

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 基於碎形表面模型和熱彈性分析的接觸溫度研究

### Thermoelastic Analysis of Contact Temperature Based on a Fractal Surface Model

計畫編號：NSC 89-2212-E-002-027

執行期限：88年8月1日至89年7月31日

主持人：盧中仁 台灣大學機械系

計畫參與人員：莊家慶 台灣大學機械系

#### 中文摘要

兩相互滑動面間因摩擦生熱而造成的溫度增加，會影響到接觸面的磨潤性質。近來的研究顯示接觸面的表面形態具有碎形的特性；同時熱變形對接觸面間的壓力分佈有顯著的影響。本計畫採用具有碎形特性的表面模型並考慮熱變形的效應，來探討滑動面間的接觸溫度。首先利用 Cantor 集建立碎形表面模型；接著研究碎形表面凸起的位移和受力以及摩擦所產生的熱量之間的關係；由力平衡和位移的一致性求得接觸面間的溫度和壓力分佈；並以此研究材料性質、碎形尺度對接觸溫度的影響。

關鍵詞：快閃溫度、碎形表面、熱彈性

#### Abstract

The temperature rises resulting from frictional heating at the sliding contact surfaces strongly influence the interfacial tribological phenomena. Recent experiments have shown that real surface topography exhibits fractal properties. Besides, it is found that thermal deformation can significantly change the distribution of contact pressure. In this project, we study the contact temperature at sliding surfaces by employing a fractal surface model and considering the effects of thermal deformation. First of all, we construct a fractal surface model based on the Cantor set. The displacements of asperities resulting from the applied load and

frictional heat are determined. Then the equilibrium and compatibility conditions are employed to find the contact pressure and temperature. The effects of material properties and fractal dimensions on the contact temperature are investigated.

Keywords: flash temperature, fractal surface, thermoelasticity

#### 緣由與目的

當相接觸的兩物體有相對運動時，摩擦力作功產生的熱能使得接觸面的溫度上升，進而改變表面磨潤性質和材料特性。所有的物體表面都是粗糙的。當兩粗糙表面相接觸時，實際上只在一些局部的凸起（asperity）相接觸。換言之，實際的接觸面積遠小於公稱接觸面積（nominal contact area），因此在這些凸起間存在相當大的正向應力及伴隨的摩擦力。作用在這些凸起上的摩擦力所產生的熱會使得這些凸起在接觸的瞬間達到相當高的溫度，稱之為快閃溫度（flash temperature）。

很多學者提出不同的方法來分析幾何形狀簡單的物體接觸時的表面溫度，以及伴隨的應力分佈。然而要把這樣基於簡單的幾何形狀的凸起而得到的結果應用到真實的表面上，首先必需能正確的描述物體的表面形態。許多利用隨機變數來描述表面形態的模型被提出，這些模型主要被用來研究兩接觸面間的摩擦力和黏著力〔1-4〕。然而這些模型有著相同的問題：

描述表面的參數和量測時所用的尺度有關。這個現象表示物體表面有著碎形的特性，要正確的描述接觸面間的現象必需使用碎形的表面模型。

碎形的觀念最早是由 Mandelbrot 在 1967 提出 [5]，隨後的實驗顯示許多物體後表面都有碎形的特性。於是研究人員開始注意到碎形表面模型對處理接觸面間界面問題的重要性 [6]，並開始將碎形模型應用於探討兩粗糙面間的彈塑性接觸力學 [7, 8] Wang 和 Komvopoulos 應用這些結果來探討基於碎形表面模型之下相互滑動面間的溫度分佈函數 [9]。然而他們忽略了熱變形對壓力分佈的影響。許多學者曾提出有關摩擦熱產生的表面形態變化而導致的熱彈性不穩性的報告 [10]。他們發現熱變形會影響表面凸起上的壓力。我們以往的研究顯示，忽略熱變形會低估快閃溫度並造成相當的誤差 [11]。

前人的研究大多忽略了熱變形對相對滑動的物體的表面溫度的影響。本計劃應用碎形表面模型，加入熱變形的效應，在彈性變形的範圍內，探討相接觸滑動面的溫度分佈和各重要參數的關係。

