行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※
※　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　※
※　　多重進化遺傳演算法於結構最佳化設計之應用　　※
※　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　※
※　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　※
※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※

計畫類別：☑個別型計畫　　□整合型計畫

計畫編號：NSC 90-2212-E-002-173

執行期間：90 年 8 月 1 日至 91 年 7 月 31 日

計畫主持人：鍾添東　副教授

計畫參與人員：李臻誠、謝阜鍃

本成果報告包括以下應繳交之附件：

□赴國外出差或研習心得報告一份

□赴大陸地區出差或研習心得報告一份

□出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

□國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：國立台灣大學機械工程學系

中　華　民　國 91 年 10 月 18 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

多重進化遺傳演算法於結構最佳化設計之應用

Application of Coevolutionary Genetic Algorithms in Optimum Design of Structures

計畫編號：NSC 90-2212-E-002-173

執行期限：90 年 8 月 1 日至 91 年 7 月 31 日

主持人：鍾添東　博士　　國立台灣大學機械工程學系

計畫參與人員：李臻誠　　國立台灣大學機械工程學系

一、中文摘要

本計畫研究多重進化遺傳演算法於結構最佳化設計之應用。利用懲罰技術將具有限制條件之最佳化問題轉換為無限制條件問題，即可應用一般性之遺傳演算法求解設計問題之最佳解。首先，定義三個懲罰參數來控制懲罰項之大小：第一個懲罰參數為與合理區界線之距離有關，第二個懲罰參數與違反限制條件之程度有關，而第三個懲罰參數則與違反限制條件之數目有關。接著定義兩組母群體；第一組為上述三個懲罰參數之母群體，另一個為設計變數之母群體，應用多重進化遺傳演算法使這兩組母群體同時進化，以求出適合設計問題之最佳懲罰參數。最後，發展一套結合多重進化程序和商用 ANSYS 有限元素分析軟體的結構最佳化程式。利用此程式求解一些測試範例和實際結構設計問題，從這些分析結果可知，本計畫提出的方法對於一般結構最佳化問題皆能得到令人十分滿意的收斂結果。

關鍵詞：多重進化遺傳演算法、遺傳演算法、結構最佳化設計、懲罰技術

Abstract

This paper studies the application of coevolutionary genetic algorithms (CEGA) in optimum design of structures. Penalty techniques are used to transform the constrained design problem into an unconstrained problem such that the conventional genetic algorithm can be applied to find the optimum solution for the design problem. First, three penalty factors are defined to control the amount of penalty terms. The first factor relates to the threshold distance from the feasible region, the second factor relates to the degree of constraint violation, and the third factor relates to the number of violated constraints. Then, two populations are defined: one for the three penalty factors and the other for design variables. The coevoluationary genetic algorithm is applied such that these two populations are evolved simultaneously, and the best penalty factors for the design problem can be found. Finally, a computer program that integrates the coevolutionary process and the ANSYS finite element analysis program are developed. By using the developed program, optimum results of some test examples and practical structural design problems are given. From these results, it shows that the proposed method gives quite satisfactory convergent results for general structural optimization problems.

Keywords: coevolutionary genetic algorithms, genetic algorithms, structural optimization, penalty techniques.

二、緣由與目的

John Holland 提出遺傳演算法(genetic algorithm)，此方法模仿遺傳學「物競天擇適者生存」的原理，運用電腦模擬運算所發展出來的一種搜尋法[Holland, 1975]。此方法採用多點同時搜尋的技巧，能避免傳統最佳化方法只能搜尋到區域性最佳解(local optimum)的缺失，求得趨近全域之最佳解(global optimum)，故可應用於複雜結構或大型結構上來進行全域最佳化的搜尋。

