

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 加熱圓柱尾流的數值模擬研究

### Numerical Study on the Wake flow of a heated cylinder

計畫編號：NSC 89-2212-E-002-137

執行期限：89年8月1日至90年7月31日

主持人：顏瑞和 國立台灣大學機械工程研究所

計畫參與人員：林偉毅 國立台灣大學機械工程研究所

#### 一、中文摘要

本文透過溫變流體性質模式的假設，探討二維平行渦旋剝離條件下的加熱圓柱流場，圓柱壁面溫度最高加熱至外界環境溫度的三倍，並應用寬頻元素法成功模擬出加熱圓柱尾流流場的現象。根據有效溫度的概念，本研究以數值模擬的方法，將計算不同圓柱壁溫所得到的流場特性曲線，包括 St-Re、Nu-Re 的關係疊合成單一曲線，以單一關係式來表示。

關鍵詞：有效雷諾數、加熱圓柱、寬頻元素法、溫變流體性質、渦旋剝離

#### Abstract

The laminar vortex shedding of airflow behind a circular cylinder with different heating temperatures is numerically investigated. The temperature ratio between the cylinder wall temperature and the free air stream temperature is three at highest in this research. The flow equations with variable fluid properties in some extent were solved by the spectral element method. By using the effective temperature concept, the relationship of St-Re or Nu-Re can be described by only the parameter of effective Reynolds number, based on the effective temperature, instead of by two parameters of Reynolds number and temperature ratio. The effective temperature is key parameter in the flow field.

Keywords: Research Project, Report Style, National Science Council

#### 二、緣由與目的

實驗研究發現，強制對流下的加熱圓柱流場現象可以使用有效溫度的概念加以分析。有效溫度是取流場內的某一個溫度當作其值，理論上，加熱圓柱流場的 St 與 Nu(Nusselt number)對 Re 的關係，原本不同溫度比時(temperature ratio,  $T^*=T_w/T_\infty$ )都有各自的特性曲線，利用有效溫度的概念處理後，可以將這些曲線疊合成一條關係線，也就是說可以僅用一個方程式來表示這些加熱流場 St-Re 或 Nu-Re 關係的結果。習慣上 St、Nu 等參數是以雷諾數來表示成關係式，故從有效溫度計算出有效雷諾數(Re<sub>eff</sub>)後，再以有效雷諾數來表示單一關係式 St-Re<sub>eff</sub>、Nu-Re<sub>eff</sub>。有效雷諾數定義為： $Re_{eff} = U_\infty d / \epsilon_{eff}$ ，其中有效運動黏滯係數  $\epsilon_{eff}$  是指有效溫度下量得的運動黏滯係數， $\epsilon_{eff} = \epsilon(T_{eff})$ 。欲尋找有效溫度首先由臨界雷諾數(Rec)著手，臨界雷諾數是指當圓柱尾流開始由兩對稱迴流胞轉

變為渦旋剝離時的雷諾數值。根據 Dumouchel 等 [1]，不同圓柱壁溫下的流場，當以有效雷諾數表示時，其臨界雷諾數都應該是相同的，這是經由 Screenivasan[2] 等對流場內溫度波動情況研究後，所做出的合理假設，相關假設亦見於 Lecordier 等[3]諸文。經此一假設後，Dumouchel 等將有效溫度定義為：

$$\frac{T_{eff} - T_\infty}{T_w - T_\infty} = 0.24 \pm 0.02 \quad (1)$$

並以有效雷諾數為題，探討溫度比小於 1.5 時，有效雷諾數在加熱圓柱流場中的角色，其實驗結果顯示：由於熱能導入流場內將增加局部的流場黏滯性，所以圓柱加熱有抑制渦旋剝離的結果，同時發現加熱圓柱後的流場分佈的確是可以有效雷諾數來加以描述。除了 Dumouchel 等外。其他如 Lecordier 等、LeMasson[4]、Wang 等[5]亦曾對有效溫度提出數值，其中 Wang 實驗溫度比  $T^*=1\sim 1.8$  的流場，並合併 Yahagi [6]的結果互相討論，發現當溫度比高達 3 時，有效溫度值則略高於 Dumouchel 等所提出的值，定義有效溫度值為：

$$\frac{T_{eff}}{T_\infty} = 1 + c \frac{T_w - T_\infty}{T_\infty} \quad c = 0.28 \quad (2)$$

