

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

微觀連體損傷力學研究及其在積層板複合材料之應用(1/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC91-2212-E-002-039-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：國立臺灣大學機械工程學系暨研究所

計畫主持人：鄭榮和

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 6 月 13 日

微觀連體損傷力學研究及其在積層板複合材料之應用

中文摘要

本研究提出微觀連體損傷力學架構，並以此架構研究基層板複合材料的損傷影響與損傷演化律。

所謂微觀連體損傷力學，即是結合微觀損傷力學連體損傷力學優點而成的損傷理論。其建構程序包括三個部分，首先在微觀角度下，選取具有微觀意義的損傷內變量，其次透過微觀均質化方法，將損傷內變量與含損傷等效材料常數建立關係，最後在不可逆連體熱力學內變量理論下，發展損傷演化方程與其他內變量演化方程。

針對基層板複合材料，本研究提出複合材料層內損傷模型。此模型由三部分組成：基材裂紋損傷模型、纖維拉伸損傷模型與纖維壓縮損傷模型，其損傷變量分別對應為基材裂紋密度、纖維束斷裂體積分率、纖維折曲帶體積分率。接著，將此複合材料層內損傷模型寫入 ABAQUS 的 UMAT 副程式，分析含圓洞[0/90]基層板與含圓洞[0/45/90/-45]基層板拉伸應力應變曲線與損傷累積行為，獲得不錯的結果。

關鍵詞：微觀連體損傷力學，不可逆連體熱力學內變量理論，基材裂紋損傷模型，纖維拉伸損傷模型，纖維壓縮損傷模型。

英文摘要

This study proposes a micromechanically-based continuum damage mechanics (mCDM) and, through the framework, demonstrates the damaged constitutive behavior of composite materials.

The mCDM, combining the advantages of micro damage mechanics (MDM) and continuum damage mechanics (CDM), has three constructing steps. The first one is to define physically based damage internal variables within the microscope. Second, build relationship between the damage variables and the damages materials constants by homogenization method (HM). Last, formulate the evolution equations of damage variables and other internal variables under the framework of thermodynamics of internal variable (TIV).

As for composite materials, the study proposes the composite intralamina damage model of the laminated composite materials. This model comprises three parts: matrix cracking damage model, fiber rupture damage model and fiber kink band damage model. The damage variables of the three are matrix cracking density, fiber rupture volume fraction and fiber kink band volume fraction in sequence. After programming the composite intralamina damage model into UMAT subroutine of ABAQUS, we found the stress-strain relations and damage developments of the [0/90] and [0/45/90/-45] laminates could be studied with good results.

Keywords: micromechanically-based continuum damage mechanics, the framework of thermodynamics of internal variable, matrix cracking damage model, fiber rupture damage model, fiber kink band damage model.

一、前言

本進度報告為第一年度之成果，主要工作為，在不可逆連體熱力學的架構下，建立一個包含複合材料基材裂紋損傷、纖維拉伸與壓縮損傷、複合材料脫層損傷等的損傷組成律，並將之寫成有限元素材料模型，使之能真正應用於複合材料結構件的損傷分析。

纖維強化高分子複合材料 (fiber reinforced plastic, FRP) 因為有高比強度 (specific strength)、比勁度 (specific stiffness) 與優良環境抵抗力等優點，使得複合材料在航空太空工業受到廣泛使用。根據美國 NASA 的一份報告指出 [1]，在美國商用波音 B-777 客機上已有 10% 重量使用複合材料，這些構件使用情形如圖 1 所示。而這使用情形在軍機上更加普遍，以 F-22 戰機而言，有接近 40% 重量使用複合材料。複合材料雖然已經使用超過三十年，但是多集中於二次結構件 (secondary structure) 上，而無法完全取代金屬成為一次結構件 (primary structure)，推究其原因，除成本考量外，另一為缺乏廣泛被接受的強度設計準則，而後者的根源即在於對於複合材料損傷機制 (damage mechanisms) 的認識不夠，因此掌握複合材料損傷發展與強度理論是一個急迫且重要問題。

