

台灣西南部地殼變形監測網靈敏度分析
Analysis of Sensitivity for the crustal-movement-monitoring network in the
southwestern Taiwan

計畫編號：NSC 89-2211-E-002-062, NSC 89-2211-E-002-114

執行期間：88/08/01 ~ 90/07/31

主持人：許榮欣 台灣大學土木系教授

一. 中文摘要 (關鍵詞：靈敏度、全球定位系統、地殼變形、最小平方配置法)

本研究提出一方法以計算GPS測站偵測地殼變形時之靈敏度。將邊際位移向量視為空間二點間的向量，依三維大地測量學坐標轉換理論，可逕求出邊際位移向量的方位角及其天頂距，進而算出其東、西二方向的分量。研究中以台灣西南地區GPS地殼變形監測網為例，計算網中各站的靈敏度。

並利用GPS衛星控制點所解算的1992與1998兩期坐標來進行台灣西南部地殼變形之研究。依據最小平方配置法實施台灣西南部非觀測點位的位移向量預估。將所推估的位移向量，以坐標應變觀測方程式，求解各未觀測點上的應變參數。研究顯示，台灣西南部地區在觸口斷層(CKF)的沿線受到的西北-東南方向的壓縮最大。

英文摘要 (Keywords: Sensitivity, GPS, crustal deformation, least-squares collocation)

A procedure is suggested to pre-compute the positional sensitivity of a GPS station in deformation monitoring. By transforming a terrestrial vector to its local (station) three-dimensional coordinate system, the orientation, in terms of azimuth and zenith as well as east and west components, of the marginal

displacement vector detectable by GPS observations can be determined. The GPS network in the southwestern Taiwan was used as an example.

In addition to analyzing sensitivities at individual stations, The displacements derived from the GPS positioning at 1992 and 1998 epochs were utilized to study the crustal deformation in the southwestern area of Taiwan. To predict the displacement vectors at unoccupied stations, the least-squares collocation was used. The strain parameters, estimated out of the displacement observation equation, indicate that Chukou Fault has undergone the largest compression in the southeast-northwest direction.

二. 研究目的

地殼變形是造成地震的原因之一，長時間觀察地殼的變形，便能推知其板塊的位置及預測地震的發生。通常變形速率較大的區域，暗示地震發生的可能性較高，因此建立一品質良好的監測網，是對地殼變形的研究，以及預測地震發生的首要條件。

由於地殼的變形為空間與時間的函數，具有週期性，建立一品質良好的網，將有助於對觀測數據的分析。嘉南地區為高地震活動區，因此對該地地殼變形的監測一直都是持續進行著。近年來GPS定位技術已被廣泛應用於變形監測。嘉南地區自不例外，自民國79年起建立了36個GPS測站，藉每年觀測各GPS測站間長度之變化來瞭解點位間的空間形變與累積的地殼應變。

本論文的研究目的為分析嘉南地區GPS

監測網的靈敏度，就是在預先給定的統計機率下能被發現的顯著性變形的下限值，即是想瞭解監測網感測變形的能力。質言之，就是探討網中每一點可監測到的最小變形值及其方向。

藉由上述的靈敏度分析與歷年來實際觀測成果比較，可以判知嘉南地區地殼變動最劇烈地點是否與其監測網中具有最高靈敏度之地一致，如是，則該地 GPS 監測網的佈設是理想的，否則應重新變更監測網的空間分佈，使之更具有偵測地殼變形的能力。

三. 研究方法及成果

對於三維的變形監測網，任一點的變形可用三維的座標向量 (x,y,z) 表式之，根據 GPS 測站間長度觀測方程式，一點的靈敏度可由三維的矩陣求得

$$P_d = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 n_{ij} ，由法方程式係數矩陣 N 取得，因此在包含有數點的三維網中，當建立了間接觀測方程式的平差模式，得設計矩陣 A 、權矩陣 P ，進而得 $N(=A^T P A)$ 矩陣後，每一點 P_d 矩陣應該為其對角線及前後相鄰之元素決定，即

$$N = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} & & & \\ & N_{12} & \dots & N_{1n} \\ & & \ddots & \\ & & & N_{n1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

