

Abstract

This study documents a series of discussion about the influence on the continuous and pulsed linear and convex array transducer with various element arrangements. The element arrangement is characterized by the element dimensions along the long and short axes, pitches between elements, aperture size and the number of subdices in a single element, respectively. The pulsed sound pressure is mathematically expressed by the modulation of cosine functions and traveling step functions. Instead of using impulse response method, the mathematical simplicity makes it possible to analyze the sound field of various excitation bandwidth using Fourier transform approach. It is found that element dimension and pitch affect significantly the pattern of energy distribution. Because of the trade-off between the dimension of element and pitch, there are cross influences on main lobe, side lobes and grating lobes. It is also found that the width of the main lobe and the sound field distribution on axial direction depend critically on the aperture dimension. Otherwise, the dimension along the short axis affects the energy distribution on the axial direction. The energy will converge from the closer to the desired focus depth when the dimension along the short axis varies from narrow to a certain width. Subdicing is advantageous to reduce the energy intensity of side lobes. The more number of dices; the lower energy intensity of the side lobes will be. In the case of pulse excitation, side lobes and grating lobes are effectively eliminated, and energy distribution along depth may be smoothed.

摘要

本文針對聲波感測換能器陣元的幾種安排方法對聲場的影響，做一綜合整理探討，包括：單一陣元大小(element size)、陣元中心距離(pitch between elements)、陣列總長(aperture size)與聲場分佈的關係，換能器短軸寬度(short axis aperture)的改變致使能量集中位置及主軸上壓力分佈之變化，每一陣元的副切割(subdicing)對旁瓣(side lobe)的影響、以及弧形陣列與線形陣列的聲場差異。

發射源的頻寬影響是本文另一焦點，本文將以兩個餘弦函數和一個海幅賽德函數(Heaviside function)配合，組合模擬出寬頻脈波發射源的聲場，此法可避免計算格林函數(Green function)，是一單純以時域觀點發展出的方法，不但可了解一些以頻域觀點計算法所不太清楚的現象，最重要的是可大量節省計算所需時間；最後並以此了解頻寬對聲場的影響。

經由數值計算的結果顯示：陣元大小及中心距離對旁瓣及衍生瓣(grating lobe)的產生具有交互性的影響；陣列總長是主瓣(main lobe)寬度及陣列聚焦能力重要的變因。短軸寬度對聚焦及主軸壓力分佈有很大的影響，在寬度較小時，能量將在預期聚焦點前集中；並隨著寬度增加時，能量方能愈接近所給定的聚焦點，但不同聚焦深度亦有不同影響。副切割對於旁瓣具有抑制的效果，當切割數愈多，旁瓣將愈明顯的降低。寬頻訊號發射源在平行陣列方向的聲場壓力分佈表現出可壓抑旁瓣和衍生瓣的能力，但加寬了主瓣寬度。在深度方向則可看出其使能量分佈趨向平滑少起伏的現象。

目錄

圖目錄	2
表目錄	5
第一章 緒論.....	6
1 - 1 研究動機.....	6
1 - 2 文獻回顧.....	6
1 - 3 本文內容	7
第二章 基本理論	6
2 - 1 單一陣元之單頻連續波幅射聲場	9
2 - 2 寬頻計算法	12
2 - 2 - 1 時域模擬法	12
2 - 2 - 2 頻寬計算法	14
2 - 2 - 3 高斯脈波與時域模擬脈波之比較	15
2 - 3 線性陣列換能器計算	18
2 - 3 - 1 基本計算法	18
2 - 3 - 2 陣元各幾何參數之影響	18
2 - 3 - 3 陣列聚焦	21
2 - 4 非線性陣列近似模擬	23
第三章 模擬結果與討論	24
3 - 1 單頻連續波各參數對聲場影響	24
3 - 1 - 1 陣列長與陣元間距離	24
3 - 1 - 2 陣元大小	25
3 - 1 - 3 副切割	25
3 - 1 - 4 短軸長度	32
3 - 2 寬頻訊號發射陣列各參數對聲場影響	35
3 - 2 - 1 頻寬影響	35
3 - 2 - 2 陣列長與陣元間距離	47
3 - 2 - 3 陣元大小	47
3 - 3 弧形陣列	57
第四章 結論與未來展望	62
誌謝	63
參考文獻	64

圖目錄

圖一、發射源與聲場相對位置示意圖.....	9
圖二、近場計算小矩形分割法示意圖.....	11
圖三、時域脈波影響範圍示意圖；圖(a)影響範圍是一環形；圖(b)影響範圍是一圓.....	13
圖四、(a)、(b)、(c)分別是這兩種脈波在中心頻率為 3.5Hz，能量-6dB 頻寬分別為 100%、50%、25%的比較.....	16
圖五、(a)、(b)、(c)分別是這兩種脈波在中心頻率為 3.5Hz，能量-6dB 頻寬分別為 100%、50%、25%在頻域方面的比較.....	17
圖六、每個陣元上皆為同相且等速之活塞運動陣列表面振動速率 ν 函式示意圖.....	18
圖七、陣列換能器能量分佈示意圖.....	19
圖八、陣元大小所生旁瓣助長衍生瓣及旁瓣示意圖.....	20
圖九、陣元太小時助長旁瓣及衍生瓣示意圖.....	20
圖十、陣列換能器聚焦原理示意圖.....	21
圖十一、陣列聚焦效果限制示意圖；圖中(a)、(b)、(c)分別表示因延遲時間形成的虛陣列其能量曲線示意圖。其中(a)是虛陣列為直線(不做延遲)；(b)虛陣列為凹曲面；(c)虛陣列呈一凸曲面之情形.....	22
圖十二、弧形陣列計算 Q 點座標轉換示意圖.....	23
圖十三、陣元安排幾何參數示意圖.....	24
圖十四、陣列總長對聲場影響；圖(a)是對深度的分佈，圖(b)是對平行陣列長軸方向的分佈.....	26
圖十五、改變陣元間距(pitch)，但不改陣列大小(aperture)，對聲場影響，圖(a)是聚焦在 43mm 處，圖(b)是聚焦在 70.5mm 處.....	27
圖十六、固定陣元大小(size)，改變陣元間距(pitch)，陣列長度(aperture)，觀察聲場變化情形；圖(a)是聚焦於 43mm 圖(b)是聚焦於 108mm.....	28
圖十七、單頻連續波，聚焦於 43mm；圖(a)是聲場對聲場深度分佈；圖(b)是聲場在平行於陣列長軸方向的分佈.....	29
圖十八、單頻連續波，聚焦於 108mm；圖(a)是聲場對聲場深度分佈；圖(b)是聲場在平行於陣列長軸方向的分佈.....	30
圖十九、副切割改變對平行陣列長軸方向聲場分佈影響圖.....	31
圖二十、在聚焦距離較長時，改變短軸長度，聲場對深度分佈之影響圖。圖(a)是聚焦在 108mm 的情形；圖(b)是聚焦在 144mm 的情形.....	33
圖二十一、在聚焦距離較短時，改變短軸長度，對聲場深度分佈之影響圖。圖(a)是聚焦在 43mm 的情形；圖(b)是聚焦在 70.5mm 的情形.....	34

圖二十二、在空間中固定區域不同時間所得聲場分佈(以時域觀點脈波模擬法)； 圖(a)為聚焦 43mm 處，圖(b)為聚焦 108mm 處.....	36
圖二十三、高斯脈波模擬法與時域觀點脈波模擬法聲場沿平行陣列長軸方向分佈 比較；圖(a)、(b)分別為在-6dB 頻寬為 100%、25%的情形.....	37
圖二十四、高斯脈波模擬法與時域觀點脈波模擬法聲場沿深度方向分佈比較；圖 (a)、(b)分別為在-6dB 頻寬為 100%、25%的情形.....	38
圖二十五、各種頻寬對平行陣列長軸方向聲場影響；圖(a)是高斯脈波模擬法， 圖(b)是時域脈波模擬法.....	40
圖二十六、各種頻寬對平行陣列長軸方向聲場能量分佈影響；圖(a)是高斯脈波 模擬法，圖(b)是時域脈波模擬法.....	41
圖二十七、聚焦 43mm 各種頻寬對深度方向聲場影響；圖(a)是高斯脈波模擬法， 圖(b)是時域脈波模擬法.....	42
圖二十八、聚焦 43mm 各種頻寬對深度方向聲場能量分佈影響；圖(a)是高斯脈 波模擬法，圖(b)是時域脈波模擬法.....	43
圖二十九、聚焦 70.5mm 各種頻寬對深度方向聲場分佈影響；圖(a)是高斯脈波模 擬法，圖(b)是時域脈波模擬法.....	44
圖三十、聚焦 70.5mm 各種頻寬對深度方向聲場能量分佈影響；圖(a)是高斯脈波 模擬法，圖(b)是時域脈波模擬法.....	45
圖三十一、聚焦於 144mm 處，聲場在深度方向分佈圖，其中圖(a)是高斯脈波法 的結果，圖(b)是以時域觀點所做出的結果.....	46
圖三十二、聚焦在 43mm 處。固定陣元大小，中心間距，改變陣元數以改變陣列 總長，(a)是對平行陣列長軸方向聲場影響，(b) 是對聲場能量影響， 圖中 F 是聚焦距離，L 是陣列總長，頻寬為 100%.....	48
圖三十三、聚焦在 43mm 處。固定陣元大小，中心間距，改變陣元數以改變陣列 總長，(a)是對平行陣列長軸方向聲場影響，(b) 是對聲場能量影響， 圖中 F 是聚焦距離，L 是陣列總長，頻寬為 50%.....	49
圖三十四、聚焦在 43mm 處。固定陣元大小，中心間距，改變陣元數以改變陣列 總長，(a)是對平行陣列長軸方向聲場影響，(b) 是對聲場能量影響， 圖中 F 是聚焦距離，L 是陣列總長，頻寬為 25%.....	50
圖三十五、在頻寬為 100%情形下，固定陣元大小(size)，改變陣元間距(pitch)， 陣列長度(aperture)，觀察聲場變化情形；圖(a)是聲場壓力圖(b)是聲 場能量圖；Landa 表發射聲波中心頻率波長.....	51
圖三十六、在頻寬為 50%情形下，固定陣元大小(size)，改變陣元間距(pitch)，陣 列長度(aperture)，觀察聲場變化情形；圖(a)是聲場壓力圖(b)是聲場 能量圖；Landa 表發射聲波中心頻率波長。.....	52
圖三十七、在頻寬為 25%情形下，固定陣元大小(size)，改變陣元間距(pitch)，陣 列長度(aperture)，觀察聲場變化情形；圖(a)是聲場壓力圖(b)是聲場	

能量圖；Landa 表發射聲波中心頻率波長.....	53
圖三十八、輸入頻寬為 100%，聚焦於 43mm，固定陣元中心間距(pitch)，改變陣元大小(size)，觀察聲場變化情形，Landa 是波長，圖(a)是聲場壓力分佈，圖(b)是能量分佈.....	54
圖三十九、輸入頻寬為 50%，聚焦於 43mm，固定陣元中心間距(pitch)，改變陣元大小(size)，觀察聲場變化情形，Landa 是波長，圖(a)是聲場壓力分佈，圖(b)是能量分佈.....	55
圖四十、輸入頻寬為 25%，聚焦於 43mm，固定陣元中心間距(pitch)，改變陣元大小(size)，觀察聲場變化情形，Landa 是波長，圖(a)是聲場壓力分佈，圖(b)是能量分佈.....	56
圖四十一、輸入為單頻連續波時，改變陣列的曲率半徑為 30mm、60mm、150mm、1000mm 時的比較；圖(a)是聲場壓力分佈圖，圖(b)是能量分佈圖.	58
圖四十二、輸入頻寬為 100%時，改變陣列的曲率半徑為 30mm、60mm、150mm、1000mm 時的比較；圖(a)是聲場壓力分佈圖，圖(b)是能量分佈圖.	59
圖四十三、輸入頻寬為 50%時，改變陣列的曲率半徑為 30mm、60mm、150mm、1000mm 時的比較；圖(a)是聲場壓力分佈圖，圖(b)是能量分佈圖.	60
圖四十四、輸入頻寬為 25%時，改變陣列的曲率半徑為 30mm、60mm、150mm、1000mm 時的比較；圖(a)是聲場壓力分佈圖，圖(b)是能量分佈圖.	61

表目錄

表一、常用的頻寬標準- dB 及其相對應 解.....	15
-----------------------------	----

第一章 緒論

1 - 1 研究動機

聲波感測技術由於其方便，無損害特性，無論是在工程機械上的非破壞檢測，或醫學上的初步檢查都早已被廣泛使用。國內進年來也逐漸自行發展製造超音波檢測儀器，故此方面的研究，從材料、系統、影像處理技術到探頭設計製造技術，都有日益重要的趨勢。

無論何種形式之聲波感測儀器，其效果好壞，最基本的因素就決定於是否能獲取良好可靠的訊號來源，因此換能器的設計就顯得相當重要。因聲束具發散性質，為提高聲場指向性，以期能得到能量集中較佳的聲束，以提高儀器辨識能力，陣列式合成聲場換能器成為較常見的設計；而單頻輸出訊號的陣列換能器雖有理論可大致解釋換能器上各幾何參數對聲場的影響，但由於各參數間大多彼此互相牽動影響，綜合結果是否是較佳聲場，則仍有賴數值計算來觀察。因而我們希望借本文對眾多陣元安排方式及尺寸的改變對換能器品質的好壞做一綜合整理。

寬頻訊號換能器在檢測方面有著相當廣泛的應用；對聲場能量分佈的計算，常用的方法是先將訊號轉換成頻域，再加以解析計算；此以頻域為出發點計算模式，有其簡單、清楚、易於適應不同訊號換能器的優點。但由於實作上，或直觀現象觀察上，是時域現象為主；頻域出發點的計算模式有許多現象無法模擬探討，且以計算效率而言，頻域出發點的計算模式需極長的計算時間，故想嘗試以時域為出發點，發展模擬聲場的方法，以期能展現出更多物理現象，並得以較短的時間，觀察定量的聲場變化趨勢。

弧形陣列換能器在需大範圍掃描應用上，有愈來愈普遍的趨勢，因此曲率半徑改變對探頭效能影響的資訊顯得日益重要，故本文亦對此部分亦做了整理。

工研院量測技術發展中心對聲波感測儀器早有多年的研究，並已獲致相當豐碩的成果，最近幾年更完成了國內第一台醫用超音波探測器；希望以此研究能提供國內聲學探頭設計製造時一參考依據。

1 - 2 文獻回顧

對於單頻連續波的聲場情形，由於其可以簡單的正弦函數模擬，故無論陣元或陣列都有相當多的研究[1-2] 且在 1980 年 A. R. Selfridge G. S. Kino 和 B. T. Khuri-Yakub[3]並對一般單頻連續波所形成的 sinc 聲場分佈函數做了修正。

在學界不斷努力下，以脈波發射(pulse radiator)的單一陣元所形成聲場的計

算，在經過相當歷史的研究後，無論各式形狀或發射源表面的振動分佈情形，歷年來的文獻都有著墨；如：Albert Freedman[4]在 1969 年對任意形狀的平面或是一般的曲面的脈波幅射聲源提出了一般性的計算法；在 1971[5]年時更進一步提出在發射源為矩形，且所考慮為遠場時之聲場特性；此外，1970 年時，Peter R. Stepanishen[6]也對於位於無限平面隔音板(baffle)上呈活塞運動(piston vibration)聲源情形也提出一簡化性計算法。

1981 年時 Gerald R. Harris[7]更對任意振動方式的發射聲源提出多種不同模擬聲場的方法。1994 年時，Ph. Faure 和 D. Cathignol[8]則是對任意平面或球狀的發射源其聲場計算方式做了探討。

上述眾文獻中，其計算概念大多由求出聲場所需的脈衝響應(impulse response)再加上其它技巧簡化以得到聲場聲壓分佈；在 1972 年時，J. C. Lockwood 和 J. G. Willette[9]提出的一份文獻中，提到將空間分區，分別求出其相對應的脈衝響應方式再加以計算聲場的概念，對往後研究有很大影響；此後對脈波發射源的計算模擬法也多依此方向發展。而在 1980 年時，J. A. Archer-Hall 和 D. Gee[10]更將計算脈衝函數中最重要格林函數(Green function)，在軸對稱情形下的電腦模擬法整理出。而單頻連續波和脈波發射源所形成的差異，1984 年時，J. P. Weight[11]的研究中也有提及。

為了提昇影像解析度或能量集中情形，科學家對聚焦也有相當的興趣；如 1991 年時 H. Djelouah J. C. Baboux 和 M. Perdrix[12]對聚焦的換能器的計算和實驗都提出了不少建議和比較。1992 年 R. Reibold 和 R. Kažys[13、14]發表了連續單頻波和脈波，在以凹曲面的陣元所做出的聚焦效果做了一系列的研究。除此之外，亦有其它文獻[15、16]雖不是討論聚焦法，但由其它方面的努力以期能降低主集中區外其餘能量集中區的方式，以提昇能量集中度。

但若希望能量集中情形較佳，最好方式莫過於以陣列方式完成。而陣列中所含蓋變因眾多，故文獻上亦有各式不同的討論；1983 年 Olaf T. Von Ramm[17]和 Stephen W. Smith 對各式線形陣列做了基本的介紹和描述，並對電子式聚焦陣列計算法做了說明。1991[18]年時他們又更提出了以特殊排列方式得到與均勻分佈的二維陣列差不多效果的陣列設計；類似排列方式的研究也在同年 Daniel H. Turnbull 和 F. Stuart Foster[19]的文獻上可看到。

其餘非矩形或非平面的陣列研究則有如同 1989 年 F. S. Foster、J. D. Larson[20]等人在同心圓陣列上的努力，或 1992 年 Chankil Lee 和 Paul J. Benkeser[21]對柱狀陣列的探討。諸如此類，都使我們對陣列換能器的特性有了更進一步的了解。

1 - 3 本文內容

鑑於陣列換能器有日益重要的地位，本文將就一般文獻中較少談及的換能器安排上及大小上的一些幾何參數，如陣元大小(element size)、陣元中心間距

(pitch between element)、陣列總長(aperture length)、短軸長度(short axis aperture length)對聲場影響；由其理論面、數值面做一探究。並將模擬弧形陣列聲場分佈情形。

接著將以兩個餘弦函數和一個海幅賽德函數配合，組合模擬出寬頻脈波發射源的聲場，此法不似一般寬頻脈波發射源作法以分解脈波頻域特性再加以疊加，或是求其脈衝響應函數再與時間對振幅的函數做摺積分(convolution)，而是一較近似連續單頻波發射源計算聲場時所用概念，直接在時域方面考量所發展出的模擬法，不但可看出一些頻域計算模式所較難了解的物理現象，更重要的是可大量節省計算所需時間，而得以計算許多不同的換能器模式，並加以比較。

文中將介紹此法並將其與高斯脈波(Gauss pulse)模擬結果作一比較，最後並依此了解頻寬對其聲場影響。

第二章 基本理論

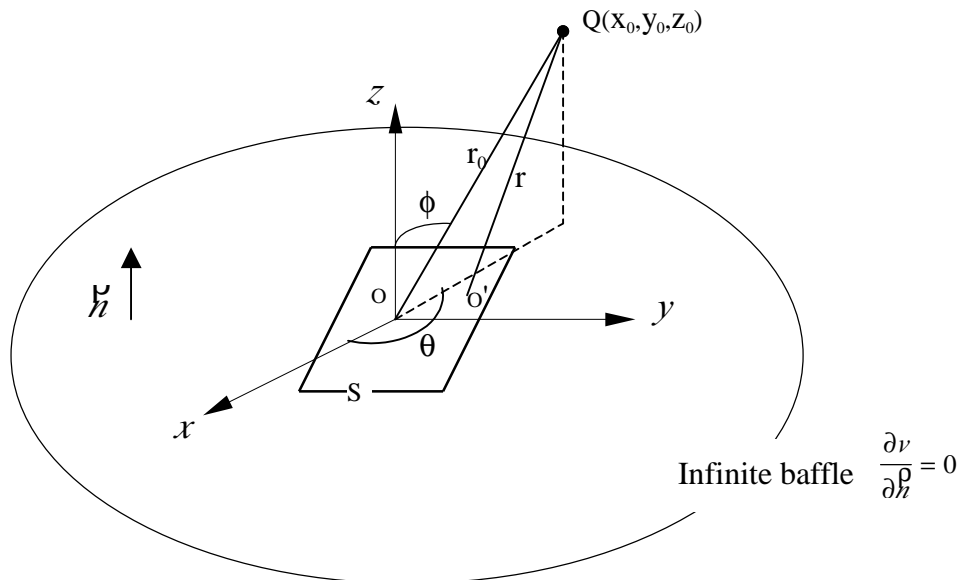
本章將說明文中模擬聲場所用之理論計算方法；先由基本的單一陣元，以單頻連續波輻射的聲場；再對寬頻輻射的計算法做一分析，最後再探討超音波陣列各項幾何參數對聲場分佈的影響。

2 - 1 單一陣元之單頻連續波輻射聲場

由過去的研究我們了解，在不考慮空間介質致使聲波能量衰減的情形下，位於一無限屏障面上的聲場發射源，其對於一具均勻(homogeneous)且等向(isotropic)空間中的任一點，以單頻連續波(CW)所造成之壓力影響，可表示如下[1]：

$$\bar{p} = j \frac{\rho_0 c k}{2\pi} \int_S \frac{v \exp[j(\omega_c t - kr - \alpha)]}{r} dS \quad (2-1)$$

其中 S 為發射源， ρ_0 為空間中介質密度， c 為聲速， k 是波數， v 是發射源表面任一點振動速率大小， ω_c 為振動角頻率， α 為相位差， r 是聲場中某一點至發射源表面上任一點距離。如圖(一)



圖一、發射源與聲場相對位置示意圖；圖中 S 為聲源； Q 為聲場中欲求點； O 為聲源中心； O' 為其上任一點； r_0 、 θ 、 ϕ 為以 O 為原點， Q 的極座標； r 為 O' 與 Q 的距離； \hat{n} 為 S 的法向量。

當我們考慮單頻連續波輻射時，可將與時間無關之振幅 P_0 分離出來如下：

$$P_0 = \frac{\rho_0 c k}{2\pi} \int_S \frac{\nu \exp[j(-kr - \alpha)]}{r} dS \quad (2-2)$$

當考慮遠場時，距離對相位影響可以近似為：

$$kr \approx k(r_0 - x_0 \sin\theta \cos\theta - y_0 \sin\theta \sin\theta) \quad (2-3)$$

