

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

輻狀基底函數網路於水文系統之研究(1/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2211-E-002-026-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：國立臺灣大學土木工程學系暨研究所

計畫主持人：林國峰

計畫參與人員：陳儒賢、王俊明、王宗惇、楊志偉、蔡斐毓

報告類型：精簡報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 5 月 23 日

中文摘要

本年度為輻狀基底函數網路於水文系統之研究計畫第一年。本研究將嘗試應用全面監督式訓練法則來建立輻狀基底函數網路之網路架構，作為洪水流量之預報模式。全面監督式學習於訓練過程中，具有自動決定隱藏層神經元數目及訓練誤差隨著神經元增加而遞減之優點，避免了使用複合式訓練法則時，必須先設定隱藏層神經元個數之困擾。再者，本研究於網路訓練時加入了提早停止之條件，以避免網路過度配合現象的產生。最後，將其應用於翡翠水庫集水區之水庫入流量預測上，經由四種評鑑指標計算之結果發現，應用全面監督式訓練法則所建立之輻狀基底函數網路對於洪水流量之預測具有相當良好之效果。由於此模式具有網路建構容易、學習速度快速以及對外在環境能快速適應等優點，因此在實際之洪水流量預測上具有相當之優勢。

關鍵詞：類神經網路，輻狀基底函數，流量預測

Abstract

This study is the first year's work of a three-year project. In the project, the radial basis function network (RBFN) is used to construct a rainfall-runoff model, and the fully supervised learning algorithm is presented for the parametric estimation of the network. The number of hidden layer neurons can be constructed automatically and the training error decreases with increasing number of neurons. The fully supervised learning algorithm has advantages over the hybrid-learning algorithm that has the trouble of setting up the number of hidden layer neurons. Furthermore, early stopping technique is used to cease training, which can avoid over-fitting during the process of network construction. Finally, the proposed methodology is applied to the Fei-tsui Reservoir watershed to forecast the one-hour ahead inflow. The result shows that the RBFN can be applied to build the relation of rainfall and runoff successfully.

Keywords: artificial neural network, radial basis function, flow forecasting

一、前言

水庫於颱風豪雨期間，能蓄洪以消減水庫下游地區可能之洪害，惟水庫之入流量過大時，必須進行洩洪操作，而水庫洩洪需考慮水庫本身的安全，以避免水庫下游河川溢淹以及儘可能儲蓄水資源。台灣每年夏秋之颱風頻仍，以近幾年的颱風為例，如瑞伯、象神等，水庫於颱風期間均需進行洩洪操作，若洩洪時間及洩洪量不當，可能危害水庫安全或導致下游河川溢淹。故倘能準確地預報水庫之入流量，將可作為水庫洩洪操作之重要依據。

類神經網路(artificial neural network; 簡稱 ANN)為晚近崛起之控制理論，他是一種模仿生物大腦與神經網路系統所建構出來之資訊處理系統，能夠對於外界輸入之訊號有儲存、學習及回想等一系列動作。由於類神經網路只是針對人腦作簡化之模擬，利用數學的方式建立模式，達到儲存、學習及回想之作用，其行為與統計之方式相當類似，因此可將其視為一種特殊之統計模式。當一個系統之機制複雜或是模式不易建置時，如何掌握此系統之轉換機制便相當重要。而類神經網路的最大優點即是不需事先了解系統之轉換機制，只要經過類神經元之學習訓練即可，且其脫離了依賴統計模型，具有理論簡明、結構單純，並具有快速計算、學習能力及容錯能力等優點。因此近來有許多類神經網路之模型被相繼提出。由於類神經網路之理論簡明、結構單純，可用來模擬物理方程式難以描述之複雜非線性關係，因此被大量應用在水文預測上。然而，倒傳遞類神經網路會有收斂到區域最小值、網路學習速度緩慢以及隱藏層結構不易訂定等缺點。輻狀基底函數網路(radial basis function network; 簡稱 RBFN)

因為具有網路建構容易、學習速度快及對外在環境具有快速之適應性等優點，目前此方法被廣泛應用於影像處理、語音辨識、圖形分類以及通訊系統傳輸等各種領域上，均有相當不錯之成果。而集水區之降雨-逕流關係可視為一極複雜之非線系系統，因此本研究嘗試以 RBFN 建立洪水流量之預報模式，並以實際之降雨及逕流資料驗證所建立之模式。

