

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

部分電極壓電陶瓷板的動態特性分析及實驗(2/2)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC92-2212-E-002-093-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

執行單位：國立臺灣大學機械工程學系暨研究所

計畫主持人：馬劍清

計畫參與人員：林育志、黃育熙

報告類型：完整報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 93 年 8 月 10 日

部分電極壓電陶瓷板的動態特性分析及實驗

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 92-2212-E-002-093-

執行期間：91年8月1日至93年7月31日

計畫主持人：馬劍清

共同主持人：

計畫參與人員：林育志，黃育熙

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：國立臺灣大學機械工程系

中華民國 93 年 8 月 1 日

中文摘要

關鍵詞：電子斑點干涉術、部分電極、壓電陶瓷板、共振頻率、模態

本計畫將探討應用性頗廣的壓電陶瓷材料的振動問題，國內近十年來也投入大量的研究人力及經費作相關的研發工作，而大部分的研究皆僅在於純理論及數值計算，本研究計畫將整合且有系統地包含理論建立，數值計算以及實驗量測，針對壓電陶瓷材料板在不同電極條件下作完整的探究，以便理論、數值及實驗能互相驗證。實驗主要以電子斑點干涉術的實驗方法對壓電材料板作全域性的面外及面內振動模態以及共振頻率量測，並配合阻抗分析的結果作深入之探討，除此之外亦將應用有限元素數值計算作相關問題的理論研究並與實驗結果作比較。本研究計畫為兩年期計畫，第一年主要探討方形板之問題而第二年則為圓形板。

英文摘要

Keywords: ESPI, partially-electrode, piezoceramic plate, resonant frequency, mode shape.

The experimental measurement of resonant frequencies for the piezoceramic plate is generally performed by the impedance analysis. In this project we employ an optical interferometry method called the amplitude-fluctuation electronic speckle pattern interferometry (AF-ESPI) to investigate the vibration characteristics of partially-electrode piezoceramic plates. As compared with the film recording and optical reconstruction procedures used for holographic interferometry, the interferometric fringes of AF-ESPI are produced instantly by a video recording system. Based on the fact that clear fringe patterns measured by the AF-ESPI method will be shown only at resonant frequencies, both the resonant frequencies and corresponding mode shapes are obtained experimentally at the same time. The out-of-plane and in-plane vibration modes of piezoceramic plates will be discussed in this project. The numerical finite element calculations are also performed, and the results will be compared with the experimental measurements. This is a two-year project, the first year is focused on square plates and the second year investigates circular plates.

前言

壓電陶瓷材料由於其機電耦合係數高，易於加工，價格低廉，材料特性穩定以及特性可隨意組成作多樣變化等優點，目前已成為壓電材料應用之主流。它廣泛地被應用在通訊、電腦、水底探勘、軍事與醫學等方面。其中壓電陶瓷圓盤因為幾何形狀簡單且製造較容易，因此是壓電陶瓷材料分析研究或實際應用當中經常使用的外形。在壓電陶瓷材料的應用上，通常是給予電流使其產生機械振動而作為致動結構，或是使其振動或變形而由正壓電效應產生電能作為感測元件，因此對壓電材料之動態特性分析乃是十分重要之工作。而目前電子斑點干涉術 (ESPI) 由於其具備即時 (real time)、全域 (full field)、非接觸式 (non-contact) 並可同時得到共振頻率及振形等優點，目前已成為動態量測的重要技術。此外由於壓電陶瓷材料機械場及電場的耦合，不同電極設計將影響壓電陶瓷材料的動態特性，而且對電極之切割或設計成本低廉，因此我們可以在低成本的條件下藉著改變其表面披覆電極的形狀與面積來獲得理想之機電耦合係數及適當的振動模態。本研究將使用三種實驗技術—AF-ESPI, LDV 和阻抗分析以及有限元素分析來針對各種不同形狀之切割電極壓電陶瓷圓盤和全電極之圓

盤其面外與面內模態振動特性作詳細的分析與比較

研究目的

由於壓電陶瓷材料具有機械與電學耦合之特性，因此披覆於其上之電極形狀將改變壓電陶瓷圓盤的機械能與電能之轉換，進而對於其振動特性有很大的影響。所以在本研究中將以有限元素法(FEM)數值分析配合光學全域式的振幅變動電子斑點干涉術(Amplitude-fluctuation electronic speckle pattern interferometry, AF-ESPI)以及逐點式的雷射都卜勒干涉儀(Laser Doppler Vibrometer, LDV)和阻抗分析儀(Impedance Analyzer)三種實驗量測方式來探討不同之電極切割方式對壓電陶瓷圓盤振動特性的影響，以了解設計不同電極來得到適用於各種應用方面之振動特性的可行性，以期能對於將來發展出較高機電耦合係數的電極披覆方式有所幫助。

文獻探討

由於壓電性質可以將電能與機械能相互轉換，近年來已使得壓電材料廣泛應用於換能器、致動器、感測器、變壓器以及濾波器等種種元件，其中又以壓電陶瓷材料因價格低廉、機電耦合係數高及加工容易等優點而成為壓電材料應用

之主力，因此也有許多壓電陶瓷材料的相關研究。然而壓電陶瓷複雜的材料行為使得不論是理論或實驗分析都十分困難，也因此許多研究與應用都針對在分析上可以作簡化假設之薄板或薄球殼。Mindlin (1952)以 Cauchy 級數展開法及 Kirchhoff 變分法將三維壓電運動化簡為二維問題，並分析彎曲、厚度剪切與厚度扭轉三種振動模態之振動特性。Eer Nisse (1967)以變分法分析壓電圓盤之振動問題，並將其結果與 Shaw (1956)的實驗結果作比較；Holland(1968a, 1968b)利用 Rayleigh-Ritz 法研究壓電平板的伸張模態及壓電長方體的擴張模態；Boriseiko 和 Ulitko (1974)對機械變數給予 Kirchhoff-Love 的假設以計算薄壁球殼的軸對稱振動近似解；Kunkel、Locke 及 Pikeroen (1990)以有限元素法之計算研究壓電陶瓷圓板在不同直徑厚度比下之振動模態之變化，藉此提供超音波換能器最佳化的幾何設計參數；Guo、Cawley 及 Hitchings (1992)則比較直徑厚度比為 10 與 20 之振動特性，並且將振動模態作了徑向(radial)、邊緣(edge)、厚度剪切(thickness shear)、厚度延伸(thickness extensional)、長度延展(length expander)與高頻徑向(high frequency radial)等六種形式之分類；Rogacheva (1994)則探討了不同極化方向之壓電薄殼的振動問題。Hayliger 和 Ramirez (2000)建立一套分析多層壓電平板及圓盤振動的理論，它結合了在厚度方向上

之一維有限元素與平面上之 Ritz 法解析解，與其他平板理論分析結果比較十分吻合，而且對於具不同材料層而有不連續剪應變與電位移的計算與其他模型相較尤其準確。

壓電材料的動態特性是其在工業應用上最重要的一環，而非接觸式的全像術為動態量測中相當重要的方法。其中均時 ESPI 技術 (time-averaged ESPI method) 是最廣為使用的振動量測技術 (Jones 及 Wykes, 1989)。Butters 及 Leendertz (1971) 最先利用這項技術量測圓板的面外振動模態，之後 Løkberg (1980, 1984) 則延續其研究並對一系列物體的振動模態進行定性觀測；例如 Høgmoe 及 Løkberg (1977) 在均時 ESPI 量測系統中加入參考光相位調制技術 (reference beam modulation)，可針對微小振動振幅及相位進行即時量測，大幅提高 ESPI 在振動量測上的解析度；Slettemoen (1980) 則利用一斑點形式的參考光配合大數值孔徑的 ESPI 進行系統的改良，藉此降低斑點所造成的雜訊，並提供具較佳對比的干涉影像；Nakadate (1986) 利用斑點干涉圖的相移技術 (phase shifting technique) 配合電腦影像處理技術對鋁板的面外振動振幅及斜率進行實驗研究。Løkberg (1988) 則在 ESPI 光學系統中加入長聚焦長度的鏡頭，使該系統可量測路徑差達 200 公尺物體的振動特性；Boxiang Lu 等人 (1988) 則設計一具備影像解旋轉

(image-derotated) 功能的 ESPI 系統來分析旋轉中圓碟的共振模態；Shellabear 與 Tyrer (1985) 使用均時 ESPI 方法對高功率超音波加工元件結構的面外及面內振動進行量測與分析。Ellingsrud 及 Rosvold (1992) 在 ESPI 系統中加入數位影像處理技術、正弦相位調制技術及相移技術，可對振幅量低於 $\frac{\lambda}{20}$ 的待測物，進行全場振幅及相位分佈的量測，在干涉影像上同時應用多張影像相加造成斑點平均降低系統雜訊及提高系統的解析度；Wang 等人 (1996) 更提出振幅變動電子斑點干涉術 (amplitude-fluctuation ESPI, AF-ESPI)，且比較了影像訊號相加法 (video-signal-addition method)、影像訊號相減法 (video-signal-subtraction method) 與 AF-ESPI 三種影像處理方法，其中 AF-ESPI 之原理與影像訊號相減類似，只是參考影像為在動態中抓取，而此兩張動態影像之振幅由力感測器 (force sensor) 偵測發現振幅有微量變動，因此推導出 AF-ESPI 之基本理論；研究中並以面外量測架設與這三種影像處理法對單邊固定複合材料平板進行面外振動分析，發現 AF-ESPI 影像訊號動態即時相減技術大大提升了條紋清晰度與解析度；之後，Ma 和 Huang (1998, 2001a, 2001b, 2002) 以 AF-ESPI 及 FEM 對各種幾何形狀的壓電元件以及切割電極和含裂紋的壓電陶瓷平板之三維振動特性進行詳細探討；Lin, Huang 及 Ma (2002) 也利用 AF-ESPI 配合 LDV 量測技術

來分析壓電懸臂量的振動模態與頻率，並與 Galerkin 法所推得的理論解析及有限元素分析結果作比較，所有的實驗與理論值都十分一致。Lin 和 Ma(2002)更以 AF-ESPI 探討了積層式壓電致動器的振動特性，其結果與有限元素分析結果亦相當吻合。

為了獲得適當的模態以及機電耦合係數，陸續有多研究致力於探討改變壓電材料的披覆電極形狀或大小對其振動特性的影響。Schmidt (1971)推導了不同披覆電極大小之薄板的徑向伸展振動，並計算第一個共振頻率與電極面大小的關係，進而與實驗值相比較；Andrushchenko 等人 (1975)探討了切割許多環狀電極並給予不同電壓連接方式的壓電陶瓷圓盤之機電耦合係數變化，發現在適當的電極數目與分佈下，可以獲得最佳的機電耦合係數，且用 PZT-19 壓電陶瓷圓盤作實驗驗證。Karlash 等人(1977)計算了環狀切割電極下之徑向伸展模態共振與反共振頻率；Vovkodav, Karlash 和 Ulitko (1979) 在壓電陶瓷圓盤上作數個徑向切割，並給予相鄰電極區相反之電位，而計算其機電耦合係數；Ivina (2001)以有限元素法分析部分電極壓電陶瓷圓盤的厚度對稱振動，並且分析電極面大小對共振與反共振頻率的影響。

研究方法與理論

本節主要介紹本研究中所使用之實驗技術以及基本的壓電理論。實驗技術主要有三種，即電子斑點干涉術、雷射都卜勒干涉儀及阻抗分析儀。

1. 電子斑點干涉術

干涉術 (Interferometry) 主要是利用兩道同頻光之一所入射之物體表面發生變形時將造成光程的變化，此光程的變化會反映在這兩道光干涉光場相位之改變，因而產生明暗相間的條紋，這些條紋和物體表面的變形有直接之關係。電子斑點干涉術 (ESPI) 則是一種利用影像感測元件及電子處理技術來記錄低空間頻率 (low spatial frequency) 全像圖的干涉術，由於其即時、全域、非接觸式，並且可以同時得到共振頻率與振形等優點，已被廣為應用在動態量測上。根據所量測之位移方向的不同，其系統架設主要分成面外量測架構及面內量測架構兩種，其中面外架構主要是針對垂直於物體表面位移之量測，而面內架構則是針對平行物體表面位移之量測；因此若將面外及面內架構組合在一起，則可獲得物體表面完整的三維變形資訊。在振動的量測方面，由於屬於穩態的動態特性，其質點的運動對時間而言為週期性的變化，故最方便且最常用的方法就是均時法 (time-averaging

method)。均時法的特點主要在 CCD 的曝光時間內連續攫取並儲存振動中的物體在一段時間內的影像，故系統所需的元件並不昂貴且對週遭環境的要求較低。由於物體節線區 (nodal area) 質點有較亮的影像，所以我們可以很容易從全場干涉圖中判斷節線的位置，若以數學關係式表示，均時法所得的條紋都是由零階貝索函數 (zero-order Bessel function) 所調制，這種現象與實驗所觀察到的情況相符。接下來我們將對電子斑點干涉術面外及面內振動量測原理與實驗架設作詳細的說明。

(1) 面外振動的量測

A. 面外量測原理：

當物體振動前，在成像平面 (image plane) 上的某點，其所受合成光之強度可表為

$$I_1 = I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos \phi \quad (1)$$

其中 I_o 是物光的光強度， I_r 是參考光的光強度， ϕ 為物光與參考光的相位差。

在物體開始振動後，自物體某點散射的物光有一相位改變 $\Delta\phi$ ，若物體振動時此點之振幅為 A ，則此相位差可表為：

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \frac{2\pi}{\lambda} A(1 + \cos \theta_0) \cos \omega t \\ &= \Gamma A \cos \omega t \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda}(1 + \cos \theta_0)$ 為靈敏度向量的值，其大小與系統架設相關， θ_0 為物光與觀測方向 (z 軸) 之夾角， ω 為振動的角頻率。

由於 CCD 的取像時間內，會不斷的累積物體在不同時刻之振動影像，因此可視為直接對影像相加再對時間取平均，因此當物體處於振動狀態時，CCD 相機所記錄之光強度為其平均值 I_2 ，且

$$I_2 = I_o + I_r + \frac{2}{\tau} \sqrt{I_o I_r} \int_0^\tau \cos[\phi + \Gamma A \cos \omega t] dt \quad (3)$$

首先要對 (3) 式進行簡化之步驟後再作積分，即

$$\begin{aligned} \int_0^\tau \cos[\phi + \Gamma A \cos \omega t] dt &= \text{Re} \left\{ \int_0^\tau \exp[i\phi + i\Gamma A \cos \omega t] dt \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ e^{i\phi} \int_0^\tau \exp[i\Gamma A \cos \omega t] dt \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ e^{i\phi} \int_0^\tau \sum_{-\infty}^{\infty} J_n(\Gamma A) e^{in(\frac{\pi}{2} - \omega t)} dt \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ e^{i\phi} \sum_{-\infty}^{\infty} J_n(\Gamma A) e^{in\frac{\pi}{2}} \frac{e^{-in\omega\tau} - 1}{-in\omega} \right\} \end{aligned}$$

若 $\tau = \frac{2k\pi}{\omega}$ (或 $\tau \gg \frac{2k\pi}{\omega}$)，則除非 $n=0$ ，否則其值為 0，故上式

之積分值為
$$\int_0^\tau \cos[\phi + \Gamma A \cos \omega t] dt = \tau(\cos \phi) J_0(\Gamma A)$$

因此

$$I_2 = I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} (\cos \phi) J_0(\Gamma A) \quad (4)$$

其中 $J_0(\Gamma A)$ 為零階貝索函數，由 (4) 式中可以發現在 CCD 攫取的一張振動均時影像中，振動振幅 A 的訊息已包含在 J_0 函數內，但因為前面兩項直流項的干擾往往會使後方 J_0 調制項內包含的振幅訊息不容易出現，為了消除這類直流項的干擾，大多使用 PZT 微動裝置，微幅變更參考光的光程，使 (4)

式中的 $\cos\phi$ 變成 $\cos(\phi+\pi)$ ，再利用影像相減方式將兩振動影像進行相減處理即可將直流項完全消除並讓後方 J_0 調制項直接顯現其特徵，然而這種作法往往必須在光程控制上非常精確，而且在光程的控制上也都需要昂貴之微動控制設備來配合，因此在 1996 年，由清華大學王偉中教授首先提出振幅變動電子斑點干涉術 (Amplitude-fluctuation ESPI, AF-ESPI)，主要是利用兩振動振幅存在適當變化的振動影像進行影像相減處理，接下來將對 AF-ESPI 的理論進行詳細的探討。

首先於試片振動時，存取一張影像作為參考，而其光強度如式 (3) 所示為

$$I_1 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \{ I_O + I_R + 2\sqrt{I_O I_R} \cos[\phi + \frac{2\pi}{\lambda}(1 + \cos\theta_0)A \cos \omega t] \} dt \quad (5)$$

其中 τ : CCD 取像時間， I_O : 物光光強

I_R : 參考光光強， ϕ : 參考光與物光之相位差

θ_0 : 物光與觀測方向 (z 軸) 之夾角

A : 振幅， ω : 振動角頻率

若令 $\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda}(1 + \cos\theta_0)$ ，且仿照影像相減法之推導方式，則參考影像之光強度 I_1 為

$$I_1 = I_O + I_R + 2\sqrt{I_O I_R} (\cos\phi) J_0(\Gamma A) \quad (6)$$

於試片振動過程中，繼續存取第二張影像，而且假設振幅產生了 ΔA 之微量變化，則此時之光強度為：

$$I_2 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \{ I_O + I_R + 2\sqrt{I_O I_R} \cos[\phi + \Gamma(A + \Delta A) \cos \omega t] \} dt \quad (7)$$

先討論

$$\begin{aligned}
 & \int_0^\tau \cos[\phi + \Gamma(A + \Delta A) \cos \omega t] dt \\
 &= \text{Re}\{e^{i\phi} \int_0^\tau \exp[i\Gamma(A + \Delta A) \cos \omega t] dt\} \\
 &= \text{Re}\{e^{i\phi} \int_0^\tau \exp[i\Gamma A \cos \omega t] \exp[i\Gamma \Delta A \cos \omega t] dt\}
 \end{aligned}$$

對 $\exp[i\Gamma \Delta A \cos \omega t]$ 做泰勒級數展開後，忽略三次以上之高次項，並將其代入上式積分之，則可得到

$$\int_0^\tau \cos[\phi + \Gamma(A + \Delta A) \cos \omega t] dt = \tau \left[1 - \frac{1}{4} \Gamma^2 (\Delta A)^2\right] J_0(\Gamma A)$$

故第二張影像之光強度

$$I_2 = I_O + I_R + 2\sqrt{I_O I_R} (\cos \phi) \left[1 - \frac{1}{4} \Gamma^2 (\Delta A)^2\right] J_0(\Gamma A) \quad (8)$$