而振幅大小則可考量為一近似於與中心距離 r_0 呈反比下降的情形[2]故式(2-2)可近似於：

$$P_0 = \frac{\rho_0 c k}{2\pi r_0} \int_S \nu \exp[j\{-k(r_0 - x_0 \sin\theta \cos\theta - y_0 \sin\theta \sin\theta) - \alpha\}] dS \quad (2-4)$$

若加上發射源長為 a 、寬為 w 的矩形，且表面為等相且振動速率大小相等的活塞振動(piston vibration)即 $\nu = \nu_0$ ，其中 ν_0 為一常數的條件，則式(2-4)可整理成：

$$P_0 = \frac{\rho_0 c k}{2\pi r_0} \nu_0 a w \text{sinc}(a \sin\theta \cos\theta / \lambda) \text{sinc}(w \sin\theta \sin\theta / \lambda) \quad (2-5)$$

其中 $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x) / (\pi x)$ ； λ 為波長。如此，(2-5)式即為在單頻連續波輻射的情形下，遠場壓力大小分佈。

若要考慮近場情形，首先可依海更斯原理的概念，將發射源分成較小矩形區域，使所考慮的點，對每一小區域而言，皆可以遠場近似計算；再將每塊小區域所造成影響疊加，即可得到對整個發射源而言的近場解。至於小區域的分割法，即是要讓小矩形邊長中較大 Δa 者符合[22]：

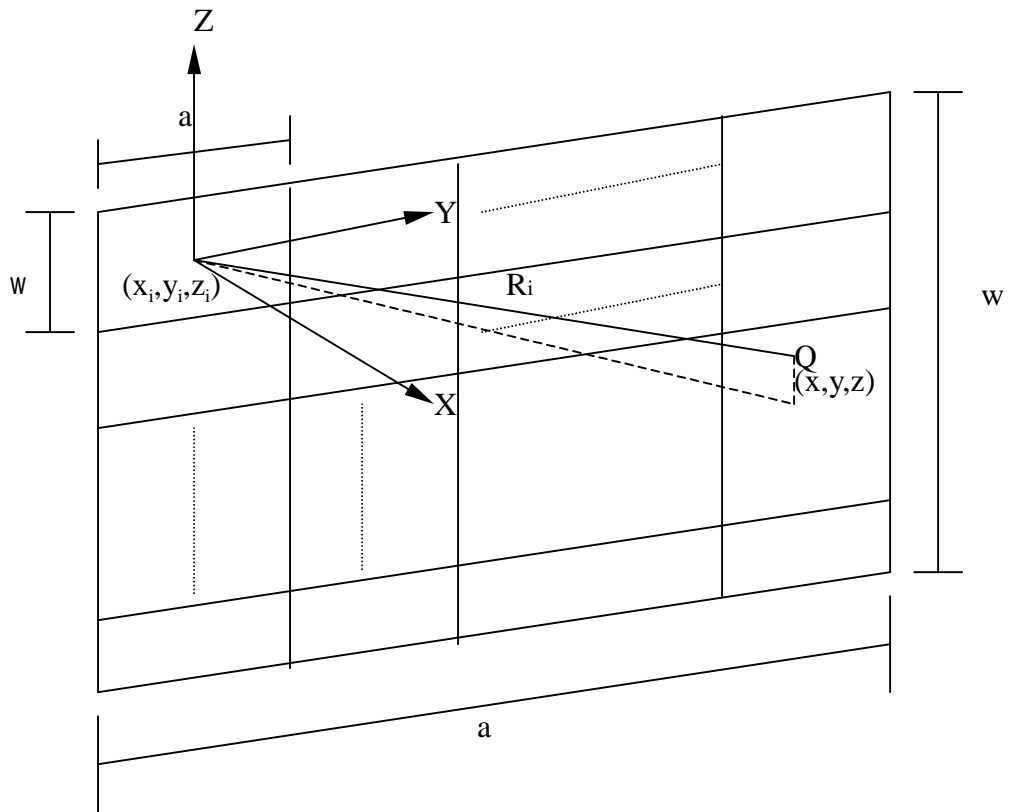
$$\Delta a / 4\lambda \leq (Z/F)^2 \quad (2-6)$$

其中 Z 是所計算點與發射源之垂直距離， F 是一大於 1 的常數，當此常數愈大時，則所要求用來計算近場所切割出的小矩形邊長愈小，此時對每個小矩形而言，其以遠場近似計算法所得結果愈接近實際解。

由此我們可得表面速率一定之發射源其近場解：

$$P_0 = \frac{\rho_0 c k \nu_0 \Delta A}{2\pi} \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \text{sinc}(k \Delta a x'_i / 2R_i \pi) \text{sinc}(k \Delta w y'_i / 2R_i \pi) \quad (2-7)$$

其中 a 、 w 為做近場計算時，分割成 N 個小矩形的邊長； A 為其面積； Q 為空間中任一點； R_i 為小矩形中心與 Q 投影點與小矩形中心座標差； x'_i 、 y'_i 為每一小矩形中心與 Q 之距離，即分別代表 $(x-x_i)$ 、 $(y-y_i)$ 如下圖二所示。



圖二、近場計算小矩形分割法示意圖；圖中 $Q(x,y,z)$ 為對邊長 a 、 w 的發射源而言的近場，可將其分割成 N 個邊長為 a 、 w 的小矩形，每個中心座標為 (x_i, y_i, z_i) ，距 Q 為 R_i 。

2 - 2 寬頻計算法

2 - 2 - 1 時域模擬法

對發射源為一寬頻放射的情形時，常用的一種模擬近似法，為高斯脈波(gauss pulse)模擬。即讓單頻連續波的振幅呈一高斯分佈，以此波形近似脈波。此時發射源振幅 P_s 對時間關係為：

$$P_s(t) = \exp(-\xi t^2) \cos(\omega_c t) \quad (2-8)$$

其中 ω_c 為中心頻率， ξ 為一影響頻寬之常數。我們將式(2-8)作富立葉轉換(Fourier transform)，得其在頻域下之分佈情形，經整理後可知，若要模擬一在 $- \beta$ dB 之頻寬為 B 之脈波，可將 ξ 取為：

$$\xi = \frac{B^2}{(-\beta \log(1/5))} \quad (2-9)$$

決定了用來模擬的函數後，我們可由其頻域分佈得出每個頻率的振幅比；再將各別每個頻率先視為單頻連續波分別求得其聲場分佈，最後依其振幅比例給予權重，並全部疊加起來，即可得各種不同頻寬、中心頻率脈波的聲場分佈。

此法為以頻域觀點為出發點之作法；先了解脈波為一寬頻訊號，而高斯脈波為一頻譜之頻寬、中心頻率很容易由我們控制調整的訊號，故以此做近似，並在頻域上將訊號分解，各別計算後重新組合得其綜合影響結果。

以頻域觀點切入的高斯脈波模擬法，為一相當清楚而易於了解的方法，但若想由時域上觀察特定現象或做計算，則不太方便。例如：以高斯脈波模擬可算出振幅分佈，但若想知道某一特定時間振幅分佈，或明瞭此以高斯脈波所模擬出的振幅，其實際物理意義，則不易觀察了解，因而嘗試以時域觀點為出發點模擬脈波。

在過去的研究中，最簡單而易於處理之情形為單頻連續振動的模式，故我們即以餘弦波調幅方式(amplitude modal)組成我們所模擬的脈波而得：

$$P(x, t) = \cos(\omega_c t - k_c x) \cos(\omega_b t - k_b x) T(x, t, c, \omega_b) \quad (2-10)$$

其中 ω_c 為中心角頻率； k_c 是中心頻率的波數； ω_b 為一影響頻寬的角頻率， k_b 是其波數； T 為一與 ω_b 、 x 、 t 、波速有關之函數，其可表為：

$$T = H[x - (t - \frac{f}{2\omega_b})c] - H[x - (t + \frac{f}{2\omega_b})c] \quad (2-11)$$

其中 H 是單位步階函數(unit step function)。故知隨著時間的改變，此函數亦會往前推移。此 T 函數正是讓單頻函數變成寬頻的關鍵；因函數 T 經富立葉轉換成頻域時，為一 *sinc* 函數，加上摺積分定理(convolution theorem)的考量，可得式(2-10)

在頻域函數 $S(f)$:

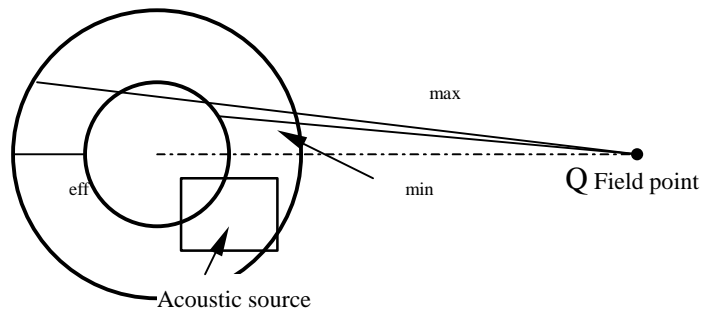
$$S(f) = F[P(t, x)] \\ = f_b \cos[\mathcal{F}(f - f_c)/(2f_b)] / \{\mathcal{T}_b[f_b^2 - (f - f_c)^2]\} \quad (2-12)$$

其中 F 是 t 對頻率 f 的富立葉轉換； f_c 是中心頻率， f_b 是上述影響頻寬的頻率； T_b 是 f_b 的週期，是富立葉轉換所造成的參數。以此模擬法最大好處為可以基本三角函數關係將(2-10)整理成：

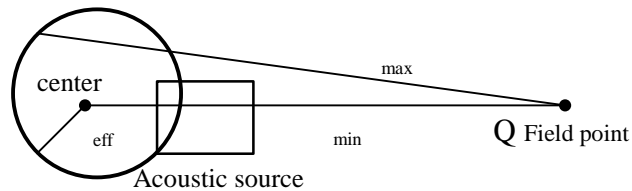
$$P(x, t) = [\cos(\tilde{S}_H t - k_H x) + \cos(\tilde{S}_L t - k_L x)]T(x, t, c, \tilde{S}_b) \quad (2-13)$$

其中 $H = c + b$ ， $L = c - b$ ， $k_H = k_c + k_b$ ， $k_L = k_c + k_b$ 。此時在時域計算時就可以此兩頻率所在空間造成之 *sinc* 函數影響，並將兩者疊加起來即可得此模擬脈波影響；再依時間不同，乘上不同函數 T ，即可得由時域所得之解。

瞭解了時域脈波的計算法後，下面將描述如何將函數 T 之影響加入。由於每一時間點上，空間中只有部分區域受影響，反過來說，即空間中某一點在特定時間時只受部分陣元影響，如下圖三所示：一般脈波不似理想情形而有一影響距離；影響的情形依距離不同有兩種情形，一般而言影響範圍為一環狀區域如圖(a)；但在所考慮距離過近時，影響範圍則為一圓，如圖(b)。



(a)



(b)

圖三、時域脈波影響範圍示意圖；圖(a)影響範圍是一環形；圖(b)影響範圍是一圓。

我們可以距離關係找出有影響的陣元區域；我們知道，因所模擬的脈波不似理想脈波般，長度為 0，故其每一瞬間可影響一段距離，此距離 r_{eff} 即：

$$r_{eff} = cT_b/2 \quad (2-14)$$

若取脈波中點(最高點)當時間原點，則發射源上任一點在時間 t 時可影響的最遠、最近距離分別為 r_{max} 、 r_{min} ，其大小如下：

$$r_{max} = (t + T_b/4)c \quad (2-15)$$

$$r_{min} = (t - T_b/4)c \quad (2-16)$$

反過來說，在空間中任一點在某一瞬間對其有影響的陣元範圍也局限於與此點距離在 r_{max} 與 r_{min} 之間的部分，如圖三(a)之環狀情況。另一情形是 r_{min} 小於此欲求點與發射源垂直距離，此時對此點有影響的範圍為一圓，其圓周上任一點與欲求點距離為 r_{max} ，如圖三(b)。

將此函數 r 部份之影響，配合式(2-13)即可求得脈波形式發射聲波之影響。

2 - 2 - 2 頻寬計算法

大致了解時域觀點計算法後，本節將討論如何改變控制此模擬脈波的頻寬。

首先將式(2-12)中，令 $r = (f - f_c)/f_b$ ，代入原式中得：

$$S(r) = \frac{\cos[(fr)/2]}{[1 - r^2]} \quad (2-17)$$

$S(r)$ 是一常數，在正規化(normalize)時會被消掉。

在(2-17)式中， $S(r)$ 最大值發生在 $r = 0$ 時，即頻率為中心頻率 f_c 時。又因式(2-17)奇值發生在 $r = 1$ 、 -1 時，故我們先討論 $r = 1$ 或 -1 的情形，即在頻率為 $(f_c + f_b)$ 或 $(f_c - f_b)$ 時的 $S(r)$ 。當 $r = 1$ 、 -1 時：

$$10 \log[S(1)/S(0)] = -1.05(\text{dB}) \quad (2-18)$$

當 $r = 1$ 、 -1 時，若所求的頻寬標準為 $-s$ dB，即得下式：

$$10 \log[S(r)/S(0)] = -s \quad (2-19)$$

可將式(2-19)轉換化成：

$$\cos(fr/2) = (1 - r^2)10^{(-s/10)} \quad (2-20)$$

式(2-20)中 f 為已知，我們可以任意數值法求得式中的解。同理，當我們所關心的頻寬是功率頻寬時，可將式(2-19)以：

$$10 \log[S^2(r)/S^2(0)] = -s \quad (2-21)$$

取代，我們亦可將其轉化成：

$$\cos^2(fr/2) = (1 - r^2)^2 10^{-s/10} \quad (2-22)$$

亦可由各式數值法解得 β ，再由 $\beta = (f - f_c)/f_b$ ，且因頻寬 f ，頻率中心 f_c 皆為已知，由此可推得控制頻寬的 f_b 。一些常用的 β 值如下表一：

表一、常用的頻寬標準- dB 及其相對應 β 解

	考慮振幅頻譜的 β 解	考慮能量頻譜的 β 解
3	1.6369	1.1870
6	2.1914	1.6369
10	2.6066	2.0387

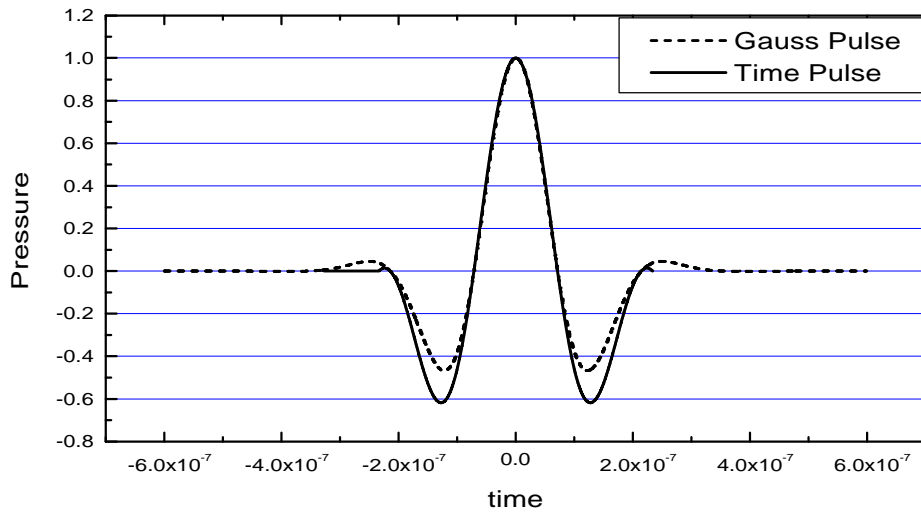
2 - 2 - 3 高斯脈波與時域模擬脈波之比較

本節將比較這兩種脈波在時域和頻域的異同，以讓我們更加了解這種時域觀點所發展出的脈波模擬法的特性。

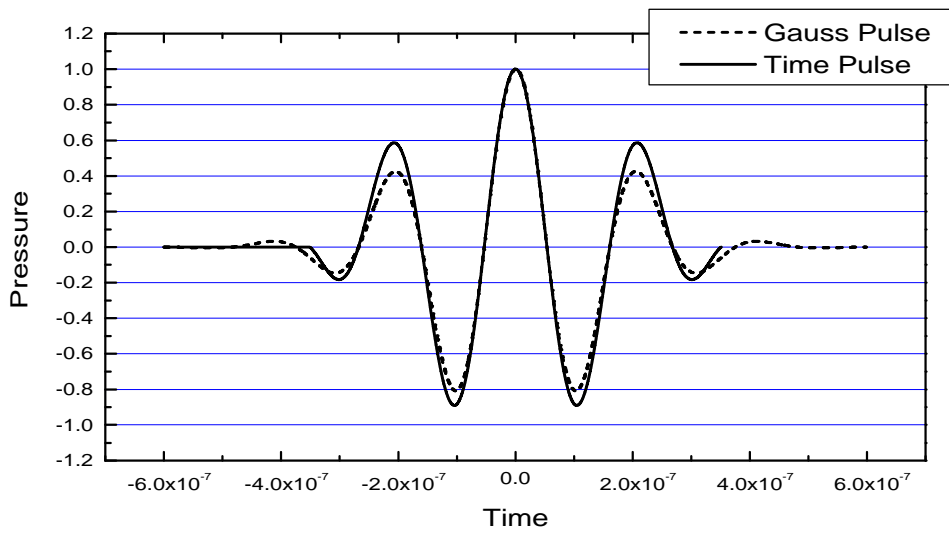
首先比較在時域的情形；下頁圖四(a)、(b)、(c)分別是這兩種脈波在中心頻率為 3.5Hz，能量-6dB 頻寬分別為 100%、50%、25%的比較。由圖中可看出在時域的波形十分相似，且脈波中心部份的差異明顯比旁邊部份小。

再看此兩種脈波的功率密度頻譜(power density spectral)，如下頁圖五之(a)、(b)、(c) 分別是這兩種脈波在中心頻率為 3.5Hz，能量-6dB 頻寬分別為 100%、50%、25%在頻域方面的比較。由圖中可看出，高斯脈波的確有極佳的頻譜性質，其頻譜分佈為以中心頻率為中心，左右對稱的情形；而以時域觀點所做出的脈波模擬，由-12dB 以上看來，也有不錯的頻譜性質，故若所要求脈波頻寬標準在-12dB 之上時，此以時域觀點所發展出的模擬方式應是可供考慮的。

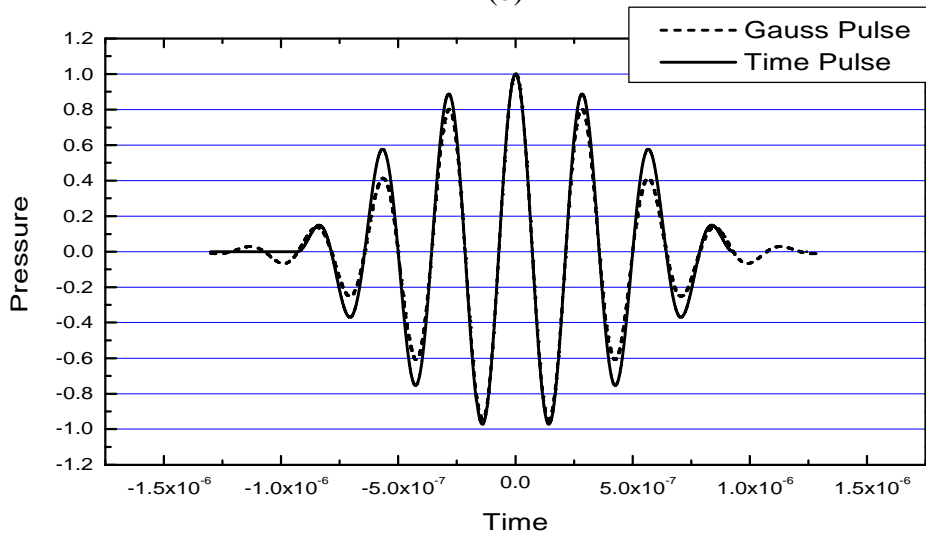
此外值得一提的是，此頻域觀點發展出的高斯脈波模擬法，因是將脈波由頻域分解成許多單頻波再加以計算，所以無論計算空間範圍為何，所用的頻率點數一樣；但由時域觀點發展出的模擬法，則會依計算空間範圍而隨之改變時間點數；因此在所關心的空間範圍較小時，以時域觀點發展出的模擬法，就可大量的節省計算所需時間，反之，在考慮範圍較大時，頻域觀點的方法在計算時間上就顯得較經濟。



(a)

