

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 鋼筋混凝土構件之扭矩設計圖

### Torsion Design Charts for Reinforced Concrete Members

計畫編號: NSC 89-2211-E-002-121

執行期限: 89年8月1日至90年7月31日

主持人: 呂良正 國立台灣大學土木工程學系(E-mail: [ljleu@ce.ntu.edu.tw](mailto:ljleu@ce.ntu.edu.tw))

#### 一、中文摘要

本研究擬針對最近筆者根據軟化桁架模型所提之鋼筋混凝土矩形構件扭矩設計圖一文中之一些限制作討論，並推廣到圓形及梯形斷面，以及閉口中空斷面。該扭矩設計圖主要包括有正規化破壞模態圖及扭矩強度等高線圖，利用此二圖可輕易求得受扭矩鋼筋混凝土矩形構件之破壞模態及強度。

本計畫之重點計有下列三項：(1) 繪製不同斷面形狀之扭矩設計圖，主要考慮有圓形及梯形；(2) 考慮軸向筋及箍筋之有不同之降伏強度  $f_y$ ；(3) 利用研發之扭矩設計圖從事一些典型之設計。

**關鍵詞：**鋼筋混凝土、軟化桁架模型、扭矩設計圖、正規化破壞模態圖、扭矩強度等高線圖

#### Abstract:

In a very recent paper, the writer proposed torsion design charts for rectangular reinforced concrete members based on the softened truss model. The objectives of this project are to resolve some limitations of the method proposed in the paper and further to extend the same idea to circular and trapezoidal sections, and thin-walled closed sections. The new design charts mainly include the normalized failure mode diagram and torsional strength contour diagram. These two diagrams can be employed conveniently to obtain the type of failure mode and the corresponding

strength for a rectangular reinforced concrete member subjected to torsion.

This project focuses on the following three items: (1) Construct design charts for different types of sections, mainly including circular and trapezoidal sections. (2) Consider the case where the longitudinal steel and the transverse steel have different yield strengths. (3) Use the developed design charts to carry out some typical designs.

**Keywords:** reinforced concrete, softened truss model, torsion design charts, normalized failure mode diagram, torsional strength contour diagram

#### 二、緣由與目的

分析鋼筋混凝土梁扭轉行為的理論，可以概分為兩大主流，一為空間桁架理論 (Space Truss Theory)、一為斜撓曲理論 (Skew-Bending Theory)。近年來，還有如 Wang and Hsu (1997) 提出利用塑性力學之極限分析法 (Limit Analysis Method)，研究鋼筋混凝土梁扭轉強度。亦有學者應用有限元素法，分析鋼筋混凝土梁扭轉行為，如 Bhatti and Almughrabi (1996)。

而近日法規則趨向於使用變角桁架模型的精神來評估及設計鋼筋混凝土梁扭轉強度，例如 CEB-FIP 90 (CEB-FIP 1990)、ACI-95 (ACI 1995)。但由於變角桁架模型必須考慮平衡、諧和以及複雜的材料組成律 (軟化效應)，因此法規都進行簡化假設，如假設壁厚、混凝土壓應力強度為常數等。實際根據軟化桁架模型 (Softened Truss Model; 詳見 Hsu 1993) 分析結果顯

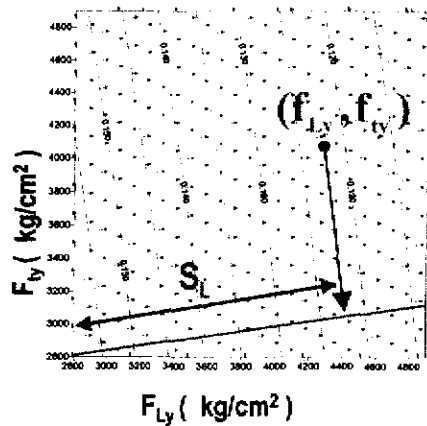
示，壁厚及混凝土壓應力強度會隨著配筋狀態而改變。不過，若依軟化桁架模型來進行分析及設計，卻必須迭代十多個方程式以求解，對於設計者非常不實用。

有鑑於此，Leu and Lee (2000) 以軟化桁架模型為基礎，提出扭矩設計圖，其中主要包括了正規化破壞模態圖以及扭矩強度等高線圖，並引入主筋(軸向或縱向)及箍筋(側向)之筋量指標(Reinforcement Index)，各表為  $\phi_L$  和  $\phi_t$  簡化了整個設計流程。但研究中未實際考慮軸向筋及箍筋之有不同之降伏強度  $f_y$ ，且主要針對矩形斷面，因此有必要針對不同斷面形狀(主要考慮有圓形及梯形)作進一步的探討，並利用研發之扭矩設計圖從事一些典型之設計。