一般結構最佳化問題均具有限制條件，而遺傳演算法適合用在設計變數為離散且不帶有限制條件的問題，因此必須將有限制條件的最佳化問題轉換成無限制條件的最佳化問題。Michaclewicz 提出下面幾種處理限制條件的方法：(1)保留合理區的解，非合理區的解完全剔除。(2)採用懲罰函數法。(3)採取分開合理區和非合理區的解來處理。(4)混合法。其中懲罰函數法是目前應用最廣的一種方法[Michalewicz, 1994]。

使用遺傳演算法處理限制條件的缺點是可能只對某一些問題有較佳的結果，但是對於其他問題則否。Michalewicz 與 Nazhiyath 提出多重進化(coevolutionary)的概念，發展出一套多重進化演算法，稱為 Genocop III [Michalewicz and Nazhiyath, 1995]，並以五個測試範例來證實此方法可求解非線性限制條件之最佳化問題；Barbosa 使用多重進化遺傳演算法，以兩組獨立的遺傳演算法做進化運算，求解有限制條件的最佳化問題[Barbosa, 1999]；Weicker 改良多重進化演算法，並提出可適性多重進化演算法(Adaptive coevolutionary algorithm) [Weicker and Weicker, 1999]。

使用懲罰函數法時，懲罰參數的決定將影響搜尋解的好壞，如何以可行的方式發展決定懲罰參數之方法，使遺傳演算法能更快速且穩定地收斂至合理區，此為本計畫之研究動機。本計畫之研究目的為運用多重進化遺傳演算法的概念來求得適合特定最佳化問題的懲罰參數值，進而求得最佳化問題之全域最佳解。期望以此方式發展出的最佳化方法可對一般最佳化問題有較好的收斂效果。

三、多重進化可適性懲罰函數法

多重進化遺傳演算法之應用方式為將具有複雜度高的問題分割為數個簡單而且具有交互作用關係的子問題，每個子問題均單獨進化而得到部分解答，子問題在進化時以某些特定的方式與其他子問題進行「資訊交換」，而資訊交換的方式隨設計問題之不同而異。

3.1 最佳化方法之設計

一般結構最佳化問題之數學模型通常如式(1)所示。

$$\begin{aligned}&\text{Find}\quad \bar{x}=(x_1,x_2,\ldots,x_n)\\ &\text{Such that}\quad F(\bar{x})\ \rightarrow\ \min.\\ &\text{Subject to}\quad g_i(\bar{x})\le 0\qquad i=1,2,\ldots,n_c\end{aligned}\tag{1}$$

式中 $\bar{x}$ 為設計變數（design variable），$F(\bar{x})$ 為目標函數（objective function），$g_i(\bar{x})$ 為限制條件（constraint），n_c 為限制條件的數目。

本計畫以多重進化遺傳演算法的概念所發展的最佳化方法，其目標函數與限制條件為修改近合理區可適性懲罰函數法[Coit and Smith, 1996]，其表示式如下。

$$\tilde{F}(\bar{x},\bar{\mu})=F(\bar{x})+p_d(\bar{x},\mu_1,\mu_2)+p_n(\bar{x},\mu_3)\tag{2}$$

$$p_d(\bar{x},\mu_1,\mu_2)=\mu_2\Delta F\sum_{i=1}^{n_c}\left(\frac{<g_i(\bar{x})>}{\mathcal{E}_i(\mu_1,k)}\right)^2\tag{3}$$

$$\mathcal{E}_i(\mu_1,k)=\frac{\mathcal{E}_i^0}{1+\mu_1\cdot k}\qquad k=1,2,\ldots,n_G\tag{4}$$

$$p_n(\bar{x},\mu_3)=\mu_3\frac{n_v}{n_c}\cdot F(\bar{x})\tag{5}$$

$$\Delta F=F_{feas}-F_{all}\tag{6}$$

$$0.1F_{all}\le\Delta F\le 2F_{all}\tag{7}$$

$$<g_i(\bar{x})>=\begin{cases}0 & \text{if }\bar{x}\text{ is feasible.}\\ g_i(\bar{x}) & \text{if }\bar{x}\text{ is infeasible.}\end{cases}\tag{8}$$