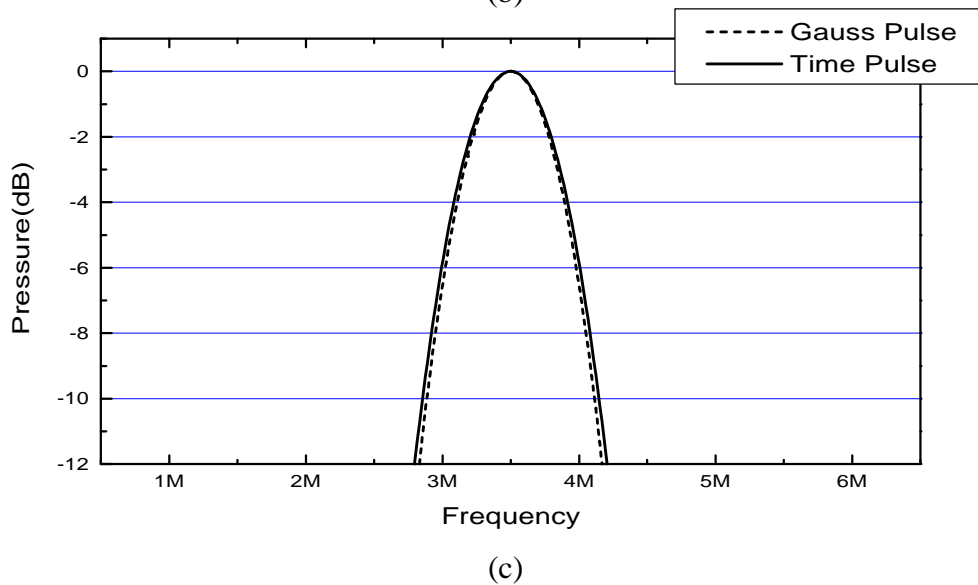
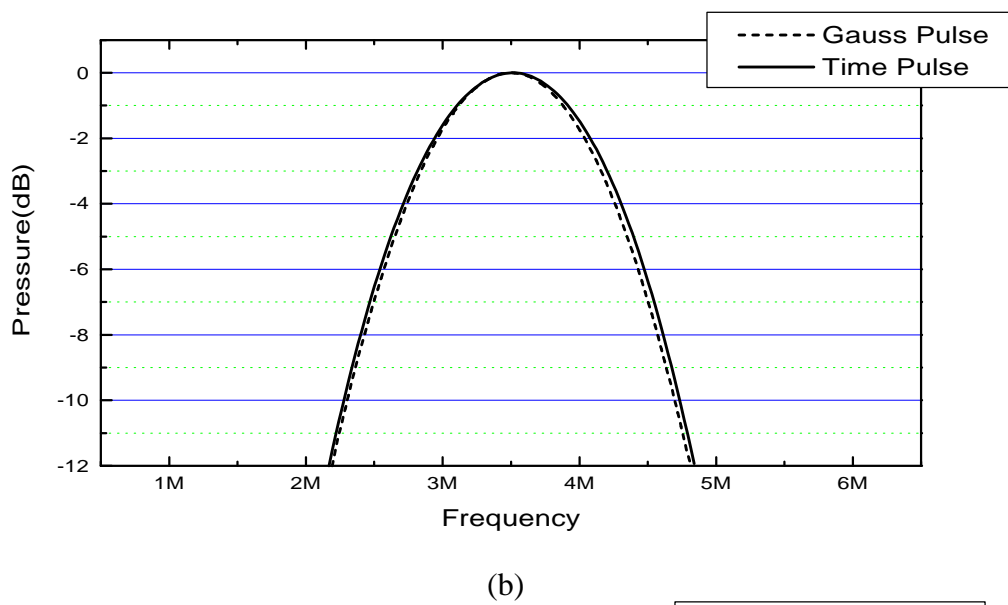
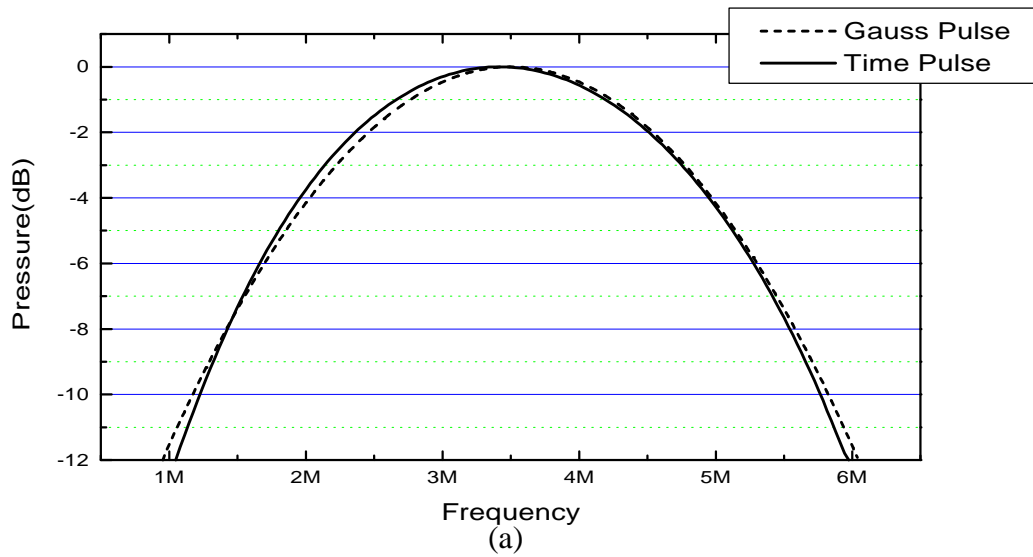


(b)



(c)

圖四、(a)、(b)、(c)分別是這兩種脈波在中心頻率為 3.5Hz，功率-6dB 頻寬分別為 100%、50%、25%的比較。



圖五、(a)、(b)、(c) 分別是這兩種脈波在中心頻率為 3.5Hz，功率-6dB 頻寬分別為 100%、50%、25%在頻域方面的比較。

2 - 3 線性陣列換能器計算

2 - 3 - 1 基本計算法

單一陣元換能器能量分佈的計算法，無論是寬頻或單頻的情形都有充分掌握後，本節重點將放在討論線性陣列換能器的計算法。

如同前述以小區塊遠場近似整個發射源近場的討論一般，我們亦可以此觀念計算陣列換能器之聲場分佈；即將每一陣元聲場分佈分別算出，再加以疊加，即得陣列換能器之聲場 P_{array} ：

$$P_{array} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M P_{mn} \quad (2-23)$$

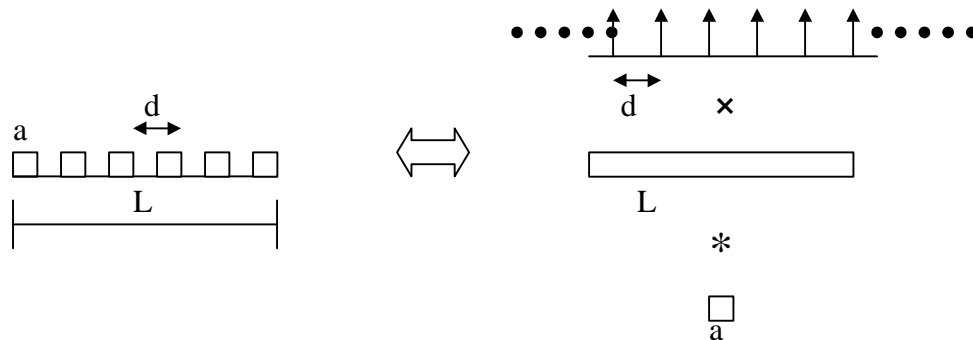
上式中表一在長軸方向有 M 個陣元，短軸方向有 N 個陣元的矩形陣列， P_{mn} 是第 (m,n) 個陣元對聲場的影響，其大小可由(2-7)式得到。

2 - 3 - 2 陣元各幾何參數之影響

以一維陣列為例，若每個陣元上皆為同相且等速之活塞運動，則陣列表面振動速率 ν 函式可表示為：

$$\nu = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x-nd) \right] \left[H\left(x + \frac{L}{2}\right) - H\left(x - \frac{L}{2}\right) \right] * \left[H\left(x + \frac{a}{2}\right) - H\left(x - \frac{a}{2}\right) \right] \quad (2-24)$$

其中 d 為陣元中心間距， L 為陣列總長， a 為每個陣元的大小， δ 是脈衝函數(delta function)。式(2-24)可以下面圖六來表示。

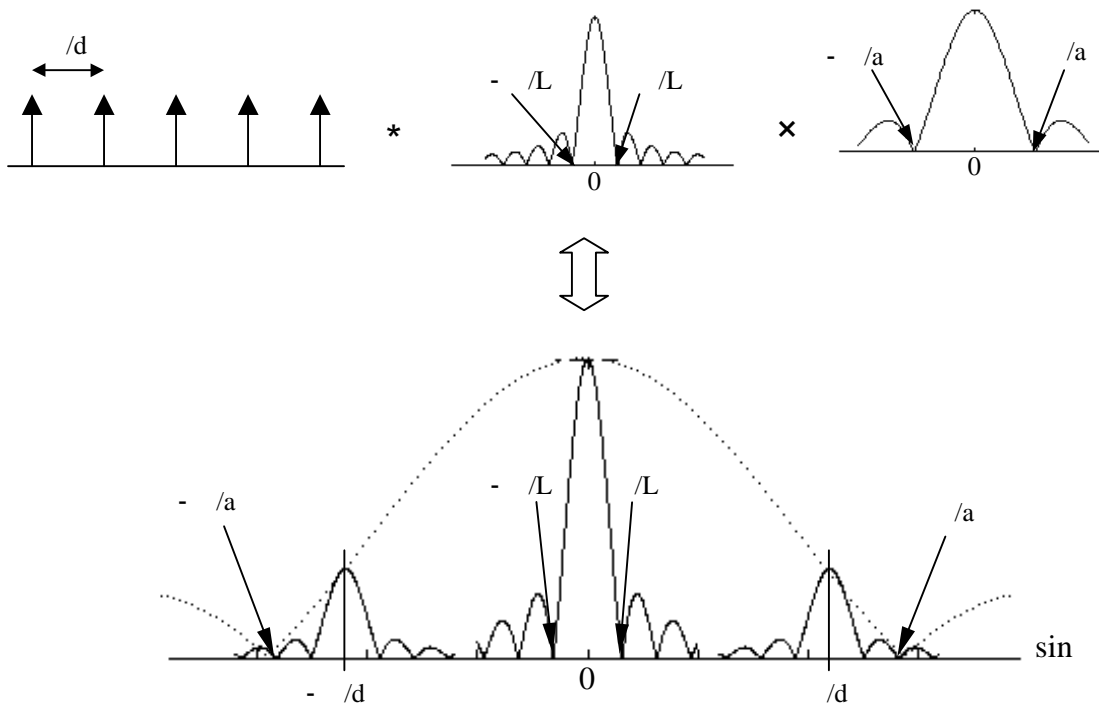


圖六 每個陣元上皆為同相且等速之活塞運動陣列表面振動速率 ν 函式示意圖；
圖中 d 為間距(pitch), L 為陣列總長(aperture), a 為每個陣元的大小(element size)

由過去的研究我們知道，空間中聲場強度的分佈，可由發射源表面的振動速率函數，對與欲求點與中心軸夾角的正弦值取富立葉轉換得到。再由摺積分定理的幫助，我們可得由式(2-24)之表面振動速率，得到空間中聲場強度分佈情形如：

$$P_{\text{array}} = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} u\left(u - \frac{n\lambda}{d}\right) \right] * \text{sinc}(kLu/2) \text{sinc}(kau/2) \quad (2-25)$$

其中 u 是欲求點與中心軸夾角的正弦值，且由摺積分定理知，經富立葉轉換後乘法變成摺積分(convolution)，摺積分變乘法概念，再依圖六之表示，式(2-25)可表為下圖七：



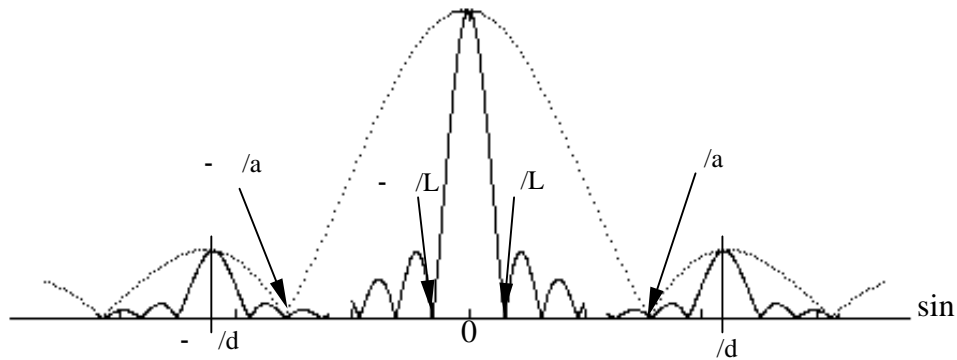
圖七、陣列換能器能量分佈示意圖； d 為間距(pitch)， L 為陣列總長(aperture)， a 為每個陣元的大小(element size)， λ 是波長，橫軸為聲場中任一點與陣列中軸夾角 u 的正弦值($\sin u$)

由圖七我們可觀察出各幾何參數對聲場之影響。在觀察時，我們主要關心下列幾點：

- (1) 主瓣(mainlobe 能量最集中的區域)的寬度及其與其它區域的相對強度。
- (2) 旁瓣(sidelobe 除主瓣外亦有能量較集中的區域其形成是因陣列整體能量本身就不完全只集中於一點域)，觀察其相對大小及數量、位置。
- (3) 衍生瓣(gratinglobe 因陣列能量有週期性重複現象，能量集中區重疊時會有一較大之能量集中區出現)同樣是觀察其相對大小、數量、位置。

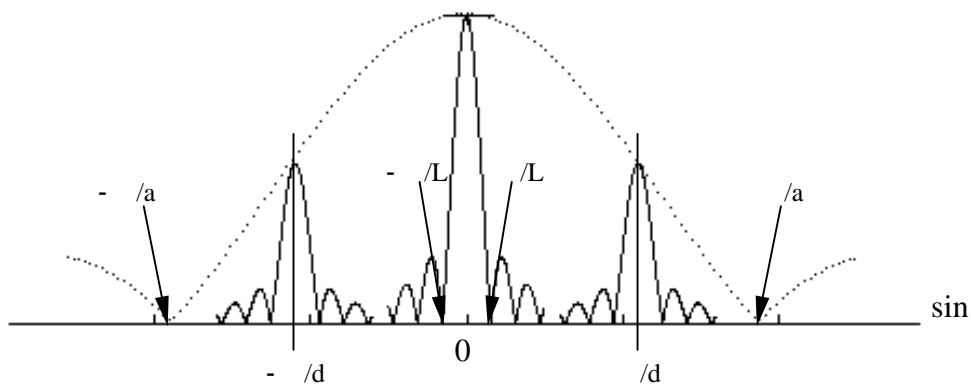
由此三者的觀察可了解聲場聚集情形好壞。原則上最理想的情形是要由我們的設計使得主瓣愈細，相對強度愈大，旁瓣、衍生瓣愈小、愈少，且離主瓣愈遠，才是能量集中較佳的探頭設計。

由觀察圖七可知，衍生瓣主要受陣元中心距離 d 的影響；在 $d < \lambda/2$ 時，就可避免衍生瓣的生成；此外我們亦可發現，主瓣及旁瓣的大小、粗細，最主要是取決於整個陣列總長；總長愈長，則能得到較佳的主瓣，但卻使旁瓣向中心集中。而每個陣元的大小只有些微影響主瓣頂部形狀；但對旁瓣的大小卻有較大的影響；當陣元較大時，可對旁瓣及衍生瓣有較強的抑制作用。但過大時，由陣元大小所生的旁瓣(即第二能量集中區)可能非但不會抑制旁瓣及衍生瓣，反而有助長作用。如下圖八。



圖八、陣元大小所生旁瓣助長衍生瓣及旁瓣示意圖； d 為間距(pitch)， L 為陣列總長(aperture)， a 為每個陣元的大小(element size)， λ 是波長，橫軸為聲場中任一點與陣列中軸夾角的正弦值($\sin \theta$)

在中心距離較小時，每個各別 sinc 函數所形成的主瓣相距較遠，不會因陣列週期性排列而造成衍生瓣的生成。但在中心距離較小時，陣元也同時變小，此時陣元所造成的主瓣(圖七虛線部份)會變寬，而造成旁瓣的壓抑能力變小，甚至可能會出現陣元所造成的旁瓣助長了陣列旁瓣的情形。如圖九

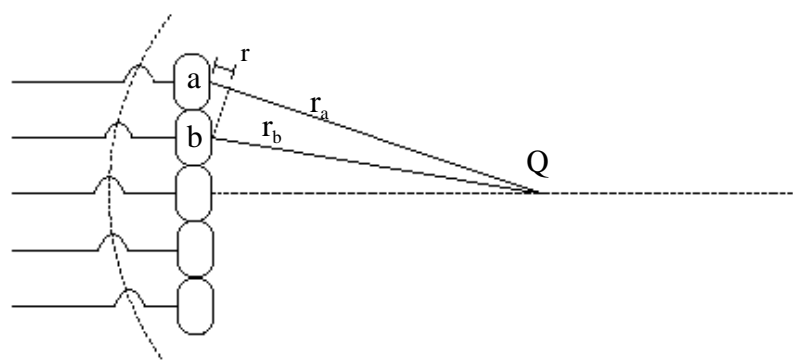


圖九、陣元太小時助長旁瓣及衍生瓣示意圖； d 為間距(pitch)， L 為陣列總長(aperture)， a 為每個陣元的大小(element size)， λ 是波長，橫軸為聲場中任一點與陣列中軸夾角的正弦值($\sin \theta$)

雖有以上的討論,但由於陣元大小、中心距離、總長是彼此互相影響的;如:加大陣元大小的同時,必也加大了中心距離,同時也加大了總長;加大陣元則對旁瓣通常有較強的抑制力,但加大了中心距離會增加衍生瓣的產生,而總長的加長則會使主瓣變細,但會使旁瓣的數量增加;究竟最後綜合影響為何,還得借重數值方面的計算來了解。

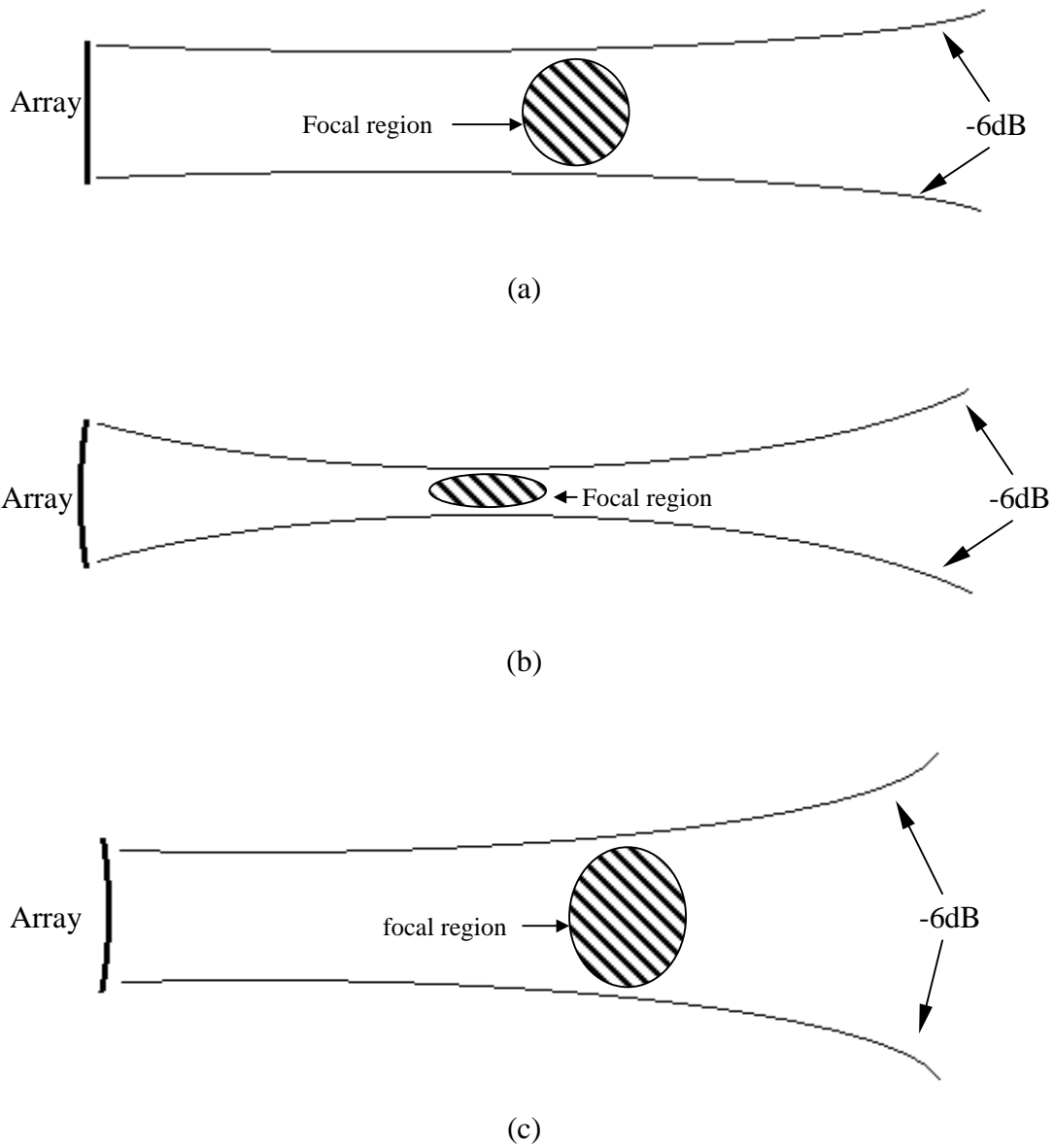
2 - 3 - 3 陣列聚焦

陣列換能器與單一陣元最大的差異在於可利用每個陣元發射時給予相位差,使得能量能有更佳的集中。如圖十所示,若想使能量集中於一點 Q ,而 a 、 b 兩陣元與此點距離分別為 r_a 與 r_b ,若 r_a 、 r_b 差為 r ,則此情形下兩點至 Q 點之相位差為 $k r$,故在輸出時利用延遲使它們兩者到達 Q 時的相位一致,能得到最佳的相長性干涉;同理將每個陣元都依此方式處理,則可使陣列在 Q 點達到聚焦(即每一陣元在此皆為相長性干涉),此情形就像是將原本的線性陣元經由延遲方式轉成一假想曲面,而欲聚集能量點 Q ,則在此面之曲率半徑中心,若線性陣列總愈長,則所圍出的曲面占整個圖的比例愈大,則聚焦效果愈佳。



圖十、陣列換能器聚焦原理示意圖;圖中 Q 是欲聚焦點, r_a 、 r_b 分別是陣列中 a 、 b 兩個陣元與 Q 的距離, r 是此兩距離的差;以時間延遲使兩陣元輻射的聲波至 Q 為同相;同理使陣列中每個陣元至點 Q 皆為同相;此法像把原為直線的陣列轉換成焦點在 Q 的凹曲面形虛陣列,以達成聚焦的功能。