本年度研究以複合材料損傷為主，建立微觀連體損傷力學架構，並在此架構下探討基材裂紋損傷與破壞模式。

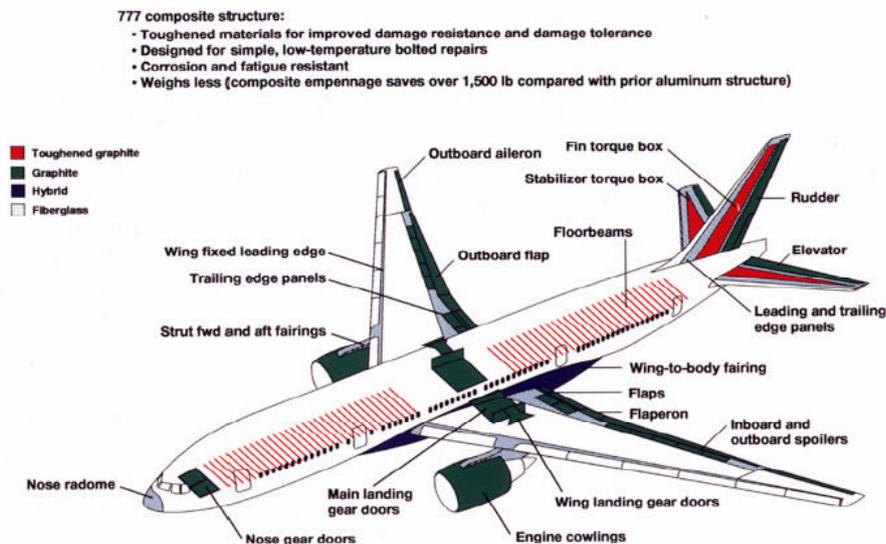


圖 1 複合材料在波音 B-777 上的應用情形

二、研究目的

本年度計畫有兩個目的，分述如下：

第一個目的為建立微觀連體損傷力學 (micromechanically-based continuum damage mechanics, mCDM)。微觀連體損傷力學的全稱為『以微觀機制為基礎的連體損傷力學』，在微觀與巨觀分類中，仍屬於連體損傷力學 (CDM) 的領域，只是在損傷變量的選擇迥異於 CDM。傳統上 CDM 採用巨觀方法，例如勁度衰減，來定義損傷變量，這方法雖然容易使用於結構尺度中，但是卻造成損傷變量為向量形式[2]或是張量形式[3][4]的缺點。而 mCDM 直接定義微觀機制為損傷變量，例如孔洞、裂紋密度，具有損傷變量數目少，並且概念簡單的優點。除了建立微觀連體損傷力學架構外，我們也想要瞭解 (A) 如何建立微觀連體損傷力學一般原則，(B) 如何將微觀連體損傷力學應用於等向延性與等向脆性材料，(C) 如何同時考量塑性與損傷兩個耗散機制，(D) 如何利用微觀連體損傷力學將複合材料損傷機制分類。

第二個目的為建立基材裂紋微觀連體損傷力學模型 (matrix cracking mCDM model)。自從 Reifsnider[20]提出損傷累積觀念(見圖 2)後，複合材料損傷機制主要由三個方向進行，分別為基材裂紋、纖維斷裂與脫層等，由於基材裂紋是複合材料損傷機制中最早發生，並且這損傷機制會引起局部脫層 (local delamination) 等的損傷機制發生，因此過去 20 年來，大多數的複合材料損傷研究多集中在基材裂紋上[5][6][7][8][9][10]。在建立基材裂紋微觀連體損傷力學模型後，我們想要瞭解 (A) 如何定義適當損傷，並結合現有微觀力學與連體力學的模型，建立一個具有雙方面優點的損傷模型。(B) 如何利用基材裂紋微觀連體損傷力學模型，包含傳統強度理論的研究成果。(C) 如何同時塑性與損傷的效應，因為在熱塑性複合材料 (thermoplastic composites) 中，這兩個效應常同時出現。(D) 如何考量材料就位效應 (in-situ effect)，有就是材料的強度會隨著所處『位置』(指在積層板中的排列方式)的不同而有差異。

Dominant Damage Modes:

- Intralaminar Cracking (pre-CDS)
- Interlaminar Cracking (post-CDS)

