

+行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

水庫沉滓沉降行為之研究(二)

Investigations of Sedimentation Process in a Reservoir (II)

計畫編號：NSC 88-2218-E-002-039

執行期限：87年08月01日至88年07月31日

主持人：李鴻源 國立台灣大學水工試驗所

一、中文摘要

關於多圓球顆粒自由沉降運動之研究，多以單一顆粒之沉降速度 w_0 與多顆粒沉降速 w 與 S_v 體積濃度關係呈現，利用本研究小組研發之「動態影像數位化系統」量測單一顆粒與多顆粒終端速度，本文依 $\frac{w}{w_0} = (1 - S_v)^m$ 根據實驗資料，求出 m 值，用以推求多顆粒之沉降速度。並以修正之 BBO (Modified Basset Boussinesq Oseen) 方程式，配合 Runge-Kutta Method 與 Gaussian quadrature formula 數值方法，得出單一顆粒之瞬時速度與終端速度，並與實測資料比較，此數值方法可做為 w_0 之估計。由於多圓球顆粒後之 wake 影響其沉降行為，本計劃也對單一顆粒在水中自由下沉之流場做一觀察。

關鍵詞：多顆粒、單一顆粒、終端速度、體積濃度

Abstract

According to these investigations of multiple particle falling in still fluid, empirical formulas between w_0 (single particle fall velocity) and w (multiple particles fall velocity) are proposed. Using self-developed "Dynamic Image Digitalization System", we got new regressed curve for estimating terminal velocity of multiple particles. An numerical results of instantaneous velocity and fall velocity of a freely falling particle based on Basset -Boussinesq-Oseen equation by using Runge-Kutta Method and Gaussian quadrature formula were also obtained. The fall velocity computed from above can estimate the value of w_0 . And wake behind single particle freely falling in still water were investigated.

Keywords:

Multiple Particles, Single Particle, Terminal Fall Velocity, Concentration of volume

二、緣由與目的

本研究主要研究非凝聚性多顆粒(同一顆徑)在靜止水體中之群體沉降速度，以推估群體顆粒之沉降速度。在水體中若同時存在許多顆粒，則對任一顆粒而言，其它顆粒之存在將對它產生影響。在單一顆粒自由下沉的過程中，將會引起周圍水體也發生運動，而在此顆粒周圍顆粒的水體就會受到阻尼，使它們的沉降速度降低。另一方面，顆粒在下沉同時也帶動周圍流體，流體也伴隨向下運動，如果流體延伸到很遠，則任一顆粒都會因為其它顆粒的運動而增加下沉速度，如有邊界的影響，根據連續定律，一部份水下沉必引起另一部份的水流上升，使問題更加複雜。在一般的條件下，如一團顆粒在水體下沉，邊界在相當遠處，則它們的下沉速度要比單一顆粒在無窮水體下的沉降速度為快，相反，如顆粒均勻地佈水體中同時下沉時，則顆粒間的阻尼使每一顆粒的沉降都降低。

在前人的研究中，分為 1. Stokes 範圍內(即雷諾數 $Re < 1$ 之範圍) 2. Stokes 範圍外($Re > 1$)。以下分述之

在 Stokes 範圍內，且體積濃度 S_v 低的情況下，大致可分為兩類，第一類以(E. Cunningham 1910)及(S. Uchida 1949)為代表，他們將多顆粒的沉降運動看成與單一顆粒在狹小的容器中沉降一樣，第二類以(M. S. Smoluchowski 1913)及(S. M. Burgers 1942)為代表，他們以某一顆粒所在之流況視為其它顆粒下沉時對該顆粒所引起之流況之總和。這兩類的公式基本形式如(1)式所示

$$\frac{w_0}{w} = 1 + k \frac{d_p}{s} \quad (1)$$

其中 w_0 為單一顆粒之沉降速度、 w 為體積濃度為 S_v 之沉降速度、 d_p 為顆粒直徑、 s 為顆粒與顆粒間的距離、 k 為常數(0.7~2.25)，而 $D/s = 1.24$

