

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

基於碎形表面模型的接觸熱阻分析

Analysis of Thermal Contact Resistance Based on a Fractal Surface Model

計畫編號：NSC 90-2212-E-002-172

執行期限：90 年 8 月 1 日至 91 年 7 月 31 日

主持人：盧中仁 台灣大學機械系

計畫參與人員：莊家慶 台灣大學機械系

中文摘要

在兩物體相接面上實際上只有較高的凸起會接觸，熱量只能經由這些凸起傳遞，因此阻礙了經由接觸面的熱傳導，這樣的阻抗稱為接觸熱阻。實驗顯示接觸熱阻會隨著接觸面上壓力的增加而減少，會隨著熱量傳遞的方向而不同，但對於接觸熱阻和表面粗度間的關係尚無定論。本計畫採用具有碎形特性的表面模型，並考慮熱變形的效應來探討接觸熱阻的特性。首先利用 Cantor Set 建立碎形表面模型；接著探討碎形表面上單一凸起的溫度、受力和變形間的關係；由力平衡和位移的一致性可求得接觸面上的總壓力及總熱傳量，進而得到接觸熱阻；最後利用數值方法定量的研究材料性質、碎形尺度、壓力、溫度、熱傳方向等對接觸熱阻的影響。

關鍵詞：接觸熱阻、碎形表面模型、Cantor 集

Abstract

On the interface between two apparently conforming solids, only some asperities are really in contact. Most of the heat or energy can only pass through these small contact areas. This distortion of the heat flow causes an increase in thermal resistance that is known as the

thermal contact resistance. To date, the influence of surface roughness on the contact resistance and temperature has not been clearly identified. In this project, we study the thermal contact resistance by employing a fractal surface model and considering the effects of thermal deformation. First, we determine the relationship between the contact temperature, deformation and contact pressure of a single asperity. Then the force equilibrium and compatibility conditions are employed to find the contact force, the total heat passing through the interface, and the associated contact resistance. At last, we study quantitatively the effects of material properties, fractal dimensions, contact pressure, temperature and the direction of heat flow on the contact temperature and resistance.

Keywords: thermal contact resistance, fractal surface model, cantor set

緣由與目的

當兩物體相接觸時，接觸面對兩物體間的熱傳導形成額外的阻抗，因此兩物體在接觸面上的溫度並不相同，這個因接觸面而造成的阻抗稱為

接觸熱阻 (thermal contact resistance)，或者也可用接觸熱傳導係數 (thermal contact conductance) 來描述接觸面間熱傳遞的難易程度。接觸面間熱阻抗的大小對許多工業應用有重大的影響，事實上早期關於接觸熱阻的廣泛研究即肇因於核電廠對迅速散放大量熱量的需求 [1, 2]。近年來隨著科技的進步，接觸熱阻的研究在各個領域的重要性也愈發顯著 [3]。

許多學者研究接觸熱阻產生的原因以及影響接觸熱阻的重要物理參數。目前公認合理的機制為：因為物體的表面不是完全平滑，當兩物體相接觸時，實際接觸的部分只有兩物體鄰接面上較高的凸起 (asperity)，因此真實接觸面積只是公稱接觸面積 (nominal contact area) 的一小部分。當熱對流和熱幅射的效應可忽略時，因為熱量被限制只能經由相接觸的凸起傳導所以產生熱阻。由此可知接觸熱阻除了和兩物體的熱傳導能力有關外，也受接觸面的特性如氧化層的有無、表面粗度等的影響。另外接觸熱阻會隨著熱量傳遞的方向的改變而不同，這個效應稱為整流性 (thermal rectification) 或方向性，方向性的大小和兩物體的熱變形的程度有關 [4]。

為了了解接觸熱阻的機制，許多學者提出接觸熱阻的理論模型。Lambert 和 Fletcher 在 1997 年的論文中對現存的各個模型作了完整的比較和分析 [5]。接觸熱阻的分析可分為三部分：熱傳導分析、變形分析和表面模型。在熱傳導分析方面較無爭議，在給定接觸面的形狀 (一般假設為圓形) 和大小後，可以求得通過接

觸面的熱量和接觸面兩邊溫度差間的關係。接觸面的大小則由變形分析決定。最後以單一接觸凸起上的關係為基礎，加上表面型態模型可以得到粗糙面間的接觸熱阻。各個理論模型的不同處主要在於所使用的表面型態模型和變形分析的方法。

現存常用的模型 [6~8] 有兩個共同的缺點：一為單純的由接觸壓力來估算相接觸凸起的接觸面積，完全忽略熱變形所導致的耦合效應，因此無法模擬接觸熱阻的方向性。另一個缺點則在於所採用的表面型態模型的參數和所用的量測儀器的解析度有關，換言之，用不同的儀器會得到不同的參數值，這使得決定適當的表面模型參數非常困難。

