

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

## 微觀連體損傷力學研究及其在積層板複合材料之應用(2/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC92-2212-E-002-013-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

執行單位：國立臺灣大學機械工程學系暨研究所

計畫主持人：鄭榮和

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 93 年 6 月 1 日

## 研究計畫中英文摘要：

### (一) 計畫中文摘要

本三年計畫第二年為延續第一年工作，並加入纖維損傷與複合材料層內損傷模型，內容包括：

1. 建立基材裂紋微觀連體彈塑性損傷模型，並將其寫成 ABAQUS 使用者材料模型副程式 (UMAT)
2. 建立纖維拉伸損傷模型與纖維壓縮損傷模型
3. 結合基材損傷模型與纖維損傷模型為複合材料層內損傷模型，並將其寫成 ABAQUS 使用者材料模型副程式 (UMAT)
4. 應用複合材料層內損傷模型預估含缺口複合材料構件的強度

關鍵詞：積層板複合材料、損傷力學、微觀損傷力學、連體損傷力學、纖維損傷、基材損傷、脫層、廣義損傷、有限元素法

### (二) 計畫英文摘要

The second year tasks are aiming at developing the damage model of fiber and combining the fiber damage model and matrix damage model which include:

1. Construct elastic-plastic-damage-failure matrix cracking mCDM model and implement it into material constitutive relations subroutine UMAT of the finite element code ABAQUS.
2. Construct elastic-damage-failure fiber rupture mCDM model and elastic-damage-failure fiber buckling mCDM model.
3. Combine fiber damage model and matrix damage model to composite intralamina mCDM model, and implement it into material constitutive relations subroutine UMAT of the finite element code ABAQUS.
4. Predict the failure strength of notched composite laminates by using composite intralamina mCDM model.

Keywords: laminated composites, damage mechanics, micro damage mechanics, continuum damage mechanics, micromechanically-based, fiber damage, matrix damage, delamination, generalized damage, finite element method.

## 研究計畫內容：

### (一) 前言

本計畫的主要工作為在不可逆連體熱力學的架構下，建立一個包含複合材料基材裂紋損傷、纖維拉伸與壓縮損傷、複合材料脫層損傷等的損傷組成律，並將之寫成有限元素材料模型，使之能真正用於複合材料結構件的損傷分析。本進度報告為第二年度之成果，主要執行內容為非等向性彈塑性基材裂紋微觀連體損傷力學模型，纖維拉伸與壓縮微觀連體損傷力學模型，複合材料層內微觀連體損傷力學模型，現有連體損傷模型分析與比較，含缺口複合材料構件的強度預估。

### (二) 研究目的

纖維損傷可分為纖維拉伸損傷與纖維壓縮損傷，這兩個損傷機制雖然均與纖維相關，但是其損傷行為確有相當大的差異，其中纖維拉伸損傷是屬於漸進型 ( progressive type ) 的損傷 ( Lemaitre, 1992 )，其損傷機制為纖維斷裂 ( fiber rupture )，而纖維壓縮損傷是屬於立即型 ( instantaneous type ) 的損傷，其損傷機制為纖維壓縮挫曲 ( fiber buckling ) 或是纖維折曲帶 ( fiber knik band )。關於纖維損傷也有微觀損傷研究與巨觀損傷研究兩種，在第一年計畫中，我們討論複合材料積層板基材開損傷，其損傷內變量為基材裂紋密度 ( matrix cracking density )，在本年度計畫中我們繼續針對複合材料另一個主要損傷機制：纖維損傷進行討論，並結合纖維損傷與基材損傷成為一個完整的層內損傷模型。因複材結構其複雜程度常需藉助有限元素軟體進行分析，本計畫結合基材損傷模型與纖維損傷模型為複合材料層內損傷模型，並將其寫成 ABAQUS 使用者材料模型副程式 ( UMAT )，使發展之損傷模型能確實應用於結構之破壞預估。