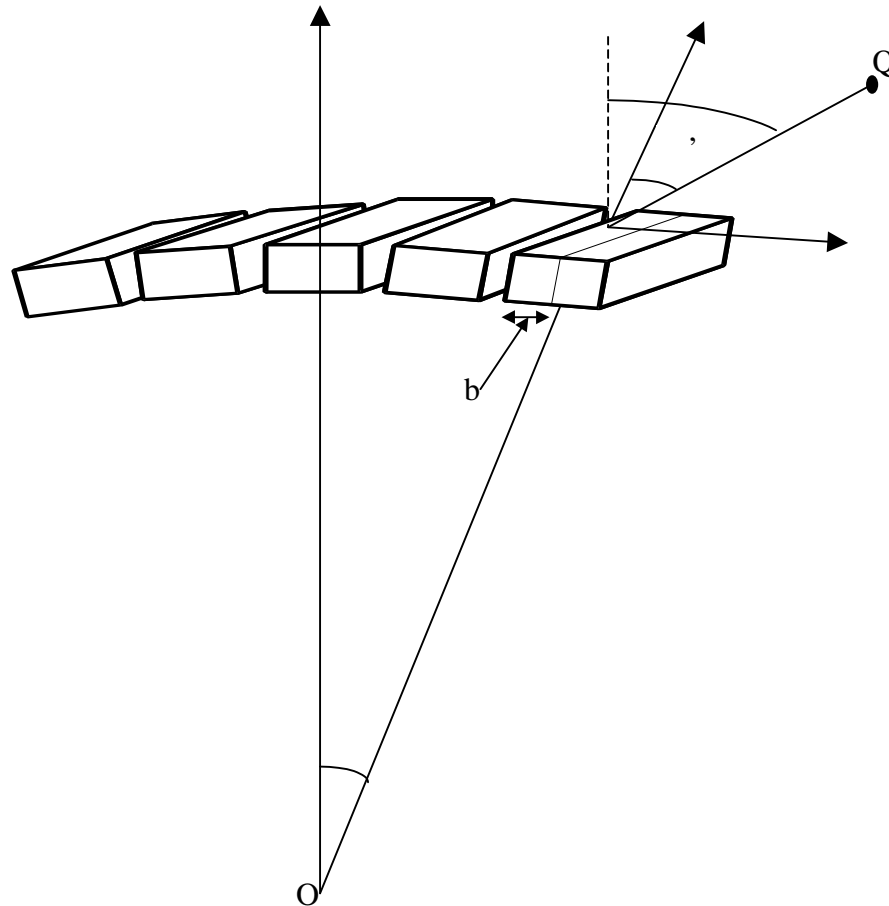
但值得注意的是,另一觀點來看,對一線性陣列而言,因其總長為有限,故受此限制必有一遠近場的分別,如圖十一(a)[23]是虛陣列為直線(不做延遲)時-6dB 等聲壓線,此時陣列的聚焦情形為其自然聚焦狀態;圖十一(b)欲聚焦點在陣列的近場,能量尚未開始發散,此時時間延遲所造成的虛陣列為一凹曲面,故有增進聚焦效果,可使能量較聚集,-6dB 曲線所圍成範圍較狹長;但超過此範圍後,則欲讓所有陣元達成相長性干涉之點,以延遲所成之虛擬曲面為一凸曲面,此時如下頁圖十一(c)所示,能量反而會發散而無法聚焦。故我們在作聚焦時,實則上受了陣列長度限制,而只能在其近場部分增進其能量集中情形。



圖十一、陣列聚焦效果限制示意圖；圖中(a)、(b)、(c)分別表示因延遲時間形成的虛陣列其能量曲線示意圖。其中(a)是虛陣列為直線(不做延遲)；(b) 虛陣列為凹曲面；(c)虛陣列呈一凸曲面之情形。

2 - 4 非線性陣列近似模擬

為了能得到較大的掃描範圍，我們經常做弧型陣列的設計；對於非線性陣列，其弧度不甚大時，我們可將其切割成較小區塊，而由於區塊甚小，可將其視為一平面，再依其位置不同做座標旋轉，疊加後即可得非線性陣列近似模擬。如圖如圖十二所示：



圖十二、弧形陣列計算 Q 點座標轉換示意圖；圖中 Q 為欲求點； θ 為 Q 點與中心軸之夾角；而 θ' 是與發射陣元垂直的中軸的夾角； θ'' 為弧形上的陣元中心軸與陣列中心軸之夾角； b 是可視為平面的區塊大小，即計算時所用的小矩形寬度； O 是弧形陣列的曲率中心。

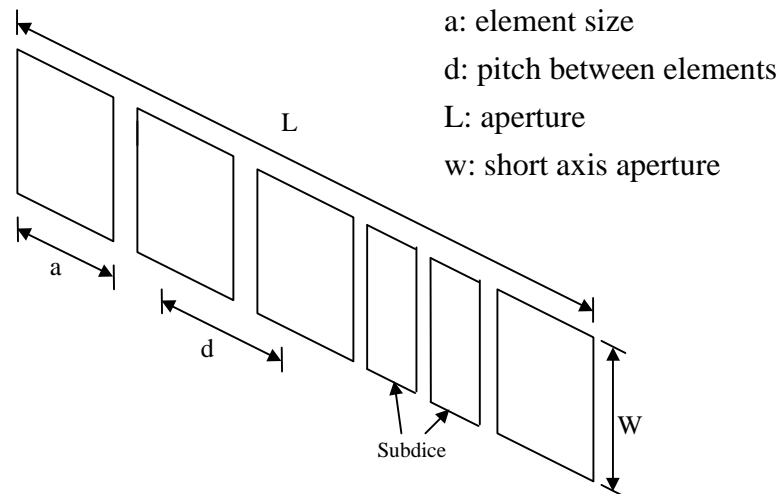
我們可逐漸細切我們的陣元，分析它們所算出聲場強度的收斂性，而逐步得到可視為平面的區塊大小如圖中之 b 。以較基本的弧型陣列為例，若陣列長軸方向為弧型，而短軸方向仍維持線型，而計算時所用夾角並非與中心軸之夾角 θ ，而是以與發射陣元垂直的中軸的夾角 θ' ，此夾角因弧形上的陣元中心軸已轉了一角度 θ'' ，而可視為是一座標軸旋轉之情形。

第三章 模擬結果與討論

本章將就前述理論基礎所模擬的結果做一綜合整理討論，雖然 2-3-2 節曾討論過各幾何參數對聲場強度的影響，但由於許多因素彼此交互作用後，對最後整體影響優劣極難判定，且在討論時，並未將聚焦後的影響考慮在內，因此我們仍需以數值模擬以了解陣元大小、中心間距、副切割、陣列尺寸對聲場影響情形。此外，頻寬的影響及弧形陣列的模擬結果也將於本章內加以呈現。

3 - 1 單頻連續波各參數對聲場影響

依第二章所述方法，本節將討論單頻連續波發射陣列中陣列陣元安排方式的各個幾何參數(見圖十三)；包含陣列長度、陣元中心距離、陣元大小、陣列短軸長度....等對聲場的影響做了一些整理討論。而所用的基本陣列模式是採工研院所發表之陣列[24]再加以變化觀察。



圖十三、陣元安排幾何參數示意圖。圖中 a 是陣元大小(element size)，d 是陣元中心間距(pitch between elements)，L 是陣列長度(aperture)，w 是短軸長度(short axis aperture)，Subdice 是副切割。

3 - 1 - 1 陣列長與陣元間距離

一般而言，探頭設計為配合系統需求，都以一定陣元數來做設計，故在調整陣元間距時，亦嚴重影響到陣列長度，但由前述理論分析知道，此二者對聲場影響是不盡相同的，在同時發生時究竟會造成什麼樣的結果，是本節所關心的。

首先我們以固定陣元大小與陣元間距，改變陣元數以改變陣列長度 L 與聚焦距離 F ，此兩者比(F/L)的大小，觀察此變因的影響；結果如圖十四，由圖中我們可看出在聚焦距離 F 與陣列總長 L 的比(F/L)較大時主瓣(main lobe)較寬，且接近主瓣處的旁瓣(side lobe)，明顯較高，而隨著 F/L 下降時，主瓣會變細，但在較遠處的旁瓣則有增高的趨勢。

接著我們改變陣元間距，但維持陣列長度、陣元大小等其餘幾何參數，觀察陣元間距的影響；結果如圖十五所示，隨著陣元中心間距與波長的比逐漸增大時，我們可看出對主瓣的影響並不大，但衍生瓣卻快速的增長，且向中心集中，且在邊緣部份的小旁瓣也有明顯的成長的現象。

最後我們同時改變這兩者看其變化，我們在圖十六中可以同時看到在上述兩種測試的綜合結果，因陣列總長加長造成聲場的主瓣變細的情形，在中心間距加大時所觀察到的衍生瓣成長且向中心靠近的情形，也清楚存在；但總長加長時接近主瓣處的小旁瓣較高且較遠處旁瓣增高的現象在交互影響下，則不甚明顯。

3 - 1 - 2 陣元大小

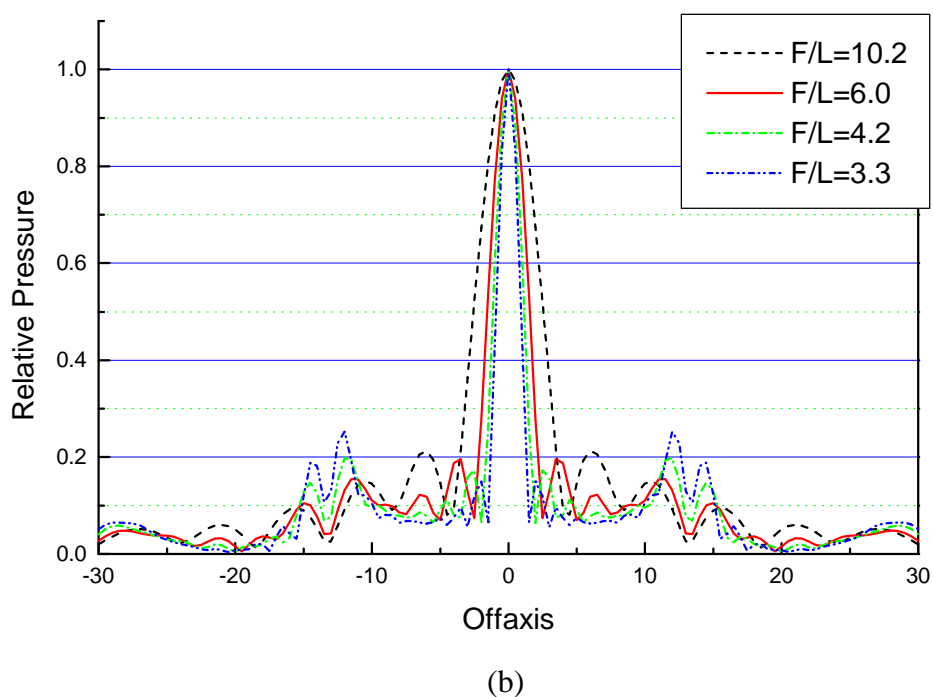
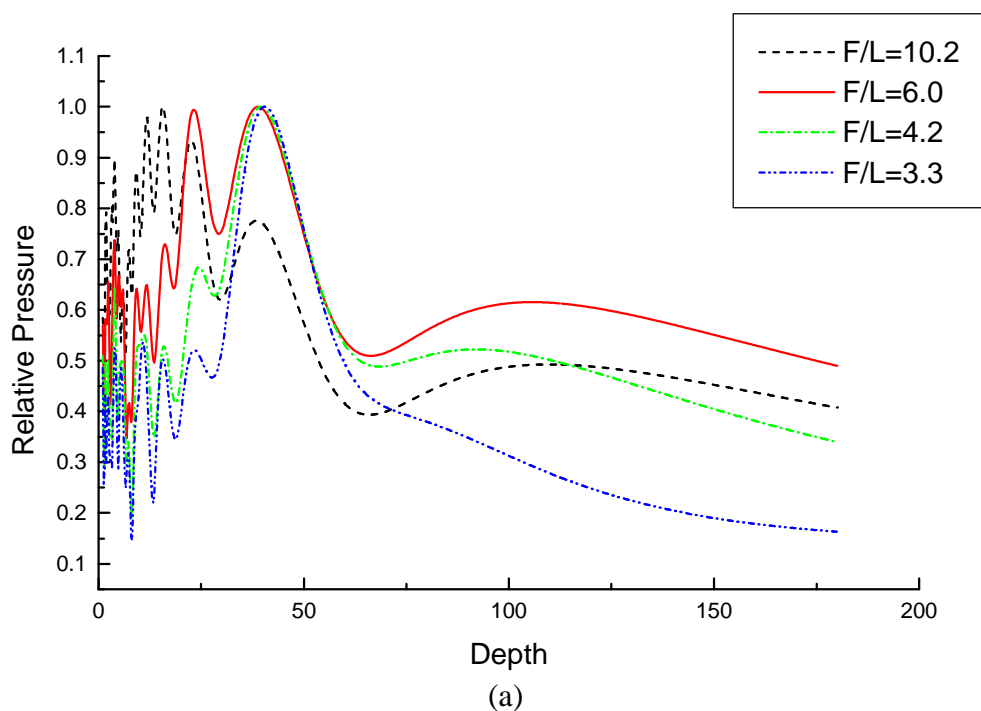
我們將固定陣元數、陣元間距，改變陣元大小來觀察，發現一般而言，較大的陣元對旁瓣及衍生瓣有較強的抑制力，且能量聚焦較果也較佳。

如圖十七、十八所示，以在 43mm 及 108mm 聚焦為例，先觀察圖十七、十八中的(a)圖，由圖中我們可看出，當陣元逐漸變大時，聲場對深度的分佈，在遠場並沒有太大的差異，但我們可明顯看出在較大陣元時，以近場及聚焦深度的聲場比較，可看出在陣元較大時，聚焦深度處的相對強度明顯較強，也可說是聚焦能力有所提昇，這可能是歸因於，較大陣元本身才有能力將聲波推向較遠處，而不似小陣元在較近時就衰減掉。

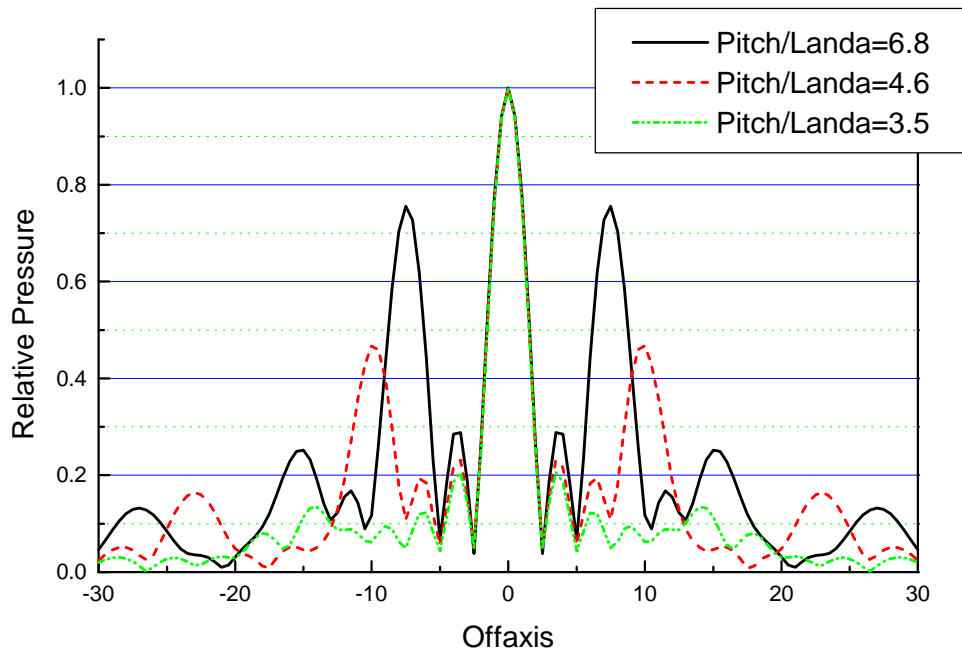
再觀察圖十七、十八的(b)圖，可看出在陣元變大時，對衍生瓣有明顯的抑制作用，且在遠處的衍生瓣及旁瓣也有不錯的克制效果，尤其是比較十七圖、十八圖，即在 43mm 處聚焦及 108mm 處的情形，更可明顯看出在聚焦較遠時，因近主瓣處的衍生瓣已較小，所以其克制效果較不明顯，但較遠處的抑制效果則還是看得出來。

3 - 1 - 3 副切割

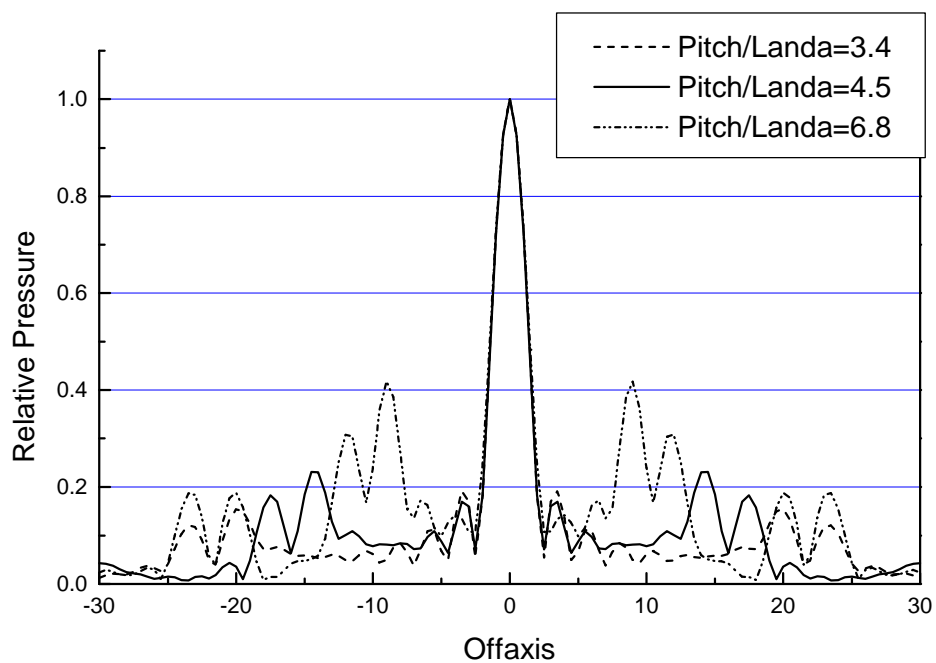
副切割原是用以維持每一振動單位之長寬比大到足以免於振動頻率的交互耦合干擾(cross coupling)以增加機電轉換效率。但觀察圖十九中由完全不做副切割到逐漸增多副切割的聲場變化情形，我們可以看出副切割對衍生瓣及旁瓣的抑制效果，但在切割數太多或衍生瓣及旁瓣太小時，效果即不甚明顯。



圖十四、陣列總長對聲場影響；圖(a)是對深度的分佈，圖(b)是對平行陣列長軸方向的分佈。兩圖皆固定陣元大小，中心間距，改變陣元數以改變陣列總長，圖中F是聚焦距離，L是陣列總長

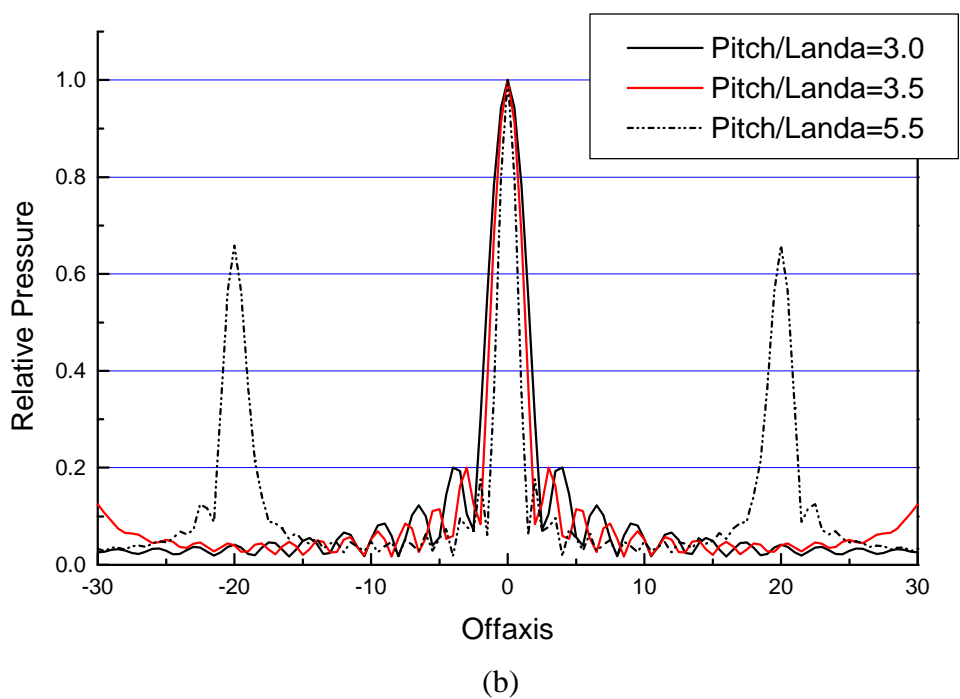
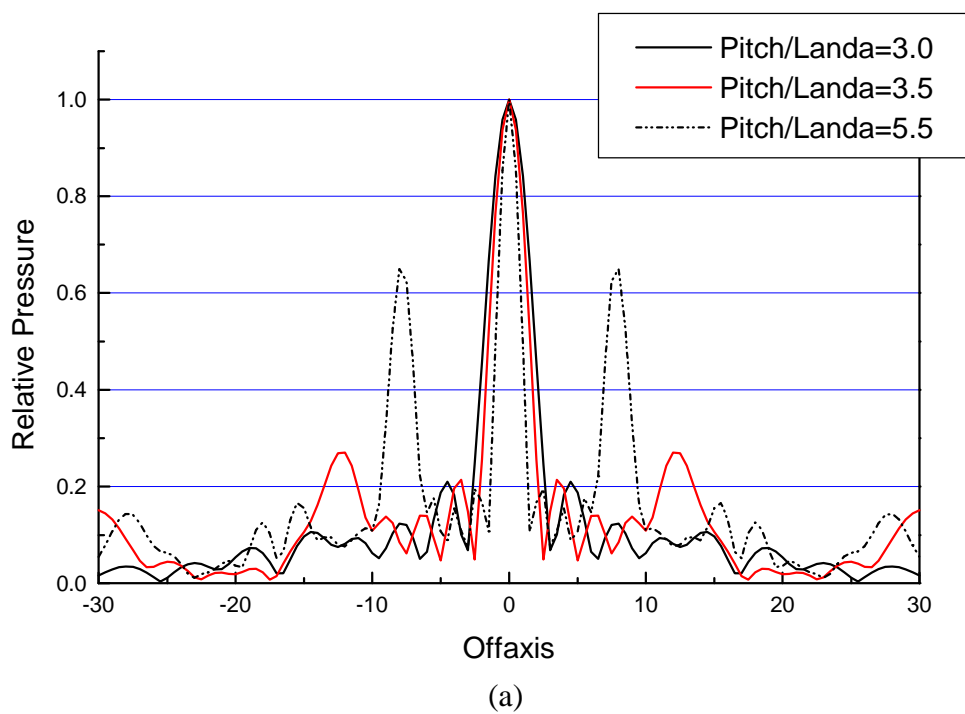