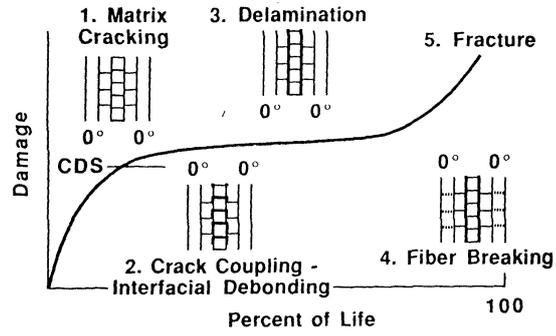


圖 2 Reifsnider 複合材料損傷累積關係圖[20]

三、文獻探討

所謂損傷 (damage) 是指在冶煉或冷熱加工過程，或是受到外力或環境等加載作用下，材料內部微觀結構所發生的變化。而損傷力學 (damage mechanics) 即是研究損傷機制成核、擴展與匯合，導致材料巨觀力學性能劣化，與材料斷裂的力學總稱。傳統上，損傷力學研究方法可分為微觀力學途徑 (micromechanics approach) 與連體力學途徑 (continuum mechanics approach)，或稱為微觀損傷力學 (micro damage mechanics, MDM) 與連體損傷力學 (continuum damage mechanics, CDM)，如圖 3 所分類。

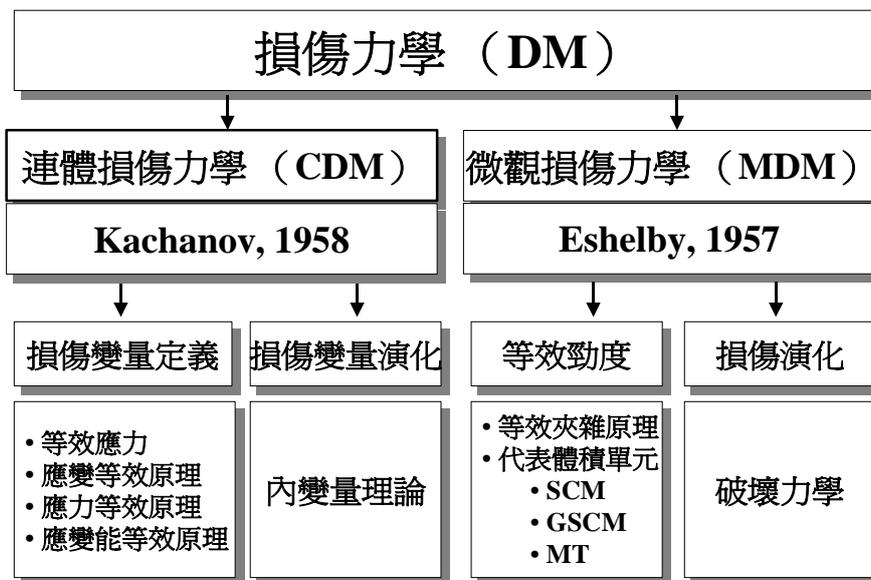


圖 3 損傷力學的分類

連體損傷力學 (CDM) 一般公認是由 Kachanov 在 1958 年[11][12]研究金屬潛變斷裂分析時提出的，他首先提出連續因子 (continuity factor) 與有效應力 (effective stress) 來描述低應力潛變破壞，並在原本潛變律 (creep law) 上加入描述連續因子遞減的演化方程式，進而預測潛變破壞外力，獲得初步的結果。之後在 1980 年代，CDM 受到了許多的重視，研究領域由原本的潛變破壞，延伸到延性破壞、脆性破壞與疲勞破壞。而研究對象也由傳統金屬延伸到，岩石、陶瓷、複合材料等。雖然 CDM 已經發展超過 40 年，但是在損傷內變量的選擇並沒有並沒有太大突破，僅是將純量擴充成向量與張量，包括純量[13]、向量[2]、二階張量[3]與四階張量[4]等，一個廣為大家接受的連體損傷理論並未出現。

另一個研究損傷力學的方式是微觀損傷力學 (MDM)，這裡所言微觀尺度是指微空孔、微裂紋或是晶體的大小，並沒有到指原子大小層級。依我們對歷史文獻的研究，這個概念可以追溯到 1957 年英國科學家 Eshelby[14]，研究『無窮大彈性基材含局部橢圓形相變，而引起整體材料彈性常數改變的問題』，這個問題又稱為『本徵應變』(Eigenstrain) 問題，Eshelby 並且利用彈性力學方法得到其閉合解 (close form solution)。這個概念開啟了往後在彈性基材含均勻分散圓孔、彈性基材含均勻裂紋、彈性基材含週期排列圓孔、彈性基材含週期排列裂紋、二相材料等效彈性性質、複合材料含橫向裂紋[15]等等的研究領域，使得研究學者對於微觀機制對整體 (global) 行為的影響更加瞭解。但是利用微觀模型，到實際結構物 (structural) 尺度的應用仍然需要持續發展。