### (三) 文獻探討

#### 1. 纖維拉伸微觀損傷模型

對於纖維拉伸損傷微觀估計一般使用混和法則 ( rule of mixture )，其破壞應力可表為

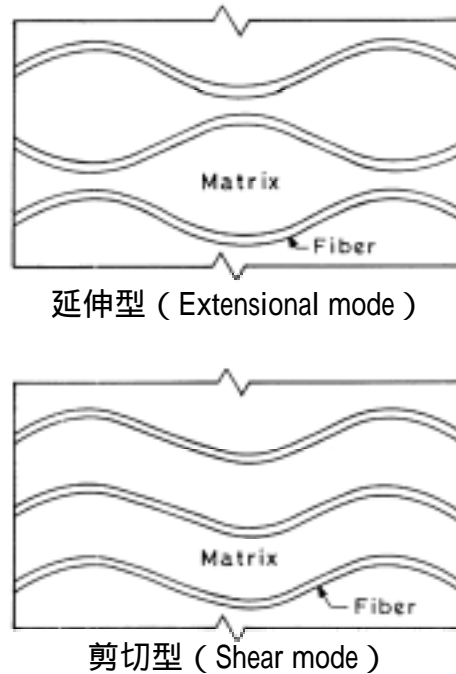
$$X_t = \sigma_f \left( V_f + (1 - V_f) \frac{E_m}{E_f} \right), \quad (7.1)$$

其中  $\sigma_f$  為纖維拉伸斷裂應力，雖然混和法則形式與概念均相當簡單，但是對於大多數的複合材料均有很好的預測效果 ( 杜，1998 )。

#### 2. 纖維壓縮微觀損傷模型

纖維壓縮損傷分為兩類，第一為微觀挫曲 ( microbuckling )，第二為折曲帶 ( kink band )，最早研究纖維壓縮的是 Rosem ( 1965 )，他分析二維複合材料板，並且假設延伸型 ( extensional mode ) 與剪切型 ( shear mode ) 兩種壓縮損傷模式 (圖一)，其結果可表為：

$$\begin{aligned} \text{Extension mode} &\Leftrightarrow X_c = 2V_f \sqrt{\frac{V_f E_m E_{fl}}{3(1-V_f)}} \\ \text{shear mode} &\Leftrightarrow X_c = \frac{G_m}{1-V_f} \end{aligned} \quad (7.2)$$



圖一 纖維壓縮損傷示意圖：延伸型與剪切型

Argon (1972) 認為複合材料初始缺陷  $\phi_o$  會造成壓縮強度的大幅降低，因此他討論基材為完全塑性材料並且其降伏應力為  $\tau_y$ ，他證明當外載達應力壓縮強度  $X_c$  時，會造成纖維繼續旋轉，其中

$$X_c = \frac{\tau_y}{\phi_o} \quad (7.3)$$

並且證明  $X_c$  與纖維體積含量無關。

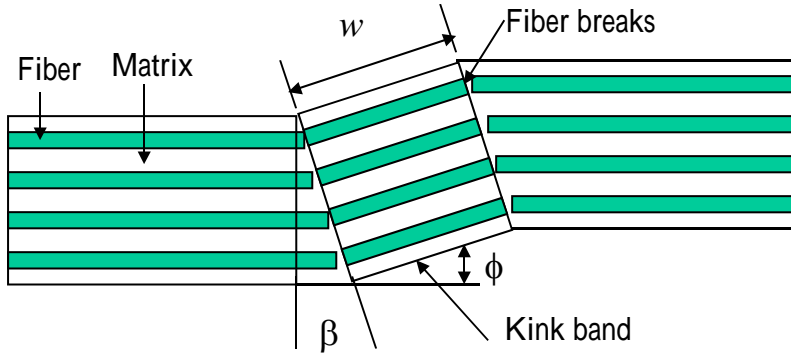
Budiansky (1983) 統一 Rotem 與 Argon 對於彈性完全塑性複合材料壓縮的理論，並推導折曲帶的壓縮強度為

$$X_c = \frac{\tau_y^*}{\phi_o + \phi} \quad (7.4)$$

其中  $\phi_0$  為纖維初始轉角， $\phi$  為複合材料板受到外力  $\sigma$  所造成折曲帶轉角。其中

$$\tau_y^* = \tau_y \left( 1 + \frac{\sigma_{Ty}^2}{\tau_y^2} \tan^2 \beta \right). \quad (7.5)$$