二、文獻回顧

在流量預測方面，Zhu and Fujita(1994)利用倒傳遞類神經網路進行洪水小時流量預測，得到不錯的結果。但其輸入處理單元個數之決定為自定的方式並無一客觀的準則，因此預測的時刻數將會有所限制，且輸入層資料均採歷史值，故模式為一預測應用之雛形。Marina et al.(1999)以及 Komda and Makarand(2000)均曾以倒傳遞類神經網路進行洪水位預測。國內方面，Hsu et al.(1995)利用類神經網路與時間序列建立降雨逕流模式進行流量預測。孫(1996)以倒傳遞網路對短延時降雨-逕流過程做一探討並對降雨及逕流作預測。陳與黃(2000)則嘗試以倒傳遞與反傳遞類神經網路於洪流量預測並加以比較。

RBFN 之概念最早是由 Hardy(1971)所提出，後來 Powell(1987)建立其網路架構，Moody and Darken(1989)則利用 RBFN 解決數學函數對應之問題，Broomhead and Lowe(1988)將其應用於數值逼近或內插之問題上。而後相繼有各種類似之網路結構之 RBFN 相繼被提出。隨著輻狀基底函數網路之快速發展，已有不同之訓練法則用以架構更有效率之輻狀基底函數網路，並利用於具有時間序列相關性之問題上。Mikko et al.(1996)曾以輻狀基底函數網路為基礎，結合自我迴歸(autogressive)之觀念架構網路，並將之應用於時間序列模式之預測上，證實 RBFN 之準確性遠勝過 Autogressive model(AR)、Threshold Autogressive model(TAR)及倒傳遞多層感知機(back-propagating multiplayer perceptron, MLP)。此外，Park and Sandberg (1993, 1994)證明 RBFN 有能力模擬近似任何函數。在流量之預測上，張等(2000)曾嘗試以模糊最小最大群塊法，以複合式訓練法則架構 RBFN，用以預測蘭陽河流域之降雨逕流。

三、研究方法

輻狀基底函數網路(RBFN)屬於多層前饋式類神經網路，其輸入層與隱藏層間之神經元完全相互聯結，如圖 1 所示。

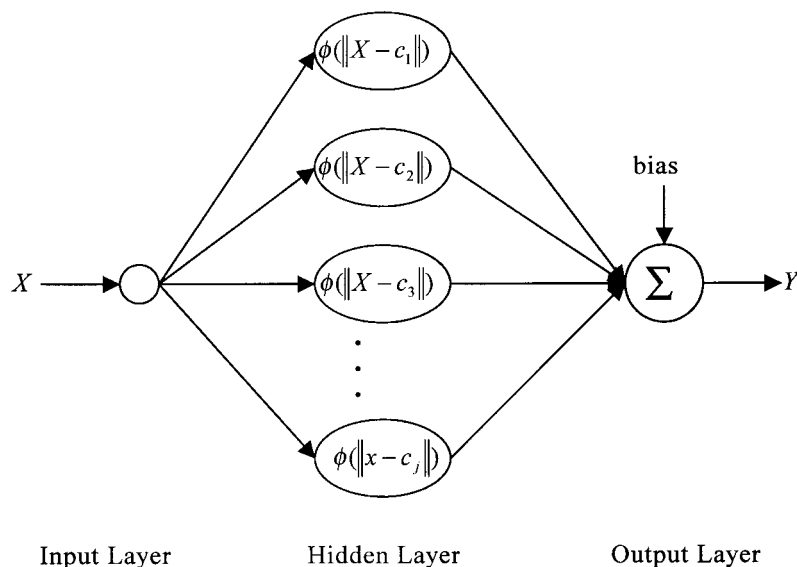


圖 1 RBFN 架構圖

此網路模式具有三個特性：

- (1) 僅有三層結構
- (2) 輸出層全由線性處理單元組成
- (3) 隱藏層轉換函數之激發是由輸入資料與神經元中心之距離決定

RBFN 之主要優點為能將訓練樣本之資訊有系統性的儲存於隱藏層中，只要使用簡單之矩陣運算即可求得網路中之加權值，不需要於訓練階段設定許多參數值。此外，只要適當設定訓練停止條件即可，所以 RBFN 為相當有效率之非線性系統鑑別工具。