複合材料基材裂紋損傷研究，自從 Garrett 與 Bailey[16]使用剪滯法研究複合材料基材裂紋後，複合材料基材裂紋的研究主要沿著微觀與巨觀的趨近方法進行，其中較有代表性的文獻可見表 1，見文獻[5][6][7][8][9][10][16]。值得提出的是 Talreja 的工作，他在 1986 年以連體損傷力學研究基材裂紋，是文獻中第一次以 CDM 處理複合材料損傷問題。由於這兩類研究方法是獨立進行的，因此並未有太多的對話空間。

表 1. 現有基材裂紋損傷模型

作者	方法	微觀／巨觀	參考文獻
Garrett & Bailey	Shear-lag	微觀	[16]
Hashin	Variational approach	微觀	[5]
Dvorak, Laws & Hejazi	Self-consistent method	微觀	[6]
McCartney	Stress transfer method	微觀	[7]
Talreja	CDM	巨觀	[8]
Lee, Allen & Harris	CDM	巨觀	[9]
Ladeveze	CDM	巨觀	[10]

四、研究方法

圖 4 為微觀連體損傷力學架構，這個架構橫跨兩個領域與三個步驟，其中兩個領域包括微觀損傷力學與連體損傷力學，三個步驟為 (A) 採用微觀力學觀點，直接定義具有微觀基礎的損傷變量，(B) 經由微觀均質化方法 (homogenization method)，建立損傷變量與等效材料常數 (effective material constants) 的關係，其中微觀均質化方法包括等效夾雜原理、自恰法等，而等效材料常數包括等效勁度，等效熱膨脹係數與等效熱傳導係數等，(C) 在連體熱力學內變量理論 (thermodynamics of internal variable, TIV) 下，建立損傷演化方程與其他內變量演化方程。

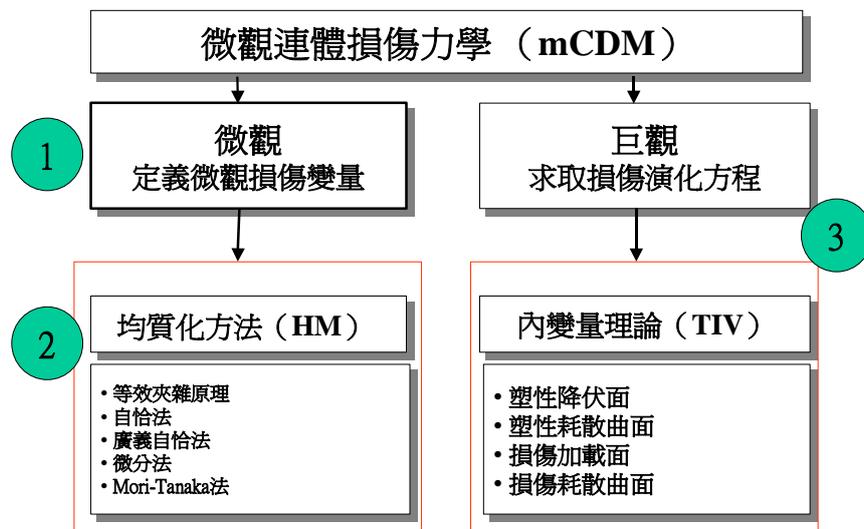


圖 4 微觀連體損傷力學建構程序

圖 5 為複合材料微觀連體損傷力學架構示意圖，包括兩個部分，其中層內損傷 (intralamina damage) 即是在單層內部的損傷模式，包括纖維損傷與基材損傷。而層間損傷 (interlamina damage) 即是單層與單層間的損傷，亦稱為脫層。並且其損傷機制分別為基材裂紋密度 (matrix cracking density)、纖維斷裂體積或挫曲體積與脫層面積。除了基本概念的建立外，仔細收集與分析現有研究成果，包括理論與實驗也是一個重要課題。