### 單一柱體

考慮長為  $l$ ，截面積為  $A$  的均勻柱體。柱體的一端固定，另一端和以等速  $v$  向右移動的剛體平面接觸。固定端的溫度為  $T_0$ ，滑動接觸面間的正向壓力為  $P$ ，摩擦係數為  $\sim$ 。假設剛體為絕緣，在滑動面間因摩擦而產生的熱量  $\sim P v$  完全流入柱體，因此穩態時柱體的溫度分佈為：

$$T(x) = \frac{\sim P v}{kA} x + T_0 \quad (1)$$

其中  $k$  為熱傳導係數。

### 兩獨立柱體

接著考慮兩根獨立柱體和滑動剛

體平面接觸的情形。柱體的長度、截面積、位移分別為  $l_i$ 、 $A_i$  和  $u_i$ 。由單一柱體的結果可知，每根柱體的溫度分佈為：

$$T_i(x) = \frac{\sim P_i v}{kA_i} x + T_0 \quad (2)$$

其中  $P_i$  為柱體  $i$  所受的力。假設剛體達成力平衡時和固定面的距離為  $u$ ，則柱體的壓縮變形量為

$$u_i = \frac{P_i l_i}{A_i E} - \frac{r \sim P_i v l_i^2}{2kA_i} = l_i - u \quad (3)$$

其中  $r$  為熱膨脹係數。由上式可得各柱體的受力和剛體位移間的關係為

$$P_i = (l_i - u) \frac{2kA_i E}{2kl_i - r \sim v E l_i^2} \quad (4)$$

最後由剛體的力平衡  $P_1 + P_2 = P$  可以得到外力和剛體的位移間的關係

$$(l_1 - u) \frac{2kA_1 E}{2kl_1 - r \sim v E l_1^2} + (l_2 - u) \frac{2kA_2 E}{2kl_2 - r \sim v E l_2^2} = P$$

為了便於分析比較，引入無因次化參數如下：

$$x^* = \frac{x}{l} ; T^* = \frac{T}{T_0} ; P^* = \frac{P}{EA_0} ;$$

$$P_i^* = \frac{P_i}{EA_0} ; A_i^* = \frac{A_i}{A_0} ; l_i^* = \frac{l_i}{l} ; u^* = \frac{u}{l}$$

則式(2)和式(4)可表為

$$T_i^*(x^*) = \frac{s}{r T_0} \left\{ \frac{r \sim P_i^* v l_i^*}{A_i^* k} + 1 \right\} \quad (5)$$

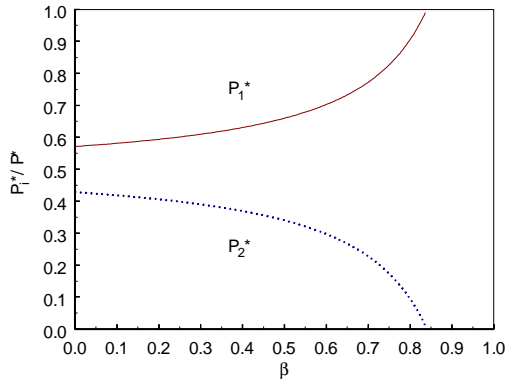
$$P_i^* = \left\{ \frac{2k A_i^* E}{2k l_i^* - r \sim v E l_i^*} \right\} \quad (6)$$

其中  $s$  為無因次化參數

$$s = \frac{r \sim E v l}{2k} \quad (7)$$

由上述結果可得在剛體平面所受總外力  $P$  固定的情形下，兩獨立柱體的受力隨剛體滑動速度變化的情形，結果如圖一所示。這裏假設  $l_1 > l_2$ ，當剛體靜止時，較高的柱體受到較大的力。隨著滑動速度的增加，原來較高

