# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

計畫名稱:機率與統計在複合材料分析上之應用(111)

Applications of Probability and Statistics to the Analysis of Composite Materials (III)

計畫編號: NSC 87-2212-E-002-018

執行期限:86年8月1日至87年7月31日

主持人:吳文方 執行機構:國立台灣大學機械工程系

## 一、中文摘要

近年來由於科技的進步,使複合材料 廣泛地用於各工程領域,因此世界各國乃 積極投入研究複合材料之各種機械性質, 而疲勞常是導致複合材料破壞的主要因素 之一,所以精確地預估複合材料的疲勞損 傷就變得刻不容緩。一般而言,預估複合 材料疲勞損傷有兩種方式:一為破壞性檢 測,如殘餘強度;另一為非破壞性檢測, 如殘餘勁度。本報告係針對[0/45/90/-45]28 Gr/PEEK 熱塑性複合材料積層板試片 受疲勞負荷時之殘餘強度與殘餘勁度遞減 的情況作一研究,並配合可靠度的理論以 建立殘餘強度與殘餘勁度遞減之數學模式 來預估此批複合材料之疲勞損傷。我們發 現以破壞性檢測的方式來預估複合材料之 疲勞累積損傷時,當疲勞累積損傷越嚴重 其殘餘強度越小,因此本報告利用實驗數 據找出一理論殘餘強度遞減模式再配合機 率分佈函數來描述其離散性,並發現將其 參數視為常態分佈時可充分地預估此批複 合材料之疲勞損傷。此外,我們也以非破 壞性檢測的方式來預估複合材料疲勞累積 損傷的情況,當疲勞累積損傷越嚴重時其 殘餘勁度越小,因此本報告利用實驗數據 找出一理論殘餘勁度遞減模式再配合機率 分佈函數配合來描述其離散性,並發現將 其參數視為對數常態分佈時可充分地描述 此批複合材料之疲勞損傷。

**關鍵詞**:複合材料、殘餘強度、殘餘勁度、 機率與統計

#### **Abstract**

The increasing advances of technology make composite materials used widely in

many engineering fields in recent years. Countries all over the world have made various aspects of study on composite materials. Since fatigue is one of the major causes for the failure of composite materials, the estimation of fatigue damage composite materials becomes an important issue. In general, there are two methods to estimate the fatigue damage of composite materials. One is "destructive evaluation" and the other is "nondestructive evaluation." The measure of residual strength belongs to the first method and the measure of residual stiffness belongs to the second method. Both methods are presented in the present study in order to analyze the experimental result of a batch of thermal plastic laminate specimens. To account for the significant scatter of the experimental data, probability and statistics are also employed in the analysis. It is found that both the proposed residual strength degradation and residual stiffness degradation models can be used to described the experimental data very well. Given appropriate conditions, the models can also be used to predict the fatigue reliability of the studied composite material.

**Keywords**: Composite Materials, Residual Strength, Residual Stiffness, Probability and Statistics.

#### 二、緣由與目的

由於許多重要工程結構物常受到反覆 應力的作用,因此疲勞破壞的影響在此類 結構物之分析與應用上顯得特別重要。而 如前節所述,隨著材料科技的進步與發 展,複合材料已被廣泛的運用於各工程領 域,舉凡航太工業中飛機的機翼、尾翼、

擾流器、機身蒙皮、發動機葉片,太空梭 的操縱臂、機身絕熱面,汽車工業中的傳 動軸、車身、板片彈簧,一般工業遊艇、 風車、機車零件、輪圈、凸輪、唱臂、揚 聲器錐體、機器人手臂,以及運動休閒器 材如釣竿、高爾夫球桿、桿頭、球拍、弓 箭、雪橇、吉他等樂器的共鳴板,均有使 用高分子基複合材料製造者,可以說到處 都找得到纖維強化樹脂材料的蹤跡,所以 許多傳統研究金屬疲勞與斷裂的技巧和理 論便被直接或間接地引進來應用於複合材 料的疲勞或斷裂等破壞研究上,但是就疲 勞損傷的過程與模式而言,複合材料比傳 統均質材料複雜許多,因此複合材料疲勞 破壞之研究與分析,便常常需要運用到統 計、機率或可靠度等理論[1-3]。此外由於 複合材料疲勞負荷所造成的損傷機制常常 同時發生,且往往相互作用,因此以總體 現象的觀點,尋找出一可與此複合層板疲 勞現象相吻合的損傷參數及其機率分佈函 數,以期能適切的描述此複合材料之疲勞 行為,對於研究與分析複合材料之疲勞行 為便能有效地予以簡化。