且  $\sigma_{Ty}, \tau_y$  分別為面內剪切強度與橫向降伏應力， $\beta$  為折曲帶的轉角。(圖二)



圖二 纖維折曲帶表示圖

Lom 與 Chim (1992) 假設壓縮破壞發生於纖維局部挫曲，並使用能量法求取簡單支撐的 Timoshenko 樑的壓縮破壞外力，並引入修正因子  $\alpha^2$  來考慮邊界條件的影響，其結果為

$$X_c = \frac{G_{12}}{1.5 + 12 \left( \frac{l}{\pi \alpha h} \right)^2 \left( \frac{G_{12}}{E_{11}} \right)}. \quad (7.6)$$

Xu 與 Reifsnider (1993) 利用微觀力學分析，取包含梁與基材的代表體積單元 (RVE) 進行分析，他們引入  $\xi$  來考量纖維 / 基材滑動的影響，與引入  $\eta$  來考量纖維 / 基材的黏結條件，則結果可表為

$$X_c = G_m \left[ V_f + \frac{E_m}{E_f} (1 - V_f) \right] \times \left[ 2(1 + \nu_m) \sqrt{\frac{\pi \sqrt{\pi} \eta \nu_f}{3 \frac{E_m}{E_f} (V_f \frac{E_m}{E_f} + 1 - V_f) (1 + V_f \nu_f + \nu_m (1 - V_f))}} + 1 - \xi - \frac{\sin \pi \xi}{2\pi} \right]. \quad (7.7)$$

一般  $1 \leq \eta \leq 2$ ，其中  $\eta = 1$  代表纖維與基材完全脫離， $\eta = 2$  代表纖維與基材完全接合。

Lagoudas 等 (1991) 假設二維連體中存在均勻分佈的纖維與基材夾雜，並利用材料受到均勻壓應變時微擾 (perturbation) 時的穩定性分析，獲得壓縮強度的上界與下屆，其中上界與 Rotem(1965)的結果相同，下界為

$$X_c = \frac{G_m}{1-V_f} \times \frac{1 + \frac{E_f - E_m}{2\pi E_{11}} \sin(\pi V_f) \left[ \cos(\pi V_f) - \sqrt{\cos^2(\pi V_f) + 8} \right]}{1 + \frac{E_f - E_m}{2\pi E_{11}} \sin(\pi V_f) \left[ 2 \cos(\pi V_f) - \frac{4(E_f - E_m)}{\pi E_{11}} \sin(\pi V_f) \right]}, \quad (7.8)$$

Lagoudas 與 Saleh (1993) 提出一個折曲帶穩定擴展模型，根據能量平衡條件與微觀力學模型得到下面的壓縮強度準則

$$X_c = \sqrt{\frac{2V_f E}{\pi d_f L} (\sigma_{ym} \theta_k l_k^2 + 2\pi d_f g_f)}, \quad (7.9)$$

其中  $d_f$  為纖維直徑， $\sigma_{ym}$  為基材降伏應力， $g_f$  為纖維斷裂釋放的能量， $l_k, \theta_k$  折曲帶為長度與旋轉角度。

根據 Naik 與 Kumar (1999) 的整理與實驗比對，Xu-Reifsnider 模型與 Budiansky 模型對於在纖維含量比 0.3-0.7 均有很好的預測結果。