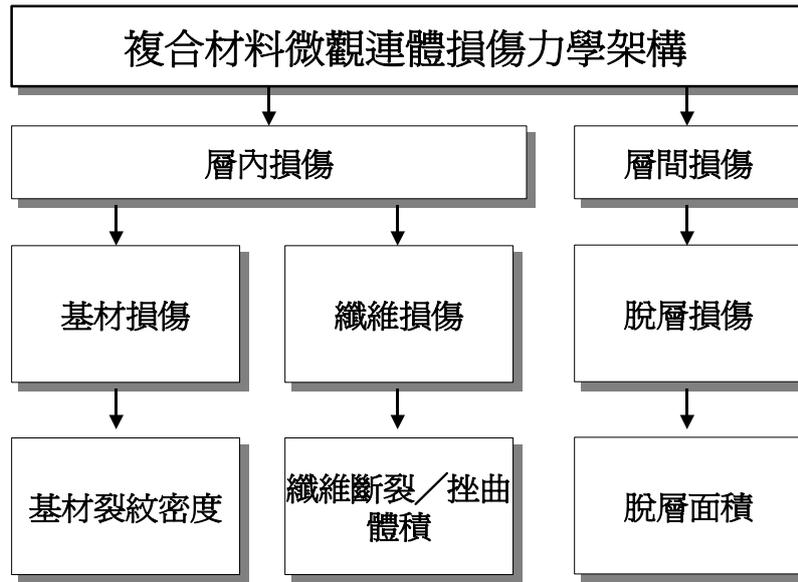


圖 5 複合材料微觀連體損傷力學架構

圖 6 為複合材料微觀連體基材裂紋損傷模型示意圖，這模型包括兩個部分，第一為均質化方法(homogenization method, HM)，第二為熱力學內變量理論 [17] (thermodynamics of internal variable theory, TIV)。其中均質化方法為一微觀平均化方法的總稱，本文中自恰法，來求取基材裂紋密度 (matrix cracking density) 對材料等效勁度的影響，因為自恰法有概念簡單，並能考慮微裂紋交互影響關係的優點。而在 TIV 中，我們在不可逆連體熱力學基礎上，建立材料損傷加載面與損傷耗散曲面，並依此推導損傷的起始與發展。

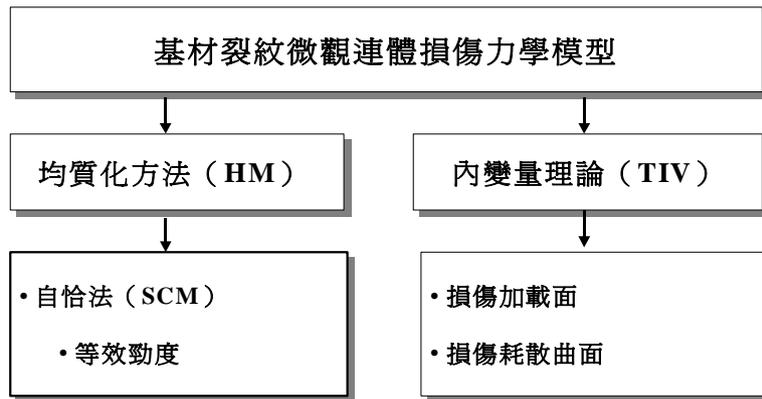


圖 6 基材裂紋微觀連體損傷力學模型架構

五、結果與討論

5.1 基材裂紋損傷組成律

基材裂紋微觀連體損傷力學模型架構如圖 6 所示。定義損傷變量 ω_m 為

$$\omega_m = d/l_0, \quad (5.1)$$

其中 $2d$ 為開裂層厚度， $2l_0$ 為兩相鄰裂紋間距，如圖 7 所示。由自恰法，含損傷等效勁度可表為

$$[\bar{Q}_{ij}] = \begin{bmatrix} Q_{11}e^{-k_{11}\omega_m} & Q_{12}e^{-k_{12}\omega_m} & 0 \\ Q_{12}e^{-k_{12}\omega_m} & Q_{22}e^{-k_{22}\omega_m} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}e^{-k_{66}\omega_m} \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

其中 k_{ij} 為二維勁度修正因子， Q_{ij} 為二維平面應力勁度矩陣。在平面應力下，含損傷應力應變關係可表為

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}_{ij}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}. \quad (5.3)$$

