



# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

經使用裂化後 Gr/PEEK 複材之修補(2/3)

子計劃五：Gr/PEEK 複材在變動負荷下之疲勞特性及可靠度研究

Fatigue Reliability Analysis of Gr/PEEK Composite  
under Variable-Amplitude Loading

計劃編號：NSC 89-2212-E-002-058

執行期限：88 年 8 月 1 日至 90 年 7 月 31 日

主持人：吳文方 email：wfwu@w3.me.ntu.edu.tw

計畫參與人員：鄭合志、王晨忠

執行機構及單位名稱：國立台灣大學機械工程學系

## 一、摘要

本研究使用碳纖維強化聚醚醚酮複合材料 Gr/PEEK [0/45/90/-45]<sub>2s</sub> 擬均向性積層板試片從事疲勞試驗，以進行複材之疲勞可靠度研究。在計劃之第一年度，本研究循序漸進逐步地進行 Gr/PEEK 複材在常振幅應力、兩階段應力、三階段應力之各類疲勞試驗。藉由殘餘強度與殘餘勁度遞減曲線的確立，推導疲勞損傷累積法則，並以之建立疲勞可靠度分析方法。在計劃之第二年度，則進行 Gr/PEEK 複材在隨機應力下之疲勞試驗，並依第一年度建立之分析方法，研究複材在隨機負荷下之疲勞可靠度。經由實驗結果的驗證，本文所導出之可靠度分析模式在常振幅應力、多階段應力與隨機應力下均有不錯的預估能力。

**關鍵詞：**複合材料、疲勞、可靠度、殘餘強度、殘餘勁度、隨機負荷。

## Abstract

The fatigue reliability of Gr/PEEK composites has been investigated in the present study. As for the experimental investigation, constant amplitude loading, multiple-level loading and random loading have been considered step by step during the

fatigue tests. In particular, a residual strength degradation model and a residual stiffness degradation model were presented for predicting the fatigue life of composites subjected to constant amplitude fatigue loading. Based on the residual strength/stiffness degradation model, the accumulation of fatigue damage was determined. The residual strength and stiffness distribution after an arbitrary fatigue cycle can be represented by two parameters Weibull distribution function. A fatigue reliability analysis method for arbitrary load history was developed through the Weibull distribution function. Good correlation between theory and experiment was obtained for the constant amplitude loading, two-level loading, three-level loading and random loading. The result of the present study can be used as a basis for the reliability design of mechanical components made of Gr/PEEK composites.

**Keywords :** composite, fatigue, reliability, residual strength, residual stiffness, random loading.

## 二、緣由與目的

近十年來，纖維強化高分子複合材料在各種結構元件上的應用日趨廣泛，因此除了對複合材料機械性質，如：材料之強

度、剛性及加工性等的要求更為嚴格外，進一步考慮複合材料長期安全性，如：疲勞性質、潛變性質等行爲的評估也日益受到重視。緣此，本文擬將針對具有諸多優良性質且深具應用潛力之熱塑性複合材料進行疲勞可靠度研究。透過機率與統計理論的使用，逐步建立複合材料之  $S-N$  曲線、殘餘強度遞減、殘餘勁度遞減等模式，並以之探討複合材料疲勞損傷累積與疲勞可靠度的關係，以改進疲勞壽命評估方法。如此將有助於複合材料之使用效率，同時也可達到減輕重量、減少成本等多重目的。

### 三、結果與討論

#### 1. Gr/PEEK 之靜態強度：

依據 ASTM-D3039 規範進行拉伸試驗，得到 Gr/PEEK 之靜態強度。經過統計分析，發現此靜態強度符合 Weibull 分佈，如圖 1 所示，其累積分佈函數可表為[1]：

$$F_{R(0)}[R(0)] = 1 - \exp\left[-\left(\frac{R(0)}{\theta_{R(0)}}\right)^{\beta_{R(0)}}\right] \quad (1)$$