### 3. 微巨觀層內損傷模型

文獻中第一個較完整的連體損傷力學模型應是 Matzenmiller、Lubliner 與 Taylor (Matzenmiller, 1995) 提出的，在本文中我們稱為 MLT 損傷模型，他們根據文獻的收集與整理，假設三個損傷變量為  $\omega_{11}, \omega_{22}, \omega_{12}$ ，並根據有效應力觀點，將材料應力應變關係表為

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1(1-\omega_{11})} & -\frac{\nu_{21}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2(1-\omega_{22})} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}(1-\omega_{12})} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}, \quad (7.106)$$

在損傷加載面上，MLT 模型修正 Hashin (1980) 破壞準則為

$$f_{//} = \frac{\sigma_1^2}{(1-\omega_{11})^2} X_t - r_{//} = 0$$

$$f_{\perp} = \frac{\sigma_2^2}{(1-\omega_{22})^2} Y_t + \frac{\tau_{12}^2}{(1-\omega_{12})^2} S - r_{\perp} = 0$$
(7.107)

在損傷耗散曲面上，他們建立兩種耗散函數，第一種為一次函數表為

$$g_{//} = l_{//ij} Y_{ij} + c_1$$

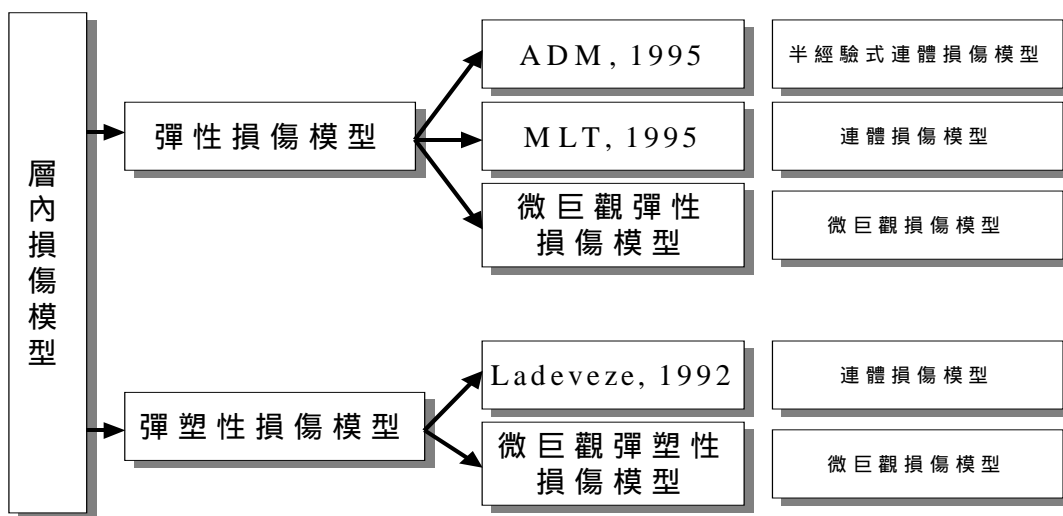
$$g_{\perp} = l_{\perp ij} Y_{ij} + c_2$$
(7.108)

其中  $Y_{ij}$  為損傷對耦力與本文之前的定義同、 $l_{//ij}, l_{\perp ij}$  為異向性張量， $c_1, c_2$  為修正常數。第二種為二次函數可表為

$$Q = Y^T L Y + c,$$
(7.109)

根據損傷加載面與損傷耗散曲面，MLT 損傷模型推導損傷演化方程。

將 MLT 損傷模型與 Chang 的累積損傷模型 (ADM) 比較，可發現 MLT 是一個完整的連體損傷模型，並且不論在損傷變量定義或損傷演化方程的推導，均合乎連體損傷理論的程序，若將我們所發展的微巨觀層內損傷組成律與 MLT 模型比較，可發現微巨觀損傷組成律的耗散曲線亦是一次函數，並且纖維損傷與基材損傷是獨立的，其他關於損傷變量定義或是損傷變量變化，均符合不可逆連體熱力學的程序。特別強調和我們重建 Ladeveze 模型一樣，本微巨觀損傷組成律的最大優點即在於可以將損傷變量降到最少，並且更有微觀意義。(圖三)