$S_v^{1/3}$ ，就(1)式而言，當 $s \gg d_p$ 時，即顆粒間距

離很大， $w_0 = w$ ，顆粒間互不影響，且體積濃度愈大時，多顆粒沉降速度小於單一顆粒的沉降速度，就第一類而言，狹小的容器並不能完整代表其它顆粒之影響。

在 Stokes 範圍內，且體積濃度 S_v 高的情況下(錢寧、萬兆惠 1975)，以 Stokes 觀點出發，因為水體中含有高 S_v 顆粒，故對動力黏滯係數、相對沉降速度與水體的密度做修正得(2)式

$$\frac{w}{w_0} = \frac{(1 - S_v)^2}{1 + \frac{3}{\left(\frac{1}{S_v} - \frac{1}{0.52}\right)}} \quad (2)$$

在一般的情況下， Re (根據 w_0) 在 Stokes 範圍外，由於慣性力的影響，(1)、(2)式不適用，(J.F.Richardson, W.N. Zaki 1954) 論証 w_0 與

$$w \text{ 之關係如(3)式 } \frac{w}{w_0} = (1 - S_v)^m \quad (3)$$

其中 m 為一待定係數，而同樣與類似的公式在(錢寧、萬兆惠 1991) 中有詳細的列表，而以 m 為 Re 之函數較為合理，因為在單一顆粒的沉降過程中，其阻力係數 C_d 為 Re 之函數，而在多顆粒下沉時所受之阻力應與其 S_v 和 Re 有關。

本研究先以(Mei and Adrain 1992) 所提出之 Modified Basset Boussinesq Oseen equation (4) 式

$$\frac{1}{6} f \dots d_p^3 \frac{dU_{pi}}{dt} = \frac{1}{6} f_i f_p (\dots) g_i - \frac{1}{8} f \dots d_p^2 c_D |U_{pi}| U_{pi} - c_A \frac{f}{6} \dots d_p^3 \frac{dU_{pi}}{dt} - 3f \dots v d_p \int_0^t K(t-t') \frac{dU_{pi}}{dt'} dt \quad (4)$$

其中 $C_A = 0.5$ 、 U_{pi} 為瞬時速度、 d_p 為顆粒直徑 C_D 為阻力係數、其中 $K(t-t')$ 如下式所示

$$K(t-t') = \left\{ \left[\frac{4f \epsilon(t-t')}{d_p^2} \right]^{1/4} + \left[\frac{A |U_{pi}(t')|^3}{v d_p [0.75 + 0.105 Re_i(t')]^2} (t-t')^2 \right]^{1/2} \right\}^{-2}$$

利用 Runge-Kutta Method 與 Gaussian quadrature formula 計算終端速度 U_t (即相臨兩疊代 U_{pi} 的誤差小於 $1E-4$) 用以估計單一顆粒之終端速度。再以(3)式求得多顆粒之沉降速度，而(3)式中之 m 值，以實驗得之。

三、實驗設備與實驗方法

實驗配置如圖一所示：

本實驗使用高精度之 CCD Camera (Charge Coupled Device Camera)，配合上期計畫自行研發之「動態影像數位化系統」，加以改進，利用兩架 CCD Camera，攝取二維之單一顆粒與多顆粒沉降之影像其分述如下：

先利用 CCD Camera 攝取後期影像處理所需之背景影像與實際尺度影像 (Scale Image)，然後在電腦上啟動影像提取軟體，然後將顆粒釋放，

以量測其顆粒群之前端速度，可利用兩架 CCD Camera，上、下各一架的方式，量測長距離之多顆粒沉降速度，以確定其是否達到終端速度。

「動態影像資料數位化系統」：

啟動影像處理軟體 Optimas，讀取時序列之原始影像檔。將含目標物之影像對不含目標物之背景圖，做「邏輯相減」(logical subtract)，消除雜訊，並增加兩者間之反差，利於往後精準且完整地選取目標物。由於 CCD Camera 以每 1/30 秒一張 (frame) 的速度攝取影像，實際上一個 frame 為兩個 field 所組成，CCD Camera 在 1/30 秒內以 1/60 攝取奇數場 (odd field)，另一 1/60 秒攝取偶數場 (even field)，故可做奇數場和偶數場之分離，增加精度。選取目標物。