其中， $R(0)$  為靜態強度； $\theta_{R(0)}$ 、 $\beta_{R(0)}$  分別為其尺寸因子與形狀因子。

#### 2. 常振幅應力下之 $S-N$ 曲線：

分別以靜態強度之 88%、85%、82%、79%、76% 為疲勞應力等級，依據 ASTM-D3479 規範進行疲勞試驗，得其  $S-N$  曲線如圖 2 所示，其式可寫為[2]：

$$\frac{S}{R(0)} = a \ln N + b \quad (2)$$

其中， $S$  為疲勞應力； $N$  為疲勞壽命； $a$ 、 $b$  為參數。經過統計分析，發現疲勞壽命亦符合 Weibull 分佈，如圖 3 所示，其與靜態強度分佈之關係為：

$$\theta_N = \exp\left[\frac{1}{a}\left(\frac{S}{\theta_{R(0)}} - b\right)\right] \quad (3)$$

$$\beta_N = \frac{a\theta_{R(0)} \ln[\ln 2]}{S\left[\left(\frac{1}{\ln 2}\right)^{\frac{1}{\beta_{R(0)}}} - 1\right]} \quad (4)$$

#### 3. 常振幅應力下之殘餘強度遞減模式：

在選定之應力等級下，先進行疲勞試驗，分別達其 20%、40%、60%、80% 疲勞壽命，再進行拉伸試驗，得到 Gr/PEEK 之殘餘強度如圖 4 所示，其式可寫為[3, 4]：

$$R(n) = R(0) - [R(0) - S] \left(\frac{n}{N}\right)^\lambda \quad (5)$$

其中， $R(n)$  為  $n$  週次下之殘餘強度； $n$  為疲勞循環週次； $\lambda$  為殘餘強度遞減參數。經由統計之分析，發現殘餘強度亦為 Weibull 分佈，如圖 5 所示，其與靜態強度、疲勞壽命分佈之關係為：

$$\theta_{R(n)} = \theta_{R(0)} - [\theta_{R(0)} - S] \left(\frac{n}{\theta_N}\right)^\lambda \quad (6)$$

$$\beta_{R(n)} = \frac{\ln[\ln 2]}{\ln\left[\frac{R_{\{50\}}(0) - [R_{\{50\}}(0) - S] \left(\frac{n}{N_{\{50\}}}\right)^\lambda}{\theta_{R(0)} - [\theta_{R(0)} - S] \left(\frac{n}{\theta_N}\right)^\lambda}\right]} \quad (7)$$

其中，下標 {50} 代表 Weibull 分佈之中位數。

#### 4. 常振幅應力下之殘餘勁度遞減模式：

在選定之應力等級下，進行疲勞試驗，達其 20% 疲勞壽命時，改行拉伸試驗，重複此步驟，即可得 Gr/PEEK 在經歷 20%、40%、60%、80% 疲勞壽命後之殘餘勁度，如圖 6 所示，其式可寫為[5, 6]：

$$E(n) = E(0) - [E(0) - E(N)] \left(\frac{n}{N}\right)^\eta \quad (8)$$

其中， $E(0)$  為初始勁度； $E(n)$  為  $n$  週次下之殘餘勁度； $\eta$  為殘餘勁度遞減參數。由於(8)式與(5)式有類似的形式，故殘餘勁度之分析可仿照殘餘強度之做法來進行。殘餘勁度之分佈，如圖 7 所示。

#### 5. 兩階段應力下之疲勞分析：

先施加第一階段疲勞應力  $S_1$ ，直至其疲勞壽命之 20%，再施加第二階段疲勞應力  $S_2$ ，直到試片破壞。在此兩階段應力之情形下，殘餘強度之分佈參數為：

$$\theta_{R_2(n_1+n_2)} = \theta_{R(0)} - [\theta_{R(0)} - S_2] \left(\frac{n_1+n_2}{\theta_{N_2}}\right)^{\lambda_2} \quad (9)$$

$$\beta_{R_2(n_{12}+n_2)} = \frac{\ln[\ln 2]}{\ln \left[ \frac{R_{\{50\}}(0) - [R_{\{50\}}(0) - S_2] \left( \frac{n_{12} + n_2}{N_{2\{50\}}} \right)^{\lambda_2}}{\theta_{R(0)} - [\theta_{R(0)} - S_2] \left( \frac{n_{12} + n_2}{\theta_{N_2}} \right)^{\lambda_2}} \right]} \quad (10)$$