欲分析各點的靈敏度，就必須求其 P_d 矩陣的 λ_{max} 以及 λ_{min} ，各點 P_d 的特徵方程式即為：

$$|P_d - I\lambda| = 0 \quad (3)$$

根據 Hirvonen R.A 的誤差橢球體公式，便可求出 P_d 的三個 eigenvalue，即 λ_i ($i=1,2,3$)。再求每一 λ_i ($i=1,2,3$) 對應的變

形向量 d 與 x,y,z 三軸間的方向餘弦：

$$\begin{aligned} \lambda_1 & \text{ 相對應之 } d1 \text{ 及其方向餘弦值 } a1, b1, c1 \\ \lambda_2 & \text{ 相對應之 } d2 \text{ 及其方向餘弦值 } a2, b2, c2 \\ \lambda_3 & \text{ 相對應之 } d3 \text{ 及其方向餘弦值 } a3, b3, c3 \end{aligned}$$

依照上述方式，即可整理出監測網上任一點最大及最小可感測變形值之大小、方向、方位角及天頂距。

(1) 三維監測網可感測最小變形值(靈敏度最佳)其方向：

$$\|d\|_{min} = \frac{\delta_0 \sigma}{\sqrt{\lambda_{max}}} \quad (4)$$

式中 σ 為先驗精度因子、 δ_0 表選定的統計參數。變形向量 \vec{d}_{min} 的方向當然為 $a_{max}\vec{i} + b_{max}\vec{j} + c_{max}\vec{k} = (a_{max}, b_{max}, c_{max})$ ，其中 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 分別表 X、Y、Z 軸上的單位向量，而 $a_{max}, b_{max}, c_{max}$ 表相對應於 λ_{max} 的方向餘弦值。

(2) 三維監測網可感測最大變形值(靈敏度最差)及其方向：

$$\|d\|_{max} = \frac{\delta_0 \sigma}{\sqrt{\lambda_{min}}} \quad (5)$$

其指向為 $(a_{min}, b_{min}, c_{min})$ 。

(3) 靈敏度方向之方位角與天頂距

依據三維大地測量學，求解橢球上一向量之方位角與天頂距。若設點 1 及點 2 間之座標差為 $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ ，則點 2 以點 1 為原點的地方座標為 (Rapp. R, 1976)：

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中點 2 對點 1 的方位角(α)、垂直角(θ)及天頂距(ζ)分別為：

$$\begin{aligned} \alpha &= \tan^{-1} \frac{v}{u} & \theta &= \tan^{-1} \frac{w}{\sqrt{u^2 + v^2}} \\ \zeta &= 90^\circ - \theta \end{aligned} \quad (7)$$

令 $(a, b, c) = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ 。今已知在點 1 的最小靈敏度與最大靈敏度向量為 \bar{d}_{\min} 及 \bar{d}_{\max} ，將二者分別代入 (6) 式可得 $(u_{\max}, v_{\max}, w_{\max})$ 及 $(u_{\min}, v_{\min}, w_{\min})$ 。依 (7) 式得其相應之方位角、垂直角及天頂距。

(4) 靈敏度於 N-E 座標之探討

有了靈敏度之值及其方位角及天頂距，就能知其在地面上之 N-E 座標，最佳靈敏度之分量，對位在地面的使用者有更為具體的幫助。

$$\begin{aligned} \text{靈敏度值之 E 分量爲 } & d \sin \zeta \sin \alpha \\ \text{靈敏度值之 N 分量爲 } & d \sin \zeta \cos \alpha \end{aligned} \quad (8)$$

(5) 最小平方濾波與預估及應變參數解算

(5-1) 最小平方濾波與預估

對訊號(位移)實施觀測，則：

$$L_{\bar{s}} = \bar{S} + \varepsilon \quad (9)$$

其中 \bar{S} 為訊號真值， ε 為 $L_{\bar{s}}$ 的觀測偶然誤差。

未觀測點位上的訊號估值為

$$\hat{S} = \sum_{\bar{S}\bar{S}} \sum_{ZZ}^{-1} (L_{\bar{S}}); (z = \bar{s} + \varepsilon) \quad (10)$$