式中 $\tilde{F}(\bar{x})$ 為適應度函數；$p_d(\bar{x},\mu_1,\mu_2)$ 表示個體違反限制條件程度之懲罰項；$p_n(\bar{x},\mu_3)$ 表示個體違反限制條件數目之懲罰項；$\mathcal{E}_i(\mu_1,k)$ 與 $\mathcal{E}_i^0$ 為動態近合理區界線設定值與初始值；n_v 為某一個體違反限制條件的數目；n_c 為限制條件的數目；F_{feas} 為合理區內最佳之目適應度值；F_{all} 為全區最佳之目標函數值；ΔF 為 F_{feas} 和 F_{all} 的差值；μ_1 為可適性懲罰函數法中動態近合理區界線之調整值；μ_2 為與族群中之個體違反限制條件程度有關的參數；μ_3 為與族群中個體違反限制條件數目有關的參數。

本計畫之適應度函數為與設計變數 $\bar{x}$ 和懲罰參數 $\bar{\mu}$ 有關之函數，適應度函數中之懲罰項設定方式可作如下之說明。

1. 採用可適性懲罰函數法之理論來定義族群中個體違反限制條件程度之懲罰項，並且在可適性懲罰函數法中採取動態近合理區界線的概念，其數學函數表示式

如式(3)與(4)；同時避免太大或是太小之懲罰程度，將式(3)以式(7)限制其範圍。

2. μ_1、μ_2與μ_3數值的大小為最佳化問題能否收斂的重要因素。
3. 族群中個體違反限制條件的數目亦為影響遺傳演算法收斂與否的因素之一。本計畫將個體違反限制條件的數目以適當比例縮放後之懲罰項，附加於適應度函數中，如式(2)與(5)所示。

3.2 多重進化遺傳演算法之設計

本計畫以多重進化遺傳演算法的理論為基礎，配合可適性懲罰函數法理論，發展出一套多重進化可適性懲罰函數法，其運算流程如圖 1 所示。程式流程分內層及外層迴圈，其內容稍後會詳細說明。當內層迴圈與外層迴圈經過多重進化的過程後，可決定最佳化問題的懲罰參數值，再將這組懲罰參數值代入最佳化問題中，便可以求得全域最佳解。

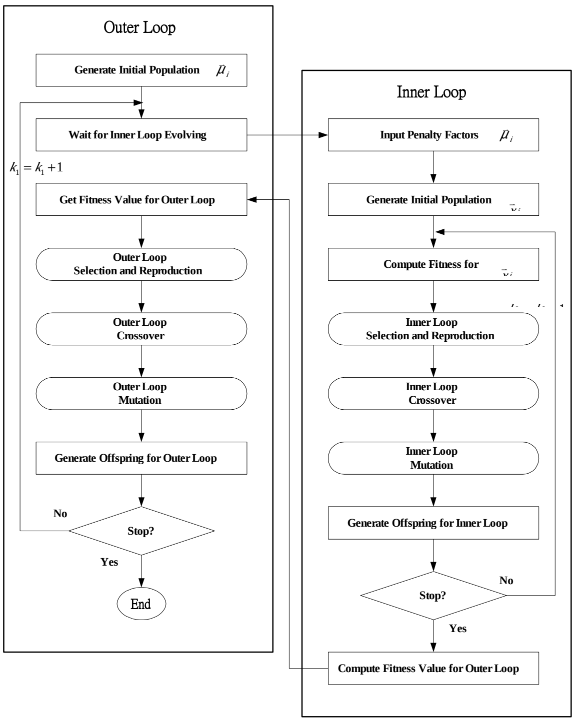

圖 1. 多重進化可適性懲罰函數法進化流程圖

- **外層迴圈參數設定方式**

外層迴圈的設計變數為控制懲罰項大小之懲罰參數$\bar{\mu}=(\mu_1,\mu_2,\mu_3)$，外層迴圈中對某一組懲罰參數$\bar{\mu}_i$的適應度函數其定義表示式如下所示（假設求解最小化問題）：

$$\begin{cases}\tilde{F}_1(\bar{\mu}_i)=\infty, & if\ n_{f2}=0\\ \tilde{F}_1(\bar{\mu}_i)=\dfrac{1}{n_{f2}}\sum_{j=1}^{n_{f2}}\left(\tilde{F}_2(\bar{x}_j,\bar{\mu}_i)\right), & if\ n_{f2}\neq 0\end{cases} \quad (9)$$