若將第二張影像與第一張之參考影像作相減，即式(8)減(6)，並經整流後顯示在螢幕上，其光強度可表為

$$\begin{aligned}
 I &= I_2 - I_1 = 2\sqrt{I_O I_R} \left| (\cos \phi) \frac{1}{4} \Gamma^2 (\Delta A)^2 J_0(\Gamma A) \right| \\
 &= \frac{\sqrt{I_O I_R}}{2} \left| (\cos \phi) \Gamma^2 (\Delta A)^2 J_0(\Gamma A) \right|
 \end{aligned} \quad (9)$$

由式(9)可觀察得知，振動振幅係由 $|J_0(\Gamma A)|$ 函數所調制，由 $|J_0|$ 函數的特性可知：當振動振幅 $A=0$ 時， $|J_0(\Gamma A)|$ 為最大值，因此恰好對應物面節線區的影像亮度是最亮的實驗結果。

B. 面外量測的光學系統架設

面外振動的光學架設如圖 1 所示，一氦氖雷射光 (He-Ne laser) 經由雷射管射出後，利用一可調式的分光鏡 (beamsplitter) 將其分隔為物光及參考光兩道光束，這種可調式分光元件可視物面之反射情況適當調整其穿透及反射之

比例，以提高干涉後之影像對比，其中物光直接穿過分光元件並經空間濾波器 (spatial filter) 擴散至試片表面，參考光則是經分光元件反射後，透過反射鏡導引和空間濾波器擴光後，投射至一參考平板 (reference plate)，再經參考平板漫反射後造成一種光斑式的參考光 (speckled reference beam)，如此一來可避免鏡面光產生之光暈現象，這道光斑式的參考光再透過另一分光鏡 (beamsplitter) 而與物光同軸進入並聚焦於 CCD 相機 (Pulnix TM-7CN) 的感光平面上。此一聚焦的光斑場可經由影像攫取卡 (frame grabber) 將 CCD 的類比訊號轉成數位訊號，並由電腦存取其條紋影像。實驗過程中，我們是利用函數產生器 (Hewlett Packard, HP-33120A) 輸出穩態正弦信號，透過功率放大器 (NF Electronic Instruments 4005 type) 放大後提供給壓電試片適當的激振電壓，並一面慢慢改變函數產生器的信號頻率，一面藉由影像攫取系統抓取一張振動中影像當作參考影像，並與之後連續抓入的試體振動影像進行及時相減處理；由此產生的干涉條紋即為位移等高線，而整張影像便是全場振動振幅分佈圖，亦稱為模態圖，此模態圖可即時展示在電腦螢幕上。當電壓之頻率在試片的自然頻率附近時，我們即可在電腦螢幕上看到較模糊的干涉條紋慢慢行程，當電壓之頻率達到試片之自然頻率時，試片即發生共振而有最大之位移量，此時條紋最為清楚而密集，

我們將這時的共振頻率紀錄下來並儲存模態圖作後續的影像處理。

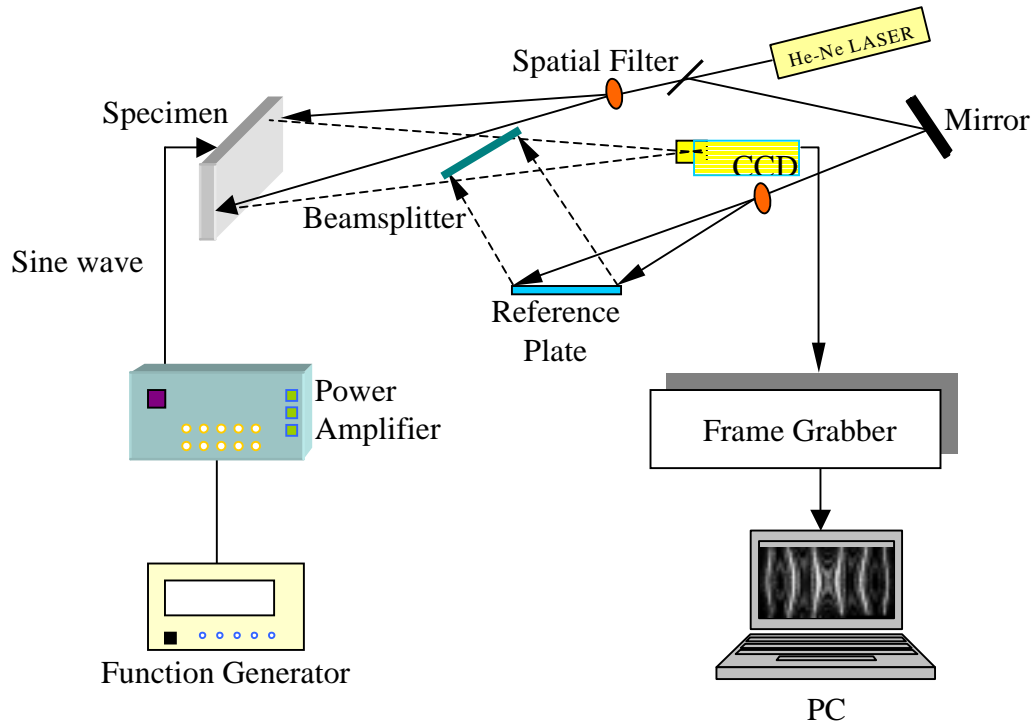


圖 1 面外振動的光學架設

(2) 面內振動的量測

A. 面內量測原理：

假設面內振動之振幅為 A' ，則當試片振動時，面內振動

的位移引起的相位改變為 (Wykes, 1982)

$$\begin{aligned}\Delta\phi' &= \frac{2\pi}{\lambda}(2A' \cos \omega t \sin \theta') \\ &= \Gamma'A' \cos \omega t\end{aligned}\quad (10)$$

其中 $\Gamma' = \frac{2\pi}{\lambda}(2 \sin \theta')$ ， θ' 為兩對稱物光夾角之半。

根據式 (8)，可得到參考影像之光強度如下

$$I_1 = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \{I_o + I_R + 2\sqrt{I_o I_R} \cos[\phi + \Gamma'A' \cos \omega t] dt\} \quad (11)$$

仿照面外位移之推導方式，可將上式化減為：

$$I_1 = I_o + I_R + 2\sqrt{I_o I_R} (\cos \phi) J_0(\Gamma'A') \quad (12)$$

同樣地，若假設存取第二張影像時振幅作了 $\Delta A'$ 之變化，則此時之光強度為

$$I_2 = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \{I_o + I_R + 2\sqrt{I_o I_R} \cos[\phi + \Gamma'(A' + \Delta A') \cos \omega t] dt\} \quad (13)$$

根據面外位移之推導方式，將上式做泰勒級數展開，且忽略高次項而積分之，再將第二張影像與第一張之參考影像作相減，則可得整流後之光強度為

$$I = I_2 - I_1 = \frac{\sqrt{I_o I_R}}{2} |(\cos \phi) \Gamma'^2 (\Delta A')^2 J_0(\Gamma'A')| \quad (14)$$

由式 (14) 之結果可知，利用面內位移方式量測振動，其相減後之影像亮、暗紋亦是由 $|J_0(\Gamma'A')|$ 所調制。

B. 面內量測的光學系統架設

圖 2 則是量測面內振動 (in-plane vibration) 的光學架設圖，與面外振動的量測架設稍有不同。首先雷射光束經分光元件分成兩道光，再以平面反射鏡將這兩道光與物體表面法

線方向成等角度入射，經由空間濾波器 (spatial filter) 將光擴散到待測物體的表面上，CCD 相機則置於物體的法線方向上，並且對焦在物體的待測表面上。當物體振動時，其位移造成入射光相角變化，因而產生兩道光相互干涉的明暗條紋。此一條紋影像同樣經由影像擷取卡將之轉成數位訊號而由電腦存取。

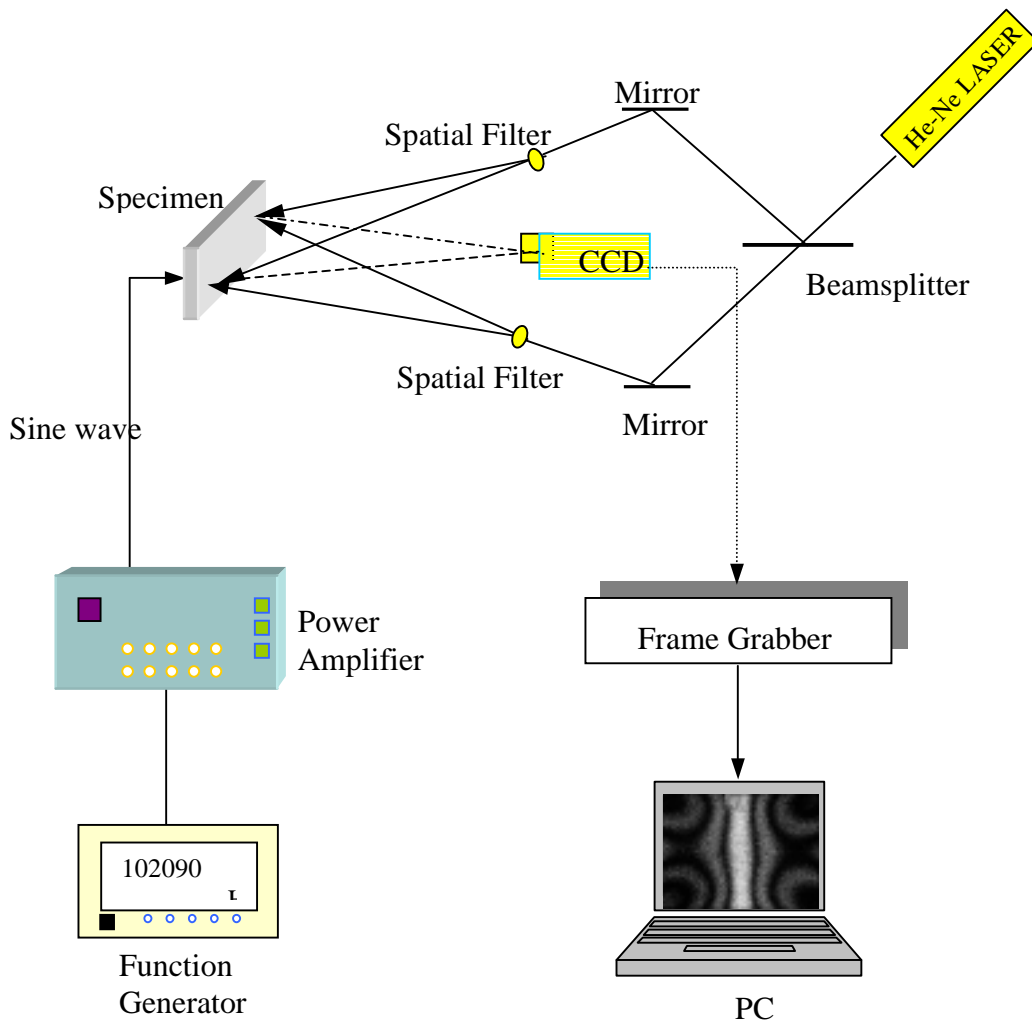


圖 2 面內振動之光學架設

(3)面外振動量測與面內振動量測的比較

由上述有關量測面外與面內振動之 AF-ESPI 理論推導以及實驗架設介紹，我們可知雖然兩者之架設上有所差異，但不論是面外或面內振動，其干涉條紋皆是由零階貝索函數 J_0 所調制，形成在試片節線處為亮紋，位移越大越暗之明暗條紋。兩者之差異僅存在於靈敏度向量，而靈敏度向量則與其光學架設有關，例如在面外架設情況下，其靈敏度向量為 $\Gamma = \frac{2\pi(1 + \cos\theta_0)}{\lambda}$ ，而在面內架設下其靈敏度向量則為 $\Gamma' = \frac{4\pi \sin\theta'}{\lambda}$ 。靈敏度越高時，同樣之位移所量測到之條紋數越多。在理想情況中， $\theta_0 = 0^\circ$ ， $\theta' = 90^\circ$ ，此時面內與面外架設之靈敏度相同，第一條條紋的位移量約為 $0.122 \mu\text{m}$ 。而在本研究實際之架設中，由於侷限於光學元件在空間上相對位置之互相影響以及光線難以接近 90° 角入射物體等因素，我們一般是以 $\theta_0 = 17^\circ$ ， $\theta' = 72^\circ$ 之角度入射待測物，此時面外架設之靈敏度稍高於面內架設。由於每次架設上光線入射角皆有所差異，因此我們並無法由面外量測與面內量測所得到的兩張影像其條紋數來準確比較其位移量之多寡。不過一般來說，由於兩者靈敏度相差並不多，因此在相同之激振電壓下，當面內或面外其中一張影像極模糊而另一張條紋數多且清楚時，我們可以判斷後者的位移量應當是較大的。

2. 雷射都卜勒振動儀

(1) 簡介

由於近年來奈米技術蓬勃發展，從製造至量測都仰賴更高的精度需求，因此傳統的接觸式振動量測工具已經不敷所需。因為光學量測是以雷射光波長作為量測基準，一般可以達到次微米的精度，本研究用以量測面外振動之雷射都卜勒振動儀在其光學機械架構與信號解相方法之改進下，甚至使其精度達到奈米等級。此系統為華錦光電科技公司與台灣大學應用力學研究所微機電系統研究室共同研發製成的干涉儀系統，並命名為 AVID (Advanced Vibrometer/Interferometer Device) 系統，這套系統主要是採用邁克森干涉儀的基本架設並利用都卜勒原理，以兩組相互正交的圓偏振干涉信號來避免物體振動方向在量測上的不可分辨性，可直接由正交信號來辨別物體位移的方向，同時大幅提高量測頻寬，再配合創新的信號解相方式及光學量測頭的調整機構使其量測精度可高達 0.1nm 並具備由 DC 至 20MHz 的信號頻寬。

與傳統之干涉儀相較，AVID 之特點為：1. 量測物表面不需特別處理 2. 須有絕對與相對位移量測 3. 高解析度達奈米級 4. 寬頻域。下面幾節將對 AVID 系統的基本理論與量測方

式作一說明。

(2)雷射都卜勒振動儀的量測原理

AVID 系統光學量測的主要架設如圖 3 所示。光源的部分採用一穩頻的氦氖雷射 (He-Ne laser)，經過一單模偏振光纖耦合進入到光學系統內，光纖末端連接一旋轉鏡 (rotatable mount)，雷射光可沿旋轉軸射出線性偏振光，當此偏振光入射到偏振分光鏡 (PBS1) 時，會被分光成兩束光 (E_{01} 及 E_{02})，其中 E_{02} 穿過 PBS1 為水平偏振光， E_{01} 由 PBS1 反射為垂直偏振光。為了使去光及回光沿不同路徑前進，使調整上更為簡易，在系統中使 E_{02} 經透鏡 L_1 以離軸方式聚焦於物面上，另一道 E_{01} 則照射於一角鏡 (corner cube) 並由角鏡直接反射充當參考光束，此兩束回光的強度可利用旋轉雷射光入射於 PBS1 的角度來進行調整，通常為了避免背景光造成雜訊，大多將兩束光調成相同的強度。當這兩束回光在 PBS1 重合後其偏振狀態並未受到改變仍為相互正交的線性偏振光，在此分別以 E_1 及 E_2 表示，此時由於物體的運動會因為都卜勒效應而造成頻率的變化

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{i2\pi f_1 t}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e^{i[2\pi(f_1 + f_d)t + \phi]}$$

(15)

(15) 中 f_i 為雷射光的頻率， $f_d = \frac{2V}{\lambda}$ 代表因為待測物表面運動所造成的都卜勒頻移。再使這兩束回光經由一片快軸與兩束光偏振狀態呈 45° 的 $\frac{1}{4}$ 波片後，其中水平偏振光會轉換成右旋圓偏振光，而垂直偏振光則會轉換成左旋圓偏振光，這種轉換可利用 Jones matrix 及 Jones vector 來表示：

對一片快軸與兩束光偏振狀態呈 45° 的 $\frac{1}{4}$ 波片而言，其 Jones matrix 為 $\begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$ ，水平偏振光的 Jones vector 則可表

成 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ，經過這片 $\frac{1}{4}$ 波片後，其 Jones vector 變成

$\begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} i \\ 1 \end{bmatrix}$ ，同理垂直偏振光的 Jones vector 可表成

$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，經過這片 $\frac{1}{4}$ 波片後，其 Jones vector 變成

$$\begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix},$$

若兩束光的振幅相同，則其合成光可表成

$$E = \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} e^{i[2\pi(f_i+f_d)t+\phi]} + \begin{bmatrix} i \\ 1 \end{bmatrix} e^{i2\pi f_i t} \quad (16)$$

由於左旋圓偏振光及右旋圓偏振光的等效合成為一線偏振光，因此 (16) 表示的等效光場可視為一線性偏振光，其偏振方向與 x 軸剛好呈現 $\frac{(2\pi f_d t + \phi)}{2}$ 角。在量測原理上由於待測物的移動可能會造成左右旋圓偏振光旋轉速度的變化，雖然其等效光仍為線偏振光但其合成光之振動方向實際上已旋轉了一個角度，為了方便光感測器的感測，必須將這種線偏振

光轉換成兩組正交的強度信號，這種轉換可透過一片非偏振分光鏡（NPBS）及線偏振片即可將其轉換成兩組明暗的光信號，其中

$$\begin{aligned} A &\propto 1 + \sin[2\pi f_d t + \phi] \\ B &\propto 1 + \cos[2\pi f_d t + \phi] \end{aligned} \quad (17)$$

由（17）出正交信號 A 及 B 分別含有一直流項，要進行後方調制項的信號解相處理往往會使相關電路的設計變得複雜，因此在這裏是利用電子相減處理方式將信號中的直流項消除，這種作法可藉由兩片偏振方向相隔 45° 的線偏振片將強度信號輸出變成四組，並透過後方四個光電二極體檢測出，這四組強度輸出信號可表成

$$\begin{aligned} I_1 &= 1 + \sin[2\pi f_d t + \phi], I_2 = 1 + \cos[2\pi f_d t + \phi] \\ I_3 &= 1 - \sin[2\pi f_d t + \phi], I_4 = 1 - \cos[2\pi f_d t + \phi] \end{aligned}$$

（18）

再取 $(I_1 - I_3)$ 及 $(I_2 - I_4)$ 來進行信號解相，這兩個信號分別是正弦及餘弦信號，若將 $(I_1 - I_3)$ 放在 x 軸， $(I_2 - I_4)$ 放在 y 軸，當（16）等效偏振光的電振動方向旋轉 360° 時，則會出現圓或橢圓的情況，對應到物體運動剛好是待測物位移 $\frac{\lambda}{2}$ 。因此對待測物的相關位移 D 可藉由下式計算：