觀測點位上的訊號估值為

$$\hat{S} = \sum_{\bar{S}\bar{S}} \sum_{ZZ}^{-1} (L_{\bar{S}}) \quad (11)$$

未觀測點位上的預估訊號 \hat{S} 的協方差矩陣為

$$\sum_{\hat{S}\hat{S}} = \sum_{\bar{S}\bar{S}} \sum_{ZZ}^{-1} \sum_{\bar{S}\bar{S}} \quad (12)$$

未觀測點位上的預估訊號 \hat{S} 的誤差矩陣為

$$E_{\hat{S}\hat{S}} = \sum_{\bar{S}\bar{S}} \sim \sum_{\bar{S}\bar{S}} \sum_{ZZ}^{-1} \sum_{\bar{S}\bar{S}} \quad (13)$$

(5-2) 應變參數解算

設在基年 t_1 時，一點對參考點的坐標為 (x_1, y_1) ，在 t_i 時為 (x_i, y_i) ，則 t_i 時之位移 $u_i = x_i - x_1$ ， $v_i = y_i - y_1$ 。則坐標應變觀

測方程式

$$V = [I \quad A] \begin{bmatrix} T \\ E \end{bmatrix} - L \quad (14)$$

$$A = \begin{bmatrix} \dot{x}_i & 0 & \dot{y}_i & -\dot{y}_i \\ 0 & \dot{y}_i & \dot{x}_i & \dot{x}_i \end{bmatrix}; \quad I = \text{單位矩陣}$$

$$T = [u_0 \quad v_0]^T; \quad E = [\varepsilon_X \quad \varepsilon_Y \quad \varepsilon_{XY} \quad w]^T$$

$$\begin{bmatrix} L_{X_i} \\ L_{Y_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

其中 (\dot{x}_i, \dot{y}_i) 表 (x_i, y_i) 的觀測值，其改正數為 $V^T = [V_{X_i}, V_{Y_i}]$ ， ε_X 與 ε_Y 表伸縮應變量， ε_{XY} 表剪應變量， w 表旋轉量， (u_0, v_0) 為剛體平移量。

若每一網格點有四期以上的觀測，則由上式可求的每一點位上的應變參數。若將全測區分成若干小區域，每區分別計算其應變參數，則每一分區至少要四個點以上，如果全網所在區域具有同質性，則可全網視為一區，利用兩期或多期的觀測成果估計其應變參數。

本研究以高斯模式、指數模式來尋找最小平方密合曲線，以所決定的協方差函數決定權矩陣，來推估未觀測點的位移訊號，再以所得到推估位移訊號為觀測量，帶入應變觀測方程式解算應變參數，並對參數做一統計檢定，決定是否顯著，然後對台灣西南部做一整體的應變分析。資料處理的步驟如下：

- 以 1992、1998 年兩期的 GPS 座標兩期資料求出相應的位移 $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ 並利用 Borwring 轉換式與三維大地測量理論將之轉成地平坐標系 $\Delta N, \Delta E$ 。
- 以 $\Delta N, \Delta E$ 為觀測量，計算方差與協方差，並以高斯模式、指數模式來尋找最

小平方密合曲線以決定協方差函數。

- (c) 以協方差函數來決定權矩陣，代入最小平方配置法，取間距為 5km 的格點來預估此點位上的位移訊號量。
- (d) 以所推估的位移量為觀測值，代入坐標應變方程式解算應變參數。
- (e) 對參數實施顯著性檢定，不顯著者則拒絕，原應變方程式刪除不顯著參數，重新解算其餘參數。