以 Optimas 所內建自動圈選的功能，用「門檻值」(Threshold) 來分別目標物與背景。以 Optimas 內定的「像素座標系統」(pixel based coordinate)，將所選定目標物的面積，計算其形心，得出中心點座標。再分別對 X、Y、Z 軸轉換成真實尺度。以預先攝取的校正圖檔換算成真實尺度的比例尺，再以該比例尺對目標圖檔的座標做尺度的校正。再以 Optimas 所附的「資料動態交換」(Dynamic Data Exchange) 功能，輸出資料值至 Microsoft Excel 工作表中。讀取下一張影像檔，重複前述步驟，完成數位化過程。

而多顆粒之沉降速度則用 1/60 秒間之奇、偶場之形心位置求取其速度，再加以平均，而二維中的疊影 (overlay) 問題，可利三維量測中之另一個二維影像決定之。

四、結果與討論

首先針對單一顆粒量測之瞬時速度與利用 Modified BBO 方程式為基礎之數值計算結果比較，茲以直徑 6mm，密度 1.7717g/cm³ 為例，其結果如圖 x 所示，就實驗結果而言，在一顆粒之自由下沉過程中，一開始時做加速度運動，隨著瞬時速度之增加，其 Steady Drag 漸漸加大，而其 Basset History Force 之記憶效應，漸漸減小，在達到終端速度前變為 0，而 Modified BBO 方程式中 Add mass 項的 C_A 係數之推估各有不同，本數值模式採用 $C_A=0.5$ ，而 Steady Drag 項中阻力係數 C_d 之推估，則採用第一期計劃之 C_d-Re 關係式，(5)式

$$C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.1952 \cdot Re^{0.647}) + \frac{1.2582}{1 + 424 Re^{-0.7728}} \quad (5)$$

而在第一期計劃中所發現之 quasi-steady 之週期擺盪終端速度在圖二中之實測值後段可明顯發現，由實測值與數值解之比較，可知在 quasi-steady 終端速度段，數值解之終端速度較高，即數值解之阻力被低估，推究其可能原因為在推估

Basset History Force 項時，當 t 趨近於 ∞ 時之計算誤差與對下沉過程之球體後 wake 機制之不了解。

本研究小組也針對單一顆粒後之 wake，做流場之顯影，如圖三所示，由圖中可看出，單一顆粒後之 wake 為一三維的流場，觀察一系列的二維流場圖，可對圖二中週期擺盪提出一初步解釋，在其 quasi-steady 下沉過程中，依序產生了四個對稱的 wake，由兩組相似的 wake 互相交替產生，而其 wake 之壓力場，使其做 spiral motion。

在多顆粒沉降速度之推估，採用(3)式，利用相同顆粒，在不同體積濃度 S_v 量測其多顆粒終端速度，將 w/w_0 與 $(1-S_v)$ 均取對數，其結果如圖四所示，求其 m 值約為 3.24(當 $Re=1606$)，與(Richardson 1954)所得 2.39 相近，即體積濃度 S_v 愈小時， w/w_0 愈大，其結果符合物理意義，當 S_v 很小時代表 S (顆粒間之平均距離) $\gg D$ (球體直徑)，即多顆粒之沉降速度與單一顆粒沉降速度大約相等，而隨著體積濃度 S_v 的增加，由於顆粒與顆粒間之阻尼加大，使得多顆粒之沉降速度降低。根據(錢 1991)，在 $Re > 500$ 時， m 趨近一常數，即 m 與 Re 無關。由於多顆粒沉降時其 wake 之間相互影響，使得每顆顆粒之沉降速度均不相同，但就整體而言在 $Re > 1000$ 時，本研究之 m 之平均值大約為 4.23，故在 $Re > 1000$ ，可由(6)式來推估：

$$\frac{w}{w_0} = (1 - S_v)^{4.23} \quad (6)$$

六、結果與討論

1. 本實驗結合了兩架 CCD 攝影機、影像擷取卡與 OPTIMAS 影像處理軟體，可做長距離重力作用方向之量測，以數位化的資料分析多沉降運動之性質，較以前之碼錶量測，準確度提高許多。
2. 本研究以 Modified BBO equation 出發，利用數值方法，求解單一顆粒之瞬時速度與沉降速度，與實測值相差不大，可做為求解多顆粒沉降速度的 w_0 值。
3. 由於「尾流與球體間的交互作用」，當圓球在自由沉降運動過程中達終端速度時，觀測其二維之瞬時垂向速度與瞬時橫向速度不為「一定」之終端速度，而呈一規則性的週期波型態，其流場在本研究有初步的呈現，將在下一期計劃中，採用三維量測。