假設 RBFN 之結構中，輸入層為具有 I 個輸入變數之資料 X ，將其以向量 $X = [x_1, x_2, \dots, x_I]^T$ 傳輸至隱藏層中之神經元，以輸入向量與各神經元中心之距離作為神經元被激發與否之依據，每一隱藏層神經元之輸出 $h_j, j=1, 2, \dots, J$ 可以轉換函數表之：

$$h_j(x) = \phi(\|x - c_j\|) \quad (1)$$

其中， $\phi(\cdot)$ 為反應函數(activation function)。反應函數包含有許多種之型態，如高斯函數(Gaussian function)、邏輯函數、multiquadric function(MQF)、thin-spline function(TSP)及指數函數(exponential function)等。本研究則使用最為普遍之高斯函數為隱藏層神經元之轉移函數，其型式如下所示：

$$\phi_j(x) = \exp\left[-\frac{\|x - c_j\|^2}{2\rho^2}\right] \quad (2)$$

其中， x 為測試樣本， c_j 為隱藏層神經元之中心點(center)， ρ 則為高斯函數之寬度值(with)， $\|\cdot\|$ 為歐基里德範數(Euclidean Norm)。

在輻狀基底函數網路之訓練過程中，只要決定適當之隱藏層神經元之中心點、高斯函數之寬度值及輸出加權值，即可得到一個描述 $f: x \rightarrow y$ 函數映射之網路。就學習法則而言，大致可分為兩類：

1. 複合式訓練法則：

Hecht-Nielsen (1987) 提出一個結合非監督式學習及監督式學習之網路架構。Musavi et al. (1992) 則利用 K -means 群集分析法求得基底函數之中心點及寬度值。

2. 全面監督式訓練法則：

Chen et al. (1990) 提出 iterative orthogonal-forward-regression (OFR) 的學習法則。Chen et al. (1991) 則提出 Orthogonal least squares method (OLS) 學習法則。

上述兩類訓練法則中，複合式訓練法則雖有計算時間較為快速之優點，但由於若使用 K -means 群集分析法計算基底函數之中心點及寬度值，其分群的品質受到初始 seed 值很大之影響，造成分群結果不穩定，甚至可能因為分群數過多，造成群中間無訓練資料之情形發生。此外，對於分群數目該如何決定亦無明確之方法可供參考亦是其一項缺點。至於全面監督式訓練法則，其具有自動決定隱藏層神經元數目及訓練誤差隨著神經元增加而遞減之優點，雖然全面監督式訓練法則於計算所花費之時間較長，但由於流量資料通常並不多，且現今之電

腦運算很快速，使得運算時間並不會造成太大之困擾。因此，本研究將嘗試應用全面監督式訓練法則之 RBFN 於洪水流量之預測上。

本研究採用全面監督式訓練法則，是先選定一訓練資料點為隱藏層第一個神經元之中心點並計算其寬度值，隱藏層中第 j 個神經元之寬度值 ρ 可表示如下：

$$\rho = \sqrt{\frac{d_{\max}^2}{j+1}} \quad (3)$$

其中， d_{\max} 為在訓練樣本中，輸入向量間之最大距離。計算所有輸入向量對神經元之輻狀基底函數輸出結果，並利用最小平方方法(least squares method)求出隱藏層與輸出層間之權重值，進而將隱藏層輸出值乘以各個權重值，即可得到輸出層之輸出值，如下所示：

$$y_k = \sum_{j=1}^J w_{jk} \phi_j(x) \quad (4)$$

其中， y_k 為輸出層中第 k 個輸出值， w_{jk} 為隱藏層中第 j 個神經元至輸出層中第 k 個輸出值之權重值。當輸出層中之輸出值求得後，進而可推求得輸出值與實際值間之相關係數 r ，相關係數可以下式表示：

$$r = \frac{\sum_{k=1}^K (\hat{y}_k - \mu_{\hat{y}})(y_k - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{k=1}^K (\hat{y}_k - \mu_{\hat{y}})^2 (y_k - \mu_y)^2}} \quad (5)$$

其中， \hat{y}_k 及 $\mu_{\hat{y}}$ 為輸出層之輸出值及其平均值， y_k 及 μ_y 為輸出層之目標值及其平均值。

當上述之步驟完成後，再選擇其他之訓練資料點當作此神經元中心點，直到所有資料點都計算過後，逐一比對每筆訓練資料在成為中心點後之相關係數值，選擇具有最大相關係數值之資料點當作 RBFN 之第一個神經元之中心點。再依照前面之步驟，依序增加隱藏層之神經元數目，並分別計算求得各個神經元之中心點及寬度值，直到整個網路架構獲得滿意之相關係數或達到最大設定之神經元數目為止。在此，本研究採用相關係數為神經元中心點之選擇依據，主要是相關係數對於模式之精度較容易掌握及了解。