### 三、結果與討論

#### 軸向筋及箍筋之有不同之降伏強度

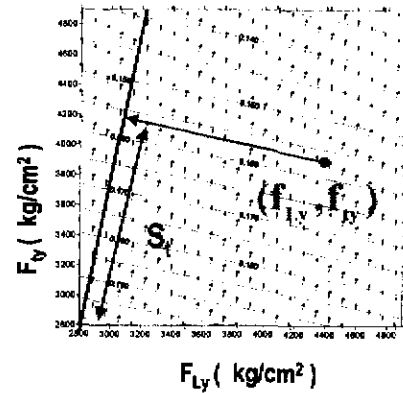
本研究以最近筆者根據軟化桁架模型所提之鋼筋混凝土矩形構件扭矩設計圖一文為基礎，採用其迭代流程，由於先前的研究在計算  $\eta_L$ 、 $\eta_t$  時皆以  $f_y = \frac{f_{ly} + f_{ly}}{2}$  代入，此與實際情況出入頗大，因此本研究將原式修正，考慮實際軸向筋及箍筋之實式：



圖一： $\eta_{Lb}$  等高線圖

$$S_L = 0.991 f_{ly} + 0.137 f_{ly} - 3158$$

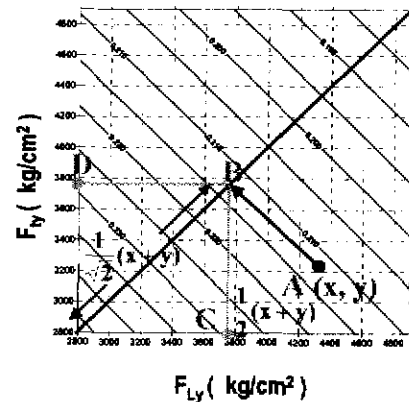
$$\eta_{Lb} = 0.158 - 0.00002 S_L$$



圖二： $\eta_{tb}$  等高線圖

$$S_t = 0.191 f_{ly} + 0.982 f_{ly} - 3282$$

$$\eta_{tb} = 0.198 - 0.00003 S_t$$

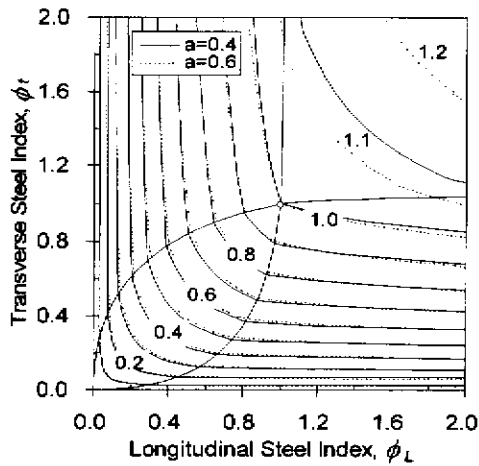


圖三： $\overline{M}_{xub}$  等高線圖

其中圖一與圖二中的  $S_L$ 、 $S_t$  分別為  $\eta_{Lb}$ 、 $\eta_{tb}$  等高線圖中的投影基線，利用此參數的引入配合修正的  $\eta_{Lb}$ 、 $\eta_{tb}$  公式，即可代入先前研究成果的公式使用。而在  $\overline{M}_{xub}$  等高線圖中，可由實際的軸向筋及箍筋強度利用投影基線求得與先前研究成果公式中相應的  $f_y$  值，亦可代入先前的公式使用，非常方便。

研究中考慮實際兩向鋼筋的強度，發現對於扭矩強度等高線圖並無影響，因此

可沿用筆者先前的結果(圖四)。



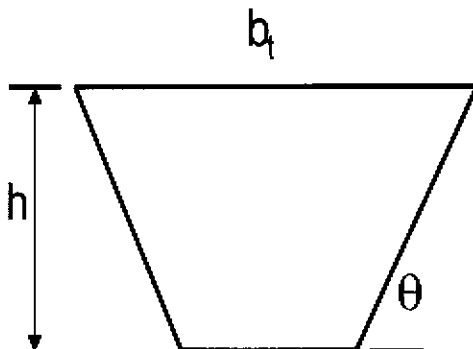
圖四：扭矩強度等高線圖

### 不同的斷面形狀

不同的斷面形狀，在分析的過程當中，只牽涉到形狀參數的不同，而常用的斷面形狀參數，整理如下：

	矩形	圓形	梯形
$A_c$	$bh$	$\pi r^2$	$h(b_t - hcot\theta)$
$p_c$	$2(b+h)$	$2\pi r$	$2[b_t + h(csc\theta - cot\theta)]$
$\xi$	1	$\pi/4$	$csc\theta$

其中，對於梯形斷面的形狀參數，是這樣定義的：



配合這些形狀參數，建議的使用公式如下：

### ● 投影基線

斷面	$S_L$	$S_t$
矩形	$0.991f_{Lr} + 0.137f_{vr} - 3158.27$	$0.191f_{Lr} + 0.982f_{vr} - 3282.82$
圓形	$0.991f_{Lr} + 0.136f_{vr} - 3154.1$	$0.191f_{Lr} + 0.982f_{vr} - 3282.82$
梯形		
n=1	$0.991f_{Lr} + 0.137f_{vr} - 3158.27$	$0.191f_{Lr} + 0.982f_{vr} - 3282.82$
n=2	$0.991f_{Lr} + 0.137f_{vr} - 3158.27$	$0.191f_{Lr} + 0.982f_{vr} - 3282.82$
n=3	$0.99f_{Lr} + 0.141f_{vr} - 3166.59$	$0.191f_{Lr} + 0.982f_{vr} - 3282.82$