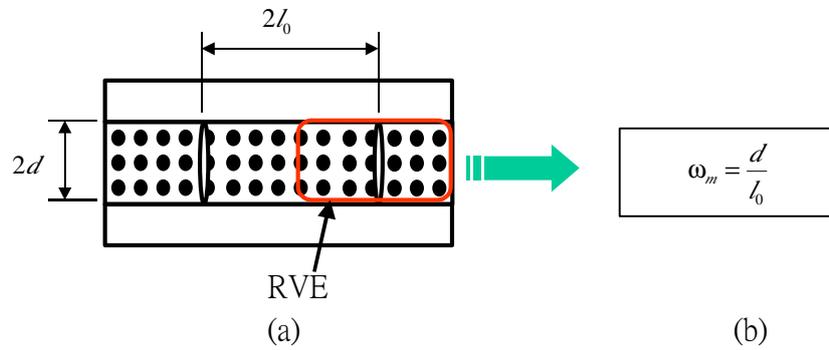


圖 7 基材裂紋損傷變量示意圖

熱力學損傷對耦力 Y 可表為

$$Y = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial \omega_m} = \frac{1}{2} k_{ij} Q_{ij} e^{-k_{ij} \omega_m} \epsilon_i \epsilon_j, \quad (5.4)$$

其中 k_{ij} 為常數，與 Q_{ij} 不求和。特別注意損傷對耦力 Y 亦可稱為應變能密度釋放率 (strain energy density release rate)，與破壞力學 (Fracture Mechanics, FM) 的破壞韌性 (fracture toughness) 相似。假設損傷加載面 (damage loading surface) 為

$$f_m(Y, \bar{\omega}) = Y - H(\bar{\omega}), \quad (5.5)$$

其中 $\bar{\omega} = \int_0^{\omega_m} \dot{\omega}_m dt$ 為累積損傷， $H(\bar{\omega})$ 為損傷硬化函數與塑性力學塑性等向硬化函

數相似，代表損傷面的膨脹或收縮。假設損傷耗散曲面 (damage dissipation potential) 與損傷加載面相同，即假設滿足諧和流動規則 (associated flow rule)，則最後非等向彈性損傷組成律 (anisotropic elastic-damage constitutive equation) 可表為

$$\dot{\sigma}_i = M_{ij} \dot{\epsilon}_j, \quad (5.6)$$

其中 M_{ij} 為損傷切線勁度矩陣，可表為

$$M_{ij} = \bar{Q}_{ij} - \alpha \frac{(k_{ip} \bar{Q}_{ip}) \epsilon_p \epsilon_q (k_{ql} \bar{Q}_{qp})}{\frac{1}{2} k_{kl}^2 \bar{Q}_{kl} \epsilon_k \epsilon_l + H'}, \quad (5.7)$$

式中 $H' = dH(\bar{\omega})/d\bar{\omega}$ ， α 由加載條件決定可表為

$$\begin{cases} \alpha = 1 & \text{iff } f_m = 0 \text{ and } k_{ij} Q_{ij} e^{-k_{ij} \omega_m} \epsilon_i \dot{\epsilon}_j > 0 \\ \alpha = 0 & \text{otherwise} \end{cases}. \quad (5.8)$$

經由上面理論建構可以發現，一旦損傷硬化函數 $H(\bar{\omega})$ 決定，則在積層板中基材裂紋的起始、成長均可一一求得。由於採用損傷力學，特別是微觀連體損傷力學，我們發現在這理論中，破壞與後破壞不再是兩個獨立與不相干的理論，而是描述損傷起始與演化的基本規則。

5.2 基材裂紋破壞準則

圖 8 為基材裂紋彈性損傷材料之典型應力應變曲線。由圖 8 可見，材料應變加載過程經歷無損傷區 (no damage region)，應變硬化區 (strain hardening region) 與應變軟化區 (strain softening region) 等，其中應變硬化即表示隨著應變增加，應力與損傷變量均增加，而應變軟化表示隨著應變增加，損傷變量增加但是應力逐漸下降。因此，根據加載方式與材料損傷累積情形，本文定義兩個破壞準則：加載破壞準則 (loading failure criterion) 與絕對破壞準則 (absolute failure criterion) [18]。特別注意這裡所討論的破壞準則與傳統單層板破壞準則，例如傳統 Tsai-Wu[19] 準則完全不同，傳統單層板破壞準則是指單層板的斷裂強度，而這裡所討論的破壞準則是指積層板中基材裂紋損傷累積極限與最大承載應力。