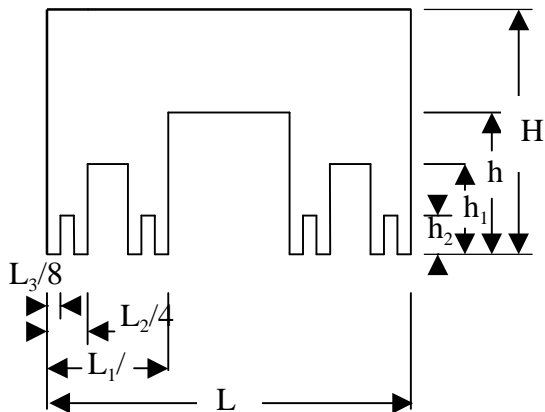
的柱體有較大的熱變形因而承受更大的力，所以  $P_1$  隨著  $s$  的增加而增加，相反的  $P_2$  隨著  $s$  的增加而減少。當  $s$  大於一臨界值時，剛體平面和第二根柱體分離，此時所有的力由原來較高的柱體承受。由此可知熱變形會改變力在各柱體間分佈的情形，原來較高的柱體會承受較大的應力。



圖一、兩獨立柱體受力與速度的關係

### Cantor Set 表面模型

Cantor 集表面模型如圖二所示，其表面形狀是由參數  $f_x$ 、 $f_z$  以及基準高  $H^*$ ，由遞迴的方式所定義：下一層的長度為這一層長度的  $1/f_x$  倍；深度為  $1/f_z$  倍。以此類推，第  $n+1$  層的長度為： $L_{n+1} = L_n / f_x = L_0 / f_x^{n+1}$ ；而深度為： $h_{n+1} = h_n / f_z = h_0 / f_z^{n+1}$ 。



圖二、Cantor 集表面模型

在討論 Cantor set 表面模型時，式 (3) 中的  $l = h_0$  代表最大深度， $A_0 = L_0$  為所有柱體的總接觸面積。由

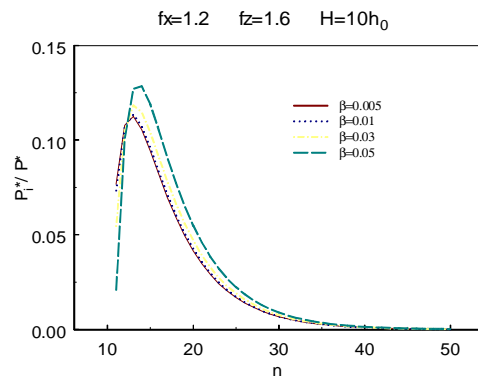
$A_0 = L_0$  為所有柱體的總接觸面積。由力平衡和式(6)可得

$$P^* = \sum_{i=n}^{\infty} \frac{(1/f_x)^{i-1} - (1/f_x)^i}{1 - s[H^* - (1/f_z)^{i-1}]} \frac{u^*[(1/f_x)^{i-1} - (1/f_x)^i]}{\sum_{i=n}^{\infty} [H^* - (1/f_z)^{i-1}] - s[H^* - (1/f_z)^{i-1}]} t$$

首先令  $s=0$ ，求出剛體不滑動時壓至第  $N$  層時所需的力  $P_N$  以及各層所受的力。然後固定總力為  $P_N$ ，增加  $s$  直至第  $N+1$  層分離，計算此時各層所受的力。由此可得各層受力、接觸溫度隨滑動速度及表面型態參數變化的情形。

### 結果與討論

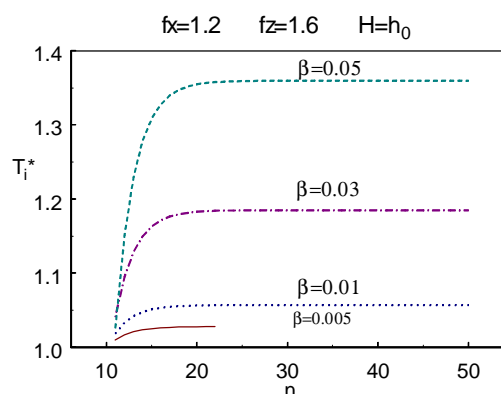
圖三所示為各層受力隨速度變化的情形。當  $s=0$  時剛體和第 10 層相接觸，此時受力最大的為第 14 層，高層的柱體雖然有較大的變形，但因為表面積較小所以承受的總力較小。定義受力最大的層數為  $n_{fmax}$ ，則  $n_{fmax}$  和所受的力隨著速度的增加增加。相反的原來低於  $n_{fmax}$  的柱體的受力隨著  $s$  的增加而減小。這是因為較高的柱體有較多的熱變形進而將剛體平面向上頂起使其逐漸和較低的柱體失去接觸，所以整個力分佈曲線隨著  $s$  的增加向右移動。