其中， $n_{12}$  為應力  $S_1$  至應力  $S_2$  之等效疲勞循環週次，其值為：

$$n_{12} = \left[ \frac{R(0) - R_1(n_1)}{R(0) - S_2} \right]^{\frac{1}{\lambda_2}} N_2 \quad (11)$$

而在此情況下，Gr/PEEK 之疲勞可靠度為：

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= 1 - \mathcal{F}_{R_2(n_{12}+n)}[S_2] \\ &= 1 - \exp \left[ - \left( \frac{S_2}{\theta_{R_2(n_{12}+n)}} \right)^{\beta_{R_2(n_{12}+n)}} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

如圖 8 所示。

#### 6. 多階段應力下之疲勞分析：

依序施加勞應力  $S_1$ 、 $S_2$ 、……、 $S_k$ ，則殘餘強度之分佈參數可寫成：

$$\theta_{R_k(n_{(k-1)k}+n)} = \theta_{R(0)} - [\theta_{R(0)} - S_k] \left( \frac{n_{(k-1)k} + n}{\theta_{N_k}} \right)^{\lambda_k} \quad (13)$$

$$\beta_{R_k(n_{(k-1)k}+n)} = \frac{\ln[\ln 2]}{\ln \left[ \frac{R_{\{50\}}(0) - [R_{\{50\}}(0) - S_k] \left( \frac{n_{(k-1)k} + n}{N_{k\{50\}}} \right)^{\lambda_k}}{\theta_{R(0)} - [\theta_{R(0)} - S_k] \left( \frac{n_{(k-1)k} + n}{\theta_{N_k}} \right)^{\lambda_k}} \right]} \quad (14)$$

其中，等效疲勞循環週次  $n_{(k-1)k}$  為：

$$n_{(k-1)k} = \left[ \frac{R(0) - R_{k-1}(n_{(k-2)(k-1)} + n_{k-1})}{R(0) - S_k} \right]^{\frac{1}{\lambda_k}} N_k \quad (15)$$

而 Gr/PEEK 之疲勞可靠度為：

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= 1 - \mathcal{F}_{R_k(n_{(k-1)k}+n)}[S_k] \\ &= \exp \left[ - \left( \frac{S_k}{\theta_{R_k(n_{(k-1)k}+n)}} \right)^{\beta_{R_k(n_{(k-1)k}+n)}} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

如圖 9 所示。

#### 7. 隨機應力下之疲勞分析：

利用 BASIC 語言撰寫控制程式，透過 RS-232 介面來控制 MTS810 材料試驗機之 458.91 MicroProfilier，以即時之方式產生隨

機應力，以進行疲勞試驗。並透過式(5)或式(8)之殘餘強度或殘餘勁度遞減模式，以 Monte Carlo 模擬方式來計算複材之疲勞壽命與可靠度，其結果如圖 10 與圖 11 所示。

## 四、結論

本文針對碳纖維強化聚醚醚酮 Gr/PEEK [0/45/90/-45]<sub>2s</sub> 擬均向性積層板試片進行拉伸試驗與變動負荷下之疲勞試驗，以研究其疲勞特性與可靠度，得到以下之結論[7, 8]：

1. Gr/PEEK 之殘餘強度與殘餘勁度均隨疲勞週次之增加而遞減，透過實驗數據，本文建立了 Gr/PEEK 複材之殘餘強度與殘餘勁度遞減模式，並依此模式來預測複材之疲勞行為。
2. Gr/PEEK 之靜態強度、疲勞壽命、殘餘強度與殘餘勁度均呈 Weibull 分佈，且殘餘強度、殘餘勁度之分佈函數參數可透過靜態強度與疲勞壽命之分佈函數參數推導而得。
3. 藉由機率統計上的分析，由殘餘強度或殘餘勁度之累積分佈函數可計算出 Gr/PEEK 在任意疲勞週次下之疲勞可靠度。
4. 在常振幅應力、兩階段應力、三階段應力與隨機應力之下，本文之可靠度分析方法均展現了良好之預估能力，Gr/PEEK 疲勞可靠度之估算值與實驗值相當吻合。

