

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

個人電腦網路上之物件導向平行有限元素非線性結構動力分析研究

## Object-oriented Parallel Finite Element Computations for Nonlinear Structural Dynamics in a Networked PC Environment

計畫編號：NSC 89-2211-E-002-038

執行期限：88 年 8 月 1 日至 89 年 7 月 31 日

主持人：謝尚賢 國立臺灣大學土木工程學系

電子郵件信箱：shhsieh@ce.ntu.edu.tw

### 一、中英文摘要

隨著工程分析複雜度的提高，結構分析所需的運算量與時間日益增加，使得平行有限元素分析技術漸受重視。平行有限元素分析技術，不但能有效地縮短工程分析時間，提高大型工程分析的可行性，進而提高工程分析精確度與效率。為使平行有限元素分析技術能較容易地被應用於工程實務，仍有許多課題必須研究，其中包括建立低成本之平行計算硬體環境，與發展高效率之平行有限元素分析法與其軟體。

在平行有限元素分析方面，本研究將先前計畫（NSC88-2211-E-002-18）所研發之高效率平行子結構有限元素演算法，由靜力分析之應用延伸至非線性動力結構分析之應用，並擴充先前計畫發展之物件導向平行有限元素計算環境，使能處理非線性結構動力問題。本研究並進一步修改先前計畫之網格分割迭代法，並引用多階層子結構法，提升平行子結構法的效率。在硬體方面，本研究擴充先前計畫所建立之個人電腦網路平行計算系統的工作管理功能，使適合於提供多人進行平行計算的測試與研究工作。

**關鍵詞：**平行計算、有限元素分析、平行子結構法、非線性動力結構分析、個人電腦網路

### Abstract

Based on the previous work (NSC88-2211-E-002-018), this research further extends the parallel substructure analysis technique to nonlinear dynamic finite element analysis. This work proposes an improved mesh partitioning approach and

employs the multi-level substructure method to successfully further improve the efficiency of the parallel substructure method for nonlinear dynamic finite element analysis. A parallel equation solver approach for parallel finite element analysis using SPOOLES is employed and is numerically compared with the parallel substructure method. In addition, the PC cluster is enhanced by adding a job-batching system. This improvement allows multiple users to run their parallel programs without interfering each other.

**Keywords:** Parallel computing, finite element analysis, Parallel substructure method, nonlinear structural dynamics, networked PC

### 二、緣由與目的

隨著工程問題複雜度與分析精確要求的提高，有限元素結構分析所需的運算量亦日益龐大。尤其是大型有限元素非線性動力分析，往往耗去大量的運算時間。近年來由於個人電腦普及，使得一般工程界與學術界均有能力利用多台個人電腦組合成為平行電腦，進行平行非線性動力有限元素結構分析，減少分析所耗費的時間。

本研究主要的目的在於依循先前計畫（NSC88-2211-E-002-18）[1] 對平行子結構效率的研究成果，將之更進一步地研究探討，以應用於非線性動力結構分析之平行有限元素計算，並進行一系列的測試與檢討。在計算環境方面，本研究擴充先前計畫所建立的個人電腦網路平行計算系統(簡稱 CAPS, Cost-effective scAlable Parallel System), 增加此系統的工作管理功能，使之不但能提供本研究進行相關的測

試與研究工作，亦可以在多人同時上線使用的情況下，進行工作排程管理，以利於提供教師與學生進行相關的教學與研究之用。

### 三、結果與討論

本研究主要完成的工作有四項：(1) 擴充先前計畫開發之物件導向平行有限元素分析程式庫 FE2000，使之能進行非線性動力結構分析之平行有限元素計算；(2) 改良先前計畫提出的網格分割迭代法，並引用多階層子結構法，有效提升平行子結構法的效率；(3) 引用平行稀疏矩陣運算程式庫 SPOOLES [2]，以平行矩陣求解法進行平行有限元素分析，並與平行子結構法之平行效率作比較；(4) 擴充 CAPS 的工作管理功能，使之不但能提供本研究進行相關的測試與研究工作，亦可以在多人同時上線使用的情況下，進行工作排程管理，以利於提供教師與學生進行相關的教學與研究之用。以下對此四項已完成的工作進行更進一步的說明。