式中$\tilde{F}_2(\bar{x}_j,\bar{\mu}_i)$為某個內層迴圈中「最終代」的合理區個體適應度值；$n_{f2}$為內層迴圈最終代中合理區個體的數目。

外層迴圈之適應度函數為與內層迴圈最終代個體的資訊有密切關係。外層迴圈適應度函數之定義方式說明如下。

1. 內層迴圈進化完成後，若在內層迴圈中最終代合理區個體之數目為零，則表示該組懲罰參數不能使內層迴圈收斂至合理區。
2. 式(9)中為內層迴圈之最終代合理區個體之平均適應度值表示式。

- **內層迴圈參數設定方式**

內層迴圈的運作方式與求解一般最佳化問題的流程大致上相同，比較不同的地方是在進行內層迴圈的進化過程時，多了兩個額外步驟如下所述。

1. 內層迴圈開始運作之前，必須先輸入懲罰參數（由外層迴圈決定）。
2. 進化終了時，對最終代的一些個體作一統計，求出外層迴圈之適應度值。

內層迴圈中對某一組設計變數$\bar{x}_j$的適應度函數其定義表示式如下：

$$\begin{aligned}&\tilde{F}_2(\bar{x}_j,\bar{\mu}_i)\\&=F(\bar{x}_j)+p_{d2}(\bar{x}_j,\mu_1,\mu_2)+p_{n2}(\bar{x}_j,\mu_3)\end{aligned} \quad (10)$$

式中$p_{d2}(\bar{x}_j,\mu_1,\mu_2)$表示內層迴圈中個體違反限制條件程度之懲罰項；$p_{n2}(\bar{x}_j,\mu_3)$表示內層迴圈中個體違反限制條件數目之懲罰項；其他參數之定義同式(2)~(8)。

四、實例應用

本節列舉十桿結構實例來驗證本計畫所發展的方法，並與其他方法比較。其中 CoEA 為本計畫所發展的多重進化可適性懲罰函數法，GA-A 為可適性懲罰函數法，GA-D 為動態懲罰函數法，OPT 為十桿結構問題之正確解。

十桿結構和受力狀況如圖 2 所示，材料特性列於表 1。十桿結構為一平面結構，受平面負荷作用。結構分析目的為輕量化，以桿件截面積為設計變數。

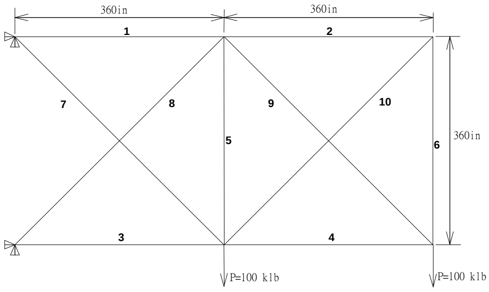

圖 2. 十桿結構外型圖

表 1. 十桿結構設計的相關資料

$E = 10000kpsi$ ° $= 0.1lb/in^3$ ³ $= 0.29$
Displacement Constraints in All Nodes : $u_y = 2.0in$
Stress Constraints of all Members $= 25kpsi$
Size Constraints : $0.1in^2 \le$ Each Area $\le 32in^2$

由圖 3 及表 2 可知動態懲罰函數法（GA-D）收斂速度慢，而可適性懲罰函數法（GA-A）則會浪費太多時間在非合理區的搜尋，本計畫發展之多重進化可適性懲罰函數法（CoEA），收斂速度遠比另兩種方法快很多，收斂結果也較準確，故為較佳之最佳化方法。