## 五、計劃成果自評

在計劃之第一年度，完成事項為：

1. 進行 Gr/PEEK 複合材料之拉伸試驗與常振幅應力下的疲勞試驗，分別建立複合材料之  $S-N$  曲線、殘餘強度及殘餘勁度遞減模式。
2. 進行多階段應力下的疲勞試驗，建立疲勞損傷累積模式，以及疲勞可靠度分析模式。

在計劃之第二年度，完成事項為：

1. 進行 Gr/PEEK 在隨機應力下的疲勞試驗，建立其疲勞可靠度之分析模式。
2. 發展 Monte Carlo 模擬程式來評估複材在隨機應力下之疲勞壽命與疲勞可靠度。

## 六、參考文獻

1. Kapur, K. C. and Lamberson, L. R., *Reliability in Engineering Design*, John Wiley & Sons, New York, 1977.
2. Barnard, P. M., Butler, R. J. and Curtis, P. T., "The Strength-Life Equal Rank Assumption and Its Application to the Life Prediction of Composite Materials," *International Journal of Fatigue*, Vol. 10, pp. 171-177, 1988.
3. Reifsnider, K. L., "Fatigue Behavior of Composite Materials," *International Journal of Fracture*, Vol. 16, pp. 563-583, 1980.
4. Schaff, J. R. and Davidson, B. D., "Life Prediction Methodology for Composite Structures. Part I – Constant Amplitude and Two-Stress Level Fatigue," *Journal of Composite Materials*, Vol. 31, pp. 128-157, 1997.
5. Yang, J. N., Yang, S. H. and Jones, D. L., "A Stiffness-Based Statistical Model for Predicting the Fatigue Life of Graphite/Epoxy Laminates," *Journal of Composites Technology and Research*, Vol. 11, pp. 129-134, 1989.
6. Yang, J. N., Jones, D. L., Yang, S. H. and Meskini, A., "A Stiffness Degradation Model for Graphite/Epoxy Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 24, pp. 753-769, 1990.
7. 王晨忠，複合材料在多階段疲勞應力下之疲勞可靠度研究，國立台灣大學機械工程研究所碩士論文，2000。
8. 鄭合志，擬均向性 Gr/PEEK 複材積層板在變動負荷下之疲勞可靠度研究，國立台灣大學機械工程研究所博士論文，2000。

