要有包括最短距離法、最長距離法、平均法與華德法等。在本研究中採用華德法(Ward method)作分析。

華德法又稱離差平方和法 (squares sum of dispersion method), 是由 Ward 於 1963 提出, 本法是基於方差分析概念, 以離差平方和為相似性測度。目的是使同類樣本之間離差平方和最小, 類與類間的離差平方和最大。假定已將  $m$  個變量的  $n$  個樣本分成  $T$  類,  $X_{ikt}$  表第  $t$  類第  $i$  個樣本之第  $k$  個變量,  $n_t$  表示第  $t$  類樣本之個數,  $X_{kt}$  表示第  $t$  類第  $k$  個變量的重心, 則第  $t$  類中樣本之離差平方和為:

$$S_t = \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{k=1}^m (X_{ikt} - \bar{X}_{kt})^2 \quad (29)$$

$$\text{其中 } \bar{X}_{kt} = \frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} (X_{ikt})$$

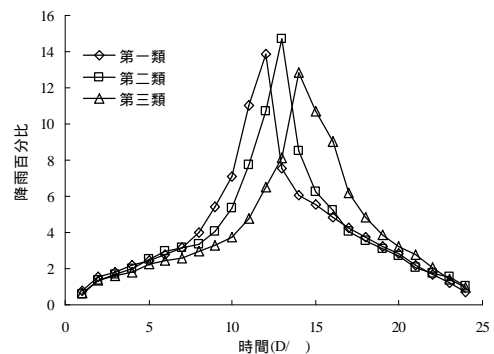
$T$  個種類之離差平方和為:

$$S = \sum_{t=1}^T S_t = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{k=1}^m (X_{ikt} - \bar{X}_{kt})^2 \quad (30)$$

在類和類合併時, 是針對某兩類合併後, 其  $S$  為其中增加最小者, 予以合併之。北部地區結果顯示, 分成三類時, 各類特性有明顯的差異。其結果如表一與圖一所示。

表一、北部地區之區域化雨型

時間(D/ )	降雨百分比		
	第一類	第二類	第三類
1	0.753	0.582	0.649
2	1.562	1.359	1.353
3	1.813	1.696	1.642
4	2.2	1.998	1.784
5	2.482	2.533	2.267
6	2.791	2.985	2.439
7	3.159	3.15	2.609
8	4.014	3.369	3
9	5.422	4.091	3.293
10	7.07	5.366	3.732
11	11.026	7.712	4.754
12	13.871	10.728	6.528
13	7.544	14.72	8.103
14	6.062	8.486	12.818
15	5.554	6.265	10.683
16	4.867	5.241	9.029
17	4.23	4.044	6.219
18	3.756	3.547	4.85
19	3.249	3.074	3.856
20	2.82	2.716	3.243
21	2.171	2.092	2.788
22	1.705	1.734	2.046
23	1.203	1.529	1.431
24	0.739	1.046	0.945



圖一、北部地區之區域化雨型折線圖

### 3. 區域化雨型之建立

要建立區域性設計雨型前，應對同類型之雨型進行均一區之劃分。根據之前群集分析的結果，進行空間網格點推估，以求得雨型區域化的結果。由於用以分析的資料是類別(1,2,3,...,n 群)，在本研究中引進指標變數的概念來作空間未知點的類別推估。

設今此區域劃分為  $n$  群的種類，空間中任一點必屬於其中任一類。區域中有  $m$  個已知其類別之點，其座標為  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$ 。區域中任一點座標為  $(x, y)$ ，定義該點為第  $a$  群 ( $1 \leq a \leq n$ ) 的機率為  $P_a$ 。若  $P_m$  為  $P_1, P_2, \dots, P_n$  中最大者，則定義該點屬於第  $m$  群。

計算  $P_a$  時，先設定一個函數  $f_i$ ，用以代表第  $i$  個已知點是否屬於第  $a$  群，1 代表隸屬，0 代表不隸屬：

$$f_i = \begin{cases} 1 & i \in a \\ 0 & i \notin a \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (31)$$