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{I_1 - I_3}{I_2 - I_4}\right)$$

$$D = \frac{\theta}{2\pi} \times \frac{\lambda}{2} \quad (19)$$

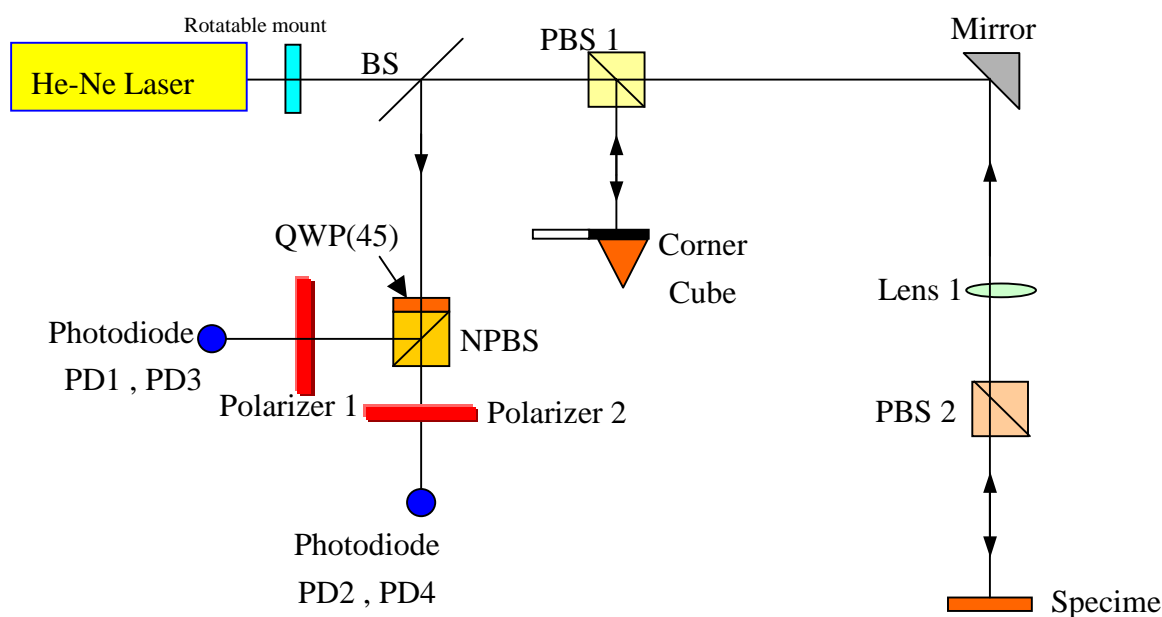


圖 3 都卜勒振動儀的光學架設

(3) LDV-DSA 量測架構說明

由於本文中使用的雷射都卜勒振動儀內建一套動態信號分析儀 (dynamic signal analyzer, DSA)，可將雷射都卜勒振動儀的量測功能與動態信號分析儀的分析功能進行完美結合而構建出一套完整的振動量測及分析設備，在本文中將以 LDV-DSA 來代表整個量測及分析架構。LDV 中內建的動態信號分析儀主要包含一任意波形產生卡 (waveform generator card) 及由 *Labview*TM 軟體所撰寫的動態信號分析軟體，其量測及分析方式主要是藉由 LDV-DSA 內建的波形產生卡依使用

者自行設定產生掃頻正弦信號來驅動待測物，在此同時，LDV則量測待測物受到掃頻信號後產生的時域位移響應及波形產生卡衍生的正弦波信號，再透過動態信號分析軟體經由電腦來執行快速傅立葉轉換（fast Fourier transform，FFT）的處理，可將時域響應迅速轉換到頻域，得到待測物相位延遲及增益與頻率的關係圖。其中 LDV-DSA 的架構如圖 4 示

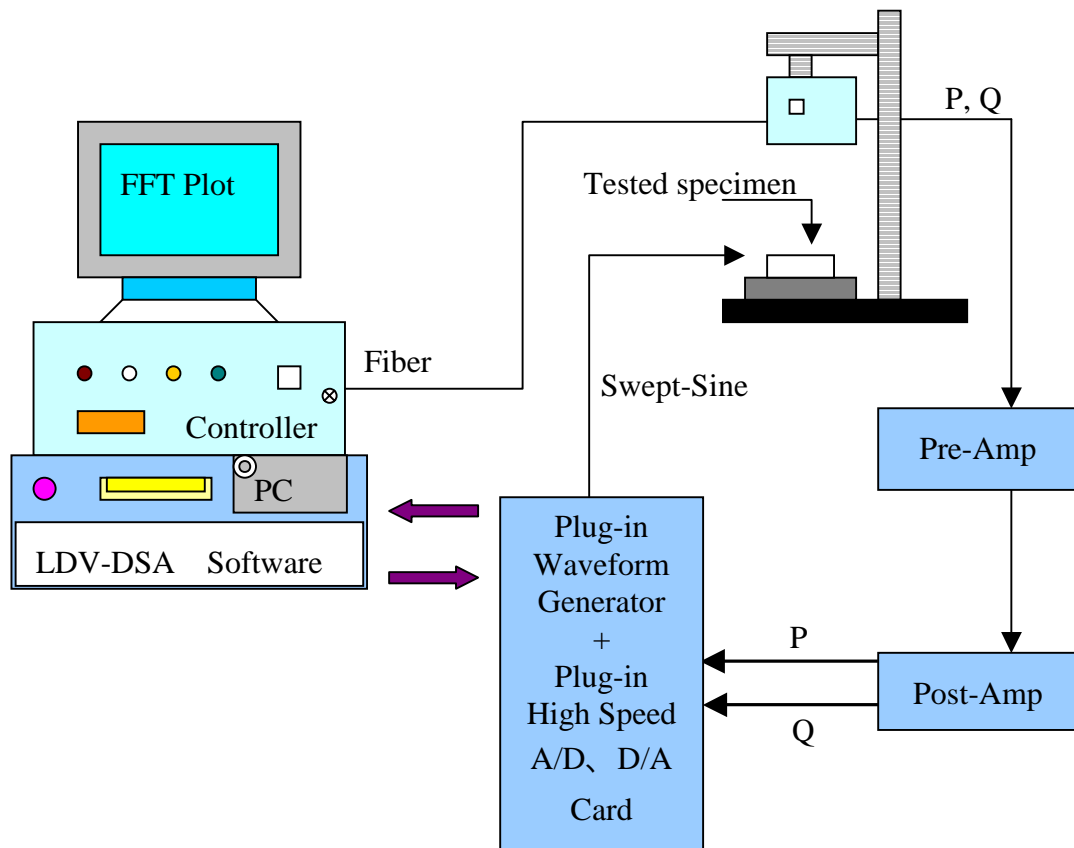


圖 4 雷射都卜勒振動儀與動態信號分析儀結合之架設圖

3. 阻抗分析

(1) 實驗設備

本研究使用如圖 5 所示之 HP4194A 阻抗分析儀量測壓電試片之共振頻率。經過適當之校正程序後，我們將壓電試片以兩條導線接至儀器中，由阻抗分析儀給予電壓 1V 的掃頻信號，便可以由儀器上看到所設定之頻率範圍的阻抗-頻率曲線。

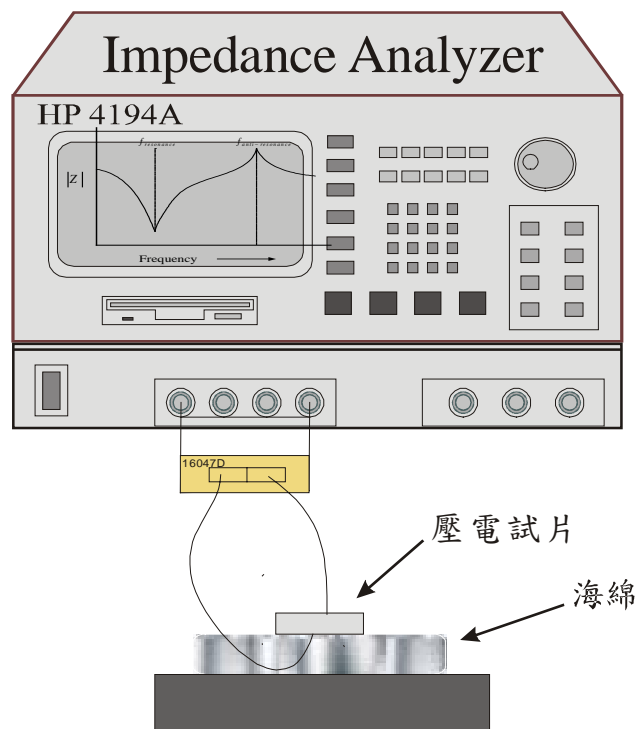


圖 5 HP4194A 阻抗分析儀

(2) 阻抗分析基本原理

倘若我們將壓電元件視為一諧振器，並將其於諧振頻率附近以等效電路表示出來，可以得到電路之阻抗值與頻率之關係，而其頻率-阻抗圖往往會伴隨一段包含共振點及反共振點的特徵曲線。所謂阻抗 (impedance) 就是待測元件 (或一具備電容、電感及電阻的電路) 對週期性電流或交流性電流所產生之總抗力。對壓電元件而言，由於輸入電能會與輸出之機械運動相互耦合，因此在壓電材料的電性阻抗 (electrical impedance) 特徵上會與其他非壓電性介電元件產生明顯的區別。

當壓電平板上下兩端面批覆電極時，可視為一自由的諧振器 (resonator)，假設無功率損失，其電阻抗可表成下式 (Daniel Royer, 2000)

$$Z_e = \frac{1}{iC_0\omega} \left[1 - K^2 \frac{\tan(\omega d / 2V_p)}{\omega d / 2V_p} \right] \quad (20)$$

其中 K^2 : 耦合係數 (coupling coefficient)， C_0 代表靜態電容 (static capacitance)， d 為平板厚度， V_p 為壓電元件的波速， $\omega = 2\pi f$ 。

若以頻率 f 為橫座標， $|Z_e|$ 為縱座標，在某一諧振頻率附近內由 (20) 所繪出的曲線如圖 6 示；當阻抗值為最低時，由 $Z_e = \frac{U}{I}$ 可知，在固定電壓的掃頻訊號下，一些特定頻率流過電流最大，此時電極面衍生的表面電荷最多，若對應電磁學

與力學物理量，電荷 q 與位移 u 相對應，電流 I 則與速度 v 相對應，因此若在壓電元件內流過電流最大反應其機械位移上則可視為共振現象。因此在頻率阻抗圖中，當阻抗值達到一局部最低時，此時所對應之頻率可視為此壓電元件之共振頻率 $f_{resonance}$ ，相反的，對應局部最高阻抗值的頻率則稱為反共振頻率 $f_{anti-resonance}$ 。

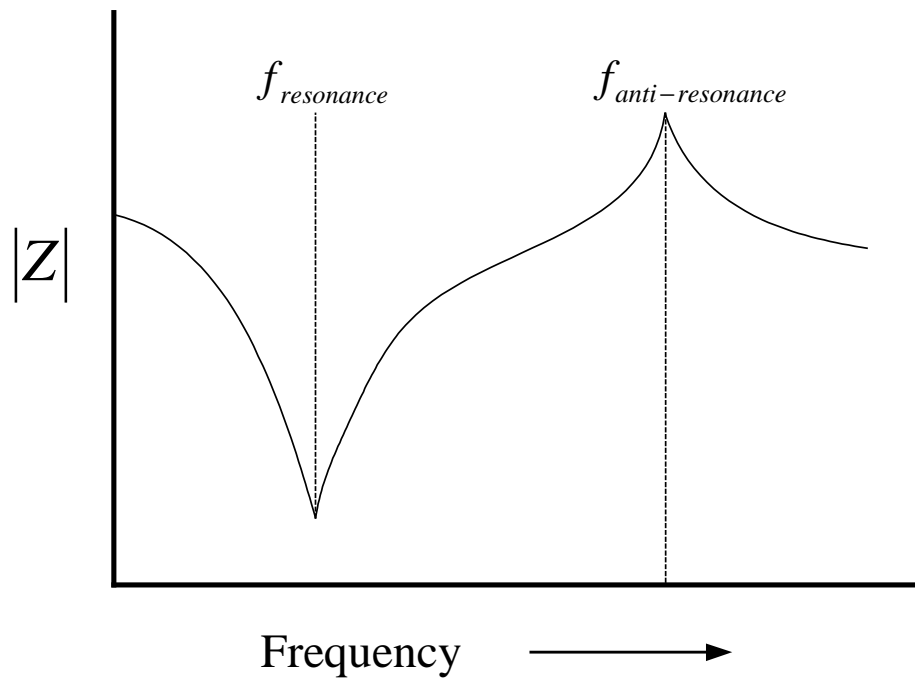


圖 6 壓電體的頻率阻抗曲線

4. 壓電理論

壓電性 (piezoelectricity) 是指電能及機械能互換的現象，包括施加應力產生電荷的正壓電效應 (direct piezoelectric effect) 與外加電場導致應變的逆壓電效應 (converse piezoelectric effect)。壓電材料的種類繁多，而目前應用極廣的壓電陶瓷 $\text{Pb}(\text{Zr},\text{Ti})\text{O}_3$ 固溶質 (通常簡稱為 PZT) 是屬於六方晶系 (6mm) 點群。

(1) 本構方程式 (constitutive equation)

在忽略磁場效應下，我們定義 H ，電焓 (electric enthalpy) 密度為

$$H = U - E_i D_i \quad (21)$$

而根據熱力學第一與第二定律，

$$dU = dQ + dW \quad (22)$$

$$dU = \theta d\Sigma + E_i dD_i + \sigma_{ij} dS_{ij} \quad (23)$$

其中 U 為內能密度 (internal energy density)； dQ 為系統吸收的熱； dW 為所作的功； σ_{ij} 為應力 (stress)； S_{ij} 為應變 (strain)； E_i 為電場 (electric field)； D_i 為電位移 (electric displacement)； Σ 為熵 (entropy)； θ 為溫度 (temperature)。

在絕熱之假設下

$$\dot{H} = \sigma_{ij} \dot{S}_{ij} - D_i \dot{E}_i \quad (24)$$

而

$$\mathbb{H} = \frac{\partial H}{\partial S_{ij}} \mathbb{S}_{ij} + \frac{\partial H}{\partial E_i} \mathbb{E}_i \quad (25)$$

因此

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial H}{\partial S_{ij}}, \quad D_i = -\frac{\partial H}{\partial E_i} \quad (26)$$

假設此壓電材料為線性， H 可用二次式之方式表達如下

$$H = \frac{1}{2} c_{ijkl}^E S_{ij} S_{kl} - e_{kij} E_k S_{ij} - \frac{1}{2} \epsilon_{ij}^S E_i E_j \quad (27)$$

其中 $c_{ijkl}^E = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial S_{kl}}$: 固定電場下勁度係數 (stiffness constants)

$e_{kij} = \frac{\partial D_k}{\partial S_{ij}}$: 壓電應力常數 (piezoelectric stress constants)

$\epsilon_{ij}^S = \frac{\partial D_i}{\partial E_j}$: 固定應變下之介電常數 (dielectric constants)

由式(26)與式(27)，我們可得到壓電材料的本構方程式如下

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_i = e_{ikl} S_{kl} + \epsilon_{ij}^S E_j \end{cases} \quad (28)$$

我們將應力及應變等機械量之方向用 1~6 之數字表示，而電場、電位移之方向用 1~3 之數字表示，則(28)可以簡化為

$$\begin{cases} T_p = C_{pq}^E S_q - e_{kp} E_k \\ D_i = e_{iq} S_q + \epsilon_{ik}^S E_k \end{cases} \quad (29)$$

其中 $i, j, k, l = 1, 2, 3$ 而 $p, q = 1 \sim 6$ 。

若以應力與電場為獨立變數，則

$$\begin{cases} S_p = s_{pq}^E T_q + d_{ip} E_i \\ D_i = d_{iq} T_q + \varepsilon_{ij}^T E_j \end{cases} \quad (30)$$

其中 $s_{pq}^E = \frac{\partial S_p}{\partial T_q}$: 固定電場下之柔度常數 (compliance constants)

$d_{ip} = \frac{\partial D_i}{\partial T_q}$: 壓電應變常數 (piezoelectric strain constants)

$\varepsilon_{ij}^T = \frac{\partial D_i}{\partial E_j}$: 固定應力下之介電常數 (dielectric constants)

式(29)中勁度常數 C_{pq}^E 有 21 個獨立常數，壓電常數 e_{ip} 有 18 個，介電常數 ε_{ij}^s 有 6 個，因此要正確描述壓電材料之材料行為總共需 45 個材料常數。然而在實際應用上，由於晶體的對稱性而使得多數的常數為零。本研究中所使用之壓電陶瓷極化 (polarization) 方向為厚度方向，對稱性與六方晶系 (6mm) 者相似，其本構方程式以圓柱座標表示可以矩陣方式表為

$$\begin{bmatrix} e_{rr} \\ e_{\theta\theta} \\ e_{zz} \\ e_{\theta z} \\ e_{rz} \\ e_{r\theta} \\ D_r \\ D_\theta \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{rz} \\ \sigma_{r\theta} \\ E_r \\ E_\theta \\ E_z \end{bmatrix} \quad (31)$$

其中

$s_{11}^E, s_{12}^E, s_{13}^E, s_{33}^E, s_{44}^E, s_{66}^E$ 為柔度常數 (compliance constants) ;

d_{15}, d_{31}, d_{33} 為壓電常數 (piezoelectric constants) ;

$\varepsilon_{11}^T, \varepsilon_{33}^T$ 為介電常數 (dielectric constants) ;

D_r, D_θ, D_z 為電位移 (electrical displacement components) ;

E_r, E_θ, E_z 為電場 (electrical fields)。

(2) 運動方程式 (equation of motion)

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i \quad (32)$$

其中 ρ 為密度， u_i 為位移

(3) 應變-位移關係式 (strain-displacement relations)

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (33)$$

(4) 靜電方程式 (charge equation of electrostatics)

假設壓電材料內部沒有電荷流動之情況下

$$\frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial D_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} D_r + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 0. \quad (34)$$

(5) 電場 - 電位能關係式 (electric field-electric potential relations)

$$E_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r}, \quad E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}, \quad E_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (35)$$

其中 ϕ 為電位能 (electrical potential)。

由式(31)~ (35)，配合邊界條件，便可解出 σ_{ij} 、 S_{ij} 、 u_i 、 D_i 、 E_k 、 ϕ 等各物理場量。

實驗分析與結果討論

一. 環狀切割電極壓電陶瓷圓盤振動特性分析

(1) 簡介

本節使用直徑 30mm，厚度 1mm 之壓電陶瓷圓盤作環狀電極切割。此試片是由德國 Physik Instrumente 公司所生產，型號為 PIC-151 的壓電陶瓷圓盤，極化方向是沿著厚度方向。這類型壓電陶瓷是由鋁鈦酸鉛（PZT）材料所製成，相關之材料係數及外觀如表 1 及圖 7 所示。我們沿著直徑 15mm 之圓環作上下平面電極之環狀切割，並給予三種不同的接電方式，如圖 8 (a)~(c)所示。