由於全面監督式訓練法則會自動增加神經元，並依據是否達到設定之相關係數或最大神經元數目而停止訓練。但是往往訓練誤差雖然減少了，但是驗證誤差卻有增加之現象，這是因為 RBFN 之隱藏層神經元數目過多所造成之過度訓練，雖然此時之 RBFN 具有較佳之訓練誤差，但其推廣能力(generation)卻不佳。所謂之推廣能力是指網路對未曾見過之輸入資料能得到良好之輸出結果。此外，在網路之訓練過程中，往往對於網路之精度並無概念，無法定義容許誤差及神經元個數之上下限。基於上述原因，本研究嘗試使用交互驗證(cross-validation)之方法(Haykin, 1999)，先將所有資料分成訓練資料、驗證資料以及測試資料三部分。其中，以訓練資料建構網路之架構，再以驗證資料求出具有較佳推廣能力之網路，最後以測試資料來測試網路之預測效能，亦即當網路具有較佳之推廣能力時即提早停止網路之訓練。

本研究所採用提早停止訓練之原則是當網路訓練過程中，隨著神經元的增加，若連續有兩個神經元之驗證資料，其所求得之相關係數均小於前一個神經元時，便提早停止網路之訓練。採用連續兩個神經元之驗證相關係數，是為了避免驗證相關係數會有震盪之現象產生。關於 RBFN 之整個訓練流程圖繪製整理於圖 2。

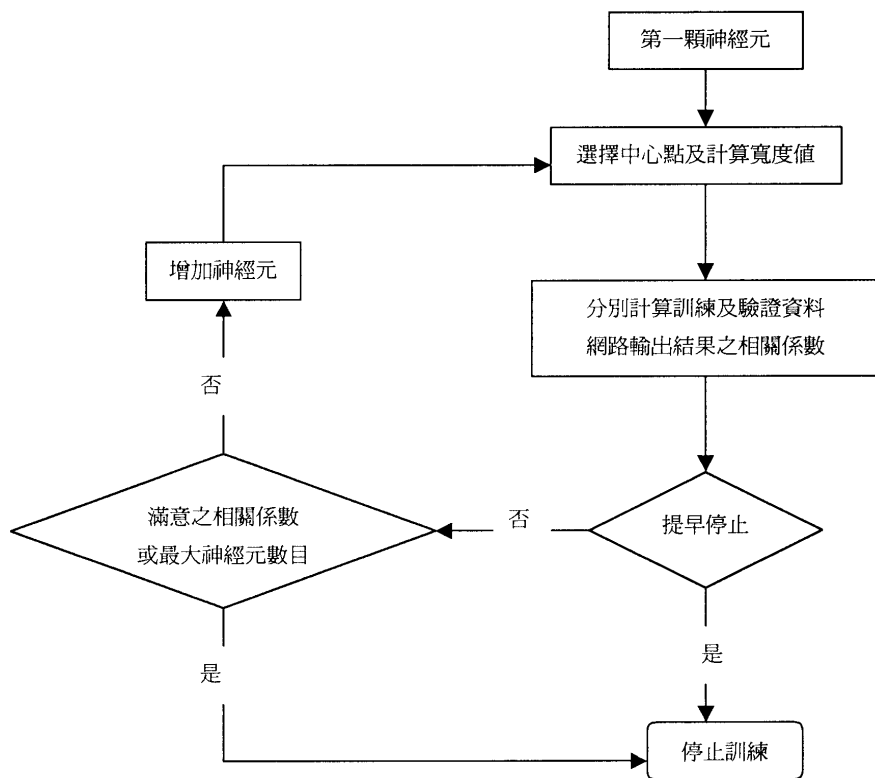


圖 2 RBFN 訓練流程圖

四、研究區域概述

本研究選擇位於臺灣北部的翡翠水庫集水區，使用在該流域蒐集之雨量及流量資料來作逕流預測。翡翠水庫壩址位於臺北縣新店市，屬於新店河流域的上游支流北勢溪集水區，是供應大臺北地區民生用水的主要來源且附設七萬瓩發電廠。該集水區面積為 303 平方公里，由大壩至淹沒區上游，主流長度約為 21 公里，沿途有火燒樟溪、後坑子溪、石碇子溪、金瓜溪及魚溪等支流匯入。翡翠水庫集水區中，總共有六個雨量測站，分別是太平站、碧湖站、坪林站、九芎根站、十三股站及翡翠站。圖 3 是翡翠水庫集水區的示意圖。