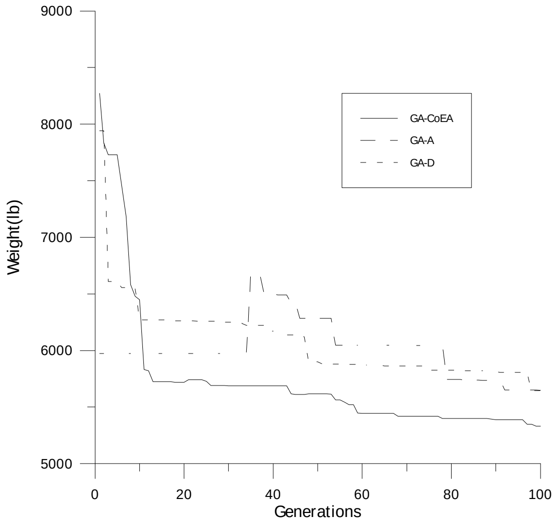

圖 3. 十桿結構最佳化過程圖

表 2. 十桿結構最佳化結果

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	Weight (lb)
GA-A	30.1	2.75	24.07	11.14	0.63	2.24	14.49	19.88	24.33	2.12	5648.5
GA-D	29.8	2.12	21.25	24.22	0.12	1.16	9.3	18.22	26.05	1.62	5645.7
CoEA	28.1	0.62	20.75	16.18	0.62	0.71	10.14	21.54	25.3	0.42	5332.6
OPT	30.3	0.11	23.14	15.54	0.12	0.11	7.41	21.16	21.11	0.1	5030.3

五、結論

本計畫探討遺傳演算法中懲罰參數對於結構最佳化設計之影響，並採取懲罰函數法來處理具限制條件之最佳化問題，進而發展出多重進化可適性懲罰函數法來進化懲罰參數，再利用經進化後之最佳懲罰參數值，增進遺傳演算法之收斂效率與收斂能力。本計畫研究成果如下：

1. 發展的可決定適合特定最佳化問題之懲罰參數值，不需多次測試不同之懲罰參數。
2. 運用多重進化的概念，將懲罰函數法中之動態近合理區界線、個體違反限制條件程度與個數所代表的懲罰參數，以內層迴圈與外層迴圈來進化，得到適合特定最佳化問題之最佳懲罰參數值。
3. 由實際測試結果可知，對於一般結構最佳化問題，可提供較佳的收斂結果與良好的收斂穩定性。
4. 可結合商用 ANSYS 軟體與 MDT 軟體，對於複雜之大型結構亦可進行結構最佳化與外型最佳化之分析。

六、參考文獻

[1] Barbosa, H. J. C., “A Coevolutionary Genetic Algorithm for Constrained Optimization”, *Evolutionary Computation*, Vol.3, pp. 1605-1611, 1999.

[2] Coit, D.W., and Smith, A.E., “Penalty Guided Genetic Search For Reliability Design Optimization”, *International Journal of Computers and Industrial Engineering*, Vol. 30, No. 4, pp. 895-904, 1996.

[3] Holland, J.H., *Adaptation in Natural and Artificial System*, University of Michigan Press, Ann Arbor, Mich., 1975.

[4] Michalewicz, Z., Logan. T., and Swaminath, S. “Evolutionary Operators for Continuous Convex Parameter Spaces”, *In Proceedings of the 3rd annual Conference on Evolutionary Programming. World Scientific,* pp. 84-97, 1994.

[5] Michalewicz, Z., and Nazhiyath, G., “Genocop III: A Coevolutionary Algorithm for Numerical Optimization Problems with Nonlinear Constraints**”,** *Evolutionary Computation*, Vol. 2, pp. 647-651, 1995.

[6] Weicker, K., and Weicher, N., “On the Improvement of Coevolutionary Optimizers by Learning Variable Interdependencies”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, CEC 99, Vol. 3, pp. 1627-1632, 1999.