

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 物件導向平行有限元素計算環境之發展研究

### An Object-Oriented Environment for Parallel Finite Element Computations

計畫編號：NSC 87-2211-E-002-034

執行期限：86年8月1日至87年7月31日

主持人：謝尚賢 國立臺灣大學土木工程學系

電子郵件信箱：shhsieh@ce.ntu.edu.tw

#### 一、中文摘要

為使有限元素分析能處理更大型、更複雜的工程問題，平行計算技術漸受重視。在電腦計算速度與記憶容量有限的情況下，若能將傳統的循序演算法改進為平行演算法，同時讓多部電腦運算，將提高有限元素分析的能力與效率。目前平行計算技術在有限元素結構分析的應用尚未普及，其主要原因是因為平行有限元素分析程式在開發與維護工作上十分困難，阻礙了平行有限元素方面的研究。

本研究運用物件導向技術，發展一套平行有限元素計算環境，將程式內部複雜的計算過程與資料結構加以封裝，減輕軟體開發與維護的成本。透過本環境，使用者不需考慮複雜的計算程式與資料結構，只需瞭解有限元素計算原理與平行計算概念，即可輕易地發開與測試平行有限元素分析程式。

**關鍵詞：**平行計算、有限元素分析、物件導向技術

#### Abstract

In order to solve large and complicated engineering problems using finite element analysis, increasing attention has been paid to applications of parallel computing technology. However, applications of parallel computing to finite element analysis have not been very popular due to the difficulties of rebuilding finite element analysis programs for parallel computing. Therefore, the present

research has developed an object-oriented environment to facilitate the study and applications of parallel finite element computations. By using object-oriented technology, the complexities encountered in finite element computations as well as parallel computing are encapsulated and hidden from the user to ease the programming task. An easy-to-use and user-friendly interface is supported by the environment to facilitate the development of parallel finite element codes for users who only need to understand the principle of the finite element method and basic concepts of parallel computing and object-oriented programming.

**Keywords:** Parallel Computing, Finite Element Analysis, Object-Oriented Technology

#### 二、緣由與目的

由於高速電腦的架構已逐漸由單一處理器轉向多處理器之平行電腦架構，許多大型程式均面臨平行化的挑戰。早期關於有限元素法的研究，大多並未考慮其演算法的平行化可行性，而仍重於循序式的計算流程，故至今在有限元素分析領域，仍缺乏一個很有效的平行演算法，可充份利用現今的高速電腦。為此，許多學者相繼提出如何將有限元素分析流程平行化的方法，於是平行有限元素分析的研究課題因而展開。

然而撰寫與維護一個平行有限元素分析程式卻十分困難。其主要原因是有限元

素分析程式本身已存在相當的複雜度，再加上平行有限元素分析程式還需考慮有限元素網格分割、平行有限元素分析演算法、分散式資料處理，以及不同平行計算環境等因素，使得平行有限元素分析程式的撰寫與維護更為複雜。此外，平行有限元素分析流程上的一些細節問題，目前尚在研究階段。因此，研究人員常為了加入新的演算法或修改舊的演算法，需進入程式內部進行增修。如此造成平行有限元素分析程式之維護工作極大的負擔，導致研究進度上諸多阻滯。

本研究最主要的目的在於，利用物件導向觀念，設計並開發一套具高度彈性與擴充性的平行有限元素分析程式架構，以利研究人員開發平行有限元素分析程式，並測試新的演算法。由於該架構同時具備傳統有限元素分析與平行有限元素分析之功能，故不僅適用於平行有限元素分析，對於開發傳統有限元素分析程式，亦具有相當的助益。

此外，本研究並利用此平行有限元素計算環境，並以數個結構分析為範例，實際進行平行有限元素分析的測試。這些測試主要包括比較與探討通用稀疏矩陣與變寬帶矩陣，對循序與平行有限元素分析之影響，以及使用子結構結點重排演算法對於平行有限元素分析之影響。

#### 四、平行有限元素計算環境與測試結果

本研究整合各種與平行有限元素計算相關的程式庫[1-7]，開發一套平行有限元素計算環境。此環境同時具備循序有限元素分析與平行有限元素分析之功能，不僅適用於開發平行有限元素分析程式，亦可用於開發循序有限元素分析程式。本計算環境之架構如圖 1 所示。