量測結果和所用尺度有關的現象表示物體表面有著碎形 (fractal) 的特性，要正確的描述接觸面間的現象必需使用碎形的表面模型。碎形的觀念最早是由 Mandelbrot 在 1967 提出 [9]，他發現自然界的許多形態具有碎形的特性。隨後的實驗顯示許多物體表面都有碎形的特性 [10]，於是研究人員開始將碎形模型應用於探討兩粗糙面間的彈塑性接觸力學 [11、12]。

Barber 最早注意到熱變形對接觸面積和熱阻的影響 [13]。他的模型成功的顯示熱變形會使得接觸熱阻具有方向性。但由他的結果所得到的推論 - 兩球體材料相同時熱阻即無方向性，則和實驗結果不合 [4]。Somers 等人利用兩個不同半徑的球體相接觸的模型來說明熱變形如何造成接觸熱阻的方向性，他們指出方向性除了和材料特性有關外，也可導

因於兩個球的半徑隨傳導的熱量而變化的靈敏度不同。然而他們並沒有能夠推導出一個明確的式子來描述各參數間的關係 [14]。雖然這些研究指出熱變形是造成接觸熱阻的方向性的可能原因之一，但至今尚無結合熱變形和粗糙面模型的接觸熱阻分析。

本計劃建立具有碎形特性的表面模型，在熱彈性的範圍內，由熱彈性分析求出各個接觸點上的壓力和溫度差，進而得到接觸面上的熱阻和各重要物理參數的關係，並說明接觸熱阻的方向性。

研究方法

前人的研究顯示兩粗糙面相接觸的問題經由適當的轉換後等價於一個粗糙面和一平滑剛體相接觸的問題，所以我們探討一粗糙面和一平滑剛體在正向力作用下的接觸熱阻。如此不但可大幅簡化分析工作，同時也不會降低所得結果的一般性。

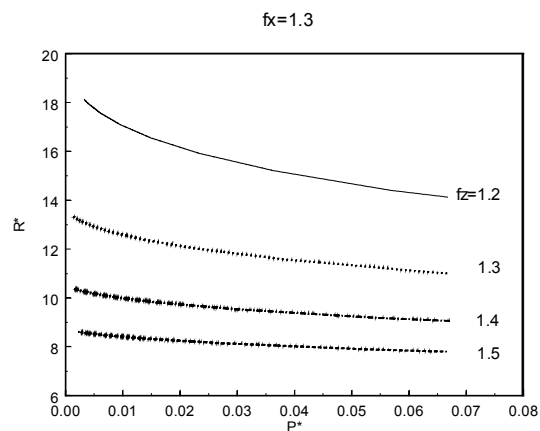
首先利用 Cantor Set 建立描述粗糙面的碎形模型，Cantor Set 的參數可由實際量測真實表面而得 [15]。將粗糙表面視為由許多大小、高度不等的柱體所組成，各個柱體間並無交互作用，熱量沿著柱體的軸向傳遞。Barber 在 1971 年分析兩個球體的接觸熱阻時首先指出在某些情況下這個系統並不存在穩態解，為了解決這個問題，Barber 提出了一個和接觸壓力有關的熱邊界條件，稱為 Barber 邊界條件 [16]。在這個邊界條件下，系統一定存在穩態解。Pelesko 研究同樣的模型 [17]，提出一個可變 Dirichlet 邊界條件，當滿足某些條件時，這樣的邊界條件可以使得系統有

穩態解，並得到接觸面上溫度和壓力間的關係。

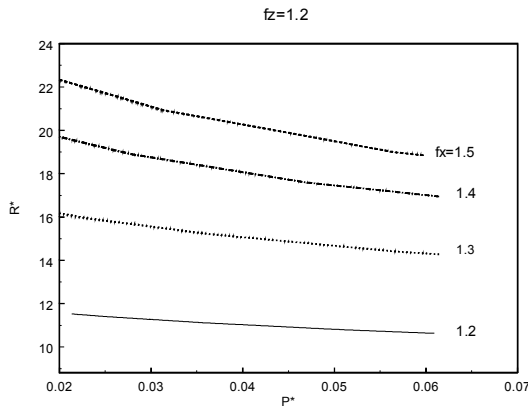
本計劃中我們採用 Pelesko 的邊界條件，在給定平滑剛體面的位移後，求出各個柱體頂部的受力和溫度，將每個柱體所受的力相加可得接觸面上的總力，每個柱體所傳遞的熱量總和即為通過接觸面的總熱量。由這些資料可以得到接觸熱阻和一些重要參數如接觸面上壓力、溫度、表面碎形參數間的關係。另外經由改變平滑剛體和粗糙面基部的溫度大小關係，來分析接觸熱阻的方向性。

