

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

橢圓曲線的 P-adic Height Pairing

計畫編號：NSC 88-2115-M-002-010

執行期限：87 年 8 月 1 日至 88 年 7 月 31 日

主持人：陳其誠 台大數學系

一、中文摘要

我們探討伴隨著一個 P-adic extension 而定義出的 P-adic Height Pairing，及其相關之數論不變量。

關鍵詞：橢圓曲線、 \mathbb{Z}_p -extension、代數數體、P-adic Height Pairing、有理點、秩。

Abstract

We study the P-adic Height Pairing associated to an elliptic curve over a number field and a \mathbb{Z}_p -extension over this field.

Keywords: Elliptic Curves, \mathbb{Z}_p -extension number field, P-adic Height Pairing, rational points, rank.

二、緣由與目的

這個計畫與上年度之研究計畫：“關於橢圓曲線的 Iwasawa Theory” (NSC S7-2115-M-002-011) 息息相關，蓋在一代數數體之 \mathbb{Z}_p -extension 上，原來它義在此代數體上之橢圓曲線的有理點之 rank 之 Iwasawa 不變量實可由伴隨而來的 P-adic Height Pairing 之表現而得窺之。另外，此橢圓曲線上之 Shafarevich-Tate groups 之不變量之部分性質亦可從而得之。

三、結果與討論

我們觀察到在一些特殊條件下，P-adic Height 之 discriminant 值，Mordell-Weil group 之 Iwasawa 不變量，Shafarevich-Tate groups 之 Iwasawa 不變量確實遵照 Mazur-

Tate-Teitelbaum 所猜想之法則。我們相信這個法則在一般條件下也應該成立，其原因仍待進一步探討。

四、計劃成果自評

我們得到的結果還談不上是“成果”，我們一直期待有較完整的結果出現才來寫這份報告。但事與願違，而貴會亦有內部運行之邏輯，故這份報告只含“執行期限”之成果報告。不過這個計劃並未因“執行期限”而截止，相關理論之發展已十數年而結果仍有限，本計劃也會再繼續進行下去。我們非常感謝貴會在“執行期限”內所提供之經費支援。

五、參考文獻

[1] 行政院國家科學委員會，專題研究計劃成果報告編寫須知，民國八十二年十一月。