對於研究中所開發的平行有限元素計算環境，本研究進行三個部份之測試。首先，本研究以數個結構分析問題為例(表 1 為各有限元素網格之資料與特性)，測試變寬帶矩陣與通用稀疏矩陣在循序有限元素分析中，矩陣分解所需的運算量與記憶容量方面。測試結果(列於表 2)顯示，使用通

用稀疏矩陣求解有限元素結構分析問題，將有助於減少矩陣分解所需之計算時間與記憶容量。尤其當結構物的規模較大、結構形狀具較多分支，以及結構體非細長型時，使用通用稀疏矩陣將更具效果。

在子結構結點重排方面，本研究提出改良的 RCM[8]子結構結點重排法(已發表於文獻[9])，並將之應用於以變寬帶子結構勁度矩陣之靜態濃縮運算。以 BLADE 模型為例，圖 2 與圖 3 分別為未使用與使用改良的 RCM 子結構結點重排演算法之平行有限元素分析時間圖。結果顯示，雖然使用改良的 RCM 重排演算法，無法有效地使各子結構之靜態濃縮運算量較為平衡，但大致上卻能有效減少其運算量，以縮短平行有限元素分析的時間。

此外，本研究以 E-BUILDIN 有限元素模型為例，分別採用變寬帶矩陣與通用稀疏矩陣技術，進行平行有限元素分析之子結構靜態濃縮運算。在求解邊界自由度方程組方面，本測試採用循序之變寬帶矩陣分解法求解。圖 4 與圖 5 分別為使用變寬帶矩陣與通用稀疏矩陣技術，進行子結構靜態濃縮運算之平行有限元素分析時間圖。結果顯示，在計算各子結構之勁度矩陣時，使用通用稀疏矩陣需要稍長的時間。雖然如此，在子結構靜態濃縮運算部份，使用通用稀疏矩陣不但可有效縮短矩陣靜態濃縮的運算時間，亦對於各子結構靜態濃縮運算時間之平衡有很大的助益。整體而言，使用通用稀疏將可大幅縮短整體平行有限元素分析之時間。

#### 五、結論與未來研究方向

本研究利用物件導向技術，開發一套具高度彈性與可擴充性的平行有限元素計算環境。此計算環境乃用以輔助研究人員進行平行有限元素分析之相關研究。由於此計算環境同時具備傳統有限元素分析與平行有限元素分析之功能，不僅適用於開發平行有限元素分析程式，亦可用於開發循序有限元素分析程式。

利用本研究所發展的平行有限元素計算環境所進行的測試顯示，通用稀疏矩陣

能有效地縮短循序與平有限元素分析所需之運算時間與記憶容量。此外，在平行有限元素分析方面，使用通用稀疏矩陣進行子結構靜態濃縮運算，亦較易於使其達到運算量的平衡。在子結構結點重排方面，本研究提出之改良的 RCM 重排演算法，應用於變寬帶矩陣之靜態濃縮運算上，大致上可以有效地減少子結構靜態濃縮的運算量，以縮短平行有限元素分析的時間。

雖然通用稀疏矩陣能有效縮短循序與平行有限元素分析所需之運算量與記憶容量，但在矩陣組合的步驟上，卻需要較長的執行時間。如何改善通用稀疏矩陣技術，縮短矩陣組合所需時間，使之更適合於有限元素計算，是未來研究方面之一。

子結構結點重排演算法對於各子結構之靜態濃縮運算量，有很大的影響。然而，目前仍缺乏適用於通用稀疏矩陣之子結構結點重排法。如何改良已有的結點重排法，使之適合於通用稀疏矩陣之子結構靜態濃縮運算，將是未來研究方向之一。

在平行有限元素分析方面，由於各處理器運算量不平衡與整體運算量的增加，使得有限元素分析仍無法高效率地平行化。如何克服這些困難，提高平行有限元素分析的效率，將是本研究未來最重要研究方向。

## 六、計畫成果自評

本研究基本上已完成預期之工作項目。研究中所開發的平行有限元素計算環境，已提供完整的平行有限元素計算功能，可用以輔助一般有限元素分析程式之開發，或是平行有限元素分析方面之研究工作。

在平行有限元素分析的研究方面，本研究提出改良的 RCM 子結構結點重排演算法，並指出子結構結點重排問題將是影響平行有限元素分析效率的重要因素之一。此外，本研究引入通用稀疏矩陣技術於矩陣分解與靜態濃縮運算，並討論使用通用稀疏矩陣技術對於有限元素分析之影響。這些研究成果目前已發表或被接受於文獻 [9-11] 中。目前正著手將這些研究成果再稍