一般而言,複合材料的疲勞損傷 (fatigue damage)會改變其強度(strength)、勁 度(stiffness)以及其他機械性質。由現象觀 點(phenomenological standpoint)來看,複合 材料受疲勞作用後之損傷程度可由其殘餘 強度(residual strength)等量度之遞減而加以 估計[4]。為確保複材結構(複合材料所製成 之結構)安全並發揮其功能,建立定期檢測 及維修制度(scheduled inspection and repair maintenance)顯得相當重要,此品保制度的 建立有賴精確地預估複材結構抵抗疲勞損 壞之能力而定。一般而言,如同其他結構 材料之檢測,複材結構之檢測可分為破壞 性檢測(destructive evaluation)與非破壞性 檢測(nondestructive evaluation)二種。殘餘 強度為破壞性檢測的方法之一,他可用來 量測複材結構疲勞損傷的情形,也是一般 工程師所熟知地,但其最大的缺點為檢測 時需破壞構件。殘餘勁度為非破壞性檢測 的方法,他可作為追蹤複材結構使用時所 生疲勞損傷的量度指標,而且有檢測構件 時無需破壞構件的好處。

本報告主要在探討熱塑性碳纖維強化聚二醚酮(Gr/PEEK)所製成之擬均向性(quasi-isotropic)積層板試片受疲勞負荷時,其殘餘強度與殘餘勁度遞減模式之預估模式,以便提供工程師設計時使用。但是由於複材構件機械性質的變異性甚大,故本報告同時引入機率分佈函數於預估模式中,以期能增加預測的準確性及可靠度。

## 三、實驗步驟

首先我們應用熱壓成型機做出碳纖維強化聚二醚酮之積層板,然後利用鑽石切割機切成固定尺寸的碳纖維強化聚二醚酮試片,並依照以下的步驟進行實驗:

- 1.在常溫下進行拉伸實驗,並記錄其靜態 拉伸強度。
- 2.以複材的平均靜態拉伸強度為基準,選其 70%為應力等級,做為疲勞循環應力最大值進行疲勞實驗,記錄其疲勞壽命及不同循環週次下其負荷與 LVDT 位移。
- 3.固定應力等級,分別先做二萬、四萬、 六萬、八萬及十萬次循環後,再進行拉 伸實驗並記錄其數據。

以上各試驗係利用清華大學之熱壓成型機、鑽石切割機、及台灣大學固力聯合實驗室之 MTS 810 完成,在得到數據後再進行可靠度分析。

### 四、實驗結果分析與討論

我們可由實驗所獲得之數據畫出殘餘強度與疲勞週次之關係如圖 1 所示,由此圖我們可看出[0/45/90/-45]<sub>2S</sub> Gr/PEEK 熱塑性複合材料積層板試片殘餘強度隨著疲勞週次增加而減少之情況;而在殘餘強度小於或等於疲勞測試時之最大應力幅時,試片即發生疲勞破壞。我們亦可由實驗所得之數據畫出殘餘勁度與疲勞週次之關係如圖 2 所示,圖中我們可看出該批試片之殘餘勁度隨著疲勞週次增加而減少之情況。

配合過去研究者所提出之一些公式,並經過一番試誤後,我們發覺圖 1 所示殘

餘強度之遞減模式可以以下式子嵌合之

$$\ln[R^*(n)] = \ln[R^*(0)] + c \ln \left[1 - \left[\frac{\log(n) - \log(0.5)}{\log(V_f) - \log(0.5)}\right]^{\frac{1}{2}}\right]$$