### ● 平衡點參數

斷面形式	A	B
矩形 (n=1.5)	0.1577	0.1986
圓形	0.1573	0.2008
梯形		
n=1	0.1573	0.2008
n=2	$0.155 + 0.00004\theta$	$0.206 - 0.0001\theta$
n=3	$0.155 + 0.00005\theta$	$0.21 - 0.0002\theta$

$$\eta_{Lb} = A - 0.00002S_L$$

$$\eta_{tb} = B - 0.00003S_t$$

適用範圍(梯形)：

$$n=1 : \theta = 70^\circ \sim 90^\circ$$

$$n=2, 3 : \theta = 50^\circ \sim 90^\circ$$

由實際兩向鋼筋強度配合投影基線所對應的  $f_y$  值，建議使用的  $\overline{M}_{xub}$  公式如下：

斷面形式	$\overline{M}_{xub}$
圓形	$\frac{140}{287 + f_y}$
梯形	
n=1	$\frac{137 + 0.03\theta}{305 - 0.2\theta + f_y}$
n=2	$\frac{140}{280 + 0.2\theta + f_y}$
n=3	$\frac{141 - 0.05\theta}{280 + 0.2\theta + f_y}$

### 分析實例

考慮一矩形斷面

$$x = 40\text{cm} \cdot y = 60\text{cm}$$

$$A_L = 11.4\text{cm}^2 \cdot A_t = 1.27\text{cm}^2 \cdot s = 10\text{cm}$$

$$f'_c = -210\text{kg/cm}^2 \cdot f_{ly} = 4200\text{kg/cm}^2 \cdot f_{ty} = 2800\text{kg/cm}^2$$

步驟一

$$\eta_L = -\frac{f_{ly} A_L}{f'_c A_c} = 0.095; \eta_t = -\frac{f_{ty} A_t P_c}{f'_c A_c s} = 0.141$$

步驟二

$$S_L = 0.991 \times f_{ly} + 0.137 \times f_{ty} - 3158.27 = 1387.53$$

$$\eta_{Lb} = 0.1577 - 0.00002 \times S_L = 0.1299$$

$$S_t = 0.191 \times f_{ly} + 0.982 \times f_{ty} - 3282.82 = 268.98$$

$$\eta_{tb} = 0.1986 - 0.00003 \times S_t = 0.1905$$

步驟三

$$\phi_L = \eta_L / \eta_{Lb} = 0.79; \phi_t = \eta_t / \eta_{tb} = 0.74$$

→ 由圖四查知： $\phi_s = 0.8$

→ Failure Mode：Mode I

步驟四

$$f_y = \frac{f_{ly} + f_{ty}}{2} = 3500\text{kg/cm}^2 = 343.35\text{MPa}$$

$$\bar{M}_{xub} = \frac{140}{300 + f_y} = 0.218$$

$$M_{xub} = \frac{\bar{M}_{xub} f'_c A_c^2}{P_c} = 129.34\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{xu} = \phi_s M_{xub} = 103.47\text{kN} \cdot \text{m}$$

分析結果比較

	$\phi_L$	$\phi_t$	$\phi_s$	FM	$M_{xu}$
STM	-	-	-	I	102.72
舊法	0.57	1.03	0.76	III	98.30
改良	0.79	0.74	0.8	I	103.47

由上表可知，本研究對前次研究成果的部分缺漏已有具體的改進，與理論分析的結果更相符。

### 四、計畫成果自評

本計畫已按原計畫內容執行，研究成

### 五、參考文獻

- ACI Committee 318 (1995), *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI318-95) and Commentary (ACI 318R-95)*, American Concrete Institute, Detroit, MI, USA.
- Bhatti, M. A. and Almuhrabi, A. (1996), "Refined Model to Estimate Torsional Strength of Reinforced Concrete Beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 5, pp. 614-622.
- CEB-FIP (1990), *CEB-FIP Model Code 1990*, Thomas Telford, London, 1991.
- Hsu, T. T. C. (1993), *Unified Theory of Reinforced Concrete*, CRC Press, Boca Raton, FL, USA.
- Lee, L. J. and Lee, Y. S. (2000), "Torsion design charts for reinforced concrete rectangular members," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 126, No.2.
- Vecchio, F. J. and Collins, M. P. (1986), "Predicting the response of reinforced concrete beams subjected to shear using modified compression field theory." *ACI Struct. J.*, 85(2), 258-268.
- Wang, W. and Hsu, C. T. T. (1997), "Limit analysis of reinforced concrete beams subjected to pure torsion." *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 1, 86-94.