加深入探討與研究，以投稿發表於學術期刊中。

## 五、參考文獻

- [1] Hsieh, S. H., Yang, Y. S., Cheng, W. C., Lu, M. D., and Sotelino, E. D. (1997). "MPE++: An Object-Oriented Mesh Partitioning Environment in C++," *Proceedings of The 6<sup>th</sup> Asia-Pacific Conference on Structural Engineering & Construction*, January 14-16, 1998, Taipei, Taiwan, R.O.C., 313-318.
- [2] OpenGL ARB (1992). *OpenGL Reference Manual*, Addison Wesley, New York, USA.
- [3] Lu, J. (1994). "FE++: An Object-Oriented Application Framework for Finite Element Programming," *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Annual Object-Oriented Numerics Conference*, 438-447, Sunriver, OR.
- [4] Lu, J., White, D. W., Chen, W. F., and Dunsmore, H. E. (1995). "A Matrix Class Library in C++ for Structural Engineering Computing," *Computers and Structures*, Vol.55, No.1, 95-111.
- [5] Hsieh, S. H. and Sotelino, E. D. (1997). "A Message-Passing Class Library C++ for Portable Parallel Programming," *Engineering with Computers*, Vol.13, 20-34.
- [6] Modak, S., Sotelino, E. D., and Hsieh, S. H. (1997). "A Parallel Matrix Class Library in C++ for Computational Mechanics Applications," *Microcomputers in Civil Engineering*, Vol.12, 83-99.
- [7] Mukunda, G.R., Sotelino, E. D., and Hsieh, S. H. (1998). "Distributed Finite Element Computations Using Object-Oriented Techniques," *Engineering with Computers*, Vol.14, No.1, 59-72.
- [8] Liu, J. W. H. (1976). "Comparative Analysis of The Cuthill-McKee and The Reverse Cuthill-McKee Ordering Algorithms for Sparse Matrices," *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol.13, No.2, 198-213.
- [9] Yang, Y. S. and Hsieh, S. H. (1997). "Some Experiences on Parallel Finite Element Computations Using IBM/SP2," *Proceedings of The 7th KAIST-KU-NTU Tri-Lateral Seminar/Workshop on Civil Engineering*, Dec. 1-3, 1997, Kyoto University, Kyoto, Japan, 63-68.
- [10] 楊元森, 周光武, 謝尚賢, 蔡益超. (1998). "變寬帶矩陣與通用稀疏矩陣在結構分析之應用與比較," *第四屆結構工程研討會論文集*, 民國 87 年 9 月 9-11 日, 國立臺灣科技大學, 臺北, 臺灣.
- [11] Yang, Y. S., Hsieh, S. H., Chou, K. W., and Tsai, I. C. (1998). "Large-scale Structural Analysis Using General Sparse Matrix Technique," *Proceedings of The KAIST-KU-NTU-NUS Seminar on Civil Engineering*, Singapore. (to appear)

表 1 各有限元素網格之資料與特性

| 分析範例      | 結點數目   | 元素數目   | 網格特徵       |
|-----------|--------|--------|------------|
| 10-STORY  | 396    | 960    | 小型建築物      |
| 20-STORY  | 2,541  | 6,820  | 大型建築物      |
| C-BUILDIN | 2,856  | 7,400  | 無分支情況的建築結構 |
| E-BUILDIN | 3,276  | 8,500  | 具分支情況的建築結構 |
| T40020    | 16,421 | 64,000 | 細長型桁架屋頂    |
| T7070     | 9,941  | 39,200 | 方型桁架屋頂     |

表 2 矩陣分解所需之計算時間與記憶容量之比值(通用稀疏矩陣/變寬帶矩陣)

| 分析範例      | 計算時間 | 記憶容量 |
|-----------|------|------|
| 10-STORY  | 0.79 | 0.67 |
| 20-STORY  | 0.59 | 0.48 |
| C-BUILDIN | 0.55 | 0.51 |
| E-BUILDIN | 0.40 | 0.43 |
| T40020    | 0.84 | 0.69 |
| T7070     | 0.63 | 0.50 |