表 1 壓電陶瓷圓盤之材料係數

QUALITY	PIC-151
$C_{11}^E (N/m^2)$	10.76×10^{10}
C_{12}^E	6.313×10^{10}
C_{13}^E	6.386×10^{10}
C_{33}^E	10.04×10^{10}
C_{44}^E	1.962×10^{10}
C_{66}^E	2.224×10^{10}
$e_{31} (N/Vm)$	-9.52
e_{33}	15.14
e_{15}	11.97
$\rho (Kg/m^3)$	7800
$\epsilon_{11}^s / \epsilon_0$	1111
$\epsilon_{33}^s / \epsilon_0$	925
ϵ_0	8.85×10^{-12}

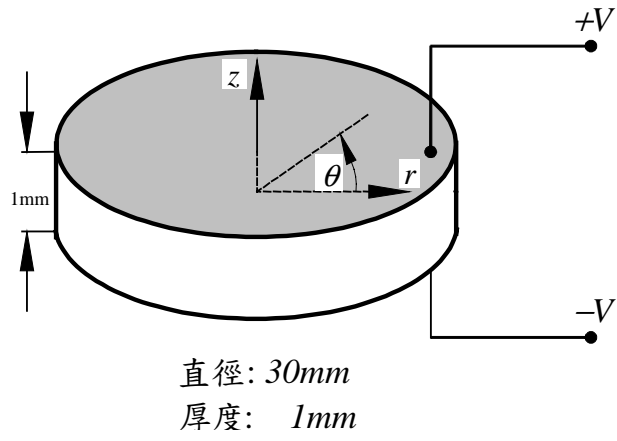


圖 7 壓電圓盤之外關及尺寸示意圖

Case I :

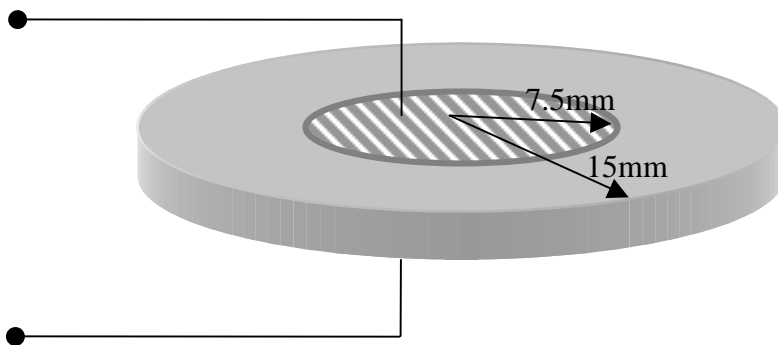


圖 8 (a)環狀切割電極壓電陶瓷圓盤第一種電極連接方式

Case II :

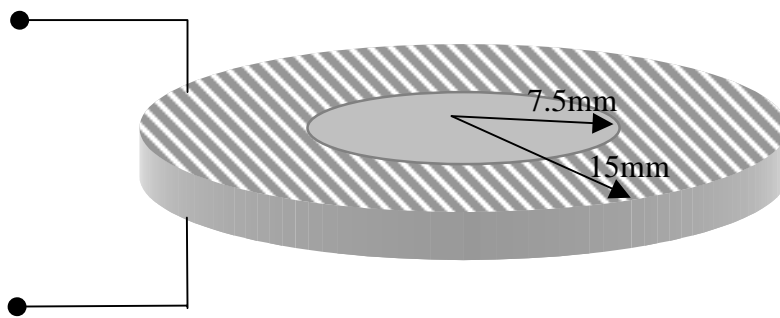


圖 8 (b)環狀切割電極壓電陶瓷圓盤第二種電極連接方式

Case III :

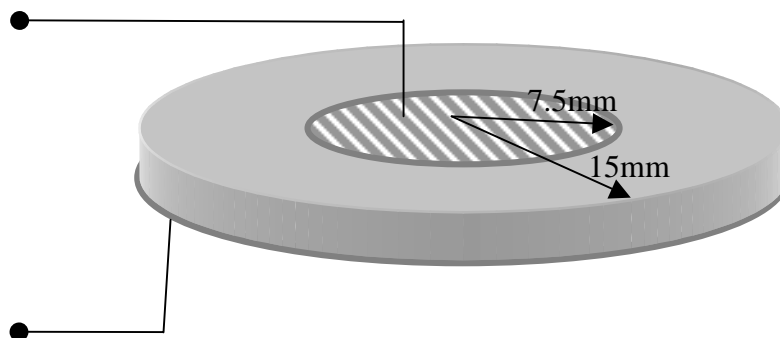


圖 8(c)環狀切割電極壓電陶瓷圓盤第三種電極連接方式

(a)第一種電極連接方式：

將壓電陶瓷圓盤上下表面環狀切割中央的圓形部分電極通以交流電。

(b)第二種電極連接方式：

將壓電陶瓷圓盤上下表面環狀切割周圍的環形部分電極接上交流電。

(c) 第三種電極連接方式：

將壓電陶瓷圓盤上表面的圓形部分電極與下表面的環形部分電極分別接上正負電壓。

我們將這三種不同電極連接方式的壓電陶瓷圓盤振動特性與第三章所分析的全電極壓電陶瓷圓盤作比較。

由於每一片壓電陶瓷圓盤之材料常數與尺寸因製程上之變數而存在些微的差異，使用本節之電極設計可以利用同一片壓電陶瓷圓盤來研究不同之電極連接方式對其振動特性之影響，排除不同試片間材料及幾何形狀個別差異之因素。

(2) 環狀切割電極振動特性實驗量測與數值分析

本節利用 AF-ESPI 實驗技術、阻抗分析與 FEM 分析來作部份電極壓電陶瓷圓盤的振動特性研究。AF-ESPI 所得到之面外與面內共振模式的振形與共振頻率如圖 9 與圖 10 所示。三種電極連接方式的阻抗分析曲線則如圖 11(a)~(c)。

在有限元素分析的部分，本節亦使用 ABAQUS 有限元素分析軟體作環狀切割部分電極壓電陶瓷圓盤共振模式的擷取。所用的元素是 C3D20RE 三維固體壓電元素，總共使用 425 個元素。由 AF-ESPI、阻抗分析與 FEM 分析所得到的環

狀部分電極第一種與第二種電極連接方式壓電陶瓷圓盤之面外與面內模態共振頻率比較如表 2 (a)、(b)與表 3 (a)、(b)所示。

(3) 結果與討論

圖 9 與圖 10 為不同電極連接方式之環狀切割電極壓電陶瓷圓盤面外與面內共振模態振型與頻率圖。由圖 9 可以看出，這三種電極設計並不影響面外模態之振形，也幾乎不影響其共振頻率。但是若同時與全電極壓電陶瓷圓盤之模態振形相較，我們發現環狀部分電極使得某些面外模態較難激振而有較模糊的振形甚或無法激振。第一種電極設計除了第一、第二與第八個模態可以較清楚被激振外，其餘皆十分模糊或無法激振；第二種電極設計除了第七與第八個模態較為模糊外，其餘皆可以輕易地被激振，為三種電極設計所激發之模態數最多、振形較為清楚且條紋較多者；而第三種電極設計則除了第二與第八個模態非常清楚外，其餘皆模糊或無發激振。在振動頻率的比較上，第一種電極設計的第二與第八個模態之振頻稍低於第二種，其餘模態都較高。在面內模態部分，我們由表 3(a)、(b)以及阻抗分析曲線圖 11(a)~(c)可以看出，AF-ESPI 實驗結果與阻抗分析結果相當接近，且前三個模態都是第一種電極設計之振頻較高。另外我們觀察

圖 10 可以發現，雖然第一種電極設計激發之面內模態數較多，但以振形清晰度而言，仍以第二種電極設計最佳，因為其電極涵蓋面積較大；而第三種電極設計所激發之面內模態最少。不過在 AF-ESPI 面內架設之實驗過程中，我們卻分別在 57650Hz、147050Hz 及 201100Hz 處看到一些模態。對照阻抗分析圖 11(c)，我們發現確有一些極值在這幾個頻率處發生。我們進一步以面外架設之 AF-ESPI 實驗來看這幾個頻率的面外振形，將可發現這些都屬於類似第二與第八個面外模態一樣同心圓的面外運動振形而且面外振形頗為清楚，而 57650Hz、147050Hz 及 201100Hz 這三個模態正是第三、第五與第六個同心圓面外振形的模態，如圖 12 所示。因此我們在阻抗分析曲線圖 11 (c)與面內架設 AF-ESPI 所看到的這三個模態並不屬於面內模態，而是面外模態之面內運動分量。我們推論由於第三種環狀部分電極之電極連接方式有助於同心圓面外振型之模態的面外運動之激振，因此導致這幾個模態運動量大並引發足夠在阻抗分析上量測出來的面內位移分量。如果我們看三種電極設計的阻抗分析曲線圖 11 (a)~(c)，我們可以看到第一種與第二種電極設計雖改變了面內模態之共振頻率，但基本上其阻抗分析與 AF-ESPI 實驗所能量測到的都是與全電極一樣的模態，但是第三種電極設計的阻抗曲線則多了許多小小的極值。我們推論這些都是面外模態運動

所引發之面內位移分量。所以第三種電極連接方式雖然使其阻抗曲線看起來多了很多模態，但除了位移量小而難以激發的幾個面內模態外，其餘為面外模態。因此我們認為，第三種環狀切割部分電極設計可以改變共振模態之位移量，使具有同心圓振形的模態增加總位移量並且變得較容易被激發，同樣不同電極設計也使得某些模態難以激發。

在有限元素分析上，我們從表 2(a)、(b)可以看出，面外模態的振動頻率除了第八個模態外，其餘模態都是第二種電極連接方式稍低於第一種，但兩種電極設計之共振頻率差異十分有限；而表 3(a)、(b)中則可以發現第一與第二種電極設計之面內模態振頻差異較面外模態為大，而第二種電極設計之頻率除了第二個面內模態之外，其餘三個都比第一種高，此與實驗分析中前三個模態皆第一種電極設計頻率高於第二種之結果並不相同。然而大致而言，不論是面外或是面內模態，AF-ESPI 實驗結果與 FEM 分析結果誤差在 9% 以下。

此外，為了了解共振頻率與環形切割電極面積大小之關係，我們假設 a 為內圈圓形電極的外徑與圓盤外徑之比或是外圈環形電極的內徑與圓盤外徑之比，用 FEM 計算了 $a=0\sim 1$ 中十一個不同 a 值下之共振頻率，如圖 13(a)、13(b)所示。在第一種電極設計中， $a=0$ 代表圓盤上下兩面完全沒有電極，而 $a=1$ 則代表全電極；圖 13 (a)顯示出前五個模態的共振頻

率隨著電極面的增加而下降，下降曲線則隨著模態數增加而有較多的上下波動；頻率下降的原因乃由於電極面的增加會降低剛性，使得壓電陶瓷圓盤振動較為容易。在第二種電極設計中， $a=0$ 代表圓盤為全電極，而 $a=1$ 則代表無電極；我們從圖 13 (b)看出其頻率隨著電極面之減少而逐漸增加，增加的曲線變化跟第一種電極連接法相似，也是模態數越高，曲線彎曲越多。電極面之大小與形狀對壓電圓盤共振頻率的重大影響如此可見一斑。

綜合以上所述，在本節中 AF-ESPI 實驗技術、阻抗分析及 FEM 分析對於環狀切割電極之振動特性有一致而完整的分析結果，使我們對於不同環狀切割電極設計對壓電陶瓷圓盤振動特性之影響有更深入的了解。

二. 徑向切割電極壓電圓盤振動特性分析

(1) 簡介

本節所使用之壓電陶瓷圓盤與上一節同樣為直徑 30mm，厚度 1mm，由德國 Physik Instrumente 公司所生產，型號為 PIC-151 的壓電陶瓷圓盤，其極化方向是沿著厚度方向。相關之材料係數及尺寸如表 1 及圖 7 所示。由於每一片壓電陶瓷圓盤在製程上之差異而使得其尺寸與材料性質存在些微不同，導致其振動特性也不盡相同。為了降低不同試片

造成之變數，我們選擇下列四種電極切割方式，以便我們可以使用同一試片來做不同電極切割方式之研究：

第一種電極切割方式：為沒有任何切割之全電極。為了方便描述與比較我們將其列出並稱為第一種電極切割方式。其上下兩面都披覆完整之電極，如圖 14(a)所示。

第二種電極切割方式：將其中一個電極面沿著直徑作切割，並將直徑一側與另一面之電極面通以交流電。如圖 14(b)所示。

第三種電極切割方式：兩面都沿直徑作切割，交流電連接於上下兩面之同一側，如圖 14 (c)所示。

第四種電極切割方式：壓電陶瓷圓盤的兩面同第三種電極切割一樣都作直徑方向之切割，但不同的是我們將電流接在上下兩面之不同側。如圖 14 (d)所示。

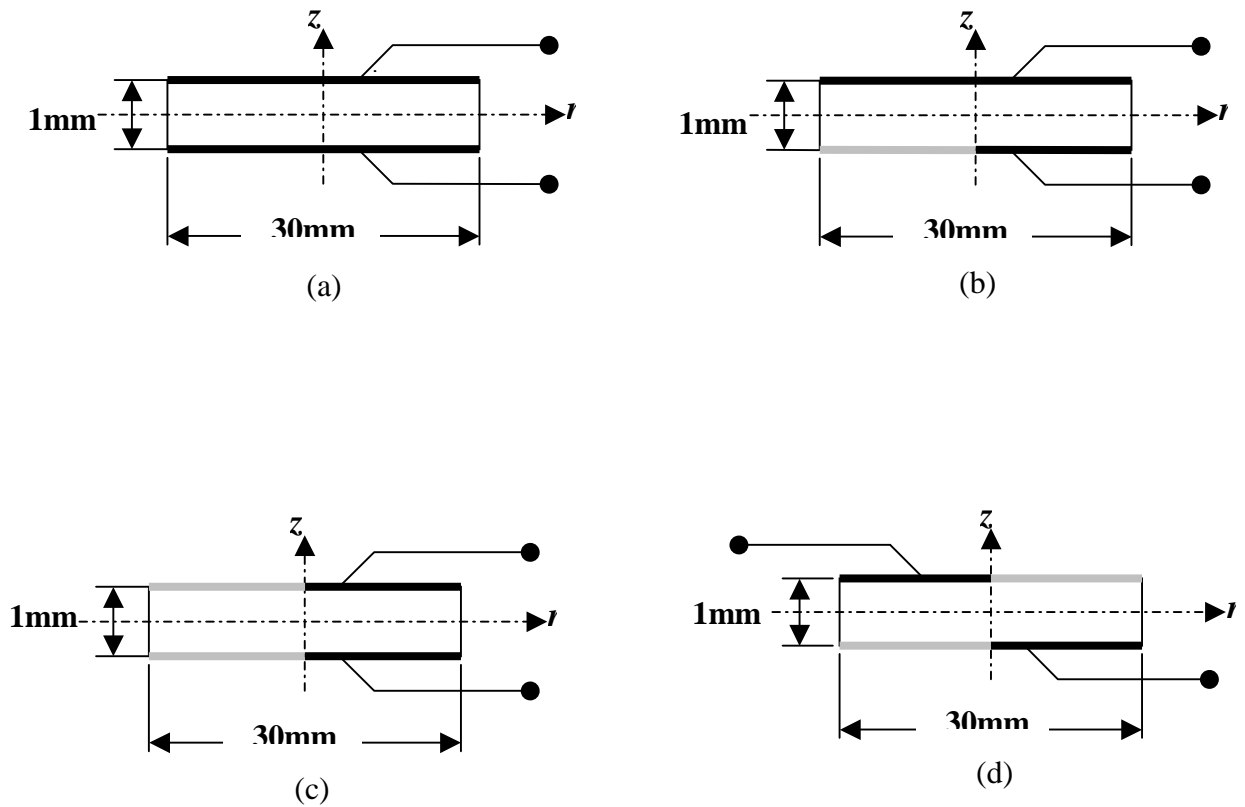


圖 14 四種徑向切割電極示意圖

(2) 徑向切割電極振動特性實驗量測與數值分析結果與討論

在本節中我們利用 AF-ESPI、LDV 及阻抗分析作徑向切割電極壓電陶瓷圓盤其彎曲振動模態與徑向伸展模態共振頻率的量測，而其中 AF-ESPI 更可以同時獲得共振模態振形。另外並以 ABAQUS 有限元素分析軟體來分析其振動特性，並與實驗結果作比較。圖 15 為 AF-ESPI 與 FEM 所分析之壓電陶瓷圓盤前八個面外模態之振形。在 FEM 模態圖中其虛線代表負方向之位移，實線代表正方向之位移，而實線與虛線中間的部份為節線，相當於 AF-ESPI 實驗結果中壓電陶瓷圓盤

共振時的最亮條紋。由此圖中我們可以看出，面外模態之振形幾乎不受電極切割方式的影響。而所有的模態振形中，除了第四種電極切割方式的第八個模態外都相當清楚。除了 AF-ESPI 之外，我們也使用 LDV 來量測四種部分電極壓電陶瓷圓盤彎曲伸展模態的共振頻率，其頻率響應曲線如圖 16(a)~(d)所示，由圖 16(d)可以發現第四種電極切割方式的第八個模態也未能在頻率響應圖中看到。由這兩種實驗技術的結果我們可以推論，第四種電極切割方式對於第八個面外模態較不易激發。

表 4 為由 AF-ESPI、LDV 及 FEM 所分析之前八個彎曲面外模態的共振頻率比較，其中之誤差(error)是以 AF-ESPI 的實驗結果為基準。由此表我們可以知道，不同的電極切割方式對於面外模態共振頻率也沒有很大的影響。AF-ESPI 和 LDV 兩種實驗技術所量測的共振頻率差異在 3% 以下。而有限元素法對不同電極切割方式之分析結果其差異都在千分之一以內。

由 AF-ESPI 及 FEM 所得到的面內模態之振形如圖 17~20 所示。U、V 分別為垂直與平行於電極切割線方向的位移。而由 AF-ESPI、阻抗分析及有限元素分析所得到的面內模態共振頻率結果列於表 5 中。圖 17~20 及表 5 只有將實驗可以激發出來的模態列出，對於 FEM 分析中許多阻抗分析及

AF-ESPI 量測不到的模態我們將不作討論。由於第三種電極切割方式所激發出來的模態最多，我們在表中所標示的模態號碼乃根據第三種切割方式，而不同電極切割方式所激發出來的相似模態我們給予同樣的模態編號。我們發現不同電極切割方式下之面內模態的振動特性與面外模態有很大的不同。在面外模態中，共振模態振形與頻率幾乎不受電極切割方式之影響；然而在面內模態中，四種電極切割方式所能激發出來的共振模態及其頻率乃有很大之差異。在面外模態中，只有對稱模態可以激發出來，而在面內模態裡，第二和第三種電極切割方式都可以激發出許多的不對稱模態。