5.2.1 加載破壞準則

加載破壞準則發生於應變狀態滿足損傷加載面 $f=0$ 、加應力條件 $K_{ij}\bar{S}_{ij}\sigma_i\dot{\sigma}_j > 0$ 且切線勁度矩陣 $[\bar{Q}_{ij}^{ed}]$ 失去其正定 (positive-definite) 時，可表為

$$\det([\bar{Q}_{ij}^{ed}]) \leq 0 \text{ and } f=0 \text{ and } K_{ij}\bar{S}_{ij}\sigma_i\dot{\sigma}_j > 0, \quad (25)$$

其中 \det 表示取行列式，因此加載破壞也就是材料失穩破壞。

5.2.2 加載破壞準則

絕對破壞準則發生於基材裂紋損傷累積到損傷飽和值時，即

$$\omega = \omega_c, \quad (26)$$

其中損傷飽和值 ω_c 是由 Reifsnider[20] 提出，他發現積層板複合材料在加載過程中，基材裂紋損傷會逐漸累積，而達到一個極限值，之後損傷便不再增加，因此 ω_c 亦稱為特徵損傷狀態 (characteristic damage state, CDS)。

結合第 5.1 節的基材裂紋彈性損傷組成律與本節的兩個破壞準則，本基材裂紋微觀連體損傷模型為一完整的非等向性彈性損傷破壞模型 (anisotropic elastic-damage-failure model)。需要強調，在加載過程中，不論是基材裂紋損傷起始、演化與飽和，或是材料之失穩破壞均能在統一的架構下進行，完全不需假借其他人為的破壞準則與損傷演化關係。

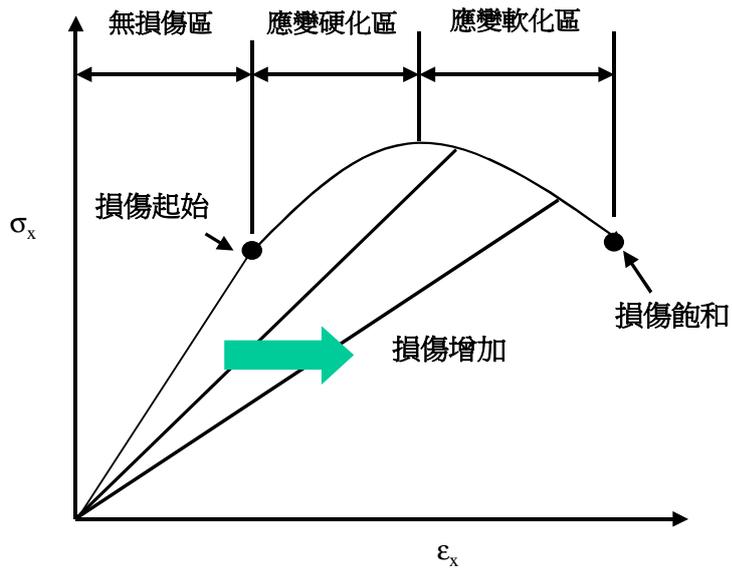


圖 8 基材裂紋加載破壞準則與絕對破壞準則

5.3 結論

本研究首先提出微巨觀損傷力學概念，這個概念利用微觀均質化方法，求取微觀損傷機制對受損材料勁度的影響，並在不可逆連體熱力學架構下，發展損傷演化方程，具有觀念清晰與簡單操作的優點。並依此概念提出複合材料基材裂紋彈性損傷斷裂模型，這模型可以描述積層板中基材裂紋損傷的起始、成長、飽和進而造成整體材料斷裂的行為，是一個完備的材料模型。

六、計劃成果自評

6.1 完成項目

1. 收集微觀損傷力學文獻與連體損傷力學文獻，瞭解損傷力學研究進展與發展趨勢。
2. 收集現有結合微觀與連體觀點力學模型，瞭解現有微觀連體力學理論進展。
3. 收集現有結合微觀損傷與連體損傷力學模型，建立微觀連體損傷力學模型。
4. 收集現有複合材料損傷機制研究，包括微觀與巨觀，定義適當損傷變量，瞭解全球複合材料損傷研究趨勢。
5. 收集並分析現有基材裂紋微觀與連體損傷力學模型，找出現有基材裂紋模型無法處理的問題，並嘗試建立微觀與連體結合觀點。