其嵌合之情況如圖 3 所示;而圖 2 所示殘餘勁度之遞減模式則可以下式嵌合之

$$E^*(n) = E^*(0) + Q^* + vn$$

其結果如圖 4 所示。

依據實驗結果,我們發覺當以上第一式中之 $\ln[R^*(0)] = 5.2696$ 、b = 19.8850、c = 7.5019 時,可充分描述在不同疲勞週次下  $[0/45/90/-45]_{28}$  Gr/PEEK 熱塑性複合材料積層板試片承受 70%  $\overline{R}(0)$  ( $\overline{R}(0)$  為平均靜態拉伸強度)且應力比為0.1 疲勞負荷時其殘餘強度遞減之趨勢。我們亦發現該式可配合機率分佈函數來解釋並預估多次試驗結果所表現之離散情形,其中我們發現 $\ln[R^*(0)]$ 、c 皆可合理假設為常態分佈,而b 可視為常數,如此我們可預估在承受與實驗相同之負荷 n 週次後,一試片殘餘強度 $\ln[R^*(n)]$ 之平均值與標準差分別為

$$\begin{split} & \sim_{\ln[\mathcal{R}^{*}(\mathcal{N})]} = \sim_{\ln[\mathcal{R}^{*}(0)]} + \sim_{c} \ln \left\{ 1 - \left[ \frac{\log(\mathcal{N}) - \log(0.5)}{\log(\mathcal{N}_{f}) - \log(0.5)} \right]^{b} \right\} \\ & \qquad \qquad \int_{\ln[\mathcal{R}^{*}(\mathcal{N})]} = \sqrt{f_{\ln[\mathcal{R}^{*}(0)]}^{2} + f_{c}^{2} \left\{ \ln \left\{ 1 - \left[ \frac{\log(\mathcal{N}) - \log(0.5)}{\log(\mathcal{N}_{f}) - \log(0.5)} \right]^{b} \right\} \right\}^{2}} \end{split}$$

其中,實驗數據顯示  $\sim_{\ln[R(0)]} = 5.2696$ 、  $f_{\ln[R(0)]} = 0.1280$  、  $\sim_c = 7.5019$  、  $f_c = 1.3970$ 、 b = 19.8850。以上兩式即可充分描述在不同疲勞週次下, $[0/45/90/45]_{2S}$  Gr/PEEK 熱塑性複合材料積層板試片承受  $70\% \overline{R}(0)$  且應力比為 0.1 之疲勞負荷時其殘餘強度分佈之情形。

針對殘餘勁度遞減模式而言,由實驗結果我們得知 $E^*(0)=3.6598$ 、 $Q^*=-4.7545$ 、 $\nu=0.2131$ ,如此,透過本報告所列之第二公式,我們可預估在不同疲勞週次下, $[0/45/90/-45]_{28}$  Gr/PEEK 熱塑性複合材料積層板試片承受 70%  $\overline{R}(0)$  且應力比為 0.1 之疲勞負荷時其殘餘勁度遞減之平均趨勢。我們若將該評估公式配合機率分佈函數來解釋,並依據實驗結果合理

假設  $E^*(0)$ 、  $Q^*$  為常態分佈而  $\nu$  為常數時,則可預估殘餘勁度  $E^*(n)$  之平均值與標準差分別為

$$\begin{array}{l} \sim_{E^*(n)} = \sim_{E^*(0)} + \sim_{\mathcal{Q}^*} + \nu n \\ \\ \uparrow_{E^*(n)} = \sqrt{\uparrow_{E^*(0)}^2 + \uparrow_{Q^*}^2} \end{array}$$

由實驗得知  $_{\mathcal{E}^{(0)}}$  = 3.6598、  $f_{\mathcal{E}^{(0)}}$  = 0.0281、  $_{\mathcal{O}^*}$  = -4.7545、  $f_{\mathcal{O}^*}$  = 0.0867 、  $\nu$  = 0.2131 , 如此,我們便可同時預估在不同疲勞週次下,[0/45/90/-45]<sub>2S</sub> Gr/PEEK 熱塑性複合材料積層板試片承受  $70\% \ \overline{R}(0)$  且應力比為 0.1 之疲勞負荷時,其殘餘勁度可能之分佈情形[5]。

#### 五、計畫成果

本計畫已依預期進度完成拉伸實驗與疲勞實驗,並藉由拉伸實驗與疲勞實驗所獲得之數據來建立殘餘強度與殘餘勁度之評估模式,該評估模式除可作為殘餘強度與勁度平均趨勢之預估外,並可應用來作為該批複材試片可靠度之評估[5]。