由於電阻抗在共振頻率發生時會達到一個極小值，因此我們也可以由阻抗分析得到壓電陶瓷圓盤的共振頻率。本章亦使用了 HP4194A 阻抗分析儀 (HP4194A impedance/gain-phase analyzer) 作部份電極壓電陶瓷圓盤之阻抗分析。圖 21(a)、(b) 為部分電極壓電陶瓷圓盤的阻抗曲線。圖中的極大和極小值分別代表了壓電陶瓷圓盤的反共振和共振頻率。由圖中可以看出曲線上這些極值皆為面內模態之共振頻。在 100Hz~450kHz 的頻率範圍之內，第一種電極切割方式(全電極)的壓電陶瓷圓盤有四個面內模態共振頻率，第二種電極切割方式有十個共振頻率，而第三種切割方式有十六個之多，第四種電極切割則只有三個共振頻率。這

些共振頻率及對應的共振模態振形分別列於表 4 及圖 17~20 中。

由於第一種電極切割方式為全電極，因此其激發之面內模態皆為對稱模態，而其 U、V 方向之位移應該相同，由圖 17 可以看到 U、V 方向位移之振形都一樣。此種全電極在其他的研究中較常見到。而圖 17 中第四個模態振形較為模糊，實驗過程中需要較高電壓來激振，在圖 21 (a)之阻抗曲線中也較不明顯。由於第二及第三種電極切割及接電方式為左右不對稱，因此其激發之面內模態為不對稱模態，U、V 方向位移振形也就不相同，如圖 18、19 所示。我們從阻抗曲線圖 21 (a)、(b)中可以看到許多的極值出現，代表這兩種切割方式增加了許多可激發出的面內模態。而第四種切割方式只有三個面內模態，如圖 20 及 21(b)所示。然而，在此種切割方式中，我們卻可以輕易激發十七個面外模態。因此我們可以看出電極切割方式對於壓電陶瓷圓盤之振動特性有很大之影響。

由 AF-ESPI、阻抗分析及有限元素分析所得到之部分電極壓電陶瓷圓盤面內模態共振頻率差異列於表 5 中。AF-ESPI 與阻抗分析實驗結果差異在 1% 以內，而 AF-ESPI 與 FEM 分析結果差異則在 9% 以下。因此我們可以說，由 AF-ESPI 實驗所得到之部分電極壓電陶瓷圓盤共振頻率與阻抗分析結果十

分接近，而與有限元素分析結果則稍有差異，其中尤以第一和第四種電極切割方式差異較大。事實上當頻率越高時，有限元素分析結果也越不準確。

為了更進一步了解電極切割方式對於振動特性之影響，我們針對低頻(小於阻抗分析曲線中第一個極值之頻率範圍)作詳細的阻抗分析，亦即縮小掃頻範圍並將每個小範圍局部放大來看。Huang et al. (2003)在他的研究中提到，面外模態的共振頻率並無法由阻抗分析量測出來，而面內模態則可以在阻抗分析曲線上看出明顯的變化。在本研究中，第一至第三種電極切割方式在低於第一個面內模態之頻率範圍內都只是平滑的曲線，但是第四種切割方式則可以看到許多的小變化，如圖 22 所示。這些變化若沒有縮小掃頻範圍細部來看是看不出來的。而值得注意的是，由各項實驗及分析顯示，這些小極值都對應到了面外模態的共振頻率。表 6 列出了由 LDV，阻抗分析，ESPI 及 FEM 分析在 0-75kHz 頻率範圍中的共振模態振形及頻率。這些分析結果都有很好的匹配。由表中也可以看出，並不是每個面外模態都可以顯示於阻抗分析曲線上，只有九個面外模態可以由阻抗分析看出來，而這些模態由面外架設的 AF-ESPI 及用來量測面外運動的 LDV 都可以輕易量測得到而且頻率十分吻合，由此也可以得知其為面外模態。這些面外模態之所以可由阻抗分析量測出來乃因

其雖為面外運動為主的模態卻有足夠的面內運動分量而得以在阻抗分析曲線上看到很小的極值。

(3) 結論

本研究使用了三種實驗技術及數值分析來針對四種不同電極設計的壓電陶瓷圓盤振動特性進行詳細的研究。我們同時分析了面外及面內模態在不同電極切割方式下之共振頻率及振形變化。本研究所使用之電極切割乃採用不對稱的切割方式。AF-ESPI 之量測技術由於可以得到全場之位移振形且條紋清楚，在本章中用以同時獲取部分電極壓電陶瓷圓盤之共振頻率和振形。我們並且配合了 LDV、阻抗分析及 FEM 等實驗與數值分析來與 AF-ESPI 之結果相較。我們發現在前八個面外模態中，共振模態頻率及振形幾乎不受電極切割之影響；而對面內模態而言，可以被激發之模態數和其對應之共振頻率深受不同電極設計之影響。當我們以阻抗分析儀縮小掃頻範圍對低頻部分作細部分析時可以發現，除了面內模態可以由阻抗分析上看出極值，某些面內運動量夠大之面外模態也可以呈現出很小的曲線變化。而這時由 AF-ESPI 獲取的全場振形配合有限元素分析、阻抗分析及 LDV 則可以提供完整的壓電陶瓷圓盤之振動特性資訊而對於了解電極切割對壓電陶瓷圓盤振動特性之影響有很大的幫助。

參考文獻

Andrushchenko, V. A., Vovkodav, I. F., Karlash, V. L. and Ulitko, A. F., "Coefficient of Electromechanical Coupling in Piezoceramic Disks," *Prikl. Mekh.*, **11**(4), 42-48(1975).

Boriseiko, V. A. and Ulitko, A. F., "Axisymmetric Oscillations of a Thin Piezoelectric Ceramic Spherical Shell," *Prikl. Mekh.*, **10**(10), 3-10 (1974).

Boxiang, L., Harald, A., Heiner, E. and Eckhardt, Z., "Real Time Investigation of Rotating Objects using ESPI System," *Proceedings of SPIE*, **1026**, 218-221 (1988).

Butters, J. N. and Leendertz, J. A., "Speckle Pattern and Holographic Techniques in Engineering Metrology," *Optics and Laser Technology*, **3**(1), 26-30 (1971).

Chang, S. H. and Chou, C. C., "Electromechanical Analysis of an Asymmetric Piezoelectric/Elastic Laminate Structure: Theory and Experiment," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, **46**(2), 441-451 (1999).

Chang, S. H. and Tung, Y. C., "Electro-elastic Characteristics of Asymmetric Rectangular Piezoelectric Laminate," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, **46**(4), 950-960 (1999).

Chang, S. H., Du, B. C. and Lin, J. F., "Electro-Elastic Modeling of annular Piezoceramic Actuating Disk Transducers," *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, **10**(5), 410-421 (1999).

Chen, C. Q. and Shen, Y. P., "Piezothermoelasticity Analysis for a Circular Cylindrical Shell under the State of Axisymmetric Deformation," *International Journal of Engng Sci.*, **34**(14), 1585-1600 (1996).

Chen, C. Q., Shen, Y. P. and Wang, X. M., "Exact Solution of Orthotropic Cylindrical Shell with Piezoelectric Layers under Cylindrical Bending," *International Journal of Solids Structures*, **33**(30), 4481-4494 (1996).

Eer Nisse, E. P., "Variational Method for Electroelastic Vibration Analysis," *IEEE Trans. Sonics and Ultrason.*, **SU-14**(4), 153-160 (1967).

Ekeom, D. , Dubus, B. and Granger, C., "Coupled Finite-Element Wave Number Decomposition Method for The Modeling of Piezoelectric Transducers Radiating in Fluid-Filled Boreholes," *Journal of Acoustical Society of America*, **104**(5), 2779-2789 (1998).

Ellingsrud, S. and Rosvold, G. O., "Analysis of a data-based TV-Holography System used to Measure Small Vibration Amplitudes," *Journal of Optical Society of America (A)*, **2**(10), 1629-1636 (1985).

Fung, R. F., Chao, S. C. and Kung, Y. S., "Piezothermoelastic Analysis of an Optical Beam Deflector," *Sensors and Actuators*, **A 87**, 179-187 (2001).

Guo, N., Cawley, P. and Hitchings, D., "The Finite Element Analysis of the Vibration Characteristics of Piezoelectric Discs," *Journal of Sound and Vibration*, **159**(1), 115-138 (1992).

Høgmoen, K. and Løkberg, O. J., "Detection and Measurement of Small Vibrations using Electronic Speckle Pattern Interferometry," *Applied Optics*, **16**(7), 1869-1875 (1977).

Heyliger, P. R. and Ramirez, G., "Free Vibration of Laminated Circular Piezoelectric Plates and Discs," *Journal of Engineering Mathematics*, **229**(4), 935-956 (2000).

Holland, R., "Contour Extensional Resonant Properties of Rectangular Piezoelectric Plates," *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, **SU-15**(2), 97-105 (1968a).

Holland, R., "Resonant Properties of Piezoelectric Ceramics Rectangular Parallelepipeds," *Journal of Acoustical Society of America*, **43**(5), 988-997 (1968b).

Huang, C. H. and Ma, C. C., "Vibration Characteristics for piezoelectric Cylinders using Amplitude-Fluctuation Electronic Speckle Pattern Interferometry," *AIAA Journal*, **36**(12), 2262-2268 (1998).

Ivina, N. F., "Analysis of the Natural Vibrations of Circular Piezoceramic Plates

with Partial Electrodes,” *Acoustical Physics*, **47**(6), 714-720 (2001).

Karlash, V. L., Klyushnichenko, V. A., Kramarov, Yu. A. and Ulitko, A. F., “Radial Vibrations of Thin Piezoceramic disks under a nonuniform electric load,” *Prikl. Mekh.*, **13**(8), 56-62 (1977).

Koyuncu, B., “The Investigation of High Frequency Vibration Modes of PZT-4 Transducers using ESPI Techniques with Reference Beam Modulation,” *Optics and Lasers in Engineering*, **1**(1), 37-49 (1980).

Kudryavtsev, B. A., Parton, V. Z. and Senik, N. A., *Applied Mechanics: Soviet Reviews*. Volume 2: Electromagnetoelasticity, Hemisphere Publishing Corporation, USA, (1990).

Kunkel, H.A., Locke, S. and Pikeroen, B., “Finite-Element Analysis of Vibrational Modes in Piezoelectric Ceramics Disks,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, **37**(4), 316-328 (1990).

Løkberg, O. J., "Electronic Speckle Pattern Interferometry," *Physics in Technology*, **11**, 16-22 (1980).

Løkberg, O. J., "ESPI-The Ultimate Holographic Tool for Vibration Analysis," *Journal of Acoustic Society of America*, **75**(6), 1783-1791 (1984).

Løkberg, O. J. and Malmo, J. T., "Long-Distance Electronic Speckle Pattern Interferometry," *Optical Engineering*, **27**(2), 150-156 (1988).

Lin, H. Y. and Ma, C. C., “Experimental Investigations on Dynamic Characteristics of a Multilayer Piezoelectric Stack Actuator,” *The Chinese Journal of Mechanics-Series A*, **18**(2), 95-102 (2002).

Lin, H. Y., Huang, J. H. and Ma, C. C., “Vibration Analysis of Angle-Ply Laminated Composite Plates with an Embedded Piezoceramic Layer,” *IEEE Trans. Ultrasonics, ferroelectrics, and Frequency Control*, **50**(9), 1084-1099 (2003).

Lin, H. Y., Huang, J. H. and Ma, C. C., “Vibration Analysis of Piezoelectric Materials by Optical Methods,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, **49**(8), 1139-1149 (2002).

Ma, C. C. and Huang, C. H., “Experimental and Numerical Analysis of Vibrating

Cracked Plates at Resonant Frequencies,” *Experimental Mechanics*, **41**(1), 8-18 (2001).

Ma, C. C. and Huang, C. H., “Experimental Full Field Investigations of Resonant Vibrations for Piezoceramic Plates by an Optical Interferometry Method,” *Experimental Mechanics*, **42**(2), 140-146 (2002).

Ma, C. C. and Huang, C. H., “The Investigation of Three-Dimensional Vibration for Piezoelectric Rectangular Parallelepipeds Using the AF-ESPI Method,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, **48**(1), 142-153 (2001).

Mindlin, R. D., “Forced Thickness –Shear and Flexural Vibrations of Piezoelectric Crystal Plates,” *Journal of Applied Physics*, **22**(1), 83-88(1952).

Nakadate, S., Saito, H. and Nakajima, T., “Vibration Measurement using Phase-Shifting Stroboscopic Holographic Interferometry,” *Optical Acta*, **33**(10), 1295-1309 (1986).

Ogi, H., Kawasaki, Y., Hirao, M. and Ledbetter, H., “Acoustic Spectroscopy of Lithium Niobate: Elastic and Piezoelectric coefficients,” *Journal of Applied Physics*, **92**(5), 2451-2456 (2002).

Oh, I. K., Han, J. H. and Lee, I., “Postbuckling and Vibration Characteristics of Piezolaminated Composite Plate Subject to Thermo-piezoelectric Loads,” *Journal of Sound and Vibration*, **233**(1), 19-40 (2000).

Ohno, I., “Rectangular Parallelepiped Resonance Method for Piezoelectric Crystals and Elastic Constants of Alpha-Quartz,” *Physics and Chemistry of Minerals*, **17**(5), 371-378 (1990).

Oswin, J. R., Salter, P. L., Santoyo, F. M. and Tyrer, J. R., “Electronic Speckle Pattern Interferometric Measurement of Flexensional Transducer Vibration Patterns: in Air and Water,” *Journal of Sound and Vibration*, **172**(4), 433-448 (1994).

Petzing, J. N. and Tyrer, J. R., “Improved Interferometric Techniques for Measuring Flexensional Transducer Vibration Patterns Underwater,” *Journal of Sound and Vibration*, **193**(4), 877-890 (1996).

Rogacheva, Nellya N., *The Theory of Piezoelectric Shells and Plates*, CRC Press,

USA, (1994).

Schmidt, G. H., "Extensional Vibrations of Piezoelectric Plates," *Journal of Engineering Math*, **6**(2), 133-142 (1972).

Shellabear, M. C. and Tyrer, J. R., "Application of ESPI to Three-dimensional Vibration Measurements," *Optics and Lasers in Engineering*, **15**, 43-56 (1991).

Slettemoen, G. A., "Electronic Speckle Pattern Interferometric Systems Based on a Speckle Reference Beam," *Applied Optics*, **19**(4), 616-623 (1980).

Wang, W. C., Hwang, C. H. and Lin, S. Y., "Vibration Measurement by the Time-Averaged Electronic Speckle Pattern Interferometry Methods," *Applied Optics*, **35**(22), 4502-4509 (1996).

Vovkodav, I. F., Karlash, V. L. and Ulitko, A. F., "Asymmetric Vibrations of Thin Piezoceramic Disks with Split Electrodes," *Prikl. Mekh.*, **15**(2), 77-82 (1979).

黃吉宏，應用振幅變動電子斑點干涉術探討三維壓電材料體及含裂紋板的振動問題，國立台灣大學機械工程研究所博士論文，87年6月。

林憲陽，壓電陶瓷複合層板動態特性之數值分析與實驗量測，國立台灣大學機械工程研究所博士論文，91年6月。

黃育熙，壓電石英晶體之平板結構的動態特性研究，國立台灣大學機械工程研究所碩士論文，92年6月。

表 2(a)環狀部分電極壓電陶瓷圓盤第一種電極連接方式 AF-ESPI 與 FEM 分析結果前八個面外共振頻率比較






Resonant Frequency (Hz) (Case I)			
AF-ESPI	FEM	Difference(%)	Mode Shape
3230	3194	-1.1	
6450	6993	8.4	
7570	7506	-0.8	
.....	13264
14320	15104	5.5	
.....	20437
.....	25189
26308	27951	6.2	

表 2 (b)環狀部分電極壓電陶瓷圓盤第二種電極連接方式 AF-ESPI 與 FEM 分析結果前八個面外共振頻率比較









Resonant Frequency (Hz) (Case II)			
AF-ESPI	FEM	Difference(%)	Mode Shape
3200	3193	-0.2	
6485	6991	7.8	
7460	7499	0.5	
13200	13238	0.3	
14300	15099	5.6	
20180	20371	0.9	
24000	25172	4.9	
26350	27983	6.2	

表 3(a)環狀部分電極壓電陶瓷圓盤第一種電極連接方式 AF-ESPI、阻抗分析與 FEM 分析結果前四個面內共振頻率比較





Resonant Frequency (Hz) (Case I)			
AF-ESPI	FEM (Difference(%))	Impedance (Difference(%))	Mode Shape
74300	71152 (-4.2)	74350 (0.1)	
190800	188510 (-1.2)	190750 (-0.03)	
291480	288659 (-1.0)	291350 (-0.04)	
391180	398990 (2.0)	391100 (-0.02)	

表 3(b)環狀部分電極壓電陶瓷圓盤第二種電極連接方式 AF-ESPI、阻抗分析與 FEM 分析結果前四個面內共振頻率比較




Resonant Frequency (Hz) (Case II)			
AF-ESPI	FEM (Difference(%))	Impedance (Difference(%))	Mode Shape
74220	73097 (-1.5)	74225 (0.007)	
183450	185329 (1.0)	183850 (0.2)	
288350	289906 (0.5)	289200 (0.3)	
.....	399275	395450

表 4 四種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤之前八個面外模態共振頻率比較 (單位：Hz)

Mode	Method	Case I	Case II	Case III	Case IV
1	AF-ESPI	3230	3245	3230	3240
	LDV (Error %)	3310(2.48)	3210(-1.08)	3210(-0.62)	3210(-0.93)
	FEM (Error %)	3192(-1.18)	3192(-1.63)	3193(-1.15)	3192(-1.48)
2	AF-ESPI	6050	6365	6310	6460
	LDV (Error %)	6110(0.99)	6410(0.71)	6510(3.17)	6510(0.77)
	FEM (Error %)	6989(15.52)	6989(9.80)	6991(10.79)	6989(8.19)
3	AF-ESPI	7568	7543	7545	7600
	LDV (Error %)	7610(0.55)	7610(0.89)	7610(0.86)	7610(0.13)
	FEM (Error %)	7492(-1.00)	7492(-0.68)	7495(-0.66)	7492(-1.42)
4	AF-ESPI	13180	13250	13250	13350
	LDV (Error %)	13310(0.99)	13310(0.45)	13410(1.21)	13410(0.45)
	FEM (Error %)	13204(0.18)	13204(-0.35)	13215(-0.26)	13205(-1.09)
5	AF-ESPI	13574	13913	13945	14140
	LDV (Error %)	13710(1.00)	14010(0.70)	14210(1.90)	14210(0.50)
	FEM (Error %)	15094(11.20)	15094(8.49)	15100(8.28)	15094(6.75)
6	AF-ESPI	20257	20353	20400	20520
	LDV (Error %)	20410(0.76)	20510(0.77)	20410(0.05)	20610(0.44)
	FEM (Error %)	20243(-0.07)	20244(-0.54)	20272(-0.63)	20246(-1.34)
7	AF-ESPI	23060	23520	23475	23840
	LDV (Error %)	23410(1.52)	23810(1.23)	24110(2.71)	24110(1.13)
	FEM (Error %)	25157(9.09)	25158(6.96)	25184(7.28)	25160(5.54)
8	AF-ESPI	25550	25823	25975	-----
	LDV (Error %)	25610(0.23)	26210(1.50)	26510(2.06)	-----
	FEM (Error %)	27924(9.29)	27927(8.15)	27951(7.61)	27929