4. 在實際應用上，可用上期計劃中之 Ar 數求解 w_0 ，或由本研究之數值模式求解之，再代入(6)式(在 $Re > 1000$ 時)，在 $0 < Re < 1000$ 時可參考(錢 1991 p.63)之 Re 與 m 關係圖。

七、計畫成果自評

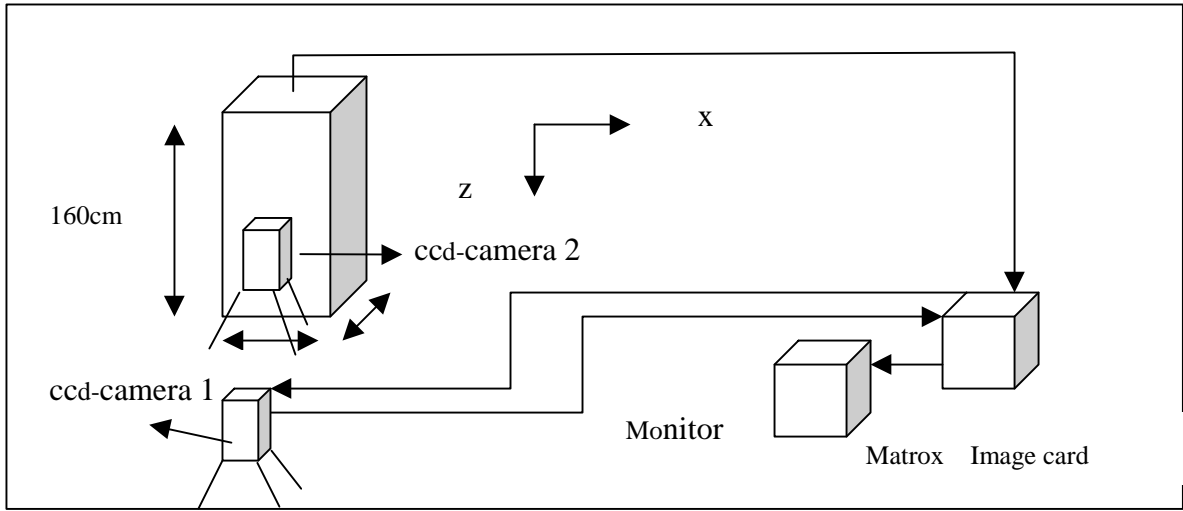
本計畫之目的為了解水庫沉滓沉降行為，分分期執行，(第一期)中以研究非凝聚性單一顆粒沉降行為為主，(第二期)中以多顆非凝聚性顆粒沉降行為為主，本計畫執行成果與預期達成目標相符，在計畫中提出一條實用迴歸式配合上期研究成果或本期之數值方法，即可計算多顆粒之沉降速度，在實際的輸砂工程中多顆粒之沉降速度的是一重要之因子。此外，並發展一高精度之數位量測技術，可針對多顆粒作一位移的量測，另外，在單一顆粒沉降過程中，由於尾跡渦流的影響，本計畫也對其流場做一定性之描述。目前在國內外會議上共發表一篇論文(列於參考文獻中)

誌謝

感謝國科會編號 NSC-88-2218-E-002-039 計劃資金提供。另外特別感謝，國立台灣大學應力所副教授翁宗賢，及國家地震中心張倉榮博士在計劃上的寶貴意見。