## 六、參考文獻

- 1. 李立人、楊振南和許棟儀,"複合材料疲勞損傷之預測與追蹤,"成功大學航空太空研究所研究報告,1990。
- 2. 陳宗權,"複合材料之疲勞損傷及疲勞壽 命研究,"台灣大學機械工程學研究所 碩士論文,1993。
- 3. 林嘉昱,"複合材料之疲勞壽命分佈與拉伸強度關係,"台灣大學機械工程學研究所碩士論文,1997。
- 4. A.L. Highsmith and K.L. Reifsnider, "Stiffness Reduction Mechanism in Composite Laminates," in *Damage in Composite Materials, ASTM STP 775*, K. L. Reifsnider, ed., pp. 103-117, 1982.
- 5. 蔡政修,"機率與統計在熱塑性複合材料 殘餘強度與殘餘勁度分析上之應用," 台灣大學機械工程學研究所碩士論文, 1998。

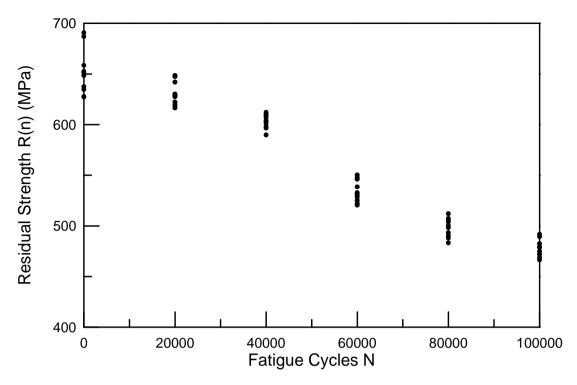


圖 1 殘餘強度與疲勞週次之關係

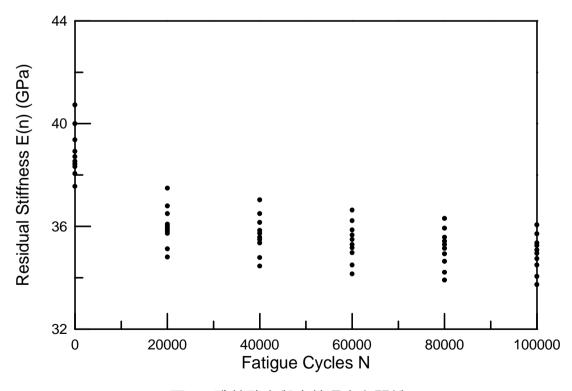


圖 2 殘餘勁度與疲勞週次之關係

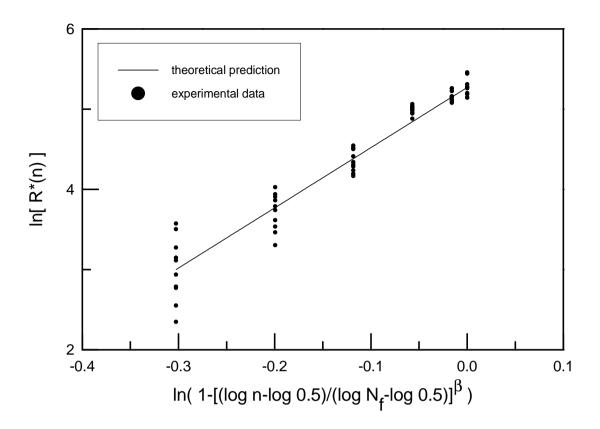


圖 3 實驗數據與理論預估殘餘強度遞減模式之比較

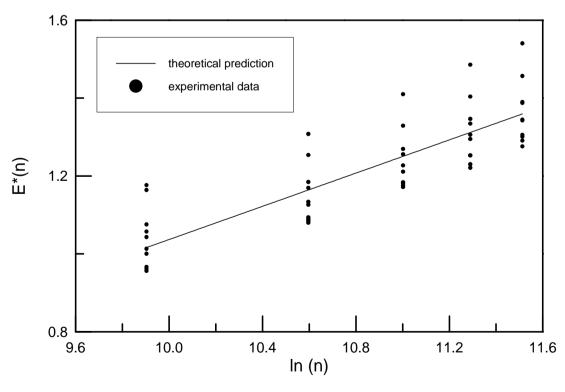


圖 4 實驗數據與理論預估殘餘勁度遞減模式之比較