表 5 四種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤之面內模態共振頻率比較(續)
(單位：Hz)

Mode	Method	Case I	Case II	Case III	Case IV
1	AF-ESPI	-----	51600	51440	-----
	Impedance	-----	51788	51339	-----
	(Error %)	-----	(0.36)	(-0.20)	-----
	FEM	-----	50446	50450	-----
	(Error %)	-----	(-2.24)	(-1.92)	-----
2	AF-ESPI	70500	72160	72000	76200
	Impedance	70484	72684	72586	76335
	(Error %)	(-0.02)	(0.73)	(0.81)	(0.18)
	FEM	64368	71547	71872	82299
	(Error %)	(-8.70)	(-0.85)	(-0.18)	(8.00)
3	AF-ESPI	-----	119940	117600	-----
	Impedance	-----	119973	117577	-----
	(Error %)	-----	(0.03)	(-0.02)	-----
	FEM	-----	116505	116569	-----
	(Error %)	-----	(-2.86)	(-0.88)	-----
4	AF-ESPI	-----	130960	130130	-----
	Impedance	-----	130970	130074	-----
	(Error %)	-----	(0.01)	(-0.04)	-----
	FEM	-----	129815	130063	-----
	(Error %)	-----	(-0.87)	(-0.05)	-----
5	AF-ESPI	180279	184500	183800	183760
	Impedance	182659	184858	183813	183813
	(Error %)	(1.32)	(0.19)	(0.01)	(0.03)
	FEM	167404	180292	181142	201166
	(Error %)	(-7.14)	(-2.28)	(-1.45)	(9.47)

表 5 四種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤之面內模態共振頻率比較
(單位：Hz)

6	AF-ESPI	-----	211220	210050	-----
	Impedance		211252	210058	
	(Error %)	-----	(0.02)	(0.00)	-----
	FEM		212300	212859	
	(Error %)	-----	(0.51)	(1.34)	-----
7	AF-ESPI	-----	236540	232560	-----
	Impedance		236546	232554	
	(Error %)	-----	(0.00)	(0.00)	-----
	FEM		233834	234312	
	(Error %)	-----	(-1.14)	(0.75)	-----
8	AF-ESPI	288900	292600	288700	288150
	Impedance	290434	292634	287543	288792
	(Error %)	(0.53)	(0.01)	(-0.40)	(0.22)
	FEM	265147	285929	287628	314036
	(Error %)	(-8.22)	(-2.28)	(-0.37)	(8.98)
9	AF-ESPI	-----	342100	337470	-----
	Impedance		342122	337533	
	(Error %)	-----	(0.01)	(0.02)	-----
	FEM		340801	344220	
	(Error %)	-----	(-0.38)	(2.00)	-----
10	AF-ESPI	390400	-----	391200	-----
	Impedance	393811		390022	
	(Error %)	(0.87)	-----	(-0.30)	-----
	FEM	360988		394455	
	(Error %)	(-7.53)	-----	(0.83)	-----

表 6 第四種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤在 0-75kHz
之共振模態 (續) (單位: Hz)











LDV	Impedance Analyzer	ESPI Mode Shape (frequency)	FEM Mode Shape (frequency)
3210	-----	 (3240)	 (3192)
6410	-----	 (6460)	 (6989)
7610	-----	 (7600)	 (7492)
13610	-----	 (13350)	 (13205)
14410	-----	 (14140)	 (15094)

表 6 第四種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤在 0-75kHz
之共振模態 (續) (單位: Hz)










LDV	Impedance Analyzer	ESPI Mode Shape (frequency)	FEM Mode Shape (frequency)
20410	20537	 (20520)	 (20246)
24010	23900	 (23840)	 (25160)
-----	-----	-----	 (27929)
29210	-----	 (29230)	 (28531)
35210	35330	 (35280)	 (36914)

表 6 第四種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤在 0-75kHz
之共振模態 (續) (單位: Hz)



















LDV	Impedance Analyzer	ESPI Mode Shape (frequency)	FEM Mode Shape (frequency)
38410	38450	 (38380)	 (37974)
-----	40425	 (40240)	 (42456)
-----	-----	-----	 (48495)
48410	-----	 (48310)	 (50147)
55610	55800	 (55630)	 (58499)

表 6 第四種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤在 0-75kHz
之共振模態 (單位：Hz)

LDV	Impedance Analyzer	ESPI Mode Shape (frequency)	FEM Mode Shape (frequency)
57610	-----	 (57600)	 (61068)
60410	60625	 (60460)	 (60014)
62010	62375	 (62200)	 (64692)
-----	-----	-----	 (72457)
72410	72500	 (72360)	 (75857)

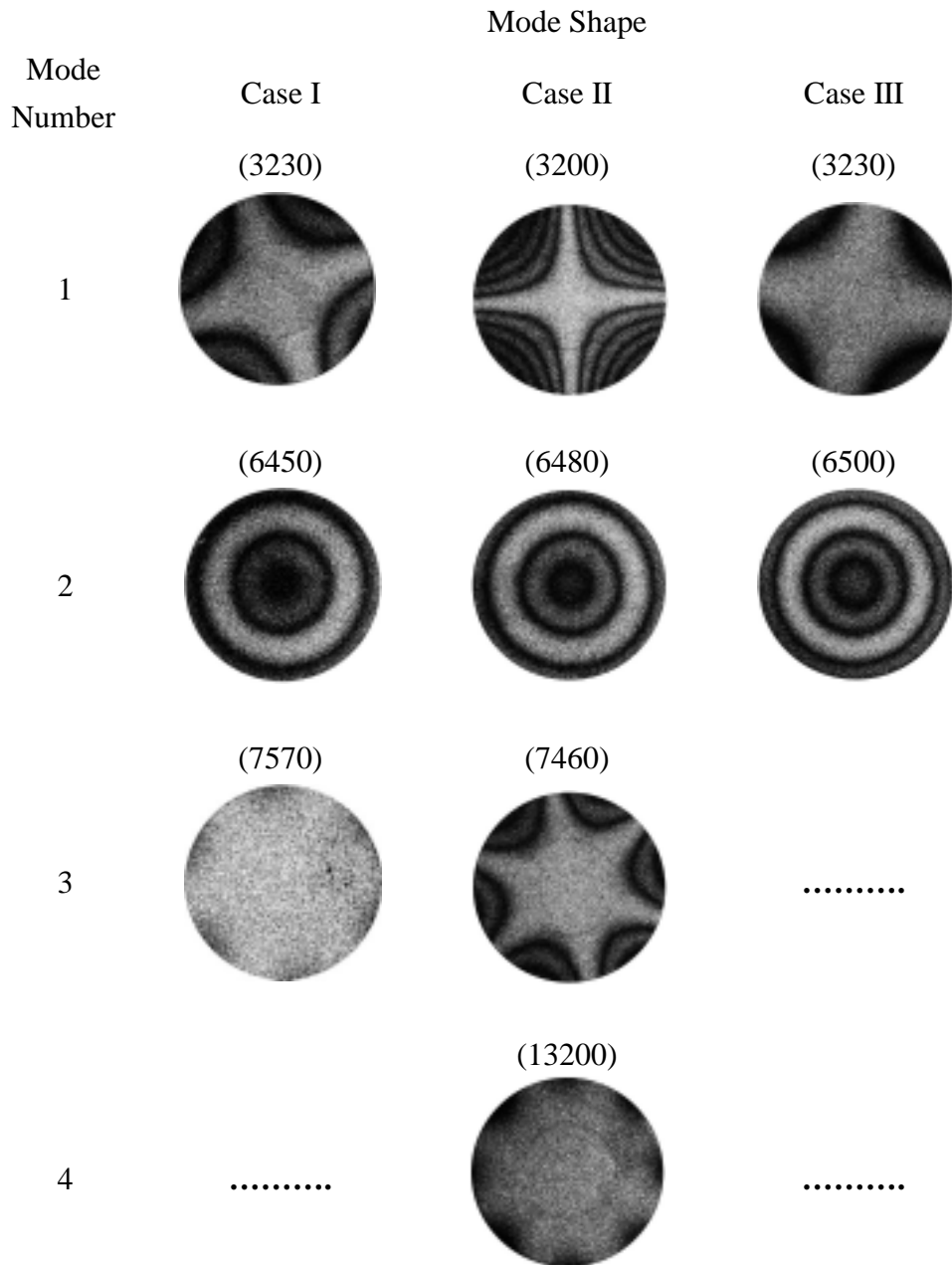


圖 9 環狀部分電極壓電陶瓷圓盤 AF-ESPI 實驗結果前八個面外模態振型與共振頻率(續)