(a)

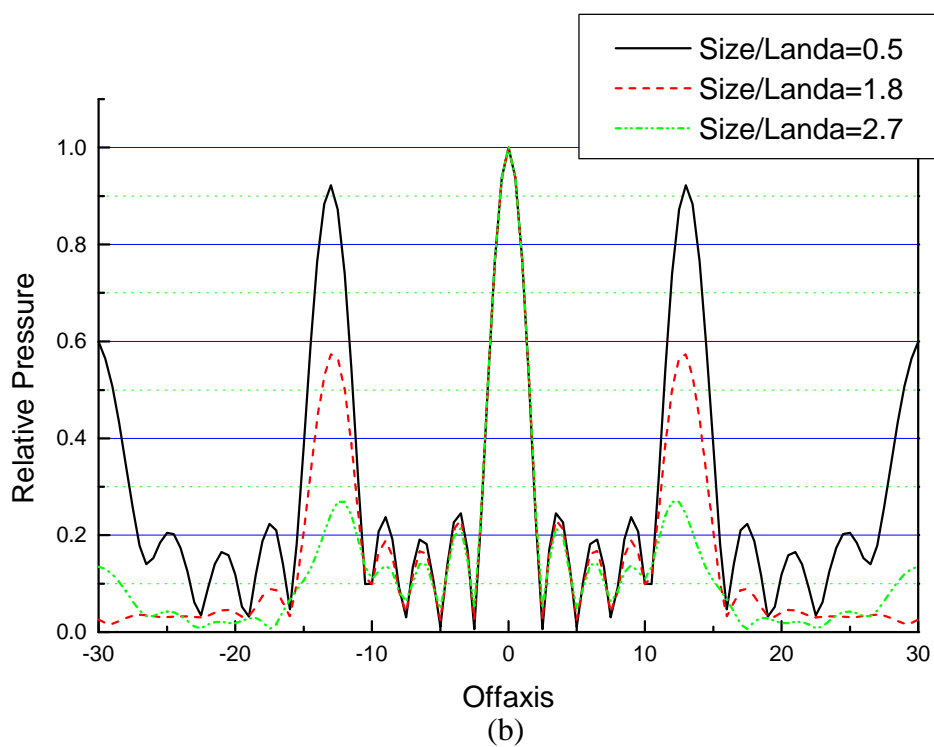
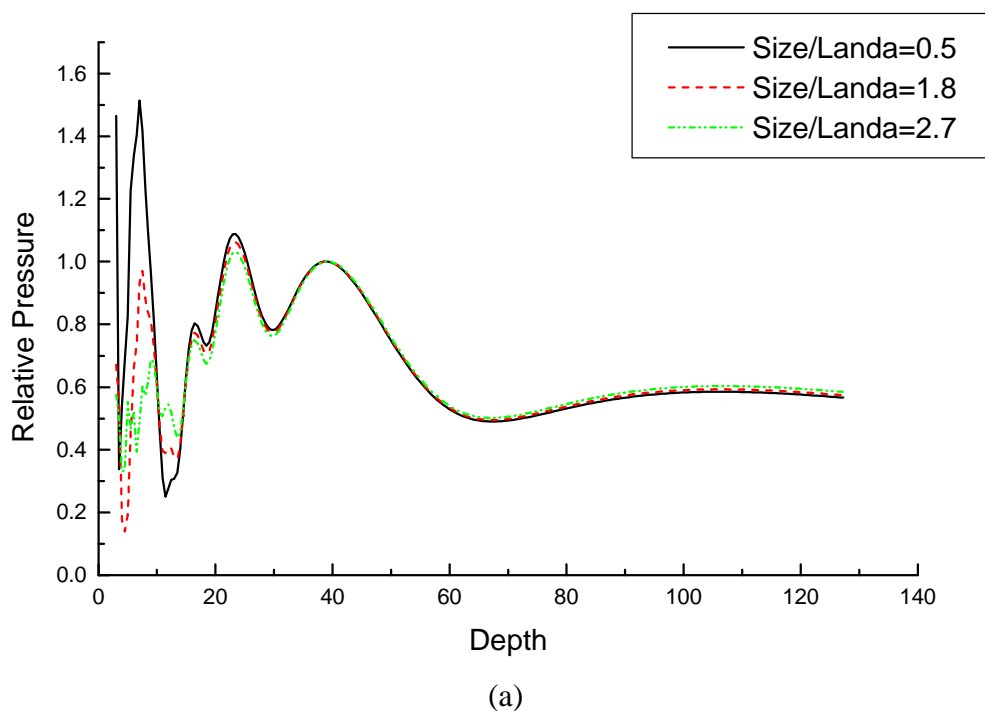


(b)

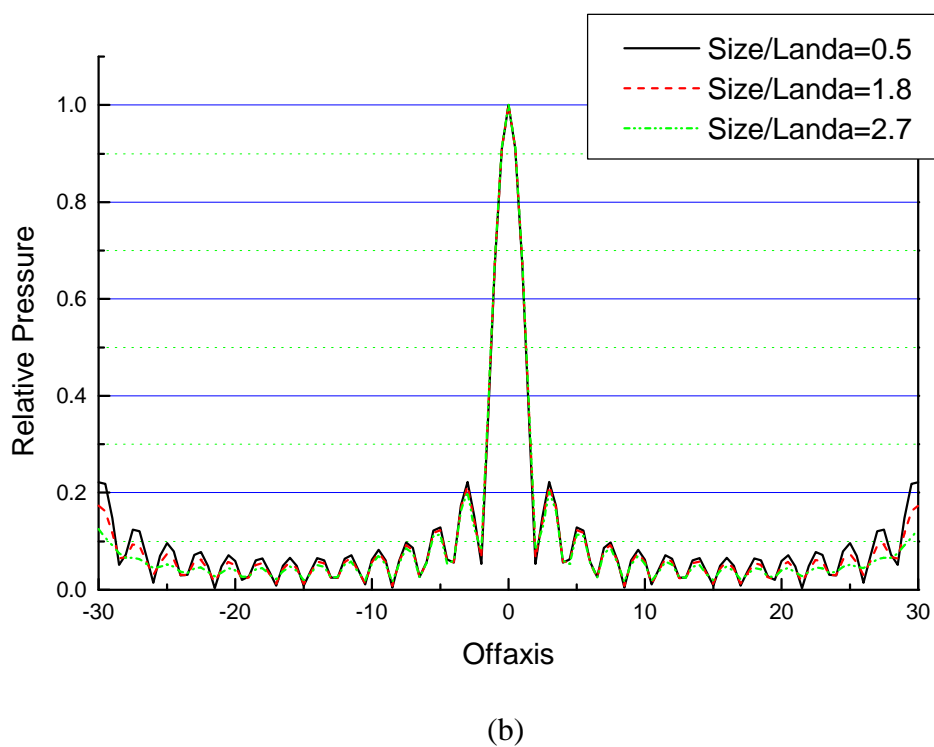
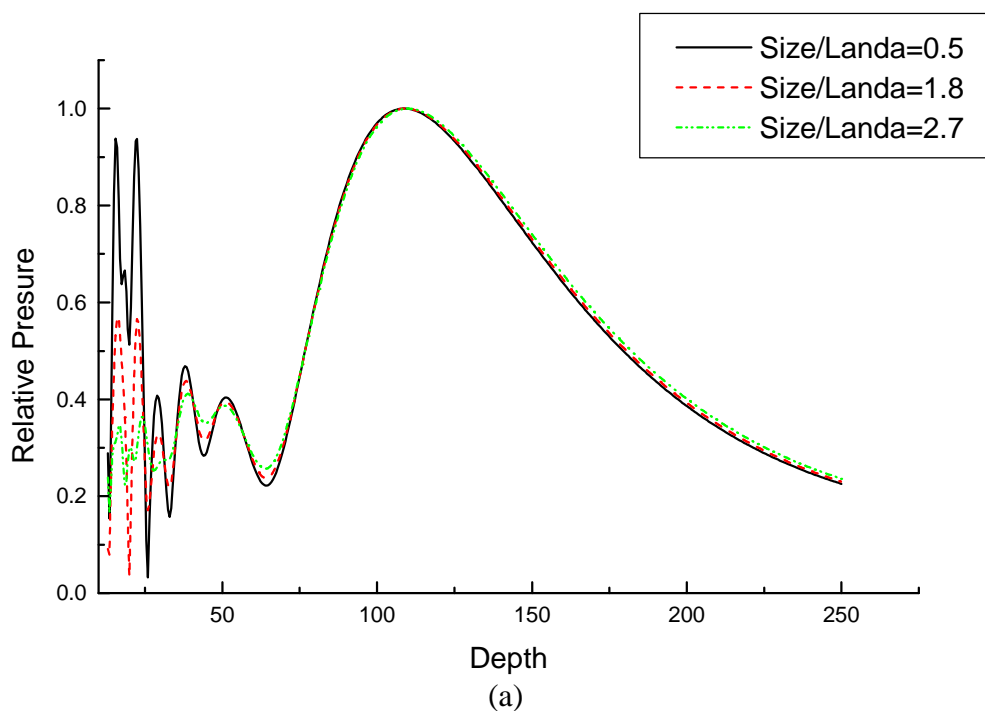
圖十五、改變陣元間距(pitch)，但不改陣列大小(aperture)，對聲場影響，圖(a)是聚焦在 43mm 處，圖(b)是聚焦在 70.5mm 處，Landa 表發射聲波長。



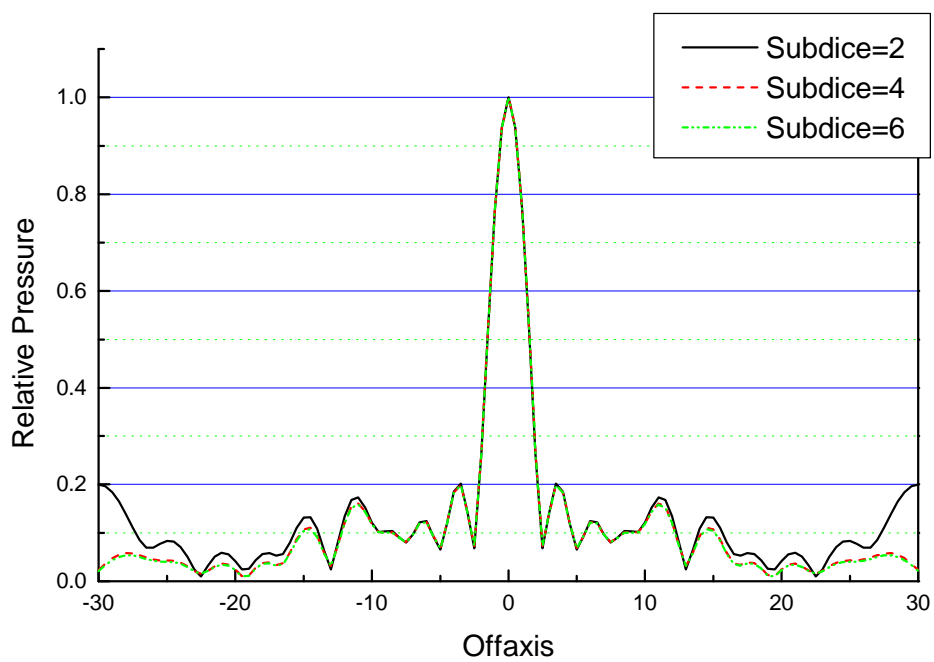
圖十六、固定陣元大小(size)，改變陣元間距(pitch)，陣列長度(aperture)，觀察聲場變化情形；圖(a)是聚焦於 43mm 圖(b)是聚焦於 108mm；Landa 表發射聲波長。



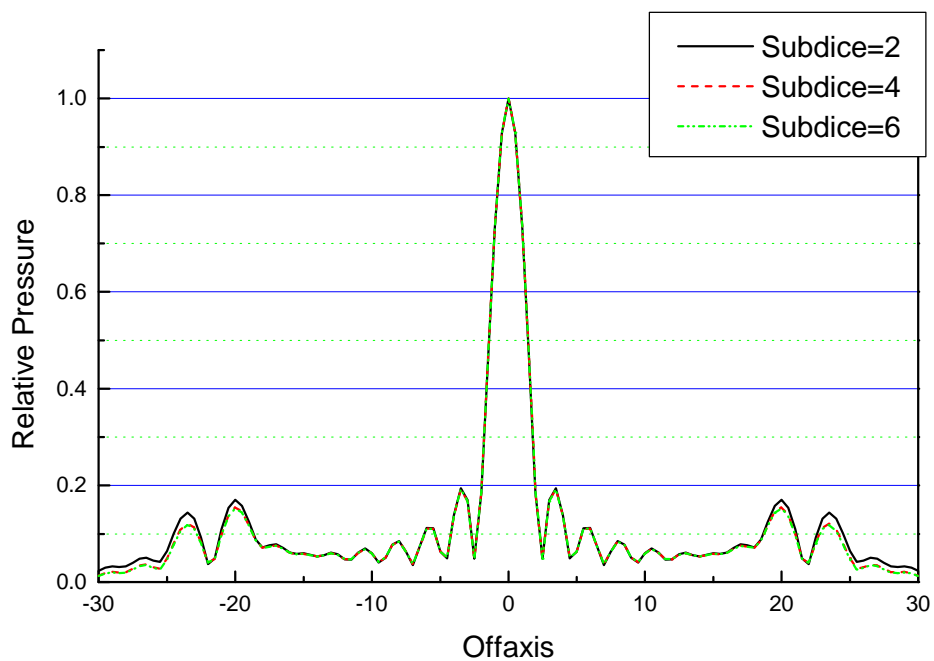
圖十七、單頻連續波，聚焦於 43mm；圖(a)是聲場對聲場深度分佈；圖(b)是聲場在平行於陣列長軸方向的分佈。固定陣元中心間距(pitch)，改變陣元大小(size)，觀察聲場變化情形，Landa 是波長。



圖十八、單頻連續波，聚焦於 108mm；圖(a)是聲場對聲場深度分佈；圖(b)是聲場在平行於陣列長軸方向的分佈。固定陣元中心間距(pitch)，改變陣元大小(size)，觀察聲場變化情形，Landa 是波長。



(a)



(b)

圖十九、副切割改變對平行陣列長軸方向聲場分佈影響圖；圖(a)是聚焦於 43mm 處，圖(b)是聚焦於 70.5mm 處。

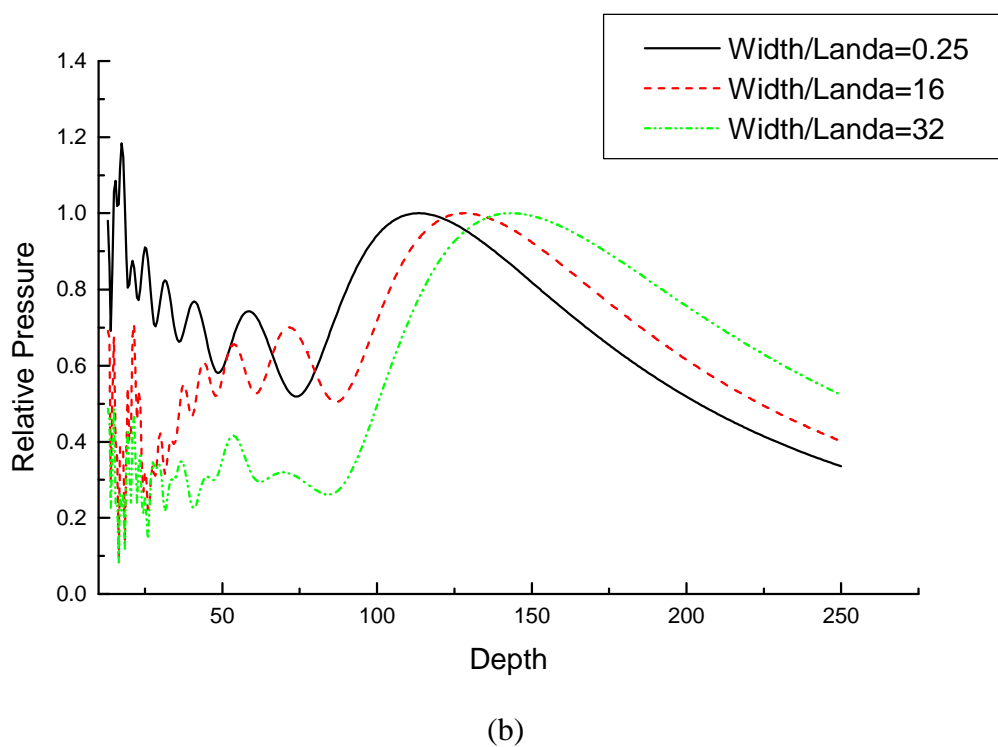
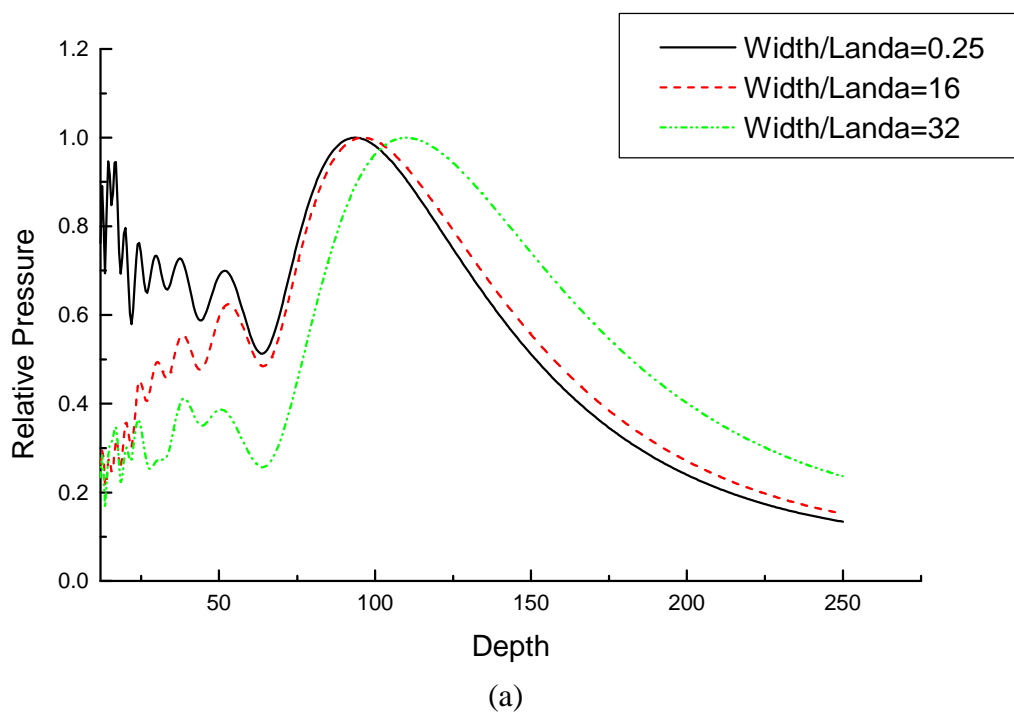
3 - 1 - 4 短軸長度

一般換能器除非特殊需要，短軸上多以機械聚焦代替複雜的電子聚焦；故短軸長所造成的影響也是極重要的一環。圖二十為聚焦於較遠處(108mm 及 144mm)時，短軸長度改變，對聲場沿深度分佈情形影響的觀察。圖中短軸長度由長至短時可看出短軸在增長時，由遠近場能量比可看出，短軸較長，能量有較佳的聚焦能力，且隨著短軸增長，能量聚集處可較接近我們欲聚焦的距離。

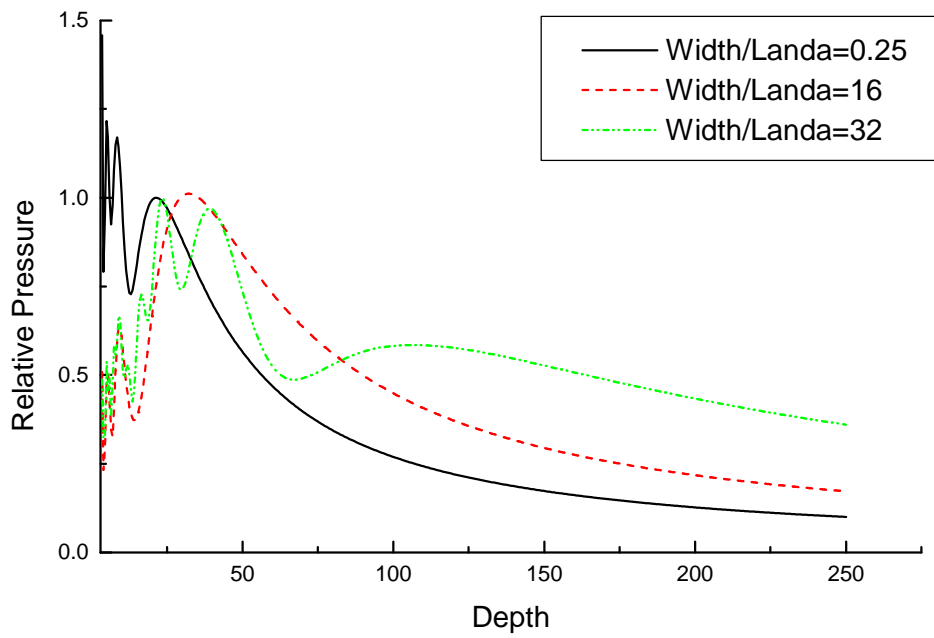
但在圖二十一聚焦於較近處(43mm 及 70.5mm)時，我們又可看到另一現象；圖中同樣為短軸逐漸增長的線圖。我們可發現在短軸長度由 $1/4$ 倍波長增至 16 倍波長時，尚符合我們前述的觀察，但當短軸再增長至 32 倍波長時，在所欲聚焦處的能量不但不集中，反而分裂成兩個峰值，致使聚焦處能量不升反降。由此可知短軸長度並非一味增加即可增加聚焦能力，有時反而會有反效果。若再仔細觀察則可發現，因聚焦點實則對陣列總長而言為一近場(見 2-3-3)，故在離聚焦點更深的聲場強度分佈並非是一隨距離持續下降的情形，而仍有其它的區域峰值，此現象在聚焦較近時更為明顯，在短軸增長時，其實所有的峰值都有向更深的深度推進的趨勢，在聚焦較近時，在一定短軸長度時，聚焦深度剛好落在兩個峰值之間，因而形成此一聚焦處強度不升反降的現象。