由上述可知，近年來已有研究發現利用有效溫度的概念可以對加熱圓柱流場作有效的分析，也證實了有效雷諾數 Re<sub>eff</sub> 正是這一個參考標的，尤其是 Wang 等與 Wang&Trávníček[7]的研究結果中，成功推算出 St、Nu 與 Re<sub>eff</sub> 的單一關係式。

本研究假設流體性質為溫度函數，使用寬頻元素法(Spectral Element Method)[8]來模擬加熱圓柱流場，並套用有效雷諾數的觀念，對穿越流中加熱圓柱後的流場作進一步分析。一方面釐清 Lange 等模擬結果與實驗間的差異性，瞭解圓柱加熱與渦旋剝離之關係，發掘實驗難以測知之現象，以及數值計算模擬加熱圓柱流場的可能性。一方面就數值模擬的觀點，驗證 Wang 等諸文中以有效溫度概念對流場所推之特性關係式，和有效溫度的重要性。

#### 三、研究方法

空氣流經一加熱圓柱的流場與溫度場的主導方程式為質量、動量與能量方程式。由於圓柱壁面的高熱，因此考慮黏滯性數為溫變性質，至於密度與熱傳導係數則視為不隨溫度改變，從本文的分析可知如此的假設是相當合理的。

數值方法是利用寬頻元素法，基本上分為時間離散與空間離散兩個部分，時間離散對時間座標之離散化，我們以二階 Mixed explicit/implicit Stiffly Stable Scheme 來處理動量方程式。由於計算的時間間隔為一個週期的千分之一，隨溫度變化的黏性係數，則以上個時間值近似。溫度方程式也採用同樣的分離法處理。

#### 四、結果與討論

} 渦旋剝離頻率與有效雷諾數的關係

如圖 1 所示，在不同的溫度比值下都可以得到一條類似的  $St-Re$  關係線，圖中顯示當雷諾數增加時，計算與實驗關係式間的  $St$  值相差越小。

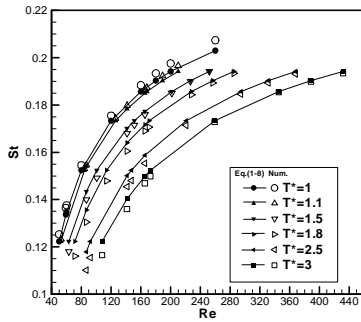


圖 1  $St-Re$  關係圖, 計算與實驗比較

圖 2 是  $St-Re_{eff}$  的關係圖，可以發現不同

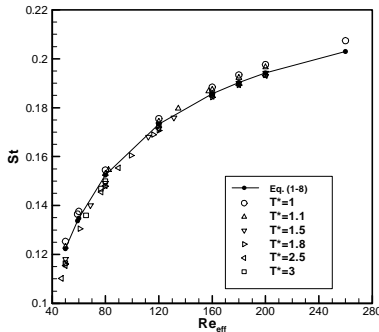


圖 2  $St-Re_{eff}$  關係圖，計算與實驗比較

溫度比的  $St$  值，同樣可以收斂為一條關係線，當雷諾數超過平行渦旋剝離流場情況時，開始出現三維效應，所以計算結果逐漸偏離實驗關係式的值。一般而言，以  $Re_{eff} > 180$  即不再符合二維流場的假設，而臨界雷諾數附近，計算與實驗關係式的誤差極大，這與 Wang 等的實驗結果一樣，此部分實驗量測值與關係式間的差異也比較大，所以  $Re_{eff} 55$  並不適用已知的  $St-Re_{eff}$  關係式。因為不同溫度比下的臨界雷諾數  $Re_{c,eff}$  被強迫要收斂到同一個值，但  $St$  會隨著溫度比增加而減少 (圖 4-2)，故造成此現象，其真正的成因可能與加熱圓柱的有效長度尺度 (effective length scale) 有關，有待進一步去探討。