## 七、圖表

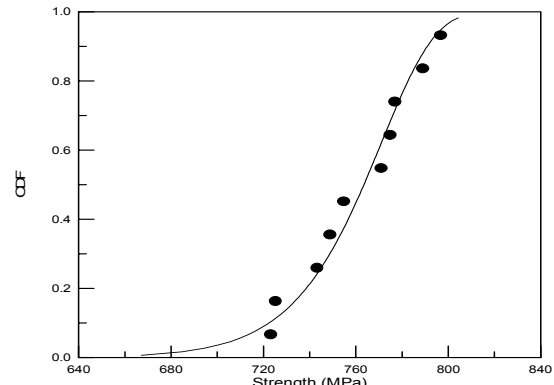


圖 1 Gr/PEEK 之靜態強度分佈

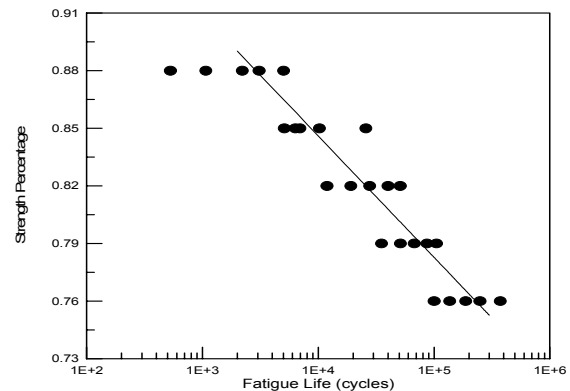


圖 2 Gr/PEEK 之 S-N 曲線

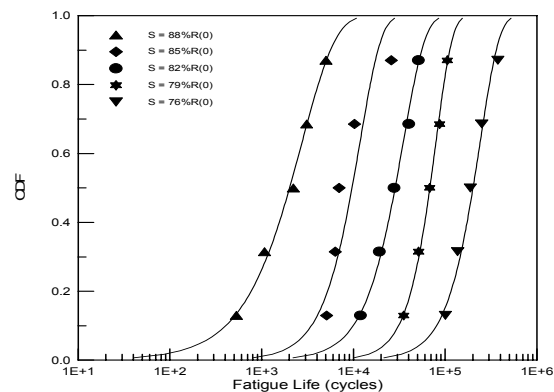


圖 3 Gr/PEEK 之疲勞壽命分佈

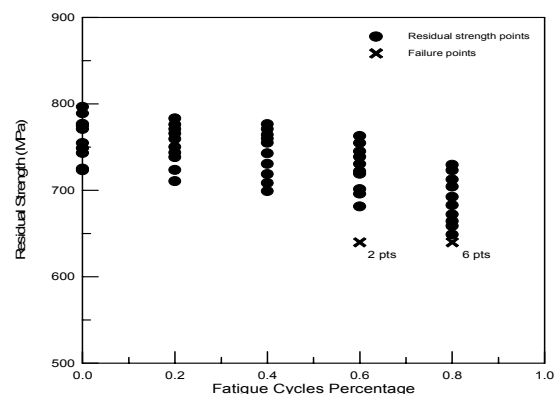


圖 4 Gr/PEEK 之殘餘強度 ( $S = 85\%R(0)$ )

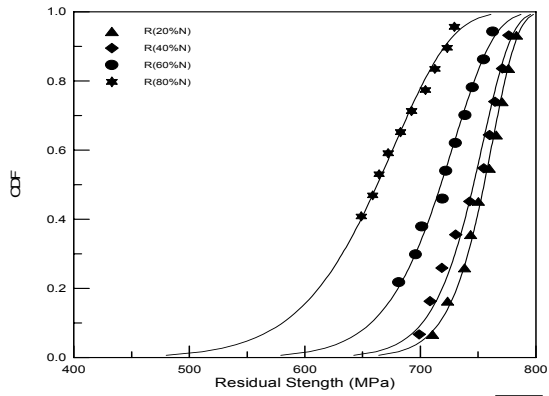


圖 5 Gr/PEEK 之殘餘強度分佈 ( $S = 85\%R(0)$ )

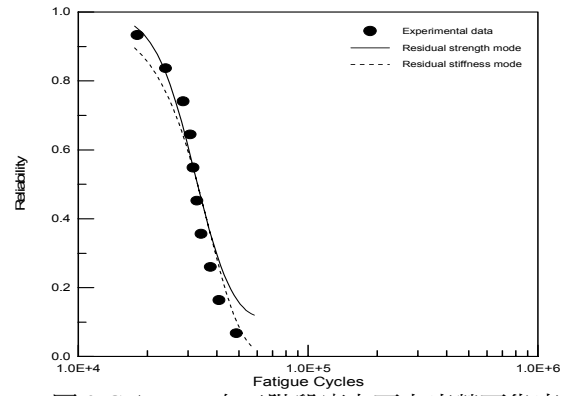


圖 9 Gr/PEEK 在三階段應力下之疲勞可靠度  
(先  $S = 85\%R(0)$  再  $S = 79\%R(0)$  後  $S = 82\%R(0)$ )