再和前面 3-1-1 節中所提有關陣列總長 L ，與聚焦距離 F 對聲場影響的交叉比較；由前述的討論可知，較小的 F/L 除了較遠處旁瓣有微幅上升外，大致而言有讓主瓣變細使聲場集中性提昇的功能，似乎也告訴我們，較大的陣列總長，在較近處聚焦可得較佳的較果，但在此處的討論卻發現，過近的聚焦，對深度方向的聲場強度分佈，其效果是要與短軸長度互相配合的，而非陣列愈長，聚焦愈近，就可得愈佳的效果。

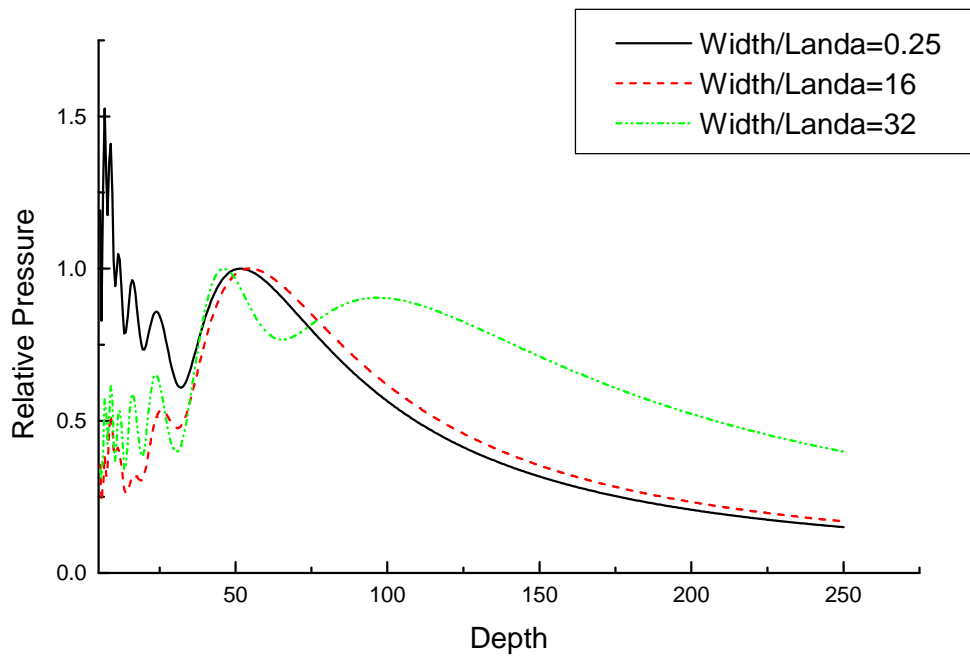
至於 F/L 的大小對此深度強度分佈則尚未看出其明顯相關性，以圖二十、二十一而言，圖二十(a)其 $F/L=4.9$ ，圖二十(b) $F/L=6.5$ ，圖二十一(a) $F/L=6$ ，圖二十一(b) $F/L=5.3$ 。並非在其較大或較小時，就能保證此深度方向的分佈否會有何一定的趨勢。



圖二十、在聚焦距離較長時，改變短軸長度，聲場對深度分佈之影響圖。圖(a)是聚焦在 108mm 的情形；圖(b)是聚焦在 144mm 的情形。



(a)



(b)

圖二十一、在聚焦距離較短時，改變短軸長度，對聲場深度分佈之影響圖。圖(a)是聚焦在 43mm 的情形；圖(b)是聚焦在 70.5mm 的情形。

3 - 2 寬頻訊號發射陣列各參數對聲場影響

在前述討論中，因發射訊號為連續單頻波，所以我們可觀察其穩態時聲場振幅，以此來探討陣列各參數對換能器效能的影響，但在發射訊號為寬頻訊號時，由於對空間中任一固定點，並無最終穩態情形，而隨時間不同有所改變；如圖二十二所示，(a)、(b)圖分別表示聚焦於空間中兩固定距離(43mm、108mm)，觀察不同時間時，在此兩聚焦距離上平行於陣列方向上的聲場分佈，若預計脈波到達焦點的時間分別為 $2.8e-5$ 秒和 $7.0e-5$ 秒，我們可看出在其前後不同時間時，聲場強度分佈有明顯的不同，故我們一般以頻域觀點(如高斯脈波模擬法)所算出的聲場能量分佈尚可理解，但強度分佈所指強度究竟為何？故本章首先將比較傳統高斯脈波模擬法與以時域觀點出發所發展出的模擬法，計算結果的異同，並由此了解頻域觀點所算出所謂強度分佈的實際物理意義；之後再討論寬頻訊號其頻寬大小與換能器效能之間的互動，並比較寬頻訊號換能器與連續單頻波換能器聲場的差異。

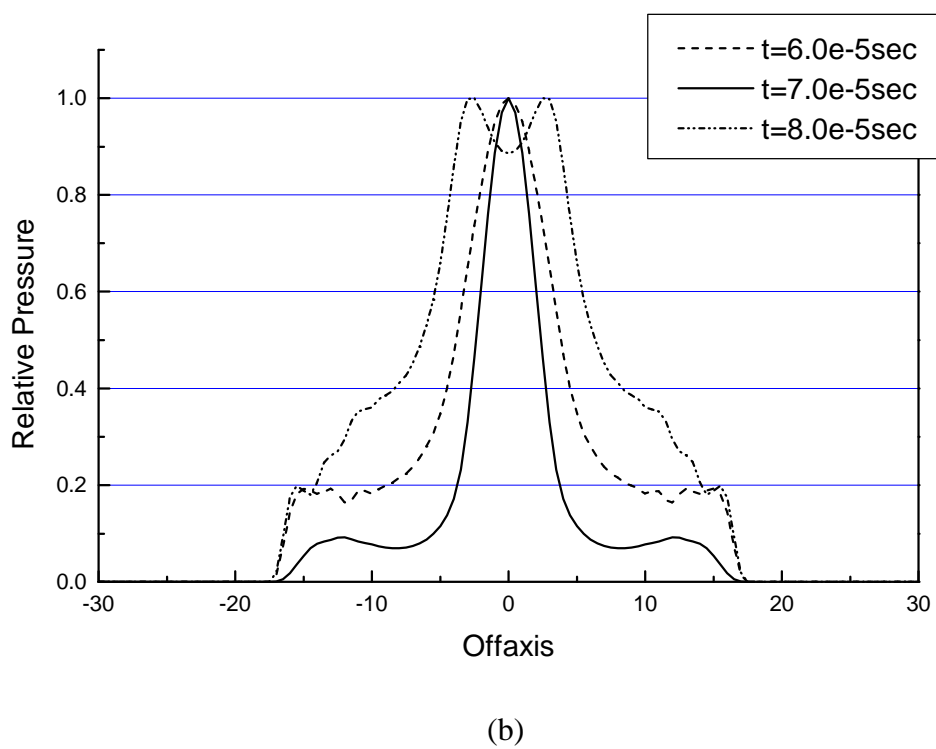
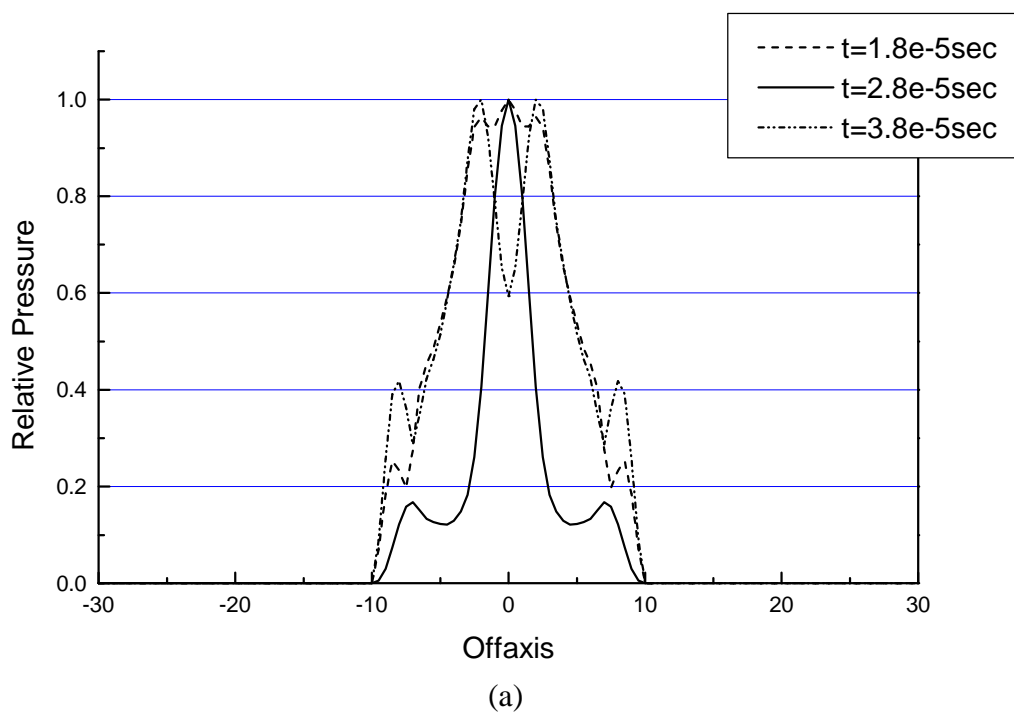
接著將如同前節般討論陣列各幾何參數，如：陣列長、陣元間距離、陣元大小...等，在發射源發射訊號為寬時，其對聲場影響情形作一綜合討論。

3 - 2 - 1 頻寬影響

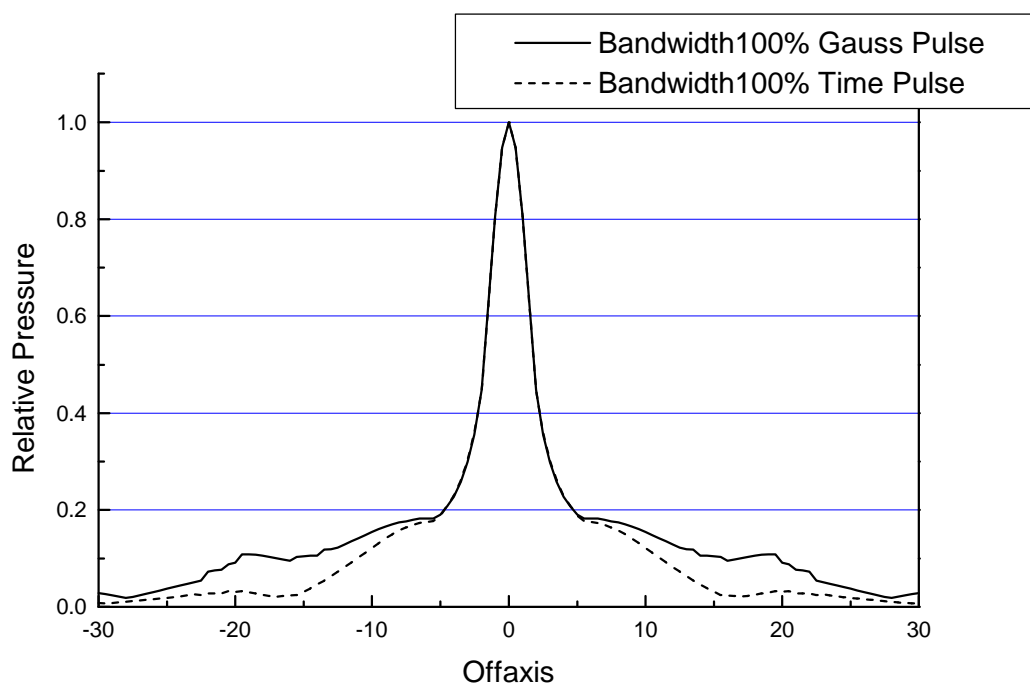
在實際測量換能器聲場時，有量測最大振幅、能量、最高最低振幅差等方法，我們以時域脈波模擬法(Time Pulse)就可任意的模擬出這些不同的物理量，經過和高斯脈波模擬法(Gauss Pulse)以分解脈波各頻率振幅，分別算出後再疊加所算出的聲場強度比較後，發現所指強度應是空間中各點振幅的最大值；但並不表示這些最大振幅是在同一時間發生，因此這種聲場強度分佈只能表示出空間中不同點，在此型陣列，和這種延遲時間下，所受影響程度的差異，只考慮了空間位置所造成的差異，而不考慮時間的變因。

再觀察圖二十三中兩種脈波模擬法在平行陣列長軸方向的聲場壓力強度模擬結果，可看出若兩者分別分開來看，所顯示出的特性，幾乎一樣，若一起比較則可發現，高斯脈波模擬法所非得的主瓣及旁瓣、衍生瓣的計算結果顯得較大；而主瓣部份兩種方法的結果則幾乎完全相同。

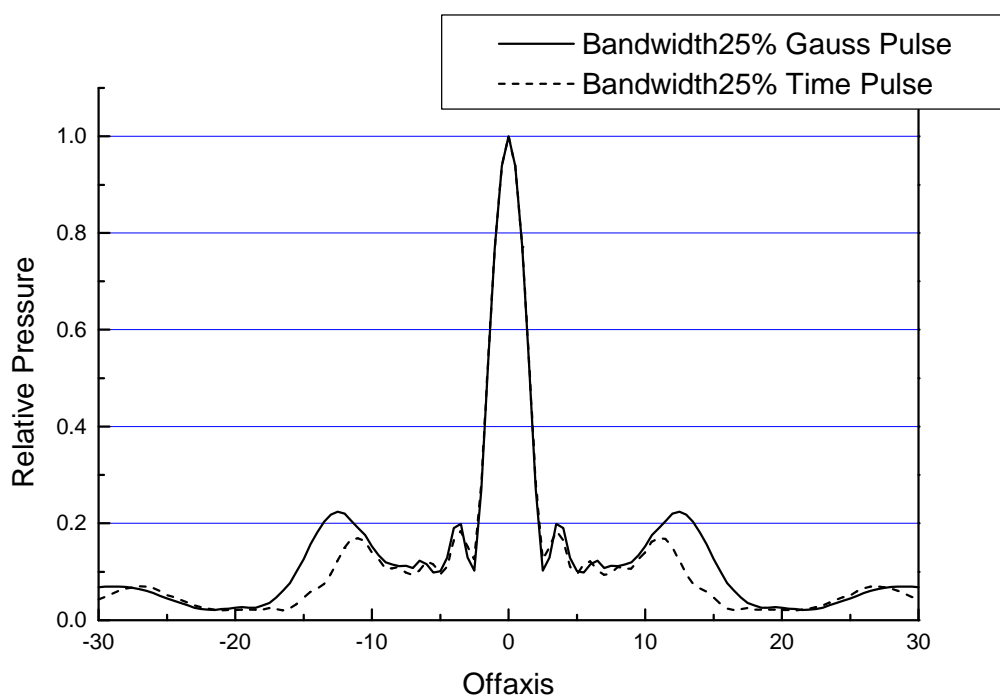
圖二十四中為兩種脈波模擬法在深度方向聲場壓力強度的模擬情形，以大致趨勢而言，也是極為相似，只是時域模擬法似乎模擬結果起伏會較大些，尤其是局部低點表現似乎都比高斯模擬法低些。且由-6dB 頻寬 100%的情形可看出對比聚焦深度深的第二集中區域，以時域模擬法的似乎可以看到較強的集中效果。



圖二十二、在空間中固定區域不同時間所得聲場分佈(以時域觀點脈波模擬法)；
圖(a)為聚焦 43mm 處，圖(b)為聚焦 108mm 處。

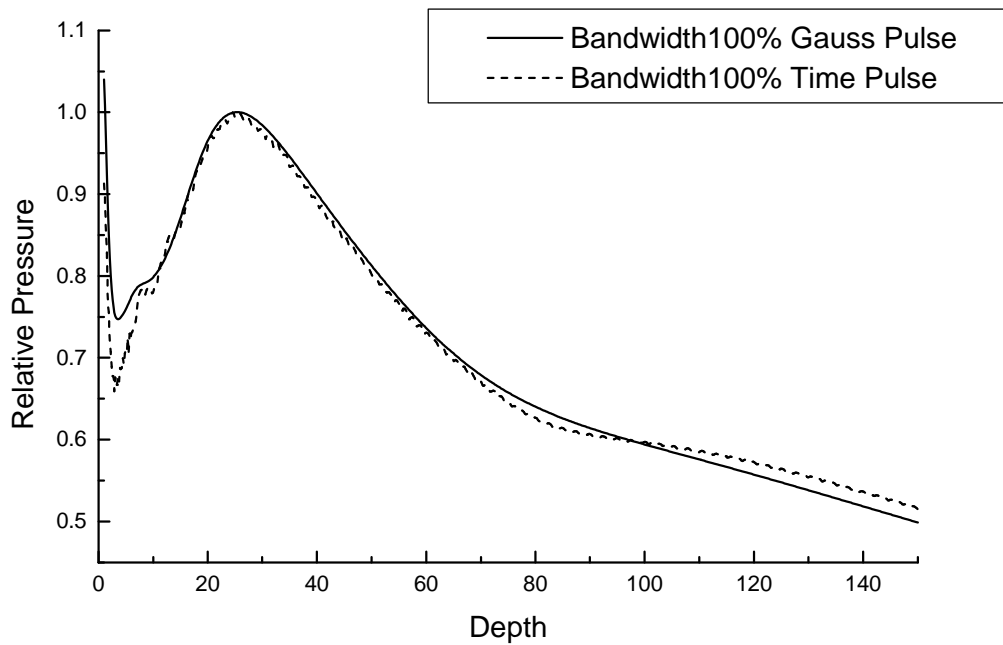


(a)

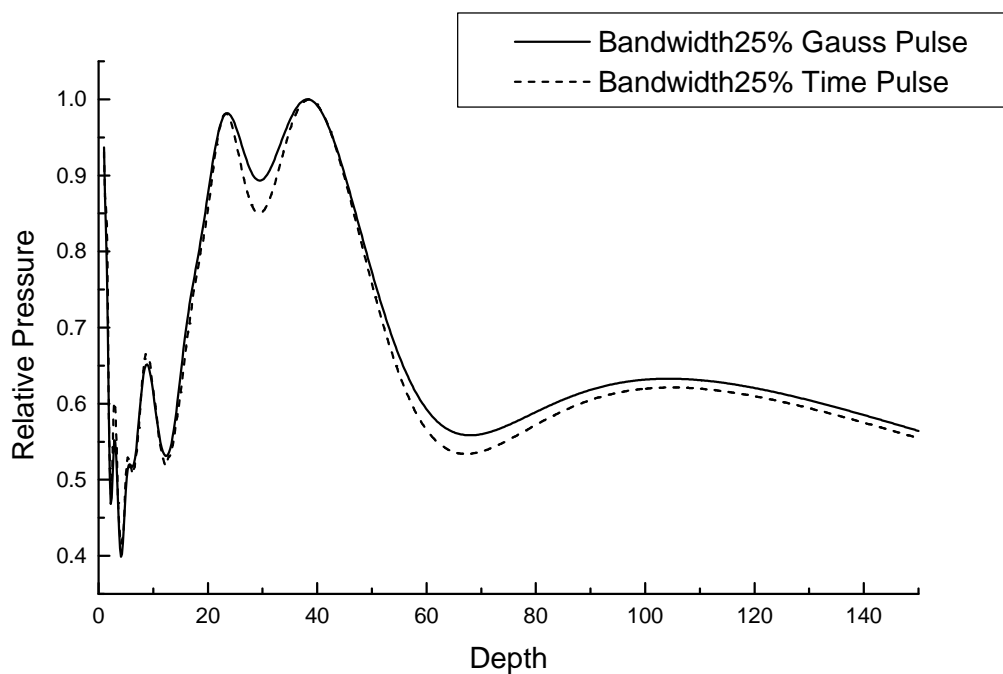


(b)

圖二十三、高斯脈波模擬法與時域觀點脈波模擬法聲場沿平行陣列長軸方向分佈比較；圖(a)、(b)分別為在-6dB 頻寬為 100%、25%的情形。



(a)



(b)