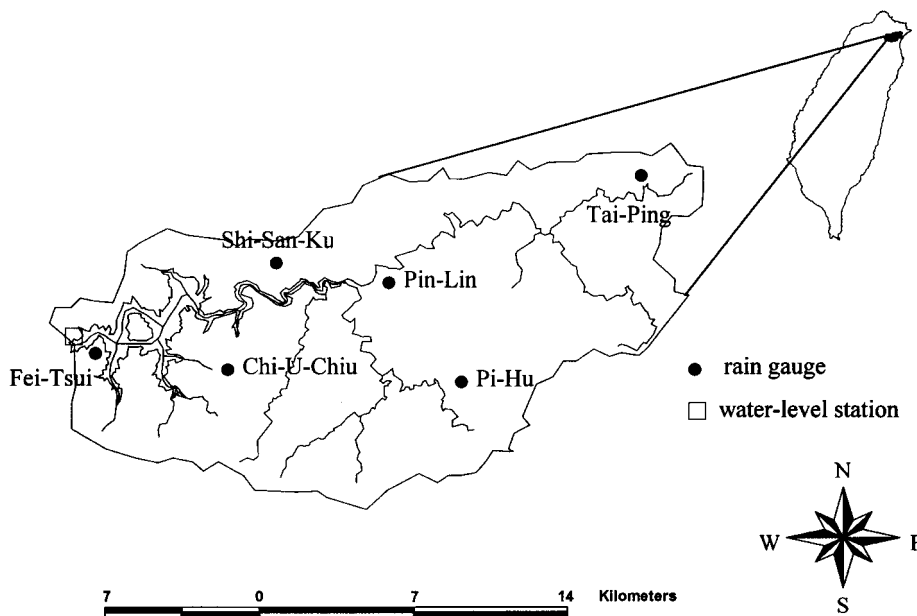


圖 3 翡翠水庫集水區示意圖

本研究以颱風事件作為降雨-逕流模擬的對象。本研究共選擇了九場颱風事件之時雨量資料，其中各事件之名稱、發生時間、尖峰流量及類別分別如表 1 所示。颱風事件中有三場事件用以檢定模式，另外三場用以驗證模式，其餘三場則做為測試模式之事件。颱風資料長度之決定則是以颱風警報發布至解除之時間為選取原則，經過整理後，總計有 290 筆訓練資料、245 筆驗證資料以及 314 筆測試資料。

表 1 颱風事件資料

編號	颱風名稱	發生時間	尖峰流量(m ³ /s)	類別
1	寶莉	1992/08/26	970.43	檢定
2	賀伯	1996/07/30	2586.39	檢定
3	葛拉絲	1994/08/31	1449.33	檢定
4	提姆	1994/07/09	673.61	驗證
5	弗雷特	1994/08/19	718.30	驗證
6	泰德	1992/09/20	922.00	驗證
7	露絲	1991/10/27	828.36	測試
8	席斯	1994/10/08	1456.78	測試
9	道格	1994/08/06	535.83	測試

五、模式建立與應用

本研究架構一個具有 21 個輸入值及 1 個輸出值之 RBFN 網路架構，輸入資料為六個雨量站前三小時之降雨資料及翡翠水庫流量站前三小時之入流資料，輸出資料則為翡翠水庫流量站現在之入流量。此外，本研究為了對於流量預報效果之優劣加以評鑑，因此分別採用下列四種評鑑指標判斷優劣：

1. 洪峰流量到達時間之誤差(Error of Time to Peak , ET_p)

$$ET_p = \hat{T}_p - T_p \quad (6)$$

式中， \hat{T}_p ：推估之洪峰流量到達時刻， T_p ：觀測之洪峰流量到達時刻。

2. 洪峰流量誤差百分比(Error of Peak Discharge , EQ_p)

$$EQ_p = \frac{\hat{Q}_p - Q_p}{Q_p} \times 100\% \quad (7)$$

式中， \hat{Q}_p ：推估之尖峰流量， Q_p ：觀測之尖峰流量。

3. 總流量誤差百分比(Error of Runoff Volume , VER)

$$VER = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{Q}_i - \sum_{i=1}^n Q_i}{\sum_{i=1}^n Q_i} \times 100\% \quad (8)$$