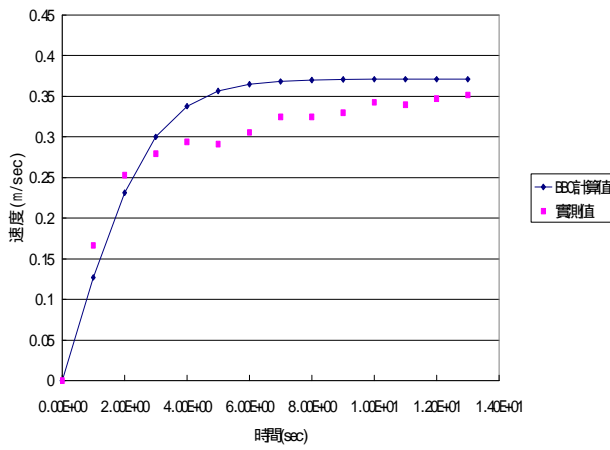
參考文獻

1. 錢寧、萬兆惠，“泥沙運動力學”，科學出版社(1991)
2. Lee, H. Y., Lin Y. J., and Lin, C. H., “Investigations of Freely falling Process of a single sphere particle”, ICHD(2000)(本計畫論文一)
3. Cunning, E., “On the Velocity of steady Fall of Spherical Particles Through Fluid Medium”, *Proc., Royal Soc. London, Ser. A*, Vol. 83, pp.357~365(1910).
4. Uchida, S. “Slow Viscous Flow Past Closely Spaced Spherical Particles”, *Japaneous Inst. Sci. Tech.*, Vol. 3, pp.97~104(1949)
5. Burger, J.M., “On the Influence of the Concentration of A Suspension Upon the Sedimentation Velocity (In Particular for A Spherical Particles)”, *Proc. Ned. Akad. Wet., Amsterdam*, Vol.45, p.126(1942).
6. Richardson, J.F. and W.N.Zaki, “Sedimentation and Fluidisation, Part I”, *Trans., Inst. Chem. Engrs.*, Vol.32, No. 1, pp.35~53(1954).

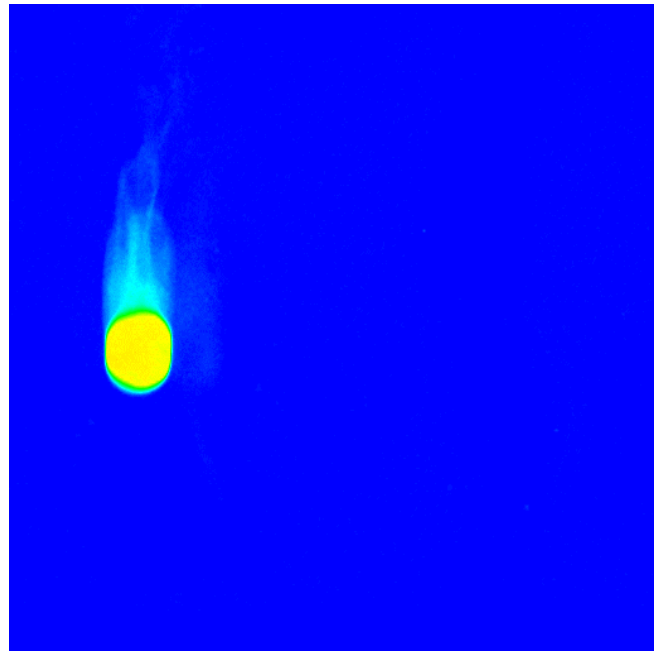


圖一、實驗配置圖

BBO equation 與實驗值比較圖 (d=6m, 密度 .7717 g/cm³)

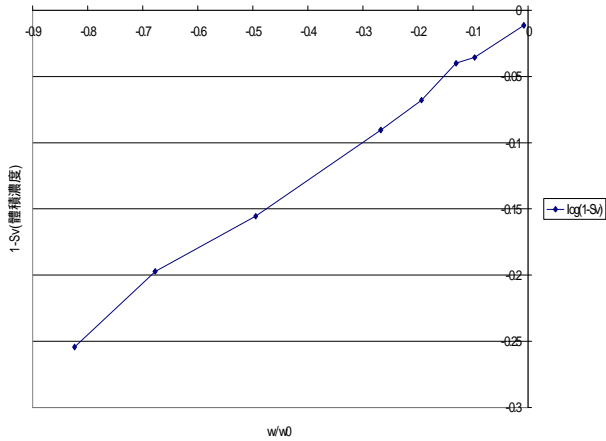


圖二、BBO 方程式之數值解與實驗值比較圖



圖三、圓球顆粒後之 wake 流場圖

(1-Sv) 與 w/w0 關係圖



圖四、log(w/w0) 與 log(1-Sv) 圖