圖三 損傷模型比較

## (四) 研究方法

### 1. 纖維拉伸損傷模型與纖維壓縮損傷模型

提出微巨觀纖維拉伸損傷模型與微巨觀纖維壓縮損傷模型，其中在損傷變量選擇上，分別為纖維束的斷裂體積與纖維挫曲體積，我們以簡單的 Voigt 上限估算，求得損傷變量與等效材料勁度的關係，並假設纖維損傷不影響  $E_2, \nu_{12}, G_{12}$  等材料性質。在內變量理論架構下，我們分別提出應力基礎組成律與應變基礎組成律，也就是將分別以應力或應變當組成律的控制變量，經由拉伸與壓縮，應力基礎與應變基礎的排列組合，我們共推導 4 個纖維損傷組成律。之後我們結合微巨觀纖維損傷組成律與第五章的微巨觀基材損傷組成律，成為微巨觀層內損傷組成律，除了推導其增量方程外，並在簡單加載條件下，增量組成律化簡為全量組成律，最後與主軸應變損傷模型與 MLT 模型比較，這些比較，除顯示我們所發展的組成律，在內變量的選擇有擁有優勢外，並且能夠涵蓋文獻中的許多模型。

### 2. 微巨觀層內損傷模型

我們結合基材損傷與纖維損傷成為微巨觀層內損傷模型。特別強調層內損傷 (intralamina) 是與層間 (interlamina) 損傷相對應的，其中層內損傷是指在單層內的損傷機制，包括纖維損傷與基材損傷，而層間損傷通常指單層與單層之間的脫層。除了建構層內損傷模型外，我們也在簡單加載假設下，將層內損傷模型化簡為全量組成律，並與文獻中相關模型比較，這些比較顯示本損傷模型的完整性與優越性。

## (五) 結果與討論

- ◆ 根據機率損傷理論與本研究纖維拉伸損傷理論，纖維拉伸損傷是屬於漸進型損傷，也就是在加載初期，其損傷便開始發展，一直到損傷飽和為止。
- ◆ 由纖維壓縮挫曲微觀分析與本纖維壓縮損傷理論，纖維壓縮損傷是屬於立即型損傷，也就是當加載達到某一極限值時，便發生材料失穩，進而損傷快速發展，直到材料完全破壞為止。
- ◆ 應力基礎與應變基礎損傷組成律的推導過程，主要是在損傷對耦力的選擇上，應力基礎組成律是將損傷對耦力表為應力形式，應變基礎組成律是將損傷對耦力表為應變形式，雖然其最終組成律形式不同，但是兩者是等價的。
- ◆ 微巨觀層內損傷組成律同時包含纖維損傷與基材損傷，其中纖維損傷使用 Voigt 上限估算求取損傷對材料勁度關係，基材損傷使用自恰法求取損傷對材料勁度關係，並且者兩個損傷的損傷加載面相互獨立，且遵守諧和流動規則。
- ◆ 主軸應變損傷模型是微巨觀層內損傷組成律在簡單加載條件下的一個特例，並且其關係是建立在全應力 (total stress) 與全應變 (total strain) 關係上，因此其分析方法即是隨者加載過程，通常為應變控制，材料的割線模數隨著應變的增加而減少。



- ◆ 與 MLT 損傷模型比較，微巨觀層內損傷組成律僅有兩個損傷變量，並且損傷發展更為簡單，這是因為 MLT 模型採用連體損傷理論，而微巨觀層內損傷模型採用微巨觀損傷力學，因此若有需要，我們亦可依第六章模式，重建 MLT 模型。然而經由前面數章與本章的討論，我們已經將微巨觀損傷概念再三說明，往後相似損傷理論的建構，應可直接由本微巨觀損傷架構出發，不需再由連體損傷理論出發。