式中， \hat{Q}_i ：時間*i*之推估流量， Q_i ：時間*i*之觀測流量。

4. 效率係數(Coefficient of Efficiency , CE)

$$CE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2} \quad (9)$$

式中， \hat{Q}_i ：時間 i 之推估流量， \bar{Q} ：觀測流量之平均值。

本研究先以 290 筆訓練資料及 245 筆驗證資料建立 RBFN 網路架構，其訓練及驗證資料相關係數變化情形繪製於圖 4，由圖 4 顯示，當隱藏層有一個神經元時，網路之輸出結果不論對於訓練資料或是驗證資料，其相關係數均高達 0.9 以上，當增加為四個神經元時，則可發現兩者之相關係數增加幅度均已經趨緩，當增加為五個神經元時，驗證資料之相關係數更是呈遞減情形，再增加至第六個神經元時亦呈現相同情形。因此，本研究使用之網路隱藏層神經元取為 4 個。關於測試資料之估計結果繪於圖 5，驗證資料之估計結果則顯示於圖 6。此外，對於 314 筆測試資料之估計結果則如圖 7 所示。由圖 5 至圖 7 觀察可知，不論對於何種資料，對於整體之流量趨勢皆有相當不錯之模擬預測結果。

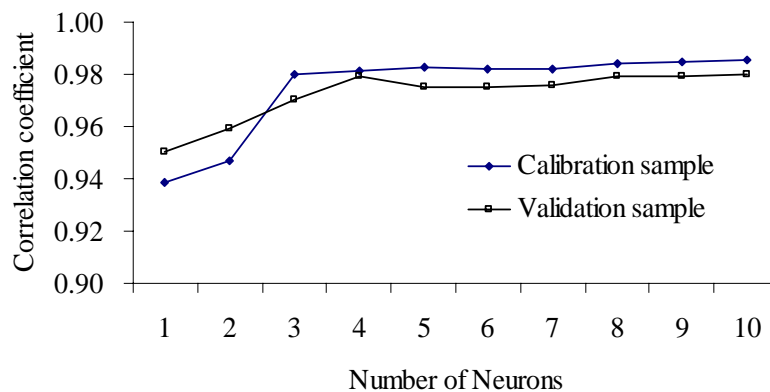


圖 4 訓練及驗證資料相關係數變化情形

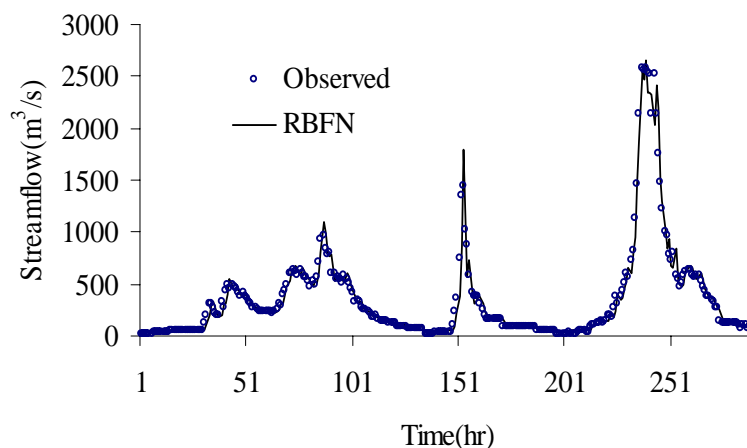


圖 5 訓練資料估計結果

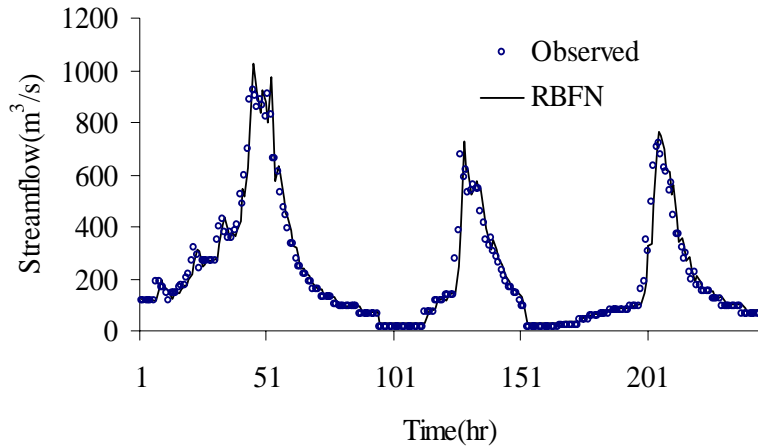


圖 6 驗證資料估計結果

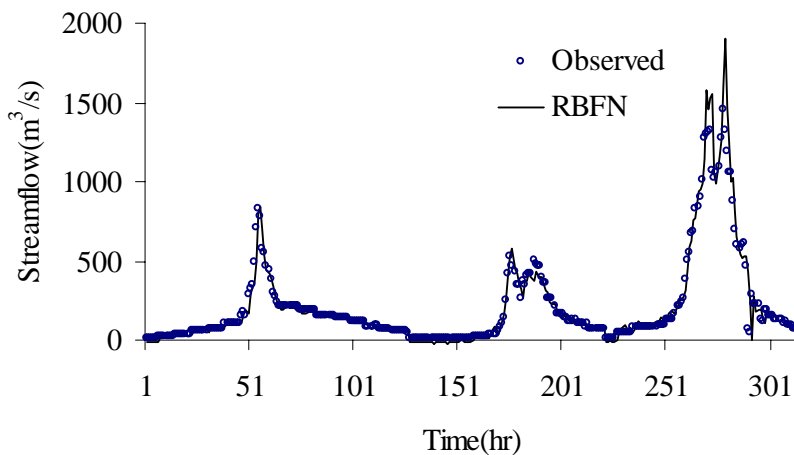


圖 7 測試資料估計結果

為了更加精確評鑑流量預報效果之優劣，關於九場颱風事件之四種評鑑指標計算結果整理列於表 2。由表 2 可得知，對於洪峰流量到達時間之預測上，訓練及驗證資料之預測尚稱良好，但對於測試資料則有延遲現象產生。關於洪峰流量誤差百分比方面，除了席斯颱風外，其餘 8 場颱風事件大約 10% 上下，總流量誤差百分比亦都低於 10%。再者，九場颱風事件之效率係數除席斯颱風外，均高達 0.95 以上，由此可知 RBFN 對於流量之估計上有相當良好之效果。

表 2 九場颱風事件之四種評鑑指標計算結果(全面監督式訓練法則)

編號	颱風名稱	評鑑指標			