在非線性分析方面，本研究實作三維梁柱元素(簡稱 BC 元素)與二十結點實心元素(簡稱 B20 元素)之幾何非線性分析功能。在 BC 元素方面，本研究遵循 Yang and Kuo [3] 提出的幾何勁度矩陣。在 B20 元素方面，本研究採用 Bathe [4] 教科書所描述的方法計算幾何勁度矩陣。在阻尼方面，本研究採用 Rayleigh's method [4] 計算出元素的阻尼矩陣。在分析機制方面，本研究採用牛頓法(Newton Raphson's method) 進行非線性分析。在動力分析方面，本研究採用 Newmark's method 歷時分析法 [4]，其中使用無條件穩定(unconditionally stable)之平均加速度法則。為驗證分析結果的正確性，本研究以簡單的懸臂梁軸向挫曲與彎矩挫曲測試(非線性靜力)、懸臂梁振動測試(線性動力)與單擺運動測試(非線性動力)，並與解析解驗證，均能得到相當吻合的分析結果。

在平行子結構有限元素分析研究方面，本研究改良先前計畫提出的網格分割迭代法。該方法經先前計畫研究，測試驗證可有效提升平行子結構法效率後，已由先前計畫執行人員共同發表[5]。本研究將之簡稱為 HYT (Hsieh-Yang-Tsai)法。本研究中對 HYT 法進行更進一步研究，提出改良的 HYT 法(簡稱 IHYT 法)。與 HYT 法相較，IHYT 法能更準確地預估各子結構的運算量(利用 SPOOLES 程式庫提供之

矩陣運算量預測功能)，有利於達到最佳的運算量平衡。另一方面，IHYT 法採用網格分割之局部修改(引用 JOSTLE 圖分割程式庫[6])，有利於使網格分割迭代過程中的收斂情況更加穩定。本研究以十二個大型有限元素模型進行非線性動力分析測試(其中七個為 BC 元素，五個為 B20 元素所組成)。動力分析之時步差(time increment)為 0.01 秒，分析歷時 0.2 秒。非線性分析之收斂標準為，若某迭代初始不平衡力小於該時步(time step)初始不平衡力之  $10^{-6}$  倍，則該迭代完成後，即結束該時步的分析。若不計網格分割本身所需的時間，與 RST 網格分割法 [7]相較之下，使用 HYT 法進行網格分割，能減少約 11%的分析時間；若使用 IHYT 法，則能減少 23%的分析時間。與 HYT 法相較，IHYT 法唯一的缺點是，其網格分割本身所需的時間較長(約占線性靜力分析時間的 20%)，並不適合於耗時較短的線性靜力分析。但在非線性動力分析方面，由於其需要進行數十次甚至數千次迭代的分析計算，但僅需進行一次網格分割動作，即可大幅減少整體分析的時間。本研究所提出的 IHYT 網格分割迭代法，有助於各處理器間運算量的平衡，提升大型的非線性動力有限元素計算效率，減少結構分析所耗的時間。在所有測試模型中，速度提升值(speedup)最高可達近 3.8，而所有網格的平均速度提升值亦可達 2.16。

在平行子結構法研究方面，本研究嘗試採用多階層子結構法。多階層平行子結構法能有效地減少界面自由度系統的求解時間，進而提升平行有限元素分析的整體效率。在非線性動力分析測試中，本研究採用 IHYT 網格分割結果，但以多階層平行子結構法進行分析。測試結果顯示，多階層子結構法可以有效地減少界面自由度求解所需時間，更進一步提升大型的非線性動力有限元素計算效率。對於所有的測試模型而言，當進行非線性動力分析時，配合 IHYT 網格分割與多階層子結構法，平行子結構法均可以有效地縮短非線性動力分析所耗費的時間。速度提升值最高可以達到 3.71(最低 1.35)，而所有測試模型的平均速度提升值亦可達 2.43。表 1 列出前述十二個網格的組成元素、自由度數目，以及循序非線性動力迭代總次數與所需的時間。表 2 列出同時採用 IHYT 法與多階層平行子結構法，各網格所需的總迭代次數、時間與速度提升值。