6.2 未來工作內容

1. 瞭解不可逆連體熱力學在非等向性彈性損傷模型的適用性，利用微觀連體損傷力學概念，建立基材裂紋微觀連體損傷力學模型，並將此材料模型寫成 ABAQUS 使用者材料模型副程式 (UMAT)。
2. 設計實驗並求取積層板複合材料基本材料常數，其中包括單層板縱向勁度、橫向勁度、柏松比 (Poisson's ratio)、剪切勁度、各主軸方向單層板強度與基材裂紋損傷相關損傷參數。

參考文獻

- [1] Harris, C.E., et al., "An assessment of the state-of-the-art in the design and manufacturing of large composite structures for aerospace vehicles," NASA/TM-2001-210844, Langley Research Center, Hampton, Virginia, 2001.
- [2] D. Krajcinovic & G. U. Fonseka, "The continuous damage theory of brittle materials. Part 1: general theory," *J. Appl. Mech.*, vol. 48, pp. 809-815, 1981.
- [3] S. Murakami, "Notion of continuum damage mechanics and its application to anisotropic creep damage theory," *J. Eng. Mater. Tech.*, vol. 105, pp.99-105, 1983.
- [4] J. L. Chaboche, "Anisotropic creep damage in the framework of continuum damage mechanics," *Nucl. Eng. Design*, vol. 79, pp.309-319, 1984.
- [5] Hashin, Z., "Analysis of cracked laminates: a variational approach," *Mech. Mater.*, Vol. 13, pp.121-136, 1991.
- [6] Dvorak, G.J. Laws, N. and Hejazi, M., "Analysis of progressive matrix cracking in composite laminates, I. Thermoelastic properties of a ply with crack," *J. Comp. Mater.*, Vol. 19, pp.216-234, 1985.
- [7] McCartney, L.N., "Theory of stress transfer in a 0-90-0 cross ply laminate containing a parallel array of transverse cracks," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 40. pp.27-68, 1992.
- [8] Talreja, R., "Transverse cracking and stiffness reduction in composite laminates," *J. Comp. Mater.*, Vol. 19, pp. 355-375, 1985.
- [9] Lee, J.W., Allen, D.H. and Harris, C.E., "Internal state variable approach for predicting stiffness reductions in fibrous laminated composites with matrix cracks," *J. Comp. Mater.*, Vol. 23, pp.1273-1291, 1989.
- [10] Ladeveze, P., "A damage computational method for composite structure," *Comput. Struct*, Vol. 44, pp.79-87, 1992.
- [11] L. M. Kachanov, "On the time to failure under creep condition," *Izv. Akad. Nauk. USSR. Otd. Nauk*. Vol. 8, pp.26-31, 1958.
- [12] J. Lemaitre, *A Course on Damage Mechanics*, Berlin, Springer-Verlag, 1992.
- [13] G. Rousselier, "Finite deformation constitutive relations including ductile fracture damage," *Proceeding of the IUTAM Symposium on Three Dimensional Constitutive Relations and Ductile Fracture*, North-Holland Pub. Company, pp. 331-355, 1980.
- [14] J. D. Eshelby, "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems," *Proceedings of the Royal Society, London, Series A*, Vol. 240, pp. 367-396, 1957.

- [15] T. Mura, *Micromechanics of defect in solids*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 1982.
- [16] Garrett, K. W. and Bailey, J. E., "Multiple transverse fracture in 90° cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester," *J. Mater. Sci.*, Vol. 12, pp. 157-168, 1977.
- [17] Maugin, G. A., *The Thermomechanics of Nonlinear Irreversible Behaviors*, World Scientific Pub., Singapore, 1999.
- [18] Hong, H. K. and Liu, C. S., "Reconstructing J2 Flow Model for Elastoplastic Material," *Bulletin of the College of Engineering, NTU*, 1993, pp.93-114.
- [19] Tsai, S. W. and Wu, E. M., "A General Theory of Strength for Anisotropic Materials," *J. Compos. Mater.*, Vol. 5, 1971, pp. 58-80.
- [20] Reifsnider, K. L., *Proceeding of 14th Annual Society of Engineering Science Meeting*, Lehigh University, Bethlehem, PA, pp.14-16, 1977.