		ETp (hr)	EQp (%)	VER (%)	CE
1	寶莉	0	13.8	1.8	0.959
2	賀伯	0	2.2	-0.6	0.981
3	葛拉絲	0	13.6	-2.9	0.981
4	提姆	1	8.1	2.6	0.958
5	弗雷特	0	5.9	4.9	0.972
6	泰德	0	11.1	1.4	0.966
7	露絲	1	2.0	-4.9	0.955
8	席斯	1	20.4	8.6	0.940
9	道格	1	7.1	-8.1	0.957

此外，為了比較複合式訓練法則與全面監督式訓練法則所架構網路間之差異，本研究另外建立一個隱藏層具有四個神經元之 RBFN，先以 k-means 群集分析法將資料分群，再分別計算基底函數之中心點及寬度值，最後以最小平方方法求出隱藏層與輸出層間之權重值，進而得到輸出層之輸出值。其四種評鑑指標之計算結果列於表 3。由表 3 可得知，採用複合式訓練法則所架構之網路，對於洪峰流量到達時間之預測上，不論是訓練、驗證或測試資料皆有延遲 1 至 2 小時之情形。至於洪峰流量誤差百分比，大部分之颱風事件都大於 10%，賀伯颱風甚至接近 30%。總流量誤差百分比之結果亦較全面監督式訓練法則所架構之網路為差。此外，九場颱風事件之效率係數除弗雷特及泰德兩場颱風外，其餘均低於 0.90，葛拉絲颱風甚至只有 0.396。由上述之結果可知，不論是何種指標均顯示以複合式訓練法則所架構之網路，其預測之品質均較採用全面監督式訓練法則所架構之網路為差。探究其原因，主要是因為複合式訓練法則所架構之網路，其隱藏層之中心點為各分群之資料點平均值，若一分群之資料點中有一些離群值，則容易造成此神經元中心點之偏離，因而降低了模式整體之精確度，此情形在隱藏層之神經元數目較少時尤其容易發生。

表 3 九場颱風事件之四種評鑑指標計算結果(複合式訓練法則)

編號	颱風名稱	評鑑指標			
		ETp (hr)	EQp (%)	VER (%)	CE
1	寶莉	2	9.0	1.4	0.885
2	賀伯	1	29.8	-6.3	0.874
3	葛拉絲	2	19.4	22.0	0.396
4	提姆	1	-14.1	3.4	0.892
5	弗雷特	2	-17.6	-0.4	0.942
6	泰德	2	9.1	3.6	0.908
7	露絲	2	-14.6	0.5	0.870
8	席斯	2	20.9	18.2	0.778
9	道格	1	-7.6	12.3	0.862