圖 3 是將數值結果、實驗量測值與實驗關

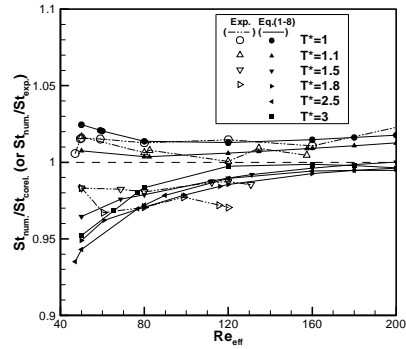


圖 3  $St_{num}/St_{exp}-Re_{eff}$  關係圖

係式互相比較，明顯可以看出雷諾數增加時計算與實驗值的誤差越來越小，其中虛線是  $T^* = 1 \sim 1.8$  的  $St$  計算與實驗量測值之比值，都有某程度隨著雷諾數增加而向 1 靠攏的趨勢。但就固定溫度比情況時，其實際誤差值間的變化並不大，反而是計算與實驗關係式比值明顯出現誤差大小的差異情形，且每一個溫度比的結果，計算與實驗量測值間誤差大都呈現固定於某一數值的範圍內， $T^* 1.5$  的誤差則比較大。

將計算與實驗關係式所得比較，當雷諾數增加時， $T^* = 1.5 \sim 3$  的結果誤差逐漸減少， $St$  之數值結果與實驗關係式的比值越來越趨近於 1，但  $T^* 1.1$  則是誤差隨著雷諾數增加而加大，不過誤差多半保持在 2% 以內。低雷諾數區尤其越接近臨界雷諾數計算與實驗關係式間的誤差越大，即使  $Re_{eff} 55$  時仍有最大誤差約 5%，因為 Wang 等的實驗修正式與真正的實驗值之間也有多達 2% 的誤差存在，若扣除實驗關係式近似之誤差，則剩下部分誤差則是數值結果的誤差，數值誤差可以從與實驗值之比較瞭解其大小，可以發現低雷諾數區的近似誤差會增加計算結果的誤差，高雷諾數區的近似誤差增有改善數值的誤差結果。圖 4 是固定雷諾數與固定有效雷諾數下， $St$  之數值

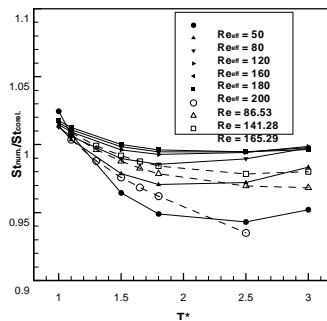


圖 4  $St_{num}/St_{core}-T^*$  相對於實驗關係的比較

結果與實驗關係式隨溫度比變化的比值關係圖，可以發現大部分情況下，固定有效雷諾數及  $T^* = 1.8$  左右時，數值誤差的確會比較大， $T^* > 1.8$  或  $T^* < 1.8$  的誤差則比較小，在圖也顯現這種趨勢。這證明了上一章對程式驗證中的推論，除了溫度比等於 1.8 左右外，大部分數值結果在本文所討論的範圍內都是極為合理的。總體而言，本模擬所得的  $St$  值的確會隨著雷諾數增加而越接近實驗所得，從數值結果與實驗關係式的比較，可以更清楚看到其趨勢。

而固定溫度比下改變有效雷諾數的結果大致上都有一定的誤差值存在

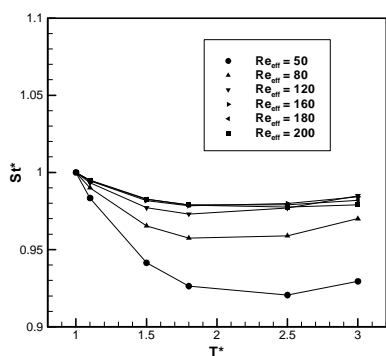


圖 5 固定有效雷諾數時，不同溫度比之 St，大約以  $Re_{eff}=120$  為界，超過此數後不同溫度比所得 St 值，不論是實驗與模擬所得的相比，或是將計算得到的加熱流場與冷流場間的 St 比值都在很小的誤差範圍內，至於低雷諾數時的誤差主要原因是溫度場作用太大，使得模擬中溫變流體性質假設不良而造成的

} 有效溫度與 Nusselt number

這裡的 Nusselt number 是指圓柱上熱傳在整個流場週期運動中的整體變化，也就是對圓柱上每一點的 Nu 值並經過一整個渦旋剝離週期變化後所取的整體平均值。為使不同條件的圓柱流場有相同的熱傳形式，Nusselt 1 假設一流體性質為流場的整體平均值，用以規避不同溫度比而有不同的 Nusselt number，並依此得到一參考熱傳量來無因次化圓柱上的熱傳量，定義為 Nu：

$$Nu = \frac{\bar{q}_w}{\bar{q}_{ref}} = \frac{-k_w \frac{\partial(T - T_w)}{\partial r}}{k'(T_w - T_\infty)} \quad (3)$$