結果與討論

圖一、二是 Cantor 集模型的熱阻和總力間的關係。其中圖一是固定 f_x ，改變 f_z 參數所得；圖二則是固定 f_z ，改變 f_x 。顯然的當總力增加時，接觸面積增加，所以熱阻減少。由圖一可以看出當 f_x 固定、 f_z 越大，即平面越光滑時，由於兩平面之間接觸面積越大所以熱傳量越大，因而熱阻越小；同樣的，由圖二可知，當 f_z 固定， f_x 越小時平面越光滑，所以熱阻亦越小。

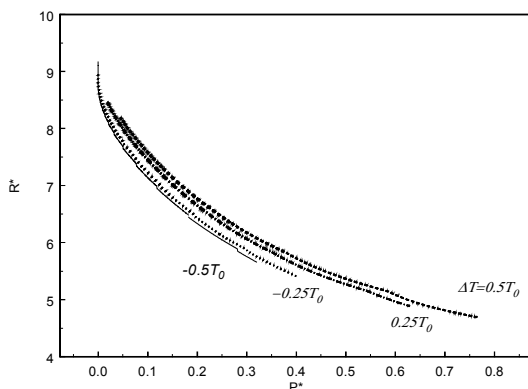


圖一、Cantor 集模型下接觸熱阻和總力的關係， $f_x = 1.3$ 。



圖二、Cantor 集模型下接觸熱阻和總力的關係， $f_z = 1.2$ 。

接著討論接觸面溫度差對接觸熱阻的影響。令 $f_x = 1.2$ 、 $f_z = 1.3$ ，將 Cantor 模型的底部溫度固定，改變光滑剛體平面的溫度，使得剛體平面的溫度從低於 Cantor 模型底部的溫度逐漸增加至高於 Cantor 模型底部的溫度，計算不同溫度差下的熱阻。結果如圖三所示。由圖可知熱阻隨著溫度差的增加而增加，而且熱阻與熱傳方向有關。



圖三、溫度差對接觸熱阻的影響。

參考文獻

[1] YU. P. Shlykov and YE. A. Ganin, 1964, "Thermal Resistance of Me-

tallic Contacts," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 7, pp. 921-929.

[2] A. M. Clausing and B. T. Chao, 1965, "Thermal Contact Resistance in a Vacuum Environment," *ASME Journal of Heat Transfer*, May, pp. 243-251.

[3] L. S. Fletcher, 1988, "Recent Developments in Contact Conductance Heat Transfer," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1059-1069.

[4] T. R. Thomas and S. D. Probert, 1970, "Thermal Contact Resistance: The Directional Effect and Other Problems," *Internal Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 13, pp. 789-807.

[5] M. A. Lambert and L. S. Fletcher, 1997, "Review of Models for Thermal Contact Conductance of Metals," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 11, No. 2, pp. 547-553.

[6] M. G. Cooper, B. B. Mikic and M. M. Yovanovich, 1969, "Thermal Contact conductance," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 12, pp. 279-300.

[7] J. A. Greenwood and J.B.P. Williamson, 1966, "Contact of Nominally Flat Surfaces," *Proc. Roy. Soc. Lond.*, Vol. A295, pp. 300-319.

[8] D. J. Whitehouse and J. F. Archard, 1970, "The Properties of Random Surfaces of Significance in Their Contact," *Proc. Roy. Soc. Lond.*, Vol. A316, pp. 97-121.

[9] B. B. Mandelbrot, 1967, "How Long is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension," *Science*, Vol. 156, pp. 636-638.

[10] F. F. Lin, 1989, "The Possible Role of Fractal Geometry in Tribology," *STLE Tribology Transactions*, Vol. 32, pp. 496-505.

[11] A. Majumdar and B. Bhushan, 1991, "Fractal Model of Elastic-Plastic Contact Between Rough Surfaces," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 113, pp. 1-11.

[12] F. M. Borodich and A. B. Mosolov, 1992, "Fractal Roughness in

- Contact Problem,” *Journal of Appl. Maths. Mechs.* Vol. 56, No. 5, pp. 681-690.
- [13] J. R. Barber, 1971, “The Effect of Thermal Distortion on Constriction Resistance,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 14, pp. 751-766.
- [14] R. R. Somers II, L. S. Fletcher and R. D. Flack, 1987, “Explanation of Thermal Rectification,” *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 4, pp. 620-621.
- [15] T. L. Warren, A. Majumdar and D. Krajcinovic, 1996, “A Fractal Model for the Rigid-Perfectly Plastic Contact of Rough Surfaces,” *ASME Journal of Tribology*, Vol. 63, pp. 47-54.
- [16] J. R. Barber, 1978, “Contact Problems Involving a Cooled Punch,” *Journal of Elasticity*, Vol. 8, No. 4, pp. 409-423.
- [17] J. A. Pelesko, 1999, “Nonlinear Stability Considerations in Thermoelastic Contact,” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 66, pp. 109-116.