## 參考文獻：

- [1] 鄭榮和，熱塑性與熱固性複合材料組件疲勞與破壞之分析與評估：子計畫四—複合材料組件疲勞及破壞之有限元素分析，國科會專題研究計畫成果報告，NSC85-2212-E002-038。
- [2] 鄭榮和，張朝萬，“纖維複合材料之位移觀點破壞判準”，中華民國第二十一屆全國力學會會議論文集，頁 133-140，1997。
- [3] 鄭榮和，熱塑性與熱固性複合材料組件疲勞與破壞之分析及評估(II)：子計畫四—複合材料組件疲勞及破壞之有限元素分析，國科會專題研究計畫成果報告，NSC86-2212-E002-059。
- [4] 鄭榮和、蔡妙慈，“纖維強化複合材料損傷分析”，中國航空太空學會第三十九屆學術研討會論文集，頁 195-202，1997。
- [5] 鄭榮和、蔡妙慈，“纖維強化複合材料損傷分析”，中華民國力學學會期刊(系列 B)，Vol. 15，頁 59-70，1999。
- [6] 鄭榮和，經使用劣化後 Gr/Peek 複材之修補：子計畫 IV—纖維強化複合材料損傷及修補之模擬 (I) 國科會專題研究計畫成果報告，NSC88-2212-E002-040。
- [7] 馬仁宏、鄭榮和，“積層板複合材料主軸損傷分析”，中華民國力學學會第二十三屆全國力學會會議論文集，新竹市，中華民國，頁 64-71，1999。
- [8] Maa, R.H. and Cheng, J.H., “A CDM-based failure model for predicting strength of notched composite laminates,” Seven Annual International Conference on Composite Engineering (ed. D. Hui), Denver, Colorado, pp. 573-574, 2000.
- [9] 馬仁宏、鄭榮和，“複合材料基材裂紋彈性損傷破壞模型”，中華民國力學學會第二十五屆全國力學會會議論文集，台中市，中華民國，頁 351，2001。
- [10] 鄭榮和，經使用劣化後 Gr/Peek 複材之修補：子計畫 IV—纖維強化複合材料損傷及修補之模擬 (II) 國科會專題研究計畫成果報告，NSC89-2212-E002-126。
- [11] 鄭榮合、林松濤，“複合材料修補脫膠現象之研究”，中華民國力學學會第二十五屆全國力學會會議論文集，台中市，中華民國，頁 151，2001。
- [12] Chung, L.C. and Cheng, J.H., “The Analysis of Instability and Strain Concentration during Superplastic Deformation,” Materials Science and Engineering A, Vol.308, pp.153-160, 2001.
- [13] Chung, L.C. and Cheng, J.H., “Fracture Criterion and Forming Pressure Design for Superplastic Bulging,” accepted in Materials Science and Engineering A. 2001.
- [14] Cheng, J.H. and Chung, L.C., “Characterization of Instability and Strain Localization for Superplastic Deformation,” Plastic and Viscoplastic Response of Materials and Metal Forming, Proceedings of the Eighth International Symposium on Plasticity and Its Current Applications (ed. by A.S. Khan, H. Zhang, and Y. Yuan), Whistler, Canada, pp.472-474, 2000.