研究成果

1. 嘉南地區 GPS 監測網的最佳靈敏度方向大致幾乎平行於地面（與橢球面法線方向垂直），而最差靈敏度平行於天頂方向（指向橢球內部）。因此，此監測網符合 GPS 測量的原則，利於地表面變化的監測。
2. 嘉南地區 GPS 監測網的最佳靈敏度方向，在方位角 0 至 90 度及 270 至 360 度範圍內，代表此網在此方向有較好的監測靈敏度。
3. 西南部的地殼變形方向約在東向西方位角 270~300 度之間。最佳靈敏度方位角在 270~360 度的範圍內共有 21 點，佔總點數的一半以上（54%）。
4. 實驗發現，由兩期控制點位的位移向量所建立的協方差函數，在 E-W 方向上以指數模式較為適合，N-S 方向上則是高斯模式。
5. 台灣西南部變形的大致趨勢，在 E-W 方向的位移速度大於 N-S 方向。在 E-W 方向約 75% 的點位速度落在 0-30(mm/yr) 之間，而在 N-S 方向約有 92% 點位位移速度落在 0-15(mm/yr) 之間。由位移速度來看，台南以北、嘉義以南的區域約有 30~40(mm/yr)，此乃處於變動相當大的地方，也是極可能會發生大地震的地方。
6. 台灣西南部區域絕大多數的變形方位角介於 270 度至 360 度之間，而在西北方有部份點位的變形方位角介於 0 度至 90 度之間。非常明顯地，台灣西南部的地殼受到菲律賓板的擠壓與斷層的活動，其地殼的位移大都呈現向西北方向之移動，而逐漸往測區的西北方向，其點位的位移速度方向又逐漸轉朝向北方，變形量也逐漸減少，可見以台灣西南部地區而言，其西北方向乃是相對穩定。
7. 所解算的應變參數 ϵ_x 幾乎皆為負值，可以說明台灣西南地區在 E-W 方向所受為壓縮，其值多介於 $-0.3 \sim -0.8 \mu - srtain / yr$ 之間，只有在測區中間偏南的地方，約在台南縣玉井鄉一帶出現了 $-1.3 \mu - srtain / yr$ 較大的壓縮應變。壓縮應變量的起伏與觸口斷層(CKF)的走向有極大的相關程度，也顯示了台灣西南部在斷層地區所受的壓縮應變較大，而以測區的中南端較大，地區約在台南偏東的地區，而逐漸向東北往嘉義方向漸驅於平緩。
8. 測區在 N-S 方向的線應變檢定時約有 33% 的 ϵ_y 遭到拒絕，顯示全區在 N-S 方向的伸縮量較為不顯著。由所計算的值來看，測區中間偏北部份的 ϵ_y 約在 $0.02 \sim 0.05 \mu - srtain / yr$ 左右，而南端則有較大的伸張量，約在 $0.4 \mu - srtain / yr$ 上下，值得注意的是在測區的西北方，約在嘉義地區，其 ϵ_y 為 $-0.1 \mu - srtain / yr$ 左右，顯示該地區在 N-S 方向有受到些許擠壓。而測區北端約嘉義北方至雲林南方其 E-W 壓縮應變量則減至 $-0.04 \mu - srtain / yr$ 。
9. 剪應變 ϵ_{xy} 為正值表示 X 軸與 Y 軸的交角小於 90 度。台灣西南部區域點位扭曲的起伏的趨勢與斷層的走向有密切的關係。至於西南部全區的旋轉程度則相當平均，呈現順時針旋轉，量約介於 $-0.1 \sim -0.2 (\mu - radian / yr)$ ($0.02^\circ \sim 0.04^\circ$) 之間。

四. 結果與討論

1. GPS 網靈敏度分析

靈敏度分析的模式非常明確，使用亦非常簡單，它的構成只包含了三個元素：統計參數、先驗權單位中誤差和 P_0 矩陣之特徵值。

統計參數的選用是有一定的法則的，尤其在工程測量的應用上有明確的規範。只要事先決定所能承擔的統計風險就能選定符合要求的統計參數。但先驗權單位中誤差的決定非常重要，它不但影響了權矩陣，也影響了 P_0 矩陣。會造成靈敏度方向分析的改變。因此如何給定一個正確而合理的先驗權單位中誤差是實際應用靈敏度分析的關鍵。合理的估計先驗單位權中誤差有幾種方式。