除了子結構法之外，本研究亦嚐試以平行矩陣求解法進行平行有限元素分析。本研究採用平行稀疏矩陣運算程式庫 SPOOLES (Ashcraft et al., 1999)，將組立與求解系統平衡方程式的運算予以平行化，以達到平行計算的效果。在線性靜力測試分析中，以矩陣求解法進行系統方程式的平行求解，亦可以有效地縮短求解方程式所耗的時間，其整體速度提升值最高可達到 2.05(最低 0.88)。根據非線性動力分析原理與 SPOOLES 運算特性，部份運算僅需在第一次迭代中執行一次，如矩陣象徵性分解(symbolic factorization)等，而往後的迭代則不需再執行。由此，本研究根據線性靜力分析的時間量測數據，預估若以 SPOOLES 作為平行矩陣求解法的工作，進行研究中測試範例之非線性動力分析，其平行速度提升值最高可達 2.29(最低 1.28)，且大多數的網格測試中，仍然未及本研究使用平行子結構法所達到的效率。但從另一角度來看，由於採用矩陣求解法進行平行有限元素分析，在程式撰寫、修改與維護方面，均比採用平行子結構法要來得容易，再加上稀疏矩陣技術仍然不斷地在進步，因此，未來直接採用平行矩陣求解法，來進行平行有限元素分析，將可能是另一個容易實作且亦能達到令人滿意效率的方法。表 3 列出以 SPOOLES 作為平行矩陣求解法的工作，進行線性靜力與非線性動力分析之速度提升值(如前述，非線性動力部份為預估值)。

在計算環境方面，本研究比較高速電腦中心的個人電腦叢集系統(簡稱 NCNC-HPC)和 IBM/SP2 平行電腦，與本研究之 CAPS 在平行有限元素結構分析方面的計算特性。結果顯示，目前的個人電腦的循序計算速度已直逼 IBM/SP2 電腦，且以個人電腦所建構的平行計算系統，其平行效率亦與 IBM/SP2 平行電腦相當。表 4 列舉數個測試網格，分別在本研究之 CAPS、NCHC-HPC 與 IBM/SP2 平行電腦上所量測而得的速度提升值(使用四個處理器) 由表 4 可看出，以個人電腦架構平行計算系統，具有相當的潛力，可以成為未來大型分析問題的計算環境。此外，除了原本由六台個人電腦所組成的平行計算系統之外，本研究利用一台原本已面臨汰換的舊型個人電腦(處理器為 Pentium 100，含 64 MB 主記憶體)，作為本平行計算系統的工作管理伺服器。工作管理伺服器主要的工作，除了供使用者進程式的編譯與測試工作之外，最重要的是擔任工作管理的

任務。所有的使用者並不直接操作六台電腦，而是將欲執行的計算工作，交予工作管理伺服器，由該伺服器依序在六台電腦上執行。利用工作伺服器最大的好處在於，即使多人同時使用本平行計算系統或欲進行平行計算的工作，工作管理伺服器亦能逐一執行各個工作，不致使各個工作同時執行而彼此互相干擾，導致效率降低。配合工作管理伺服器，本研究之平行計算系統不但用於提供本研究平行有限元素分析相關的測試，目前並已開放給修習與旁聽本系之平行與分散式計算之工程應用課程的學生所使用，成效頗佳。若再訂定一套管理辦法，將可能更進一步開放給本系教師與學生進行研究之用途。

#### 四、計畫成果自評

本研究已完成預期之工作項目，包括：

- (1) 完成非線性動力分析的程式，使先前計畫開發之 FE2000 程式庫得以進行非線性動力之平行有限元素分析；
- (2) 提出更適合於平行有限元素非線性動力分析之網格分割法，以及引用多階層子結構法，有效地提升非線性動力分析之平行有限元素計算效率；
- (3) 以數個大型結構分析測試範例，驗證平行有限元素分析在非線性動力分析方面的效益；
- (4) 比較個人電腦網路平行計算系統與高速電腦中心之 IBM/SP2 平行電腦之計算速度與平行效率。

此外，本研究亦進行兩個初步的嚐試：

- (1) 使用平行矩陣求解法進行平行有限元素分析。結果顯示，平行矩陣求解法的平行效率雖未及平行子結構法，但其容易實作的優點，加上平行稀疏矩陣運算技術可能不斷進步的因素，平行矩陣求解法未來亦可能是進行平行有限元素分析的選擇之一；
- (2) 擴增本研究平行計算系統的工作管理功能，使該系統不但用於本研究之用途，並已開始提供相關課程之多位學生使用。