- [15] Cheng, J.H. and Chung, L.C., "The Analysis of Instability and Strain Concentration During Superplastic Deformation," International Conference on Superplasticity in Advanced Materials, Orlando, FL, USA, 2000.
- [16] 鄭榮和、鍾禮全, "超塑性變形失穩及應變集中現象之分析", 中華民國第二十三屆全國力學會議論文集, 卷二, 頁 56-63, 1999。
- [17] 鄭榮和、鍾禮全, "超塑性 Ti-6Al-4V 板材的失穩分析及破壞判準", 中華民國第二十五屆全國力學會議論文摘要集, 頁 150, 2001。
- [18] 黃承照、鄭榮和、黃坤祥, "粉末燒結孔隙材料之鍛粗分析", 中華民國力學學會第二十三屆全國力學會議論文集, 卷三, 頁 125-132, 1999。
- [19] 黃承照、鄭榮和, "粉末燒結材料應用於傳動構件之鍛造模擬", 中國機械工程學會第十七屆全國學術研討會論文集, 2000。
- [20] 鄭榮和, 粉末燒結材料鍛造成形之模擬與實作, 國科會專題研究計畫成果報告, NSC 89-2212-E-002-111。
- [21] Huang, C.C. and Cheng, J.H., "Forging Simulation of Sintered Powder Compacts under Various Frictional Conditions," accepted by the Int. J. Mech. Sci. (Reference No.: SR/2000/5345), 12 December (2001).
- [22] Huang, C.C. and Cheng, J.H., "Forging analysis of sintered powder compact," In: Simulation of Material Processing: Theory, Methods and Application, edited by K.I. Mori, Swets & Zeitlinger, Lisse, The Netherlands, pp. 1039-1045, 2001.
- [23] 鄭榮和、胡斯遠, "氣渦輪機組件焊補變形之研究", 中華民國第二十四屆全國力學會議論文集, 頁 ATM 24/F221-228, 2000。
- [24] 鄭榮和、胡斯遠、黃偉誠, "發電機組關鍵組件壽命評估&修護技術研究," 台電修護處委託研究計劃期末報告, 2001。
- [25] 曹榮明、鄭榮和、林俊彬, "牙周膜之黏彈性行為," 中華民國第二十四屆全國力學會議論文集, K008, 2000。
- [26] Tsao, J.M., Lin, C.P. and Cheng, J.H., "A Nonlinear Model to Simulate the Viscoelastic Behavior of Periodontal Ligament," International Society of Biomechanics, XVIIIth Congress, O348, 2001.
- [27] Tsao, J.M., Cheng, J.H., and Lin, C.P., "The Creep Source and the Volumetric and Deviatoric Viscoelastic models of Periodontal Ligament," International Conference on Biomechanics combined with the Annual Scientific Meeting of Taiwanese Society of Biomechanics, O35, 2001.
- [28] 鄭榮和、黎龍芳, "齒輪幫浦容積效率與公差配合之改善", 中華民國第二十四屆全國力學會議論文摘要集, 頁 F-30, 2000。
- [29] 鄭榮和、許嘉元, "金屬密封塑性變形研究", 國立台灣大學機械工程研究所碩士論文, 2000。
- [30] 鄭榮和、許嘉元、洪正凡、鍾允昇, "密封機制與洩漏特型分析," 中華民國第二十五屆全國力學會議論文摘要集, 頁 140, 2001。
- [31] 鄭榮和、洪正凡、葉宏揚, "隔膜閥設計與壽命測試", 工業技術研究院分包學術機構研究計劃, 2001。
- [32] Harris, C.E., et al., "An assessment of the state-of-the-art in the design and manufacturing of large composite structures for aerospace vehicles," NASA/TM-2001-210844, Langley Research Center, Hampton, Virginia, 2001.
- [33] Herakovich, C. T., Mechanics of Fibrous Composites, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998.
- [34] Hashin, Z., "Failure criteria for unidirectional fiber composites," J. Appl. Mech.-T. ASME, Vol. 47, pp. 329-334, 1980.