圖二十四、高斯脈波模擬法與時域觀點脈波模擬法聲場沿深度方向分佈比較；圖(a)、(b)分別為在-6dB 頻寬為 100%、25%的情形。

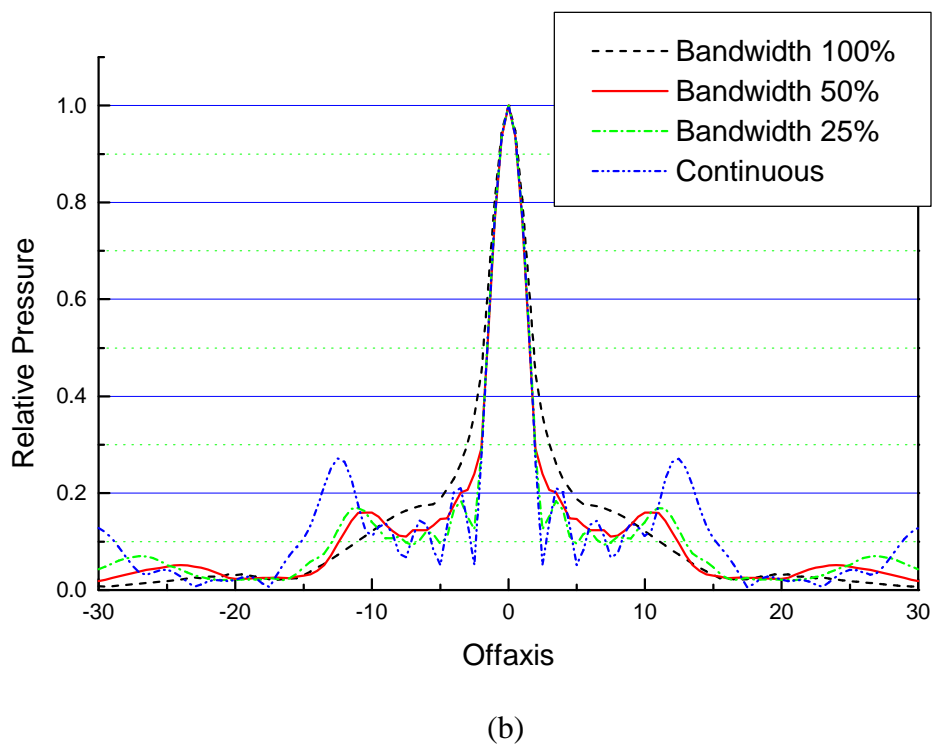
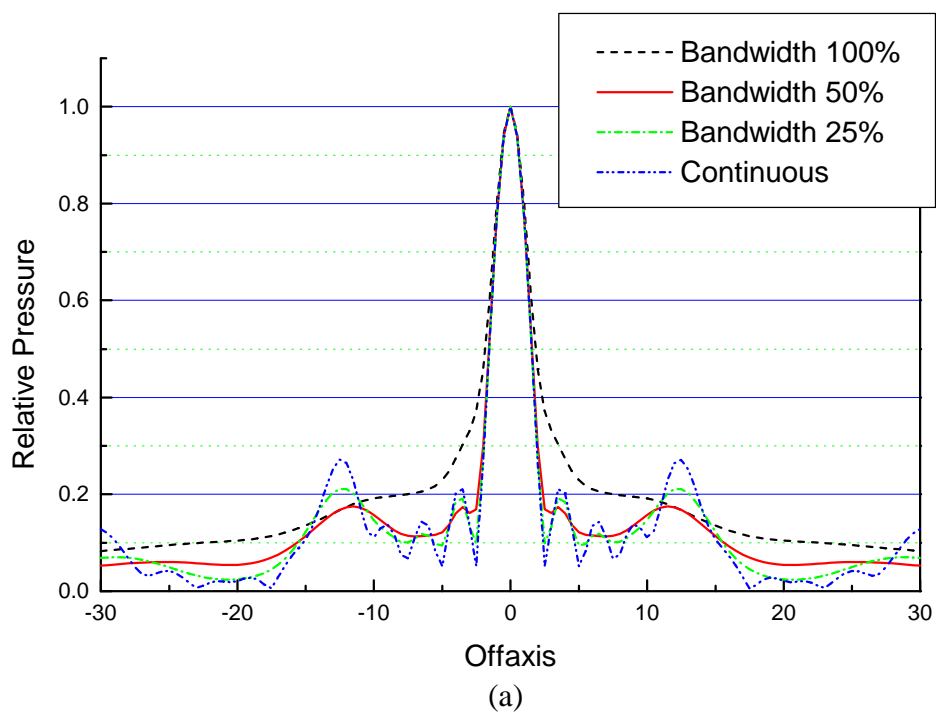
說明了時域脈波模擬法與高斯脈波模擬法的異同後，我們將以此模擬不同頻寬的脈波，以了解頻寬與聲場分佈的關係。圖二十五是此兩種模擬法所得在各種頻寬脈波在平行陣列長軸方向振幅最大值的分佈情形；圖二十六則是能量分佈情形。我們可由圖中看出無論是觀察最大振幅或能量，兩種模擬法都顯示出在頻寬變窄時，有旁瓣數明顯變多且衍生瓣有增長的現象，但並不意味著在非主瓣區聲場強度都是增長的趨勢，有些旁瓣區強度反而是隨著頻寬變窄而下降；此外主瓣的寬度有隨頻寬變寬而變寬的情形，大體而言，頻寬愈寬時，聲場分佈有愈來愈平滑而較無起伏的現象，較能保證除了欲集中能量方向外，不易出現第二集中區。

接著討論圖二十七到三十在不同聚焦深度，聲場壓力振幅或聲場能量對深度的分佈圖。首先由圖二十七、二十八聚焦在 43mm 處的聲場壓力振幅和聲場能量對深度的分佈情形，兩種圖所表現的趨勢其實大致相同，在頻寬增加時，都可大幅改善在近場處的振盪情形，只是以聚焦處和較近處的強度或能量的相對量而言，頻寬較寬時近場相對量比窄頻時略高。

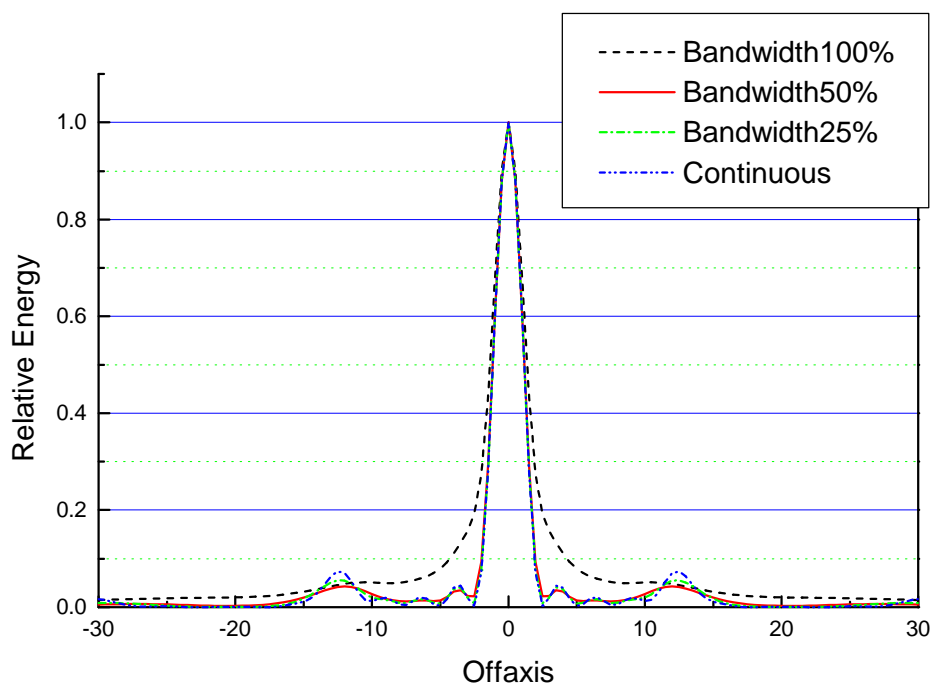
另一值得注意的情形，在 3-1-4 所提在聚焦距離較近時，在陣列短軸為某些特定長度時，強度對深度的分佈，在焦點附近會有分裂現象。在頻寬增加時，似乎可以改善這種現象。觀察圖二十七到三十，可發現在頻寬增加時，能量或振幅在深度方向的集中區域有集中為一個的情形，其餘起伏集中區，有平緩掉的現象。且較深處的區域峰值也被抑制成隨著深度下降的趨勢。此外也發現在此兩種陣列的總長似乎都仍嫌不足，因其強度集中區(觀察無其餘區域峰值的 100% 頻寬的線圖)似乎都比當初設計的深度淺，原本因為 43mm 大約只集中在 20mm 處，70.5mm 約集中在 55mm 處。

再來看看 3-1-4 中所提焦點較遠，不會在短軸變化時出現集中區分裂現象的陣列。觀察圖三十一，可看出在陣列長度足以聚焦到我們想聚焦的深度時，不會有聚焦區域分裂的現象，在頻寬增加時，在比焦點深的區域，幾乎沒什麼影響，只是讓較淺處的區域峰值變平緩而已，但近處的相對量卻有上升的趨勢；且因陣列長度已足夠聚焦，所以強度集中區幾乎不變動，且與預計聚焦深度很接近。

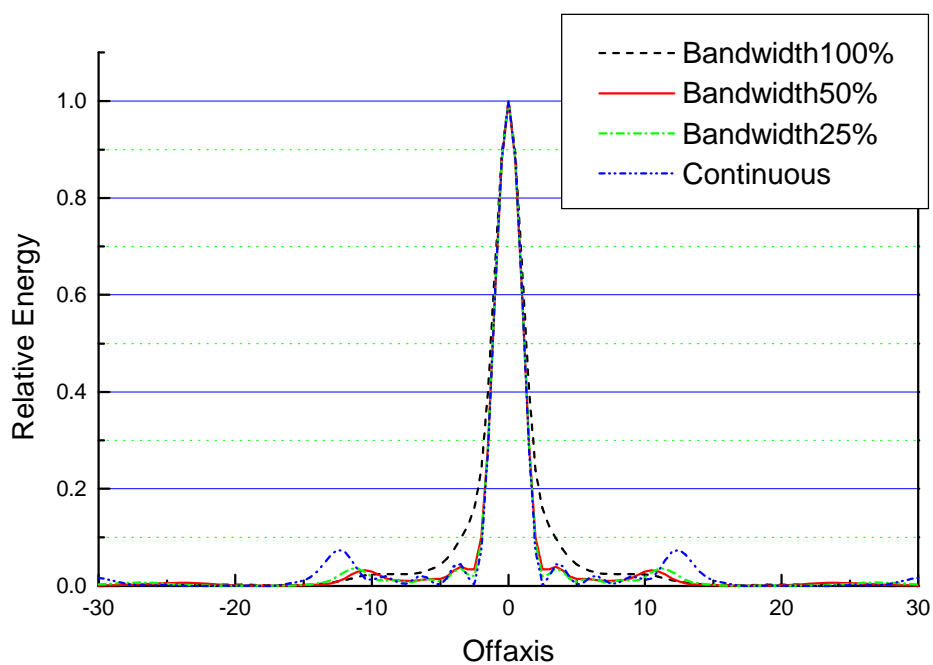
由上述這些討論，我們大致可了解，以適當的陣列長度作適當深度的聚焦，應是控制深度方向聲場品質的第一步；若因系統或其它限制無法以足夠的陣列長度來聚焦，則以較寬頻的訊號可避免集中峰值的現象。頻訊號的換能器無論由平行陣列方向觀察，或深度方向觀察，都不保證可讓空間中任一點的聲場強度增加或減少，但較寬頻訊號的換能器，可保證所發出的能量集中區域為較單一且強度分佈也較為平滑。



圖二十五、各種頻寬對平行陣列長軸方向聲場影響；圖(a)是高斯脈波模擬法，圖(b)是時域脈波模擬法。

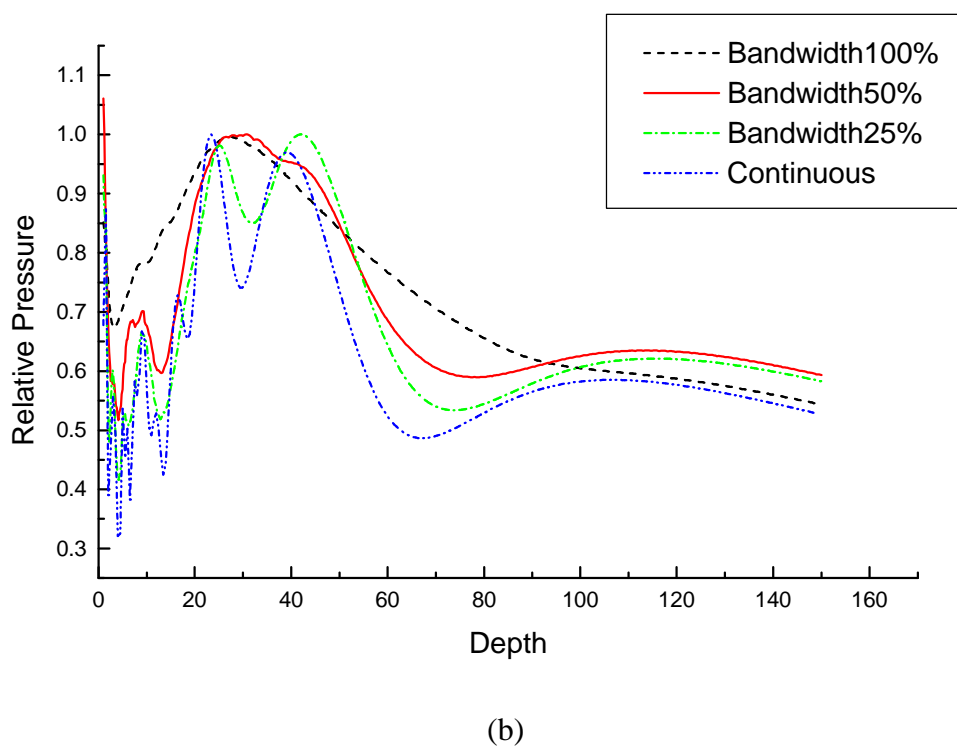
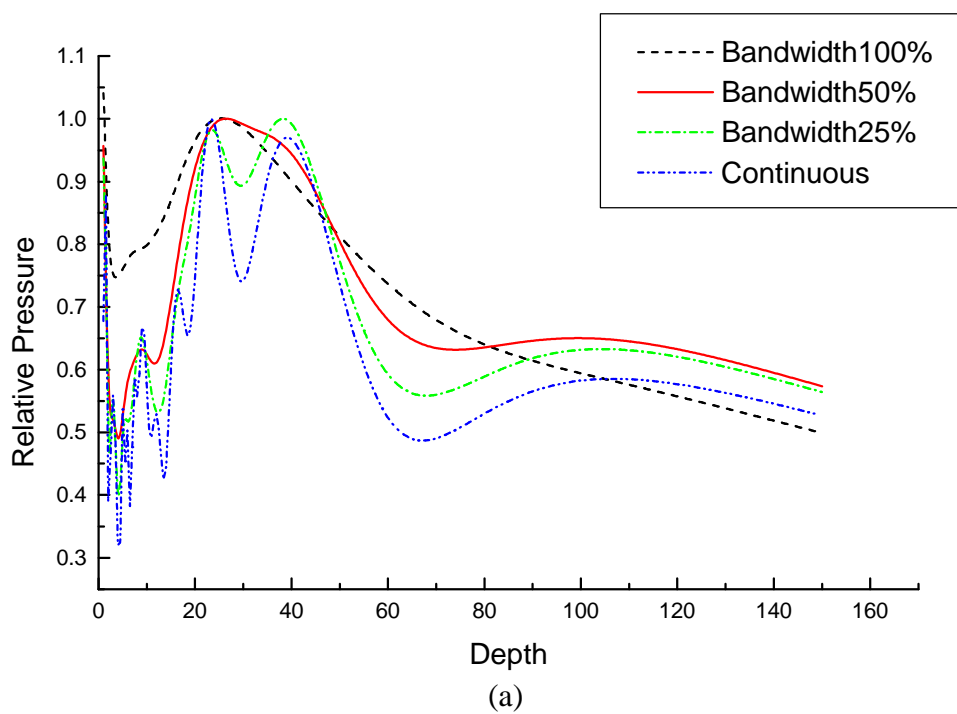


(a)

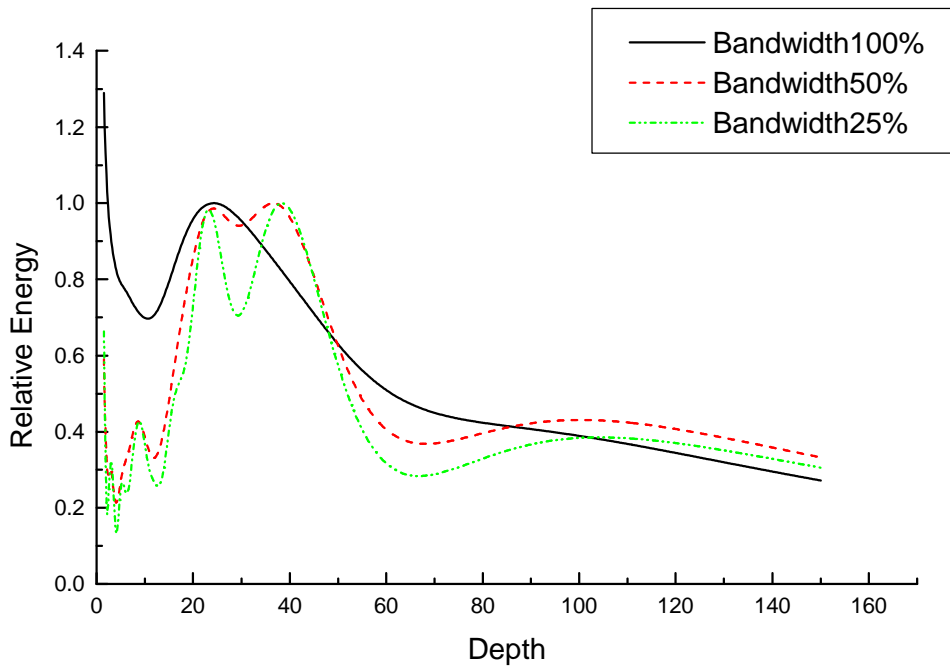


(b)

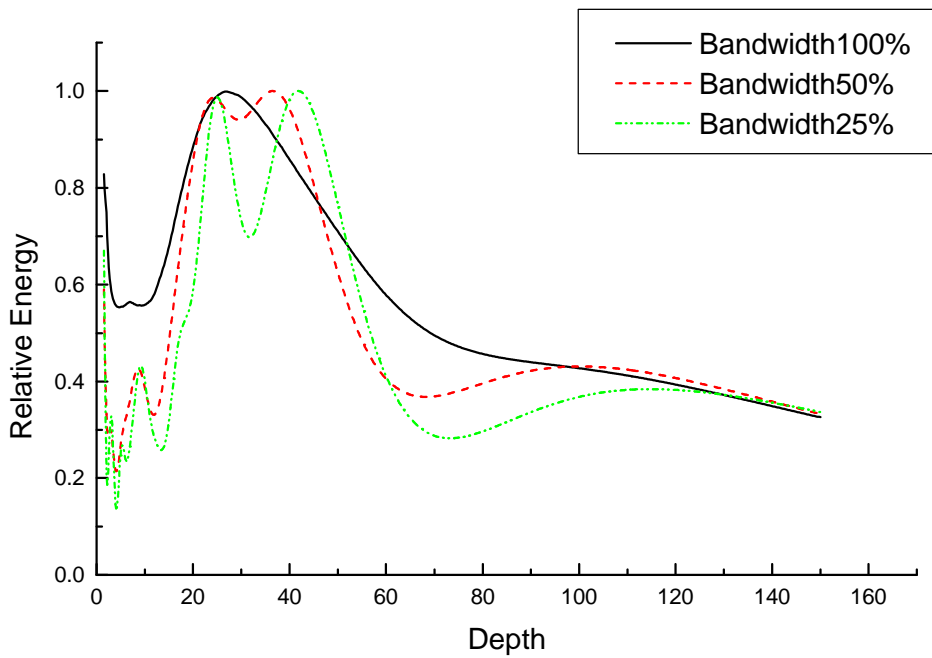
圖二十六、各種頻寬對平行陣列長軸方向聲場能量分佈影響；圖(a)是高斯脈波模擬法，圖(b)是時域脈波模擬法。



圖二十七、聚焦 43mm 各種頻寬對深度方向聲場影響；圖(a)是高斯脈波模擬法，圖(b)是時域脈波模擬法。

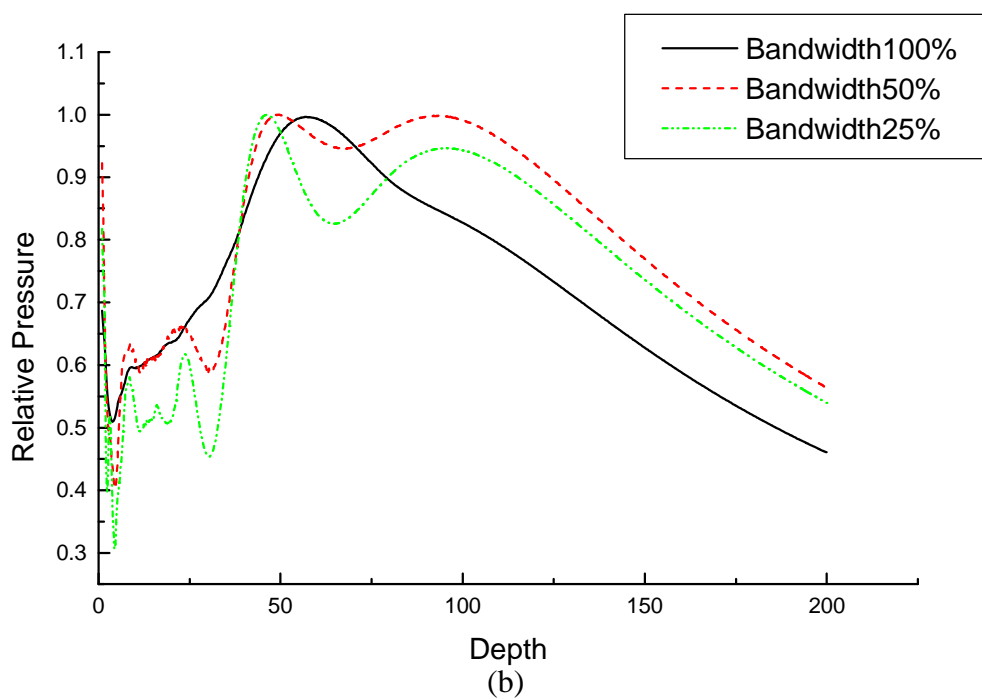
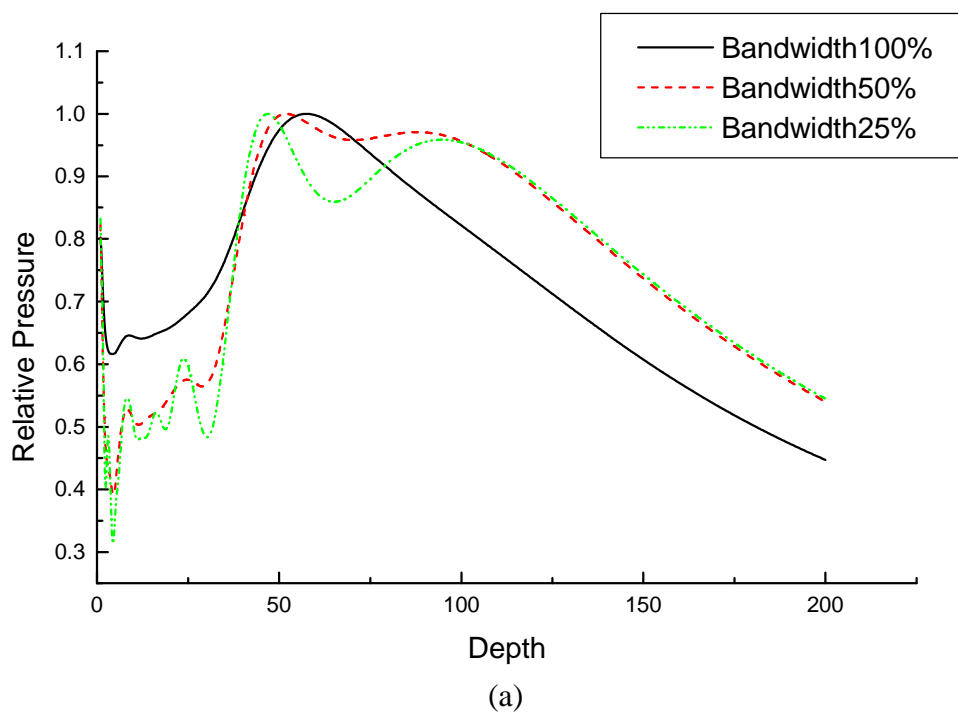