使用儀器廠商提供的精度資料是一種方法，因為它是儀器出場時的實驗數據，必有其意義。但實際操作跟實驗又不盡相同，因此根據前人的經驗及以往施測的資料作參考更具實用性。如果是由同一地區多年來觀測成果估計所得更好。而如果是網形初期所進行的施測工作，先前的資料不足，則可以參考前人曾實際測量過之相似網形。但不論如何先驗權單位中誤差最好能在有根據的情況下訂立。

一般狀況下，精度指標通常以網中相鄰兩點間的距離誤差表示，其通式為：

$$\sigma_L = (a^2 + b^2 \cdot L^2)^{1/2}$$

σ_L ：相鄰點之距離誤差 (mm)

a ：與接收設備相關之常數誤差 (mm)

b ：比例誤差 (ppm 或 10^{-6})

L ：相鄰點間距離 (km)

精度指標對 GPS 的網設計非常重要，其大小直接影響 GPS 網的佈設方案、觀測計畫、觀測數據之處理以及作業時間和成本。在實際作業中必須根據使用者的需求審慎決定。至於 N 矩陣跟 A 矩陣和 P 矩陣有關， P 矩陣之

前已提過，除非改變給權模式，否則只要先驗單位權中誤差固定，就不會有大變化。而 A 矩陣是根據網形設計而來，監測網網形的優劣決定了靈敏度之值及方向，也決定了它的品質。

本論文以既有的網作分析。事實上，GPS 測量前，若事先進行網形設計，佈設理想的 GPS 監測網，必能收其事半功倍的效果，使之更具有偵測地殼變形的能力。否則應重新變更監測網的空間分佈。GPS 網形的最佳設計，是實施 GPS 測量工作的第一步。事先的設計，可以符合使用者在精確、可靠和經濟等方面的要求。

網形的設計，雖決定於使用者的需求及現實的考量。但多應採用獨立觀測邊構成閉合圖形，例如三角形，多邊形或附合測線，以增加檢核條件（多餘觀測數），提高網的可靠性。如實例中的點號 38 (S291) 的測站，就是因為連結之測線數不足，造成結果之不盡人意。若大略知道測區變形的方向，則應在平行變形之方向加測測線。更能增加監測網在監測變形上的能力。事實上，測區愈大，GPS 測站及測線數目愈多，靈敏度愈難掌握，尤其是最佳靈敏度的方向。因此，對大測區的監測網而言，只要有半數以上的點能符合靈敏度方向的大原則，也就是最佳靈敏度方向和實際變形相符，就應該算是相當優秀的監測網了。

另外，若監測網進行已有一段時間，則應該隨時掌控此監測網之監測能力，由於在實際測量時，若點位有損毀或遺失，將會造成網形的改變，而靈敏度一定也會改變，尤其在地形變動頻繁的區域，點位或測線的佚失代表多餘觀測數減少，網形強度降低，靈敏度變差。因此，網的維護工作非常重要。而若網形有改變，則應根據變動立即重新進

行靈敏度的分析工作。不但保持其即時性、實用性，亦能保障使用者的安全或權益。

2. 位移訊號預估及應變參數解算

本研究嘗試以最小平方配置法來預估未觀測點位上的位移訊號，實驗中發現，當距離區間取較小時，因樣本數的減少，訊號非常容易受到噪音的干擾使得協方差計算時出現負值，或呈現震盪過大情形，以至看不出方差、協方差與距離有何趨勢可言，故將間距取為十公里，使得各區間的樣本能較為充足，也因為如此才得到方差、協方差與距離的一個較佳的趨勢面。以比較控制點密度相當的兩個區域 A 與 B，若 A 區為 B 區的 4 倍大，則 B 區的控制點數若有 n 個，距離的樣本數有 $n \times (n - 1) / 2$ 個，則 A 區的距離樣本數則有 $4n \times (4n - 1) / 2$ 個，約為 B 區樣本數的近 16 倍，所以以相同控制點密度而言，大範圍區域來使用最小平方配置法所得的樣本數能夠成等比增加，對於方差、協方差的計算較為穩定，所求的協方差函數較具有代表性。