整體而言，本計畫圓滿地完成預期的研究成果。本研究已將利用稀疏矩陣技術進行平行子結構法與平行矩陣求解法之研究成果，投稿於國外相關期刊。此外，關於網格分割法、平行

子結構法效率研究與多階層子結構法，亦已分別準備投稿於國際相關期刊與研討會。

## 五、參考文獻

- [1] 謝尚賢，楊元森，與蔡柏良 (1999). “平行子結構有限元素計算之效率研究,” 國科會專題研究計畫成果報告, 計畫編號 NSC 88-2211-E-002-018.
- [2] Ashcraft, C., Pierce, D., Wah, D. K., and Wu, J. (1999). “The Reference Manual for SPOOLES, Release 2.2: An Object Oriented Software Library for Solving Sparse Linear Systems of Equations,” Boeing Shared Services Group, USA.
- [3] Yang, Y. B. and Kuo, S. R. (1994). *Theory and Analysis of Nonlinear Framed Structures*, Prentice Hall, Singapore.
- [4] Bathe, K. J. (1996). *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall International Inc., London, UK.
- [5] Hsieh, S. H., Yang, Y. S., and Tsai, P. L. (1999). “Improved Mesh Partitioning For Parallel Finite Element Computations,” *Proceedings of the 7<sup>th</sup> East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction*, pp.123-128.
- [6] Walshaw, C. (1999). “Serial Jostle Library Interface: Version 1.1.8,” Technical report, School of Computing & Mathematical Sciences, University of Greenwich, London, UK.
- [7] Hsieh, S. H., Paulino, G. H. and Abel, J. F. (1995). “Recursive Spectral Algorithms for Automatic Domain Partitioning in Parallel Finite Element Analysis,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.121, pp.137-162.

表 1 循序非線性動力分析測試數據

網格名稱	組成元素	自由度數目	迭代次數	分析時間
15STORY01	BC	6,480	60	443.7
15STORY02	BC	58,320	60	886.6
H1-12	BC	25,344	60	14591.7
H5-12	BC	25,344	60	2165.0
O4-12	BC	25,344	56	4373.2
O1-12	BC	181,152	60	4056.8
HIGH60-1	BC	246,240	40	10457.8
M12BD	B20	10,044	60	801.6

M12BD-2	B20	64,809	75	19679.1
BLADE	B20	18,180	60	3687.0
B20P3232	B20	34,575	60	12137.9
B20P6416	B20	34,767	60	9113.1

表 2 平行非線性動力分析測試數據(採用 IHYT 網格分割法與多階層平行子結構法)

網格名稱	迭代次數	分析時間*	速度提升值
15STORY01	60	237.9	1.87
15STORY02	60	655.5	1.35
H1-12	54	7192.9	1.83
H5-12	54	674.5	2.89
O4-12	40	2020.8	1.55
O1-12	59	1605.4	2.48
HIGH60-1	40	6035.1	1.73
M12BD	56	201.9	3.71
M12BD-2	60	4370.2	3.60
BLADE	60	1900.2	1.94
B20P3232	40	2624.7	3.08
B20P6416	52	2509.0	3.15

\* 分析時間包含 IHYT 網格分割時間

表 3 以 SPOOLES 進行平行矩陣求解有限元素分析之速度提升值

網格名稱	線性靜力	非線性動力
15STORY01	1.19	1.37
15STORY02	0.88	1.28
H1-12	1.92	2.01
H5-12	1.24	1.35
O4-12	1.56	1.68
O1-12	1.07	1.55
HIGH60-1	1.63	2.01
M12BD	1.28	1.40
M12BD-2	2.05	2.29
BLADE	1.62	1.76

表 4 以不同計算環境進行平行子結構有限元素分析之平行效率

網格名稱	CAPS	NCHC-HPC	IBM/SP2
H5-12	2.89	2.91	2.73

O4-12	1.55	1.55	1.33
M12BD	3.71	3.16	3.10
B20P3232	3.08	3.01	3.05