其中  $\bar{q}_{ref}$  是一個參考的熱通量， $k'$  是參考溫度下的熱傳導係數，D 是圓柱直徑，r 是徑向方向，w 是指圓柱壁面(wall)。

如圖 6，將計算所得平均 Nu 值與 Wang & Trávníček<sup>11</sup> 實驗量測值  $Nu_{eff}$  比較，發現兩者十

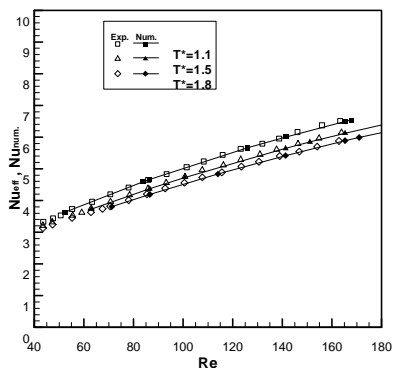


圖 6 計算的 Nu 與實驗值  $Nu_{eff}$  之比較，誤差不超過 1%。將此處所計算的 Nu 值套用式(3)，則所選擇的參考熱傳導係數為  $k'_{ref}$ ，故計算得到的 Nu 值為  $Nu_w$ ，參考溫度為圓柱壁溫。就

計算而言，因為本模擬中所用的熱傳係數是一整體平均值，所以不同參考熱傳導係數計算得的 Nu 是一樣的，即  $k_{eff} = k_w$ 、 $Nu_{eff} = Nu_w$ 。

由上述比較分析發現，依據本模擬所使用的數值方法，在經過整體平均忽略局部效應後，得到的平均 Nu 是以有效溫度為參考溫度的值，亦即圓柱周圍加熱區的流場特性溫度是為有效溫度，而非一般所認為的圓柱壁溫。對於為何圓柱加熱區的特性溫度會落在有效溫度，實際原因尚未明瞭，主要可能是因為模擬中已經對熱傳性質做過平均值的假設而造成的。依據此結論就能發現本模擬數值結果的 Nu 值還是能與實驗值有一定程度的配合，顯示計算得到的流場仍有相當的準確度。

## 五、結論

圓柱加熱後，圓柱流場尾流確實出現渦旋剝離抑制情形，且導入有效溫度概念後，可以將圓柱尾流渦旋剝離情形形成相似性，而與圓柱加熱溫度無直接關係。對於高雷諾數區，本文模擬的方法能夠比較準確預測渦旋剝離情形，這是因為熱的影響程度減小，越符合所模擬之流場。

## 六、參考文獻

1. Dumouchel, F., Lecordier, J. C. and Paranthoën, P. (1998), "The effective Reynolds number of a heated cylinder," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol:41(12), pp. 1787-1794
2. Screenivasan, K., Tavoularis, S., Henry, R., and Corrsin, S. (1980), "Temperature fluctuations and scales in grid-generated turbulence," J. Fluid Mech., Vol:100, pp. 597-621
3. Lecordier, J. C., Browne, L. W. B., Le Masson, S., Dumouchel, F. and Paranthoën, P. (2000), "Control of vortex shedding by thermal effect at low Reynolds numbers," Experimental Thermal and Fluid Science, Vol:21, pp. 227-237
4. Le Masson, L. (1991), Contrôle de l'instabilité énérd-von Karman énaval d'un obstacle chauffé à faible nombre de Reynolds, T èse de doctorat de l'Univers é de Rouen
5. Wang, A.-B., Trávníček, Z., and Chia, K.-C. (2000), "On the relationship of effective Reynolds number and Strouhal number for the laminar vortex shedding of a heated circular cylinder," Phys Fluids, Vol:12(6)
6. Yahagi, Y. (1998), "Structure of two-dimensional vortex behind a highly heated cylinder," Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers. B64, pp. 209
7. Wang, A.-B. and Trávníček, Z. (2000), "On the heat transfer correlation of a heated circular cylinder in laminar flow by using effective temperature concept," submitted to Int. J. Heat Mass Transfer
8. Karniadakis, G. M. (1988), "Numerical simulation of forced convection heat transfer from a cylinder in cross flow," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol:31(1), pp. 107-118