- [35] Reifsnider, K. L., Proceeding of 14th Annual Society of Engineering Science Meeting, Lehigh University, Bethlehem, PA, pp.14-16, 1977.
- [36] Reifsnider, K.L., Damage and Damage Mechanics, Fatigue of Composite Materials, Elsevier Science Publishers B.V., pp. 11-77, 1991.
- [37] J. Lemaitre, A Course on Damage Mechanics, Berlin, Springer-Verlag, 1992.
- [38] J. D. Eshelby, "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems," Proceedings of the Royal Society, London, Series A, Vol. 240, pp. 367-396, 1957.
- [39] 杜善儀, 王彪, 複合材料細觀力學, 北京, 科學出版社, 1997.
- [40] 余壽文, 馮西橋, 損傷力學, 北京, 清華大學出版社, 1997.
- [41] Q. S. Zheng & J. Betten, "On damage effective stress and equivalence hypothesis," Int. J. Damage Mech. Vol. 6, pp.319-340, 1996.
- [42] 高蘊昕, 鄭泉水, 余壽文, 各向同性彈性損傷的雙標量描述, 力學學報, Vol. 28, pp. 542-549, 1996.
- [43] Hashin, Z., "Analysis of cracked laminates: a variational approach," Mech. Mater., Vol. 13, pp.121-136, 1991.
- [44] McCartney, L.N., "Theory of stress transfer in a 0-90-0 cross ply laminate containing a parallel array of transverse cracks," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 40, pp.27-68, 1992.
- [45] Lee, J.W., Allen, D.H. and Harris, C.E., "Internal state variable approach for predicting stiffness reductions in fibrous laminated composites with matrix cracks," J. Comp. Mater., Vol. 23, pp.1273-1291, 1989.
- [46] Ladeveze, P., "A damage computational method for composite structure," Comput. Struct., Vol. 44, pp.79-87, 1992.
- [47] Rosem, B.W., "Mechanics of composite strengthening in fiber composite materials," American Society for Metals, Metals Park, Ohio, pp. 37-75, 1965.
- [48] Argon, A.S., Fracture of Composites in Treatises on Materials Science and Technology, Academic Press, New York, Vol. 1, pp. 79-114, 1972.
- [49] Budiansky, B., "Micromechanics," Comput Struct., Vol. 17, pp. 3-12, 1983.
- [50] Lom, K.H. and Chim, E.S.M., "Compressive failure mechanisms in unidirectional composites," J. Reinf. Plast. Compos., Vol. 11, pp. 838-896, 1992.
- [51] Shuxin, L., Cangru, J. and Songlin, H., "Modeling of the characteristics of fiber-reinforced composite materials damaged by matrix-cracking," Comp. Sci. Tech., Vol.43, pp. 185-195, 1992.
- [52] Aboudi, J., "Interface Damage," Damage Mechanics of Composite Material, Chap. 7, edit by R. Talreja, Elsevier Science B.V., The Netherlands, 1994.
- [53] Allix, O. and Ladeveze, P., "Interlaminar interface modeling for the prediction of delamination," Comp. Struct., Vol. 22, pp.235-242, 1992.
- [54] Chaboche, J.L., Girard, R. and Lévassieur, P., "On the interface debonding models," Int. J. Damage Mech., Vol.6, pp. 220-257, 1997.
- [55] Needleman, A., "A continuum model for void nucleation by inclusion debonding," J. Appl. Mech., Vol. 54, pp.525-531, 1987.
- [56] Tvergaard, V., "Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal," Mater. Sci. Eng., Vol. A125, pp. 203-213, 1990.
- [57] Sun, C.T and Chen, J.L. "A simple flow rule for characterizing nonlinear behavior of fiber composites," J. of Composite Materials, Vol. 23, pp. 1009-1020, 1989.
- [58] Shahid, I. and Chang, F.K., "An accumulative damage model for tensile and shear failure of laminated composite plate," J. Compos. Mater., Vol. 29, pp.926-981, 1995.
- [59] Matzenmiller, A., Lubliner, J. and Taylor, R.L., "A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites," Mech. Mater., Vol. 20, pp. 125-152, 1995.
- [60] Lubliner, J., Plasticity Theory, Macmillan Publishing, New York, 1990.