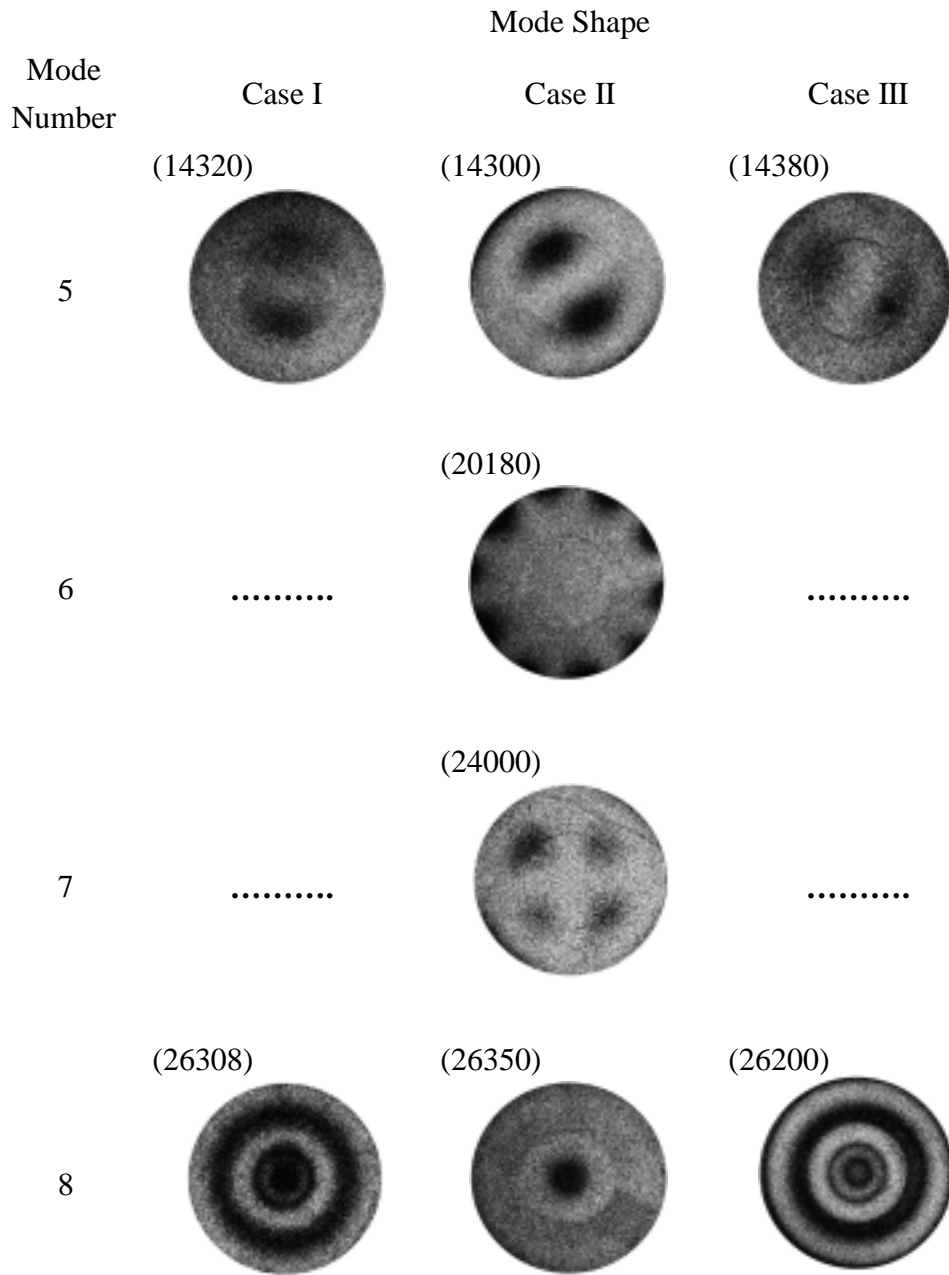


圖 9 環狀部分電極壓電陶瓷圓盤 AF-ESPI 實驗結果前八個面外模態振型與共振頻率

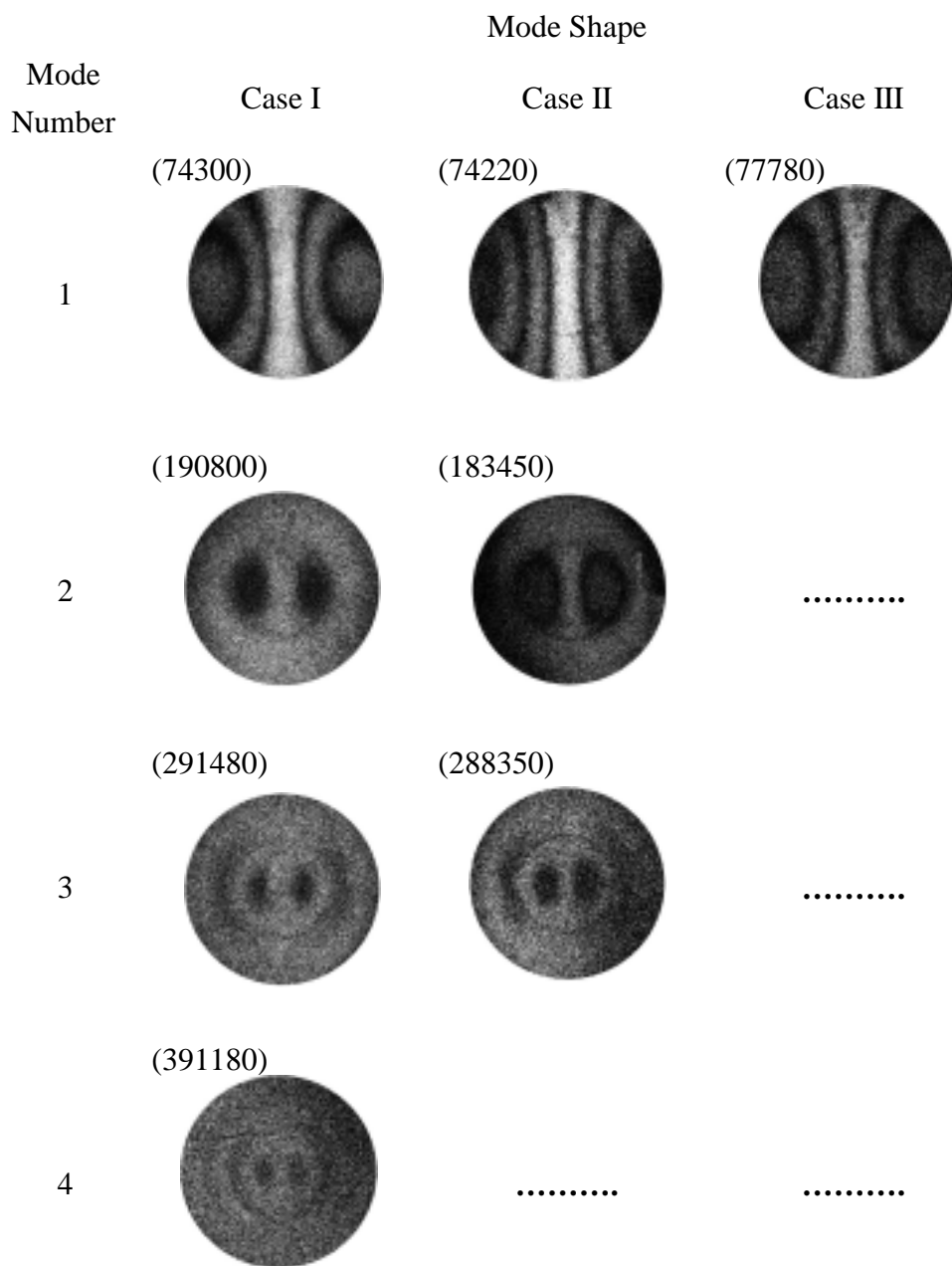


圖 10 環狀部分電極壓電陶瓷圓盤 AF-ESPI 實驗結果前四個面內模態振型與共振頻率

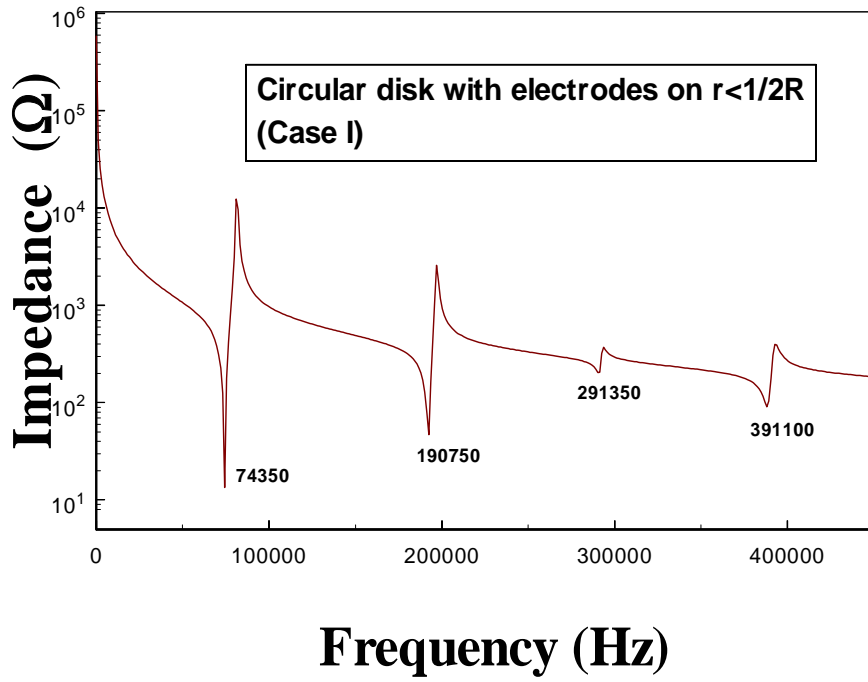


圖 11(a)環狀切割電極壓電陶瓷圓盤第一種電極連接方式
阻抗分析圖

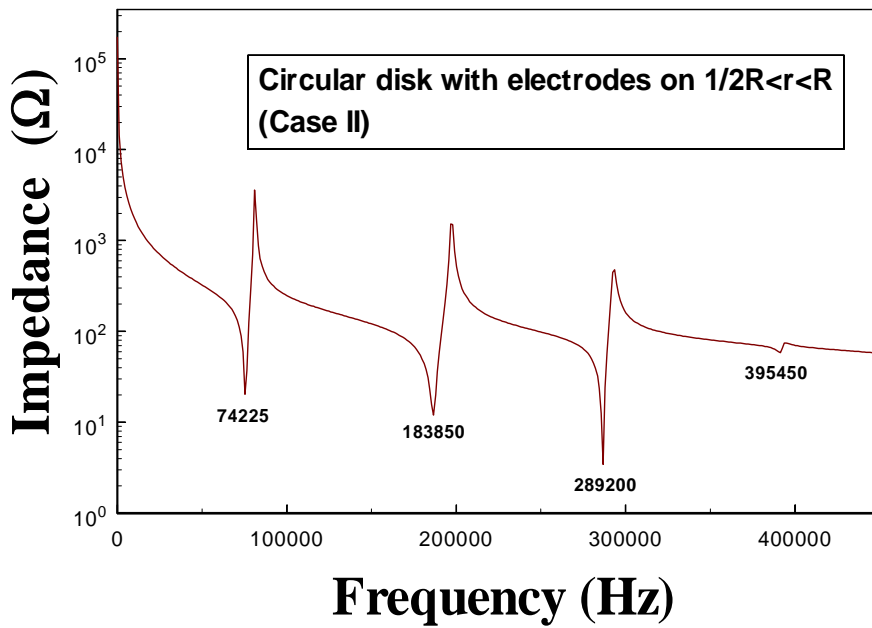


圖 11 (b)環狀切割電極壓電陶瓷圓盤第二種電極連接方式
阻抗分析圖

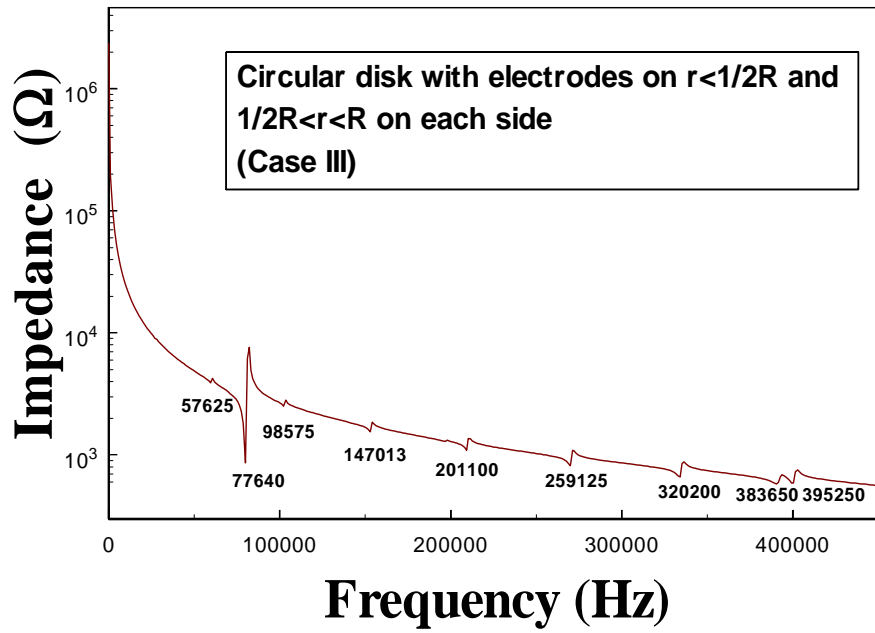


圖 11 (c) 環狀切割電極壓電陶瓷圓盤第三種電極連接方式
阻抗分析圖

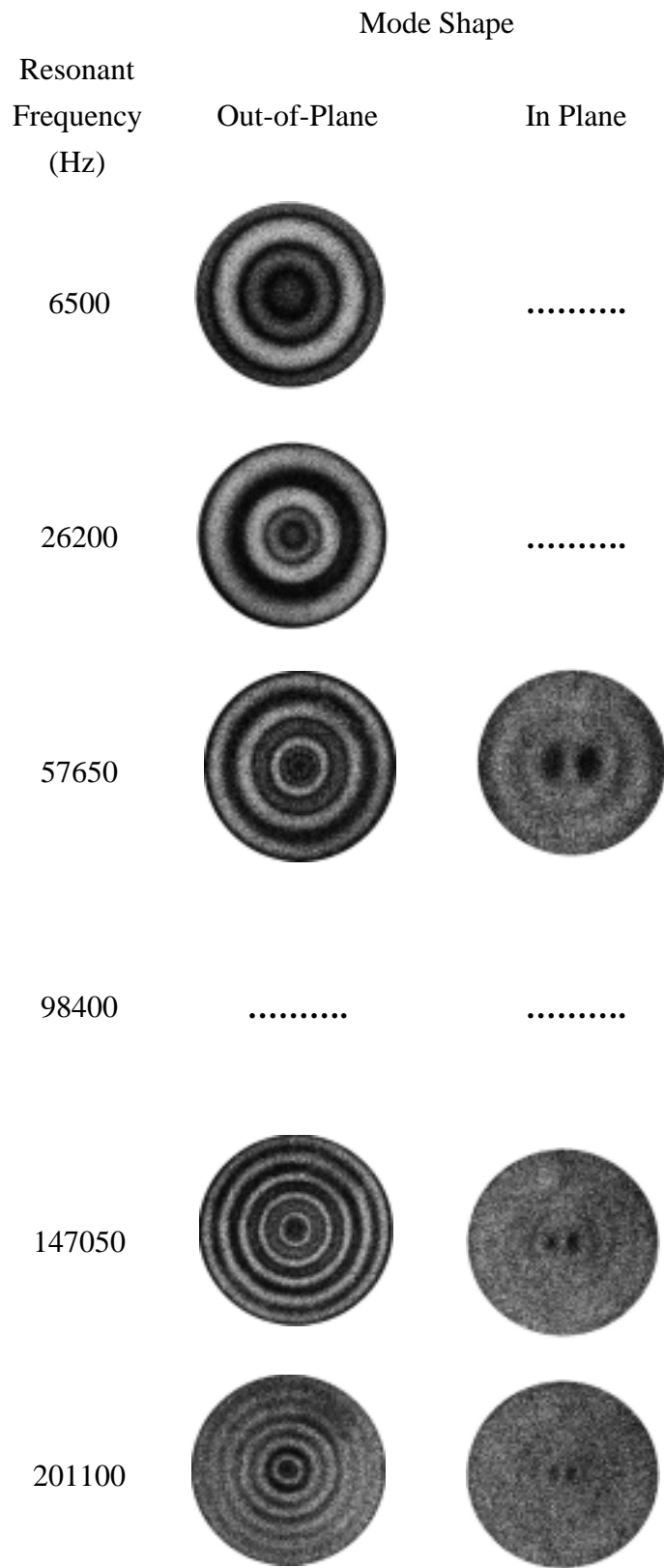


圖 2-12 環狀切割電極壓電陶瓷圓盤第三種電極連接方式同心圓模態面外與面內振形圖

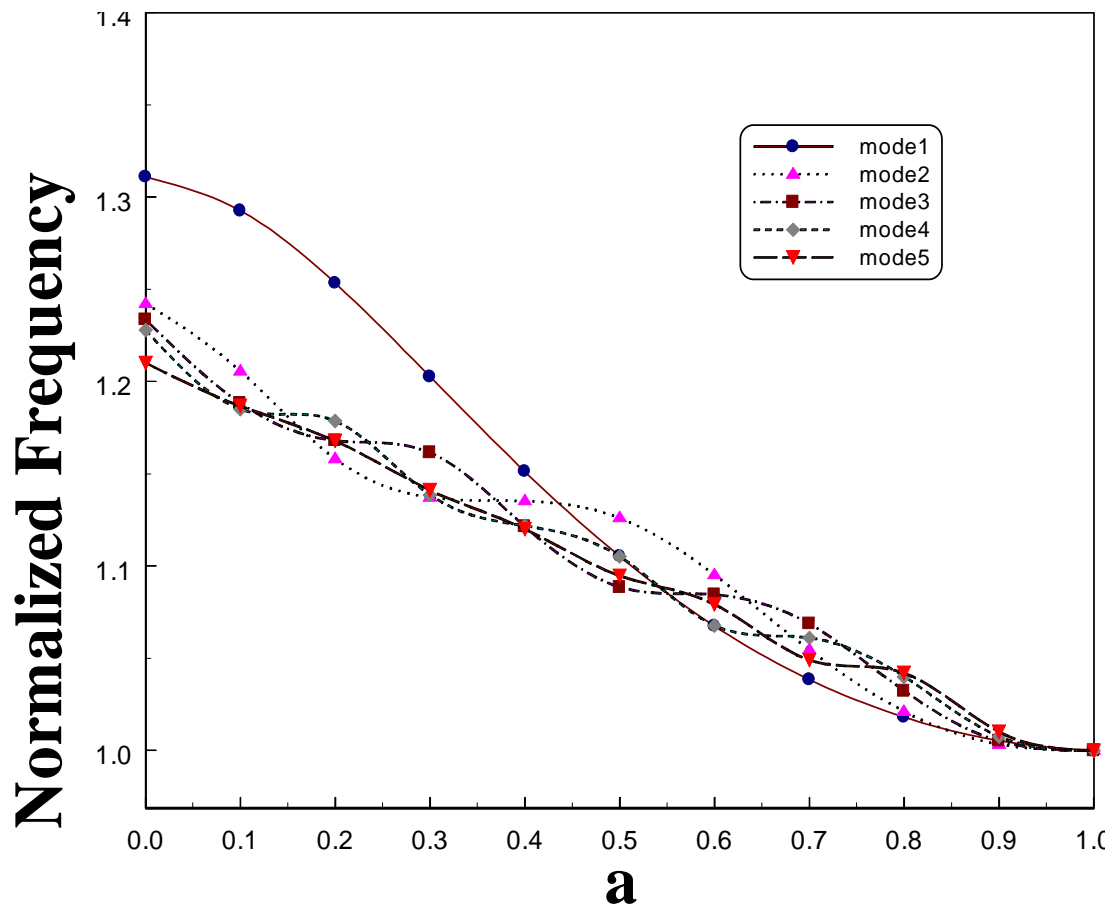


圖 13 (a) 環狀切割電極壓電陶瓷圓盤第一種電極連接方式
不同電極外徑/圓盤外徑比之頻率比較

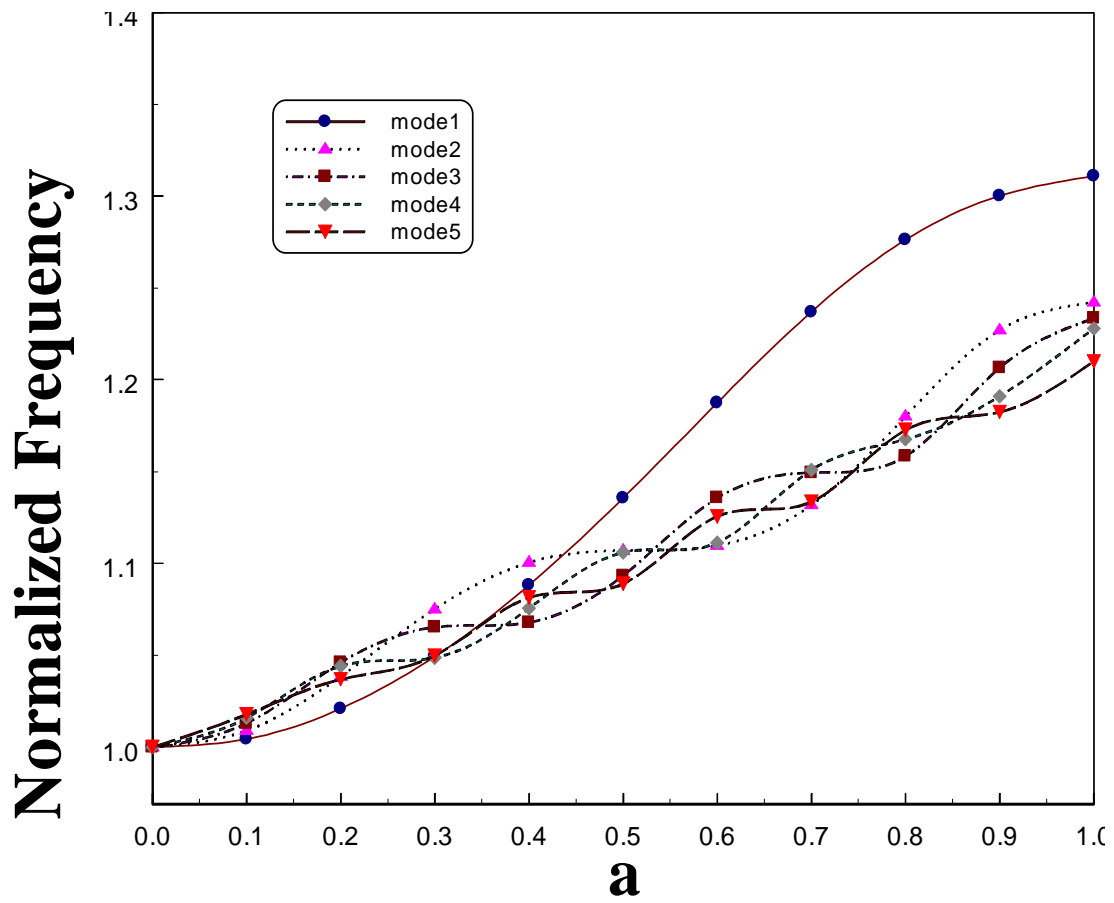


圖 13(b) 環狀切割電極壓電陶瓷圓盤第二種電極連接方式
不同電極內徑/圓盤外徑比之頻率比較

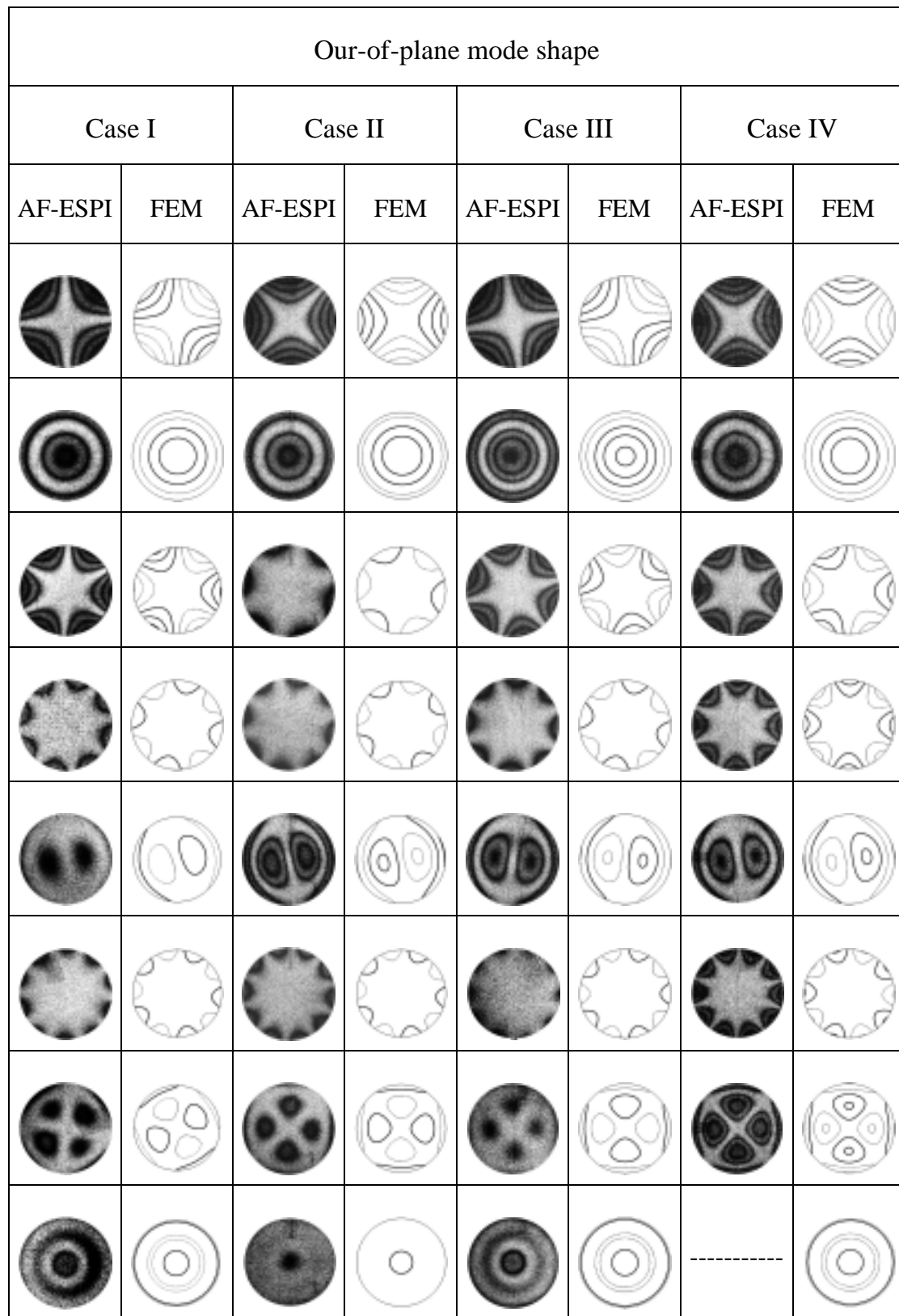


圖 15 四種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤 AF-ESPI 與 FEM 所得到之面外模態振形