計算  $(x, y)$  至  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$  的距離為  $d_1, d_2, \dots, d_m$ ，

$$d_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \quad (32)$$

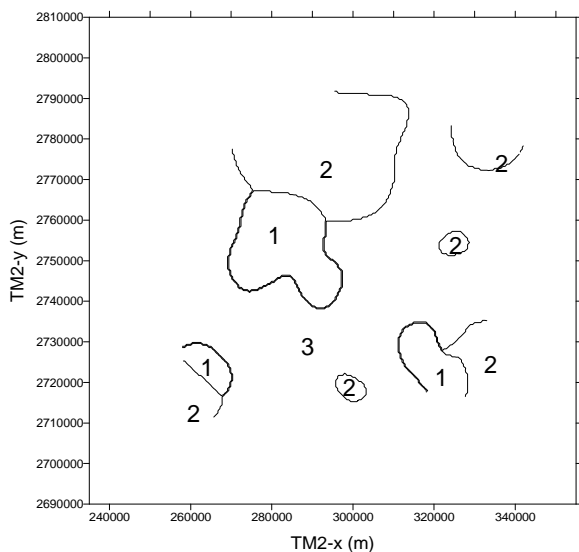
再以距離平方反比法來決定權重因子  $w_i$ ，

$$w_i = \frac{1/d_i^2}{\sum_{i=1}^m 1/d_i^2} \quad (33)$$

則任意點  $(x, y)$  上屬於第  $a$  群的機率值便為：

$$P_a(x, y) = \sum_{i=1}^m w_i f_i \quad (34)$$

比較  $(x, y)$  上共  $n$  群之機率值，選定最大者為該點劃分之類別，將全區域劃分網格點，計算每一點之類別，便可得到區域化雨型。圖二為北部區域化雨型網格化結果。



圖二、北部區域化雨型網格化結果

### 四、參考文獻

1. Bernard, M.M., 1932. Formulas for rainfall intensities of long duration. Trans. ASCE, 96: 592-624.
2. Bras, R., and Rodriguez-Iturbe, I., 1976. Rainfall generation: A nonstationary time-varying multidimensional model. Water Resources Research, 12(3):450-456.

3. Burlando, P. and Rosso, R., 1996. Scaling and multiscaling models for depth-duration-frequency curves for storm precipitation. Journal of Hydrology, 187: 45-64.
4. Cheng, K.S., I. Hueter, E.C. Hsu, and H.C. Yeh, 2001. A Scale-Invariant Gauss-Markov Model for Design Storm Hyetographs. Journal of the American Water Resources Association, Vol. 37, No.3, pp. 723-736.
5. Cheng, K.S., E.C. Hsu, H.C. Yeh, and Y.B. Cheng. Comparative Evaluation and Regionalization of Design Hyetographs. Submitted to Journal of the American Water Resources Association, in review.
6. Chow, V.T., Maidment, D.R., and Mays, L.W., 1988. Applied Hydrology, McGraw-Hill Co., 572 p.
7. Eagleson, P.S., 1970. Dynamic Hydrology. McGraw-Hill, 462pp. (4-50)
8. Garcia-Guzman, A. and Aranda-Oliver, E., 1993. A stochastic model of dimensionless hyetograph. Water Resources Research, 29(7): 2363-2370.
9. Godano, C., Tosi, P., Derubeis, V., and Augliera, P., 1999. Scaling properties of the spatio-temporal distribution of earthquakes: a multifractal approach applied to a Californian catalogue. Geophysical Journal International, 136: 99-108.
10. Gupta, V.K. and Waymire, E., (4-52) 1990. Multiscaling properties of spatial rainfall and river flow distributions. Journal of Geophysical Research, 95(D3): 1999-2009.
11. Hubert, P., Tessier, Y., Ladoy, P., Lovejoy, S., Schertzer, D., Carbonnel, J.P., Violette, S., Desrosne, I. and Schmitt, F., 1992. Multifractals and extreme rainfall events. Geophysical Research Letters, 20(10): 931-934.
12. Huff, F.A., 1967. Time distribution of rainfall in heavy storms. Water Resources Research, 3(4): 1007-1019.
13. Keifer, C.J. and Chu, H.H., 1957. Synthetic storm pattern for drainage design. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 83:(HY4), 1-25.
14. Kottegoda, N.T., 1980. Stochastic water resources technology. John Wiley, New York, 384 p.
15. Koutsoyiannis, D. and Foufoula-Georgiou, E., 1993. A scaling model of a storm hyetograph. Water Resources Research, 29(7): 2345-2361.