圖三、各層受力圖

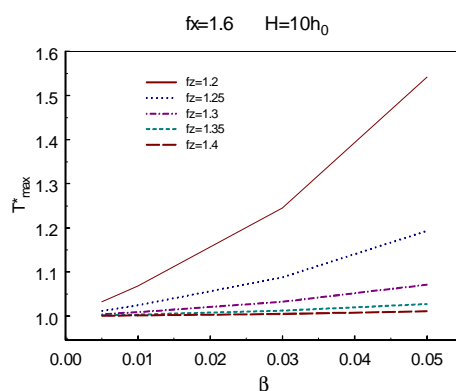
知道各層所受的力後可由式(5)求

出各柱體和剛體接觸面上的溫度。整個接觸面上的溫度分佈隨著滑動速度變化的情形如圖四所示。由第 10 層開始溫度隨著層數的增加急劇增加，但增加的速度隨著層數而減少，到第 20 層以上基本上溫度不隨著層數變化。另外各層的接觸溫度隨著速度的增加而增加。



圖四、接觸面溫度分佈圖

圖五所示為最大接觸溫度隨速度和碎形參數變化的情形。由 Cantor 集的定義可知， $f_z$  增加代表柱體的高度差減少，意即表面較平滑，此時各柱體的受力平均，熱量不會集中在少數凸起。因此最大溫度隨著  $f_z$  的增加而降低。



圖五、最大接觸溫度隨碎形參數變化情形

## 參考文獻

[ 1 ] Bowden, F. P. and Tabor, D., 1964, *Friction and Lubrication of Solids: Part II*, Oxford University Press, London, U.K.

- [ 2 ] Greenwood, J. A. and Williamson, J.B.P., 1966, "Contact of Nominally Flat Surfaces," *Proc. Roy. Soc. Lond.*, Vol. A295, pp. 300-319.
- [ 3 ] Whitehouse, D. J. and Archard, J. F., 1970, "The Properties of Random Surfaces of Significance in Their Contact," *Proc. Roy. Soc. Lond.*, Vol. A316, pp. 97-121.
- [ 4 ] Chang, W. R., Etsion, I. And Bogy, D. B., 1987, "An Elastic-Plastic Model for the Contact of Rough Surfaces," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 109, pp. 257-263.
- [ 5 ] Mandelbrot, B. B., 1967, "How Long is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension," *Science*, Vol. 156, pp. 636-638.
- [ 6 ] Majumdar, A. and Bhushan, B., 1990, "Role of Fractal Geometry in Roughness Characterization and Contact Mechanics of Surfaces," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 112., pp. 205-216.
- [ 7 ] Majumdar, A. and Bhushan, B., 1991, "Fractal Model of Elastic-Plastic Contact Between Rough Surfaces," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 113, pp. 1-11.
- [ 8 ] Warren, T. L., Majumdar, A. and Krajcinovic, D., 1996, "A Fractal Model for the Rigid-Perfectly Plastic Contact of Rough Surfaces," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 63, pp. 47-54.
- [ 9 ] Wang, S. and Komvopoulos, K., 1994, "A Fractal Theory of the Interfacial Temperature Distribution in the Slow Sliding Regime: Part I- Elastic Contact and Heat Transfer Analysis," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 116, pp. 812-823.
- [ 10 ] Barber, J. R., 1969, "Thermoelastic Instabilities in the Sliding of Conforming Solids," *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol. A312, pp. 381-394.
- [ 11 ] Lu, C. J. and Bogy, D. B., 1992, "The Influence of Thermal Deformation on the Contact Temperature of Sliding Asperities," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 59, pp. S102-S106.