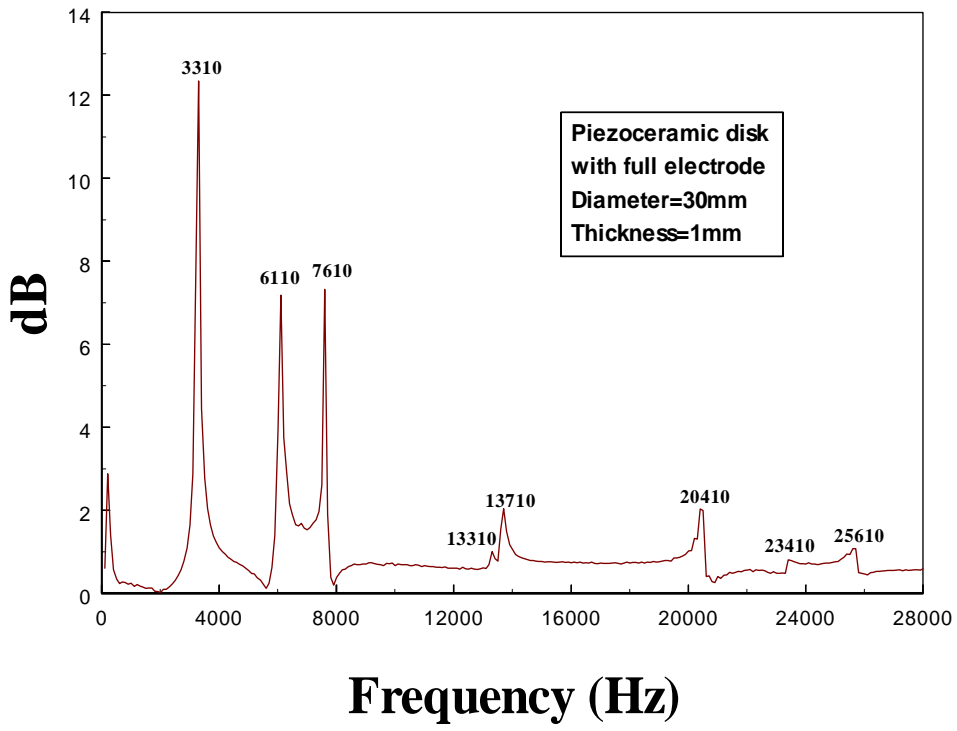


圖 16 (a) 第一種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤之 LDV 頻率響應圖

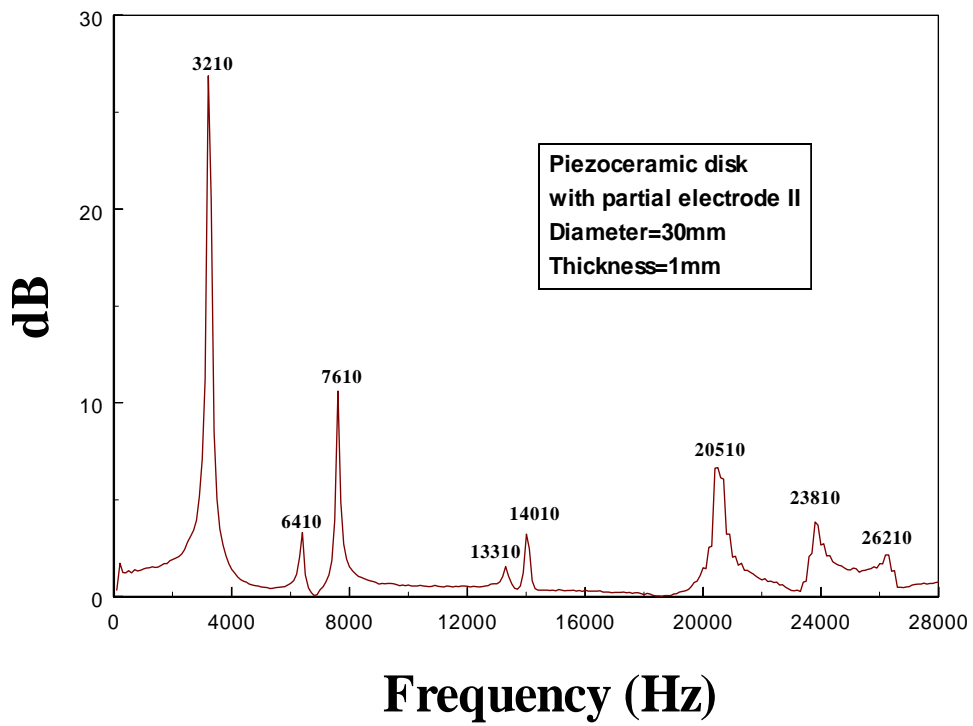


圖 16 (b) 第二種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤之 LDV 頻率響應圖

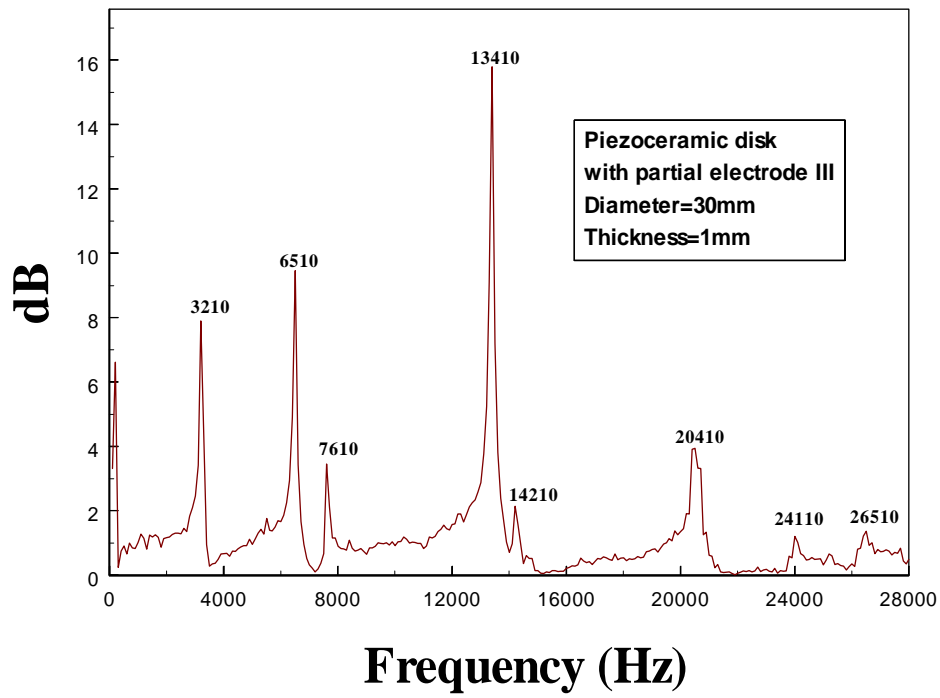


圖 16 (c) 第三種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤之 LDV 頻率響應圖

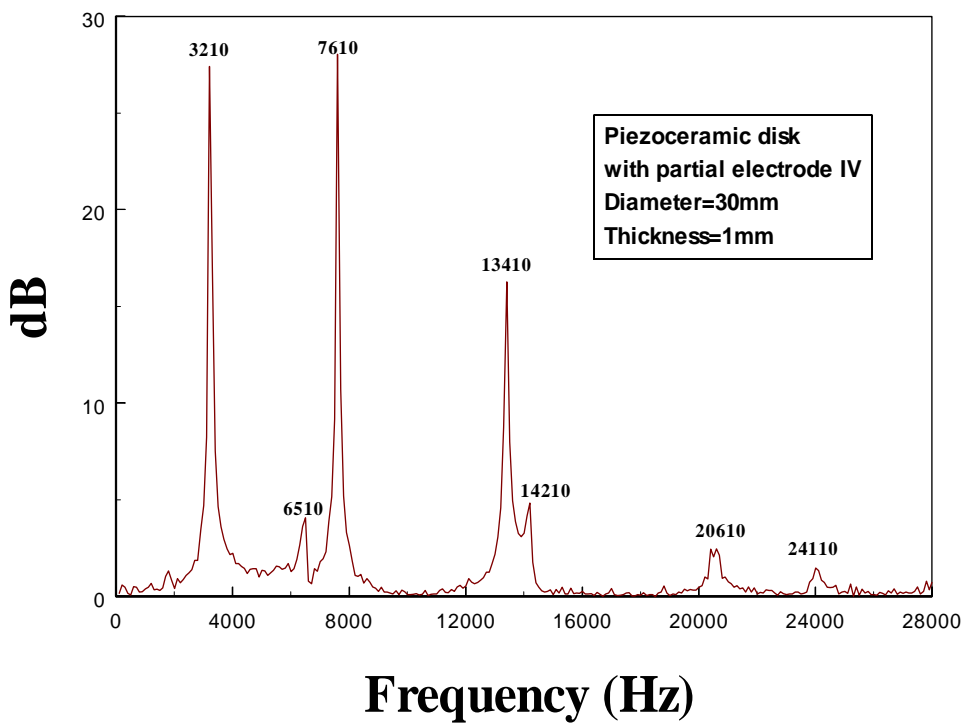


圖 16 (d) 第四種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤之 LDV 頻率響應圖

















Case I			
AF-ESPI		FEM	
U	V	U	V
			
			
			
			

圖 17 第一種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤 AF-ESPI 與 FEM 所得到之
面內模態振形

































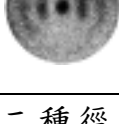



































Case II			
AF-ESPI		FEM	
U	V	U	V
			
			
			
			
			
			
			
			
			

圖 18 第二種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤 AF-ESPI 與 FEM 所得到之面內模態振形

Case III

AF-ESPI		FEM	
U	V	U	V
			
			
			
			
			
			
			
			

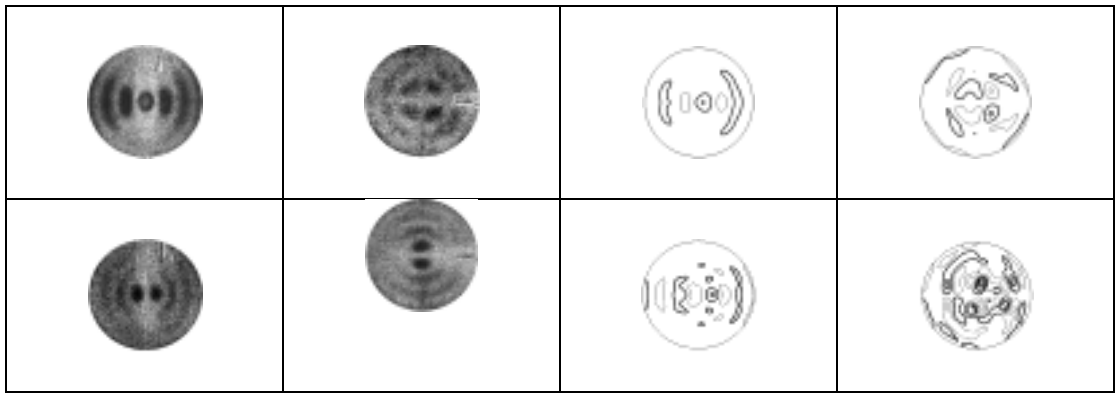


圖 19 第三種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤 AF-ESPI 與 FEM 所得到之面內模態振形

Case IV			
AF-ESPI		FEM	
U	V	U	V

圖 20 第四種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤 AF-ESPI 與 FEM 所得到之面內模態振形

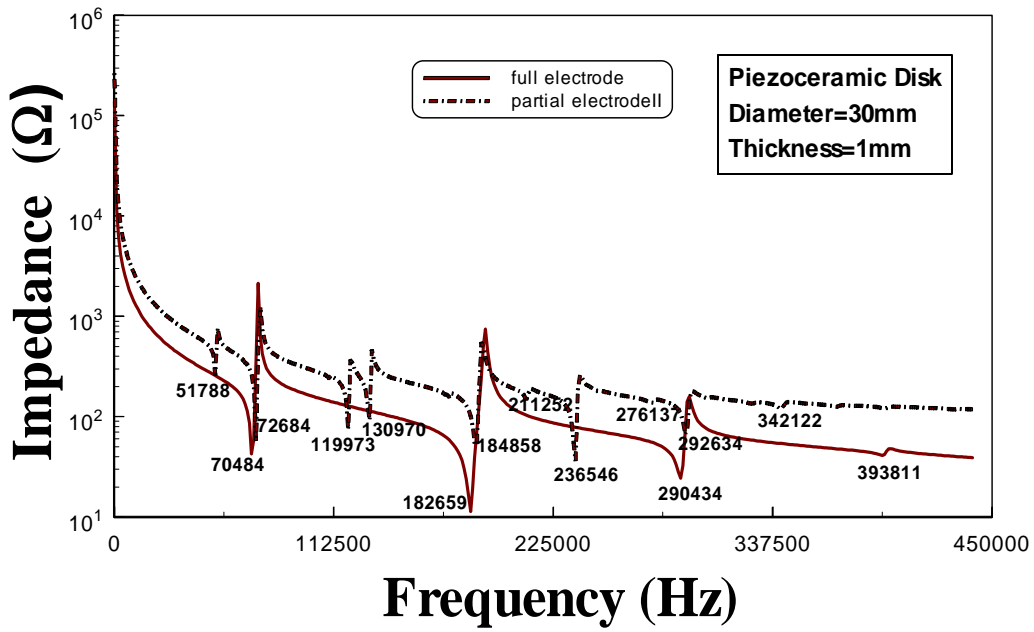


圖 21(a) 第一種與第二種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤之阻抗分析圖

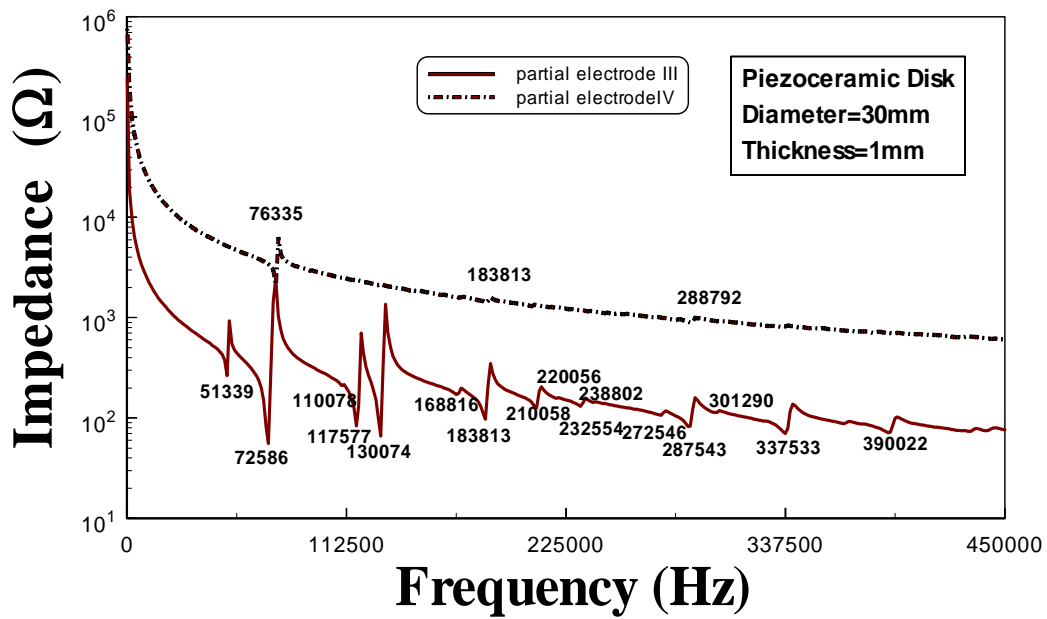


圖 21(b) 第三種與第四種徑向切割電極設計壓電陶瓷圓盤之阻抗分析圖

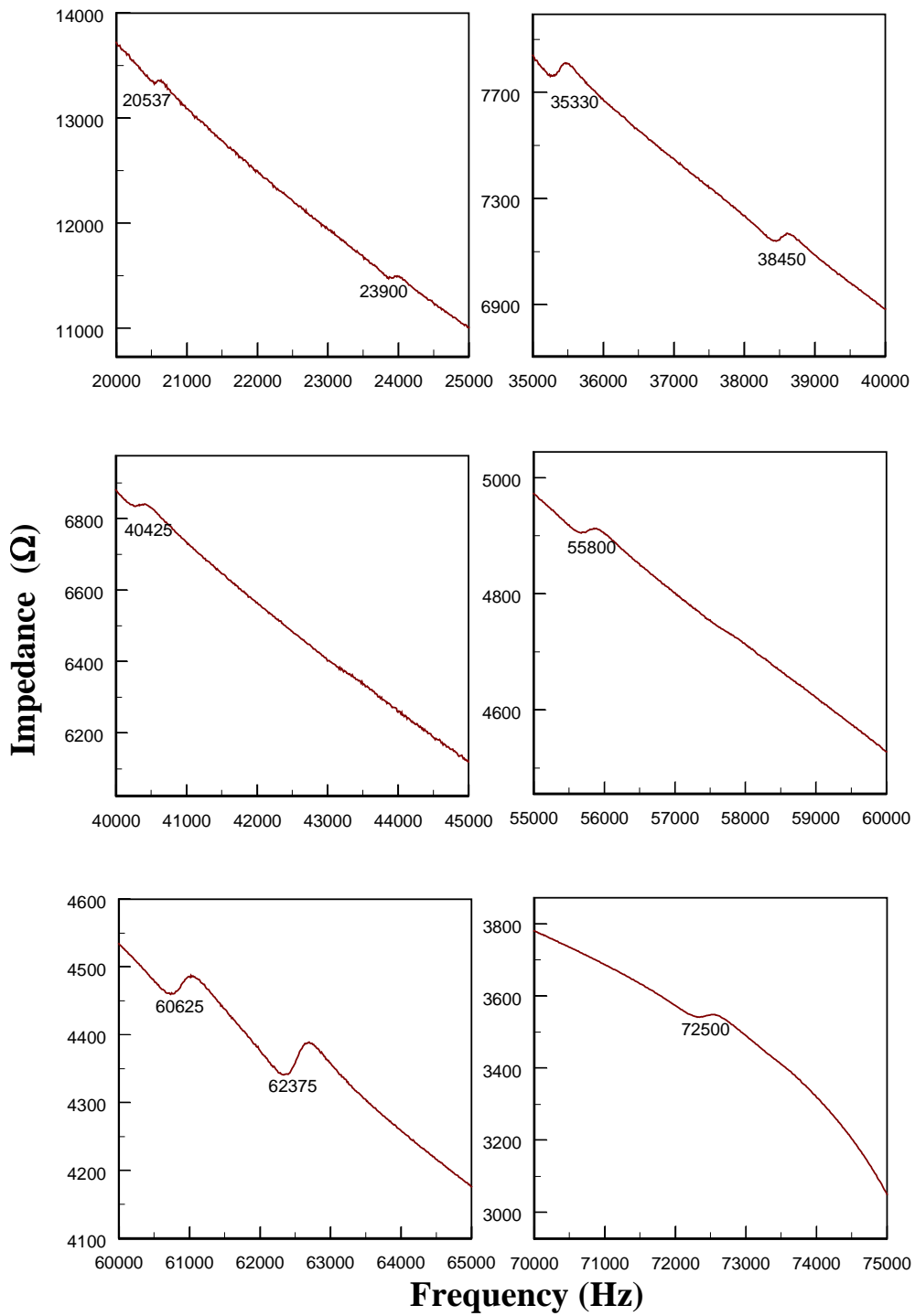


圖 22 第四種徑向切割部分電極設計壓電陶瓷圓盤在 0-75kHz 之
 阻抗分析曲線