(a)

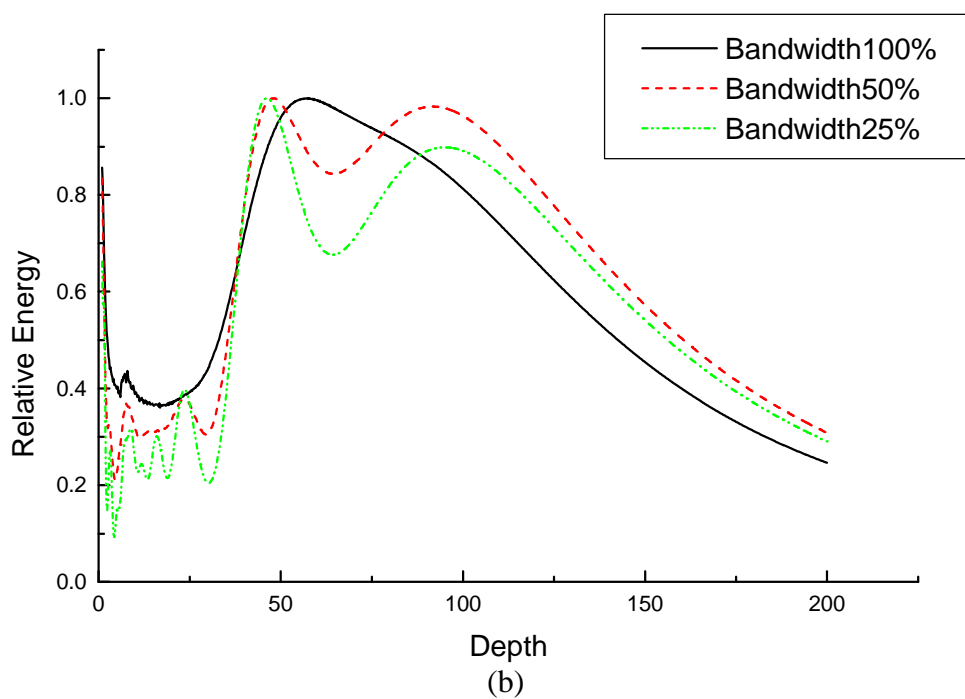
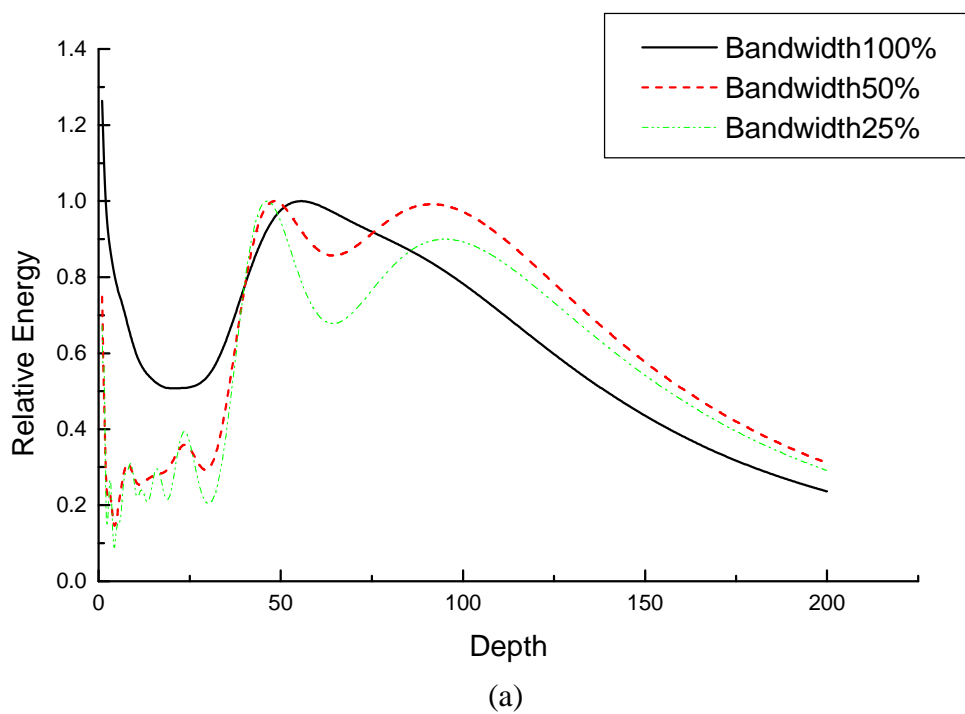


(b)

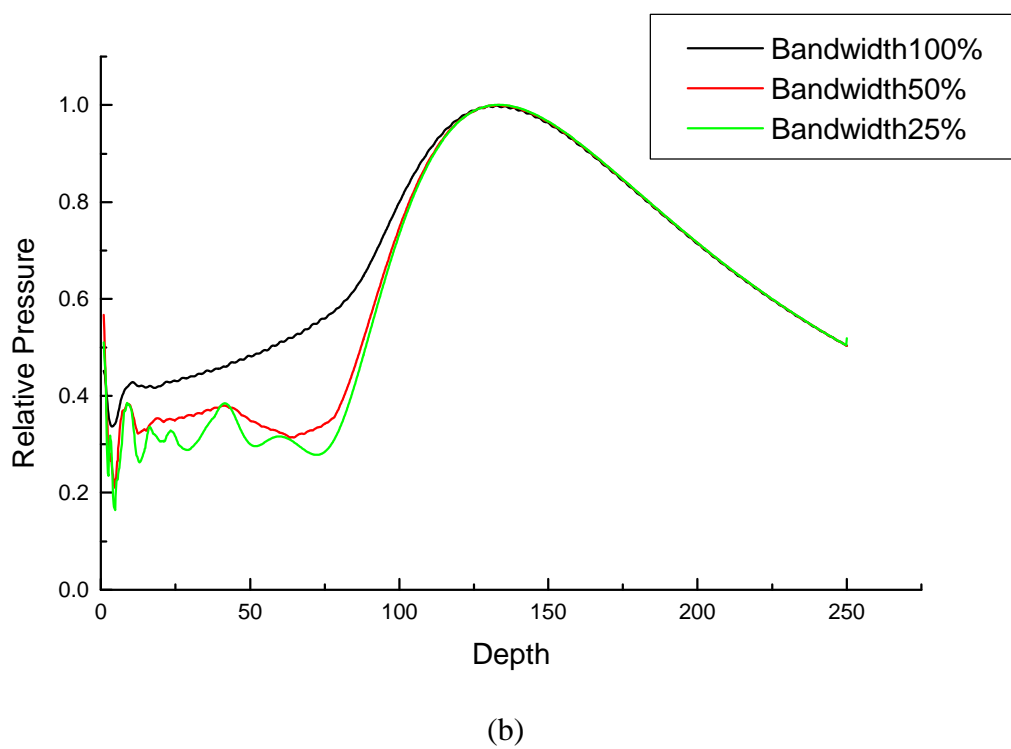
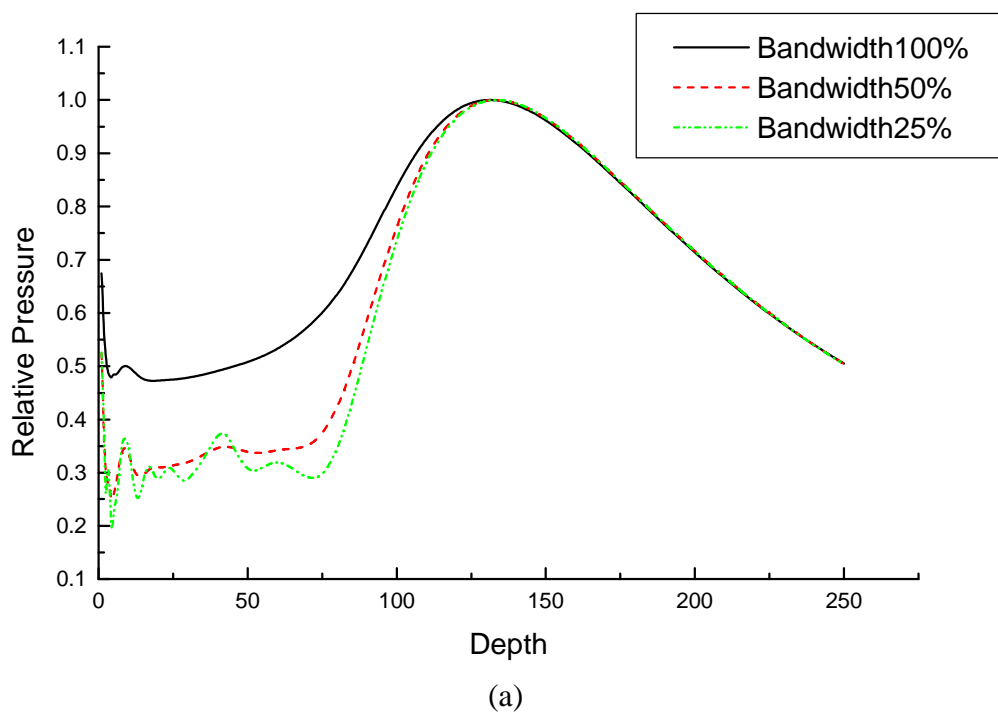
圖二十八、聚焦 43mm 各種頻寬對深度方向聲場能量分佈影響；圖(a)是高斯脈波模擬法，圖(b)是時域脈波模擬法。



圖二十九、聚焦 70.5mm 各種頻寬對深度方向聲場分佈影響；圖(a)是高斯脈波模擬法，圖(b)是時域脈波模擬法。



圖三十、聚焦 70.5mm 各種頻寬對深度方向聲場能量分佈影響；圖(a)是高斯脈波模擬法，圖(b)是時域脈波模擬法。



圖三十一、聚焦於 144mm 處，聲場在深度方向分佈圖，其中圖(a)是高斯脈波法的結果，圖(b)是以時域觀點所做出的結果。

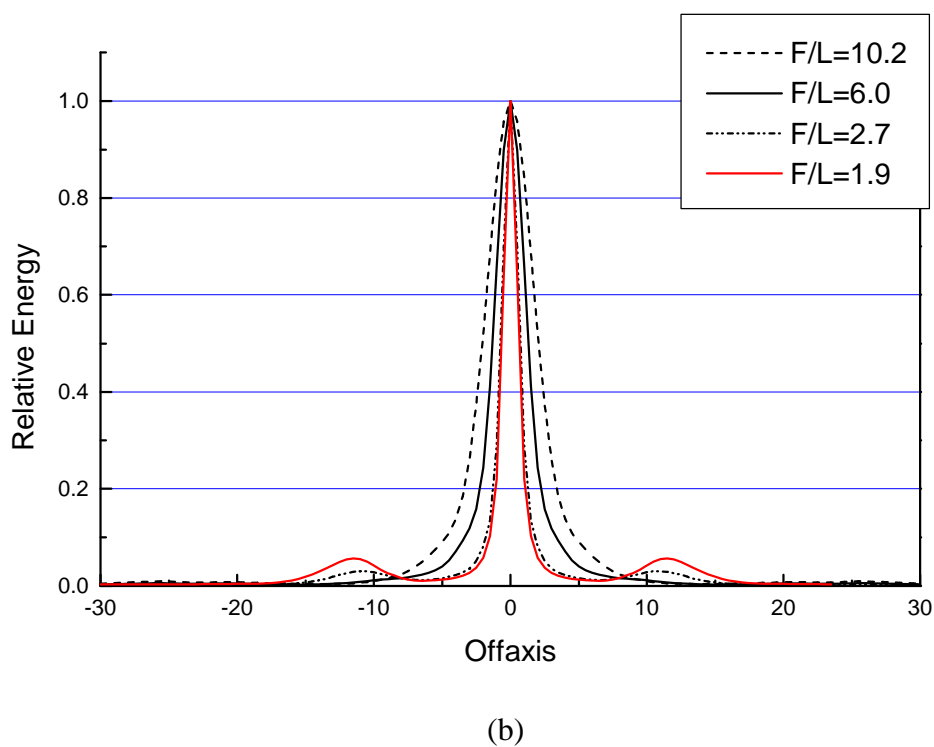
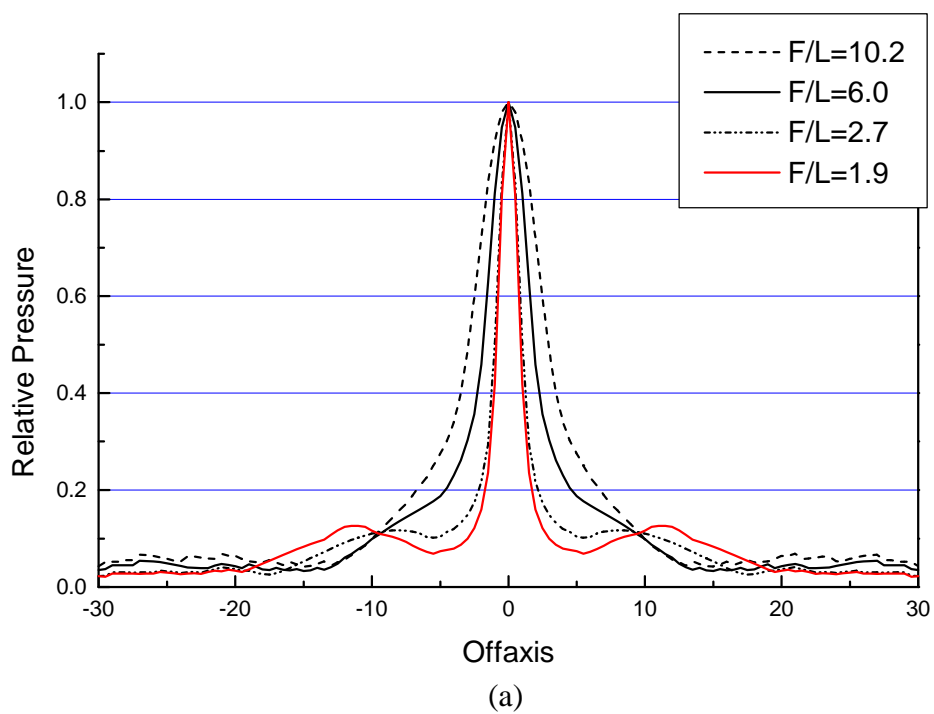
3 - 2 - 2 陣列長與陣元間距離

如同 3-1-1 節般，首先我們以固定陣元大小與陣元間距，改變陣元數以改變陣列長度與距焦距距離比的大小，觀察此變因的影響；如圖三十二到三十四，由圖中我們可看出在寬頻訊號發射源的換能器其受到陣列長的影響是和發射單頻連續波的陣列是差不多的，在聚焦距離 F 與陣列總長 L 的比(F/L)較大時主瓣較寬，且接近主瓣底部處的旁瓣會隨之有所增長，若在頻寬較寬時，主瓣底部處的旁瓣不甚清楚，但我們還是可以清楚的看見底部強度或能量上升的情形。而隨著 F/L 下降時，主瓣會變細，但在較遠處的旁瓣則有明顯增高的趨勢。

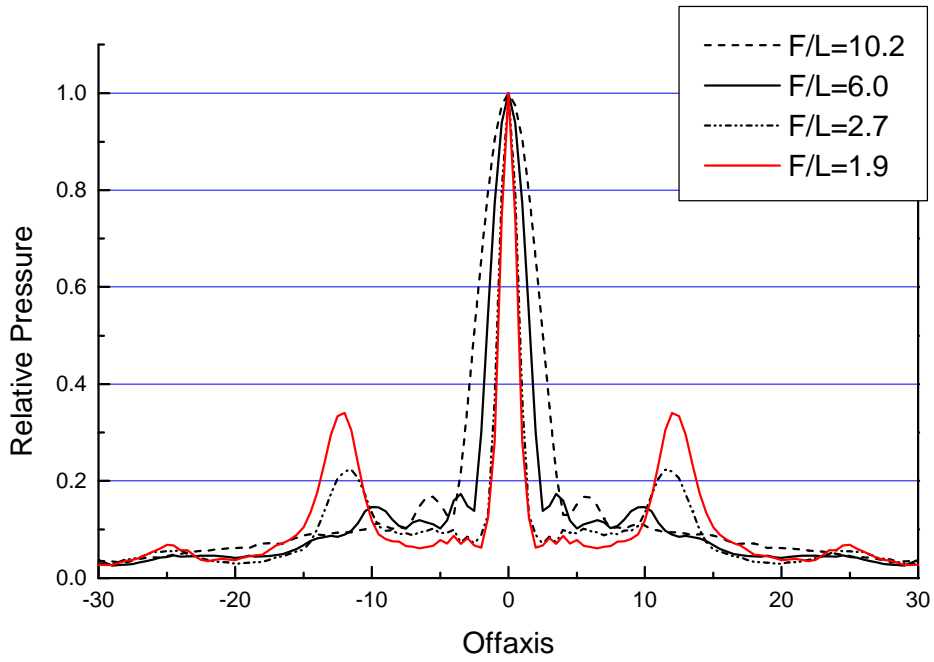
接著我們改變陣元間距並隨之改變陣列長度，依此來看不同頻寬聲場的變化。由圖三十五到三十七可知，此幾何參數所造成的改變大致和單頻連續波發射源的情形也一致。如：因陣列總長加長造成聲場的主瓣變細的情形不變，且衍生瓣成長且並往中間集中的情形都仍可看出。只是離中軸較遠處的聲場因在此寬頻情形下，本身就已很小了，所以其變化就較看不出了。

3 - 2 - 3 陣元大小

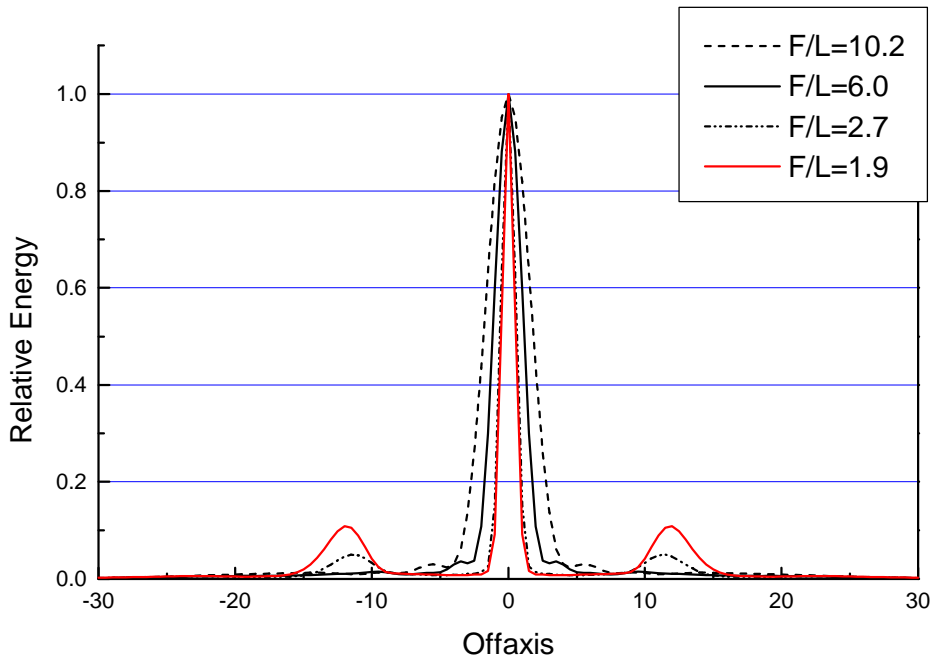
圖三十八到四十是不同頻寬的寬頻陣列改變其陣元大小，觀察聲場隨之的變化，由此三圖中可看出，陣元大小在寬頻陣列中對聲場的影響似乎較小，這可能是因在寬頻時本身就對旁瓣及衍生瓣有一定程度的抑制力，因而陣元大小的功能就較無法表現出來。



圖三十二、聚焦在 43mm 處。固定陣元大小，中心間距，改變陣元數以改變陣列總長，(a)是對平行陣列長軸方向聲場影響，(b) 是對聲場能量影響，圖中 F 是聚焦距離，L 是陣列總長，頻寬為 100%

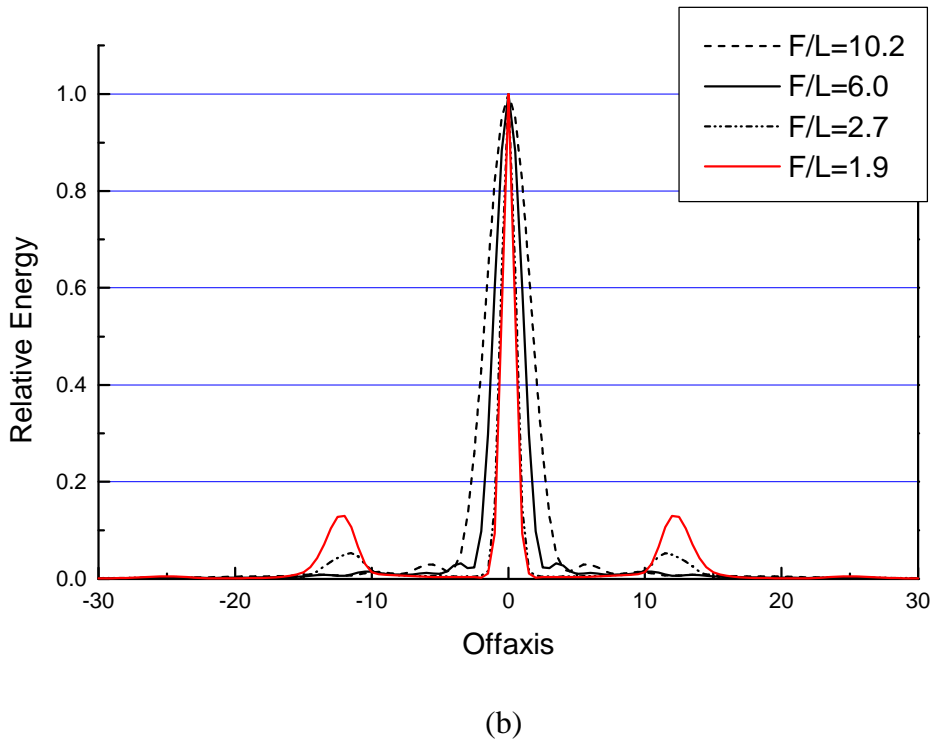