使用應變觀測方程式求解應變參數時，乃是以位移量為觀測值，並將參考點坐標移至均勻應變區的重心位置，而以重心周圍的微小區域求其應變參數。應用時要須注意觀測量的精度，此乃因應變參數為一個極小之量，當所取計算的距離很短時，其因應變所產生的位移更是為極小量，所以不當精度的觀測量將使求解的參數產生很大的扭曲，而造成不合理的狀況。

應變觀測方程式所計算的應變參數絕大部

份都能通過顯著性測試，顯示台灣西南部地區的確是應變顯著的區域，由其是西北-東南方向的壓縮量更是約為東北-西南方向伸張量的數倍，且以嘉義以南，台南市東北方的白河，東山，官田，玉井一帶的壓縮量最大。

地殼變動情況非常複雜，應該整合各門各類的科學，這次研究僅僅是以測量領域的觀點來做台灣西南部的應變分析，對於台灣西南部的地質結構、岩盤分佈等非專業領域的部份都沒有加入考量，所以本論文的研究僅做為學術參考，對於台灣西南部的變形與應變須再結合地球科學的專業知識，才能有更客觀的分析。

五. 參考文獻

- 1.於宗濤、于正林，1986，「測量平差原理」，測繪出版社，第八章。
- 2.林宏麟，1986，「利用重複測量進行變形之應變分析」，國立成大學碩士論文，第 15 頁~第 25 頁。
- 3.林建璋，2000，「台灣西南部 GPS 地殼變形監測網之變形分析」，國立台灣大學碩士論文。
- 4.許榮欣，1999，「自由網平差與變形分析講義」，國立台灣大學土木工程研究所。
- 5.陶本藻，1992，「測量數據統計分析」，測繪出版社，第 242 頁~第 250 頁。
- 6.樊震，1978，「數值地型模型取樣最佳化之研究」，國立成功大學碩士論文，第 2 頁~第 16 頁。
- 7.周忠謨、易杰軍、周琪，1994，「GPS 原理

- 與應用」，測繪出版社，第 198 頁~第 203 頁。
- 8.願國貨、孫惠娟、孫漢榮，1999，「地殼形變與地震」，第 19 卷，第 1 期，第 43 頁~第 45 頁。
- 9.Bowling B.R., 1976, "Transformation from spatial to geographic coordinates", Survey Review Vol. XXIII, No.181, 323~327.
- 10.El-Fiky G.S., Kato T., Fujii Y., 1997, "Distribution of the vertical crustal movement rates in the Tohoku district, Japan, predicted by least squares collocation", J. Geodesy 71: 432-442.
- 11.El-Fiky G.S., Kato T., 1999a, "Continuous distribution of the horizontal strain in the Tohoku district, Japan, deduced from least-squares prediction", J. Geodynam. 27: 213-236.
- 12.El-Fiky G.S., Kato T., Eric N. Oware, 1999b, "Crustal deformation and interpolate coupling in the Shikoku district, Japan, as seen from continuous GPS observation ", Tectonophysics 314: 387-399.
- 13.Kraus K., Mikhail E.M., 1972, "Linear Least-Squares Interpolation ", Twelfth Congress of the International Society of Photogrammetry Commission III, July 23–August 5, Ottawa, Canada, 1~14.
- 14.Moritz H., 1973, Least Squares Collocation, Deutsche Geodatische Kommission, Reihe A. Heft Nr.75 Munich. West Germany.
- 15.Shui-Beih Yu, Horng-Yue Chen, 1998, "Strain Accumulation in Southwestern Taiwan ", TAO, Vol.9, No.1, 35-50.
- 16.Rapp R.H., 1980, "Geometric Geodesy", Dept. of Geodetic Science, The Ohio state