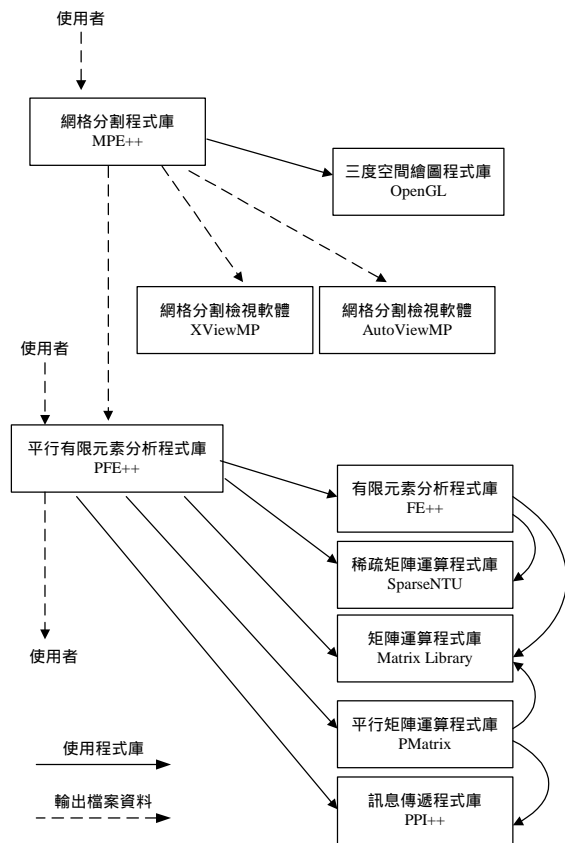


圖 1 本研究之平行有限元素計算環境中之各個程式庫間的關係

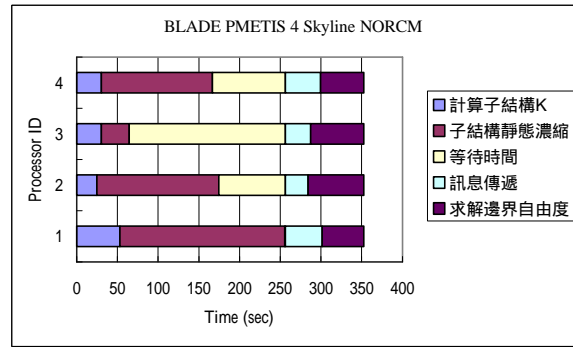


圖 2 未使用改良 RCM 結點重排法之分析時間圖

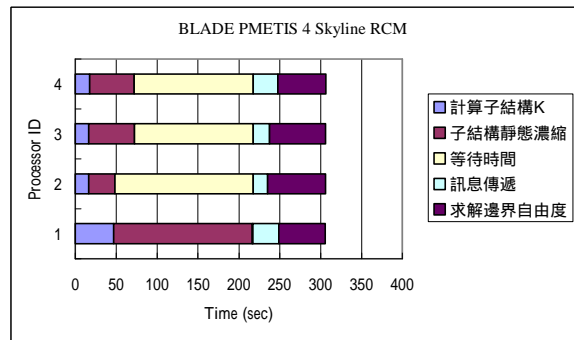


圖 3 使用改良 RCM 結點重排之分析時間圖

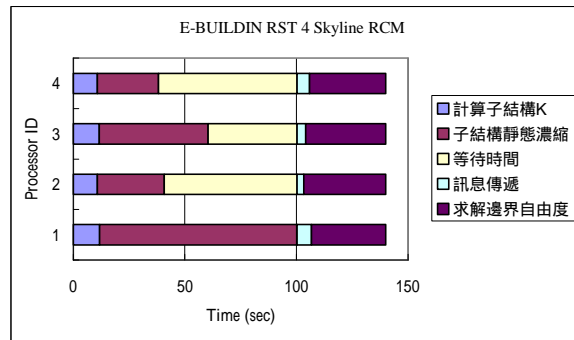


圖 4 以變寬帶矩陣進行子結構靜態濃縮之分析時間圖

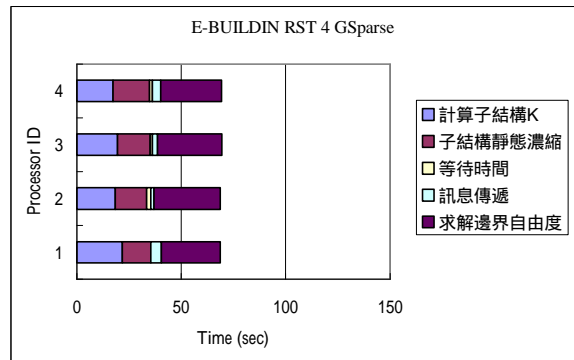


圖 5 以通用稀疏矩陣進行子結構靜態濃縮之分析時間圖