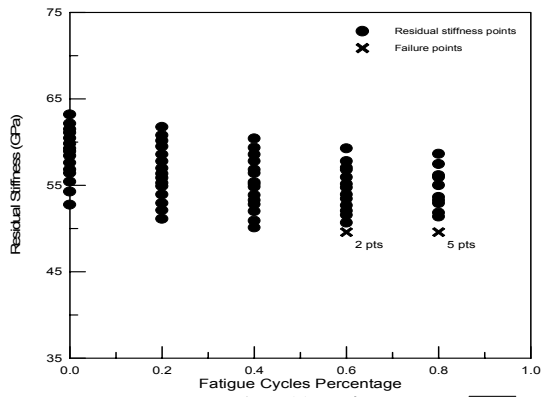


圖 6 Gr/PEEK 之殘餘勁度 ( $S = 85\%R(0)$ )

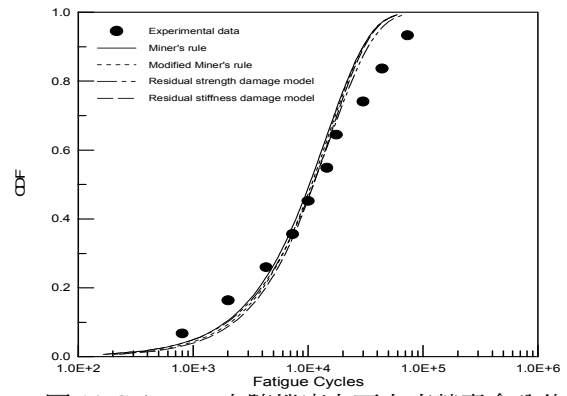


圖 10 Gr/PEEK 在隨機應力下之疲勞壽命分佈

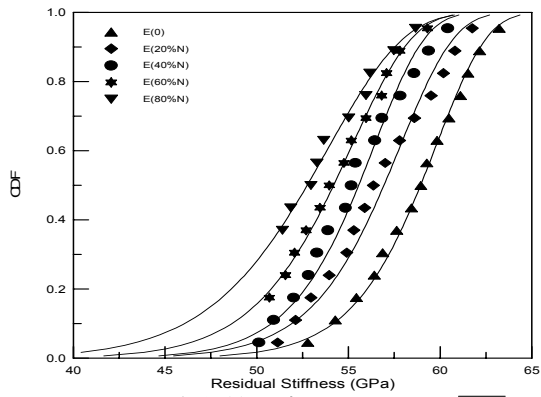


圖 7 Gr/PEEK 之殘餘勁度分佈 ( $S = 85\%R(0)$ )

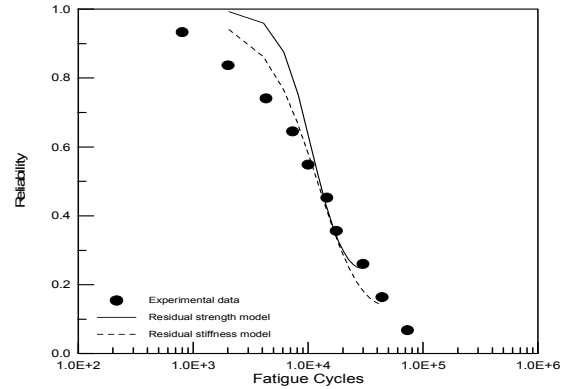


圖 11 Gr/PEEK 在隨機應力下之疲勞可靠度

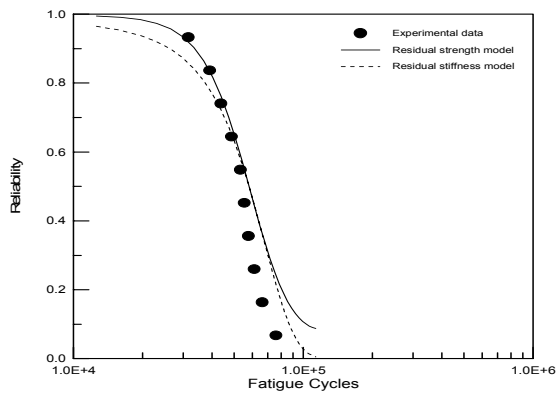


圖 8 Gr/PEEK 在二階段應力下之疲勞可靠度  
(先  $S = 85\%R(0)$  後  $S = 79\%R(0)$ )