六、結論

本研究嘗試應用全面監督式訓練法則來建立 RBFN 之網路架構，作為洪水流量之預報模式。將其應用於翡翠水庫集水區之水庫入流量預測，經由四種評鑑指標計算之結果發現，此模式在洪水流量之預測上具可行性。由於全面監督式訓練法則具有自動決定隱藏層神經元數目及訓練誤差隨著神經元增加而遞減之優點，雖然於計算所花費之時間較長，但由於流量資料通常並不多，且現今之電腦運算快速，因此運算時間並不會造成太大之困擾。相對的，複合式訓練法則雖有計算時間較為快速之優點，但其必須先設定隱藏層神經元之個數，且其分群的品質對網路估計之結果會有很大之影響，這些因素均會對網路之建構成造成困擾。為了增進網路之推廣能力並縮短網路之建構時間，本研究嘗試使用交互驗證之方法，先將資料分成訓練、驗證及測試三部分，以訓練資料建構網路之架構，再以驗證資料求出具有較佳推廣能力之網路，最後以測試資料來測試網路之預測效能，亦即當網路具有較佳之推廣能力時即提早停止網路之訓練。比較複合式訓練法則與全面監督式訓練法則所架構網路之估計結果，發現全面監督式訓練法則所架構網路之預測之品質均較採用複合式訓練法則所架構之網路為佳。此乃因為複合式訓練法則所架構之網路，其隱藏層之中心點易受分群資料點中之離群值影響，因而降低了模式整體之精確度。RBFN 因具有網路建構容易、學習速度快速及對外在環境具有快速之適應性等優點，因此在實際之應用上具有相當之優勢。

七、參考文獻

- Broomhead, D.S., and Lowe, D., "Multivariable Functional Interpolation and Adaptive Networks," *Complex System*, Vol. 2, pp. 321-355, 1988.
- Chen, S.S., Billings, A., and Grant, P.M., "Recursive hybrid algorithm for non-linear system identification using radial basis function networks," *International Journal Control*, Vol. 55, pp. 1051-1070, 1990.
- Chen, S.C., Cowan F.N., and Grant, P.M., "Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks," *IEEE Transactions on neural networks*, Vol. 2, No. 2, pp. 302-309, 1991.
- Hardy, R.L., "Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces," *Journal of Geophysical Research*, Vol. 76, pp. 1905-1915, 1971.
- Haykin, S., Neural Networks: A comprehensive Foundation, pp. 213-214, Prentice Hall Inc., 1999.
- Komda, T., and Makarand, C., "Hydrological Forecasting Using Neural Networks," *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 5, No. 2, pp. 180-189, 2000.
- Marina, C., Paolo, A., Alfredo, S., "River flood forecasting with a neural network model," *Water Resources Research*, Vol. 35, No.4, pp. 1191-1197, 1999.
- Mikko, L., Jukka, S., Pentti, H., and Kimmo, K., "A Network of Autogressive Processing Units for Time Series Modeling," *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 75, pp. 151-165, 1996.
- Moody, J., and Darken, C., "Fast Learning in Networks of locally-tuned Processing Units," *Neural Computation*, Vol. 1, pp. 281-294, 1989.
- Musavi, M. T., Ahmed, W., Chan, K. H., Faris, K. B., and Hummels D. M., "On the training of radial basis function classifiers," *Neural Network*, Vol. 2, pp. 302-309, 1992.
- Park, J., and Sandberg, I.W., "Universal Approximation Using Radial Basis Function Network," *Neural Computation*, Vol. 3, pp. 246-257, 1993.
- Park, J., and Sandberg, I.W., "Approximation and Radial Basis Function Network," *Neural Computation*, Vol. 5, pp. 305-316, 1994.
- Powell, M. J. D., Algorithms for Approximations, pp. 143-167, Oxford University Press, 1987.
- Hecht-Nielsen, R., "Counter propagation networks," *Applied Optics*, Vol. 26, pp. 4979-4984, 1987.
- Hsu, G. L., Gupta, H. V., and Sorooshian, S., "Artificial Neural Network Modeling of the Rainfall-Runoff Process," *Water Resources Research*, Vol. 31, pp. 2517-2530, 1995.
- Zhu, M. L., and Fujita, M., "Comparisons Between Fuzzy Reasoning And Neural Network Methods To Forecast Runoff Discharge," *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, Vol. 12, No. 2, pp. 131-141, 1994.
- 張斐章、陳彥璋、梁晉銘、孫建平、黃源義，「以輻狀基底函數網路建立降雨-逕流模式」，*台灣水利*，第四十八卷，第三期，第 18-26 頁，2000。
- 陳昶憲、黃尹龍，「倒傳遞與反傳遞類神經網路於洪流量預測之比較」，*台灣水利*，第四十八卷，第三期，第 60-68 頁，2000。
- 孫建平，類神經網路及其應用於降雨及逕流過程之研究，碩士論文，國立台灣大學農業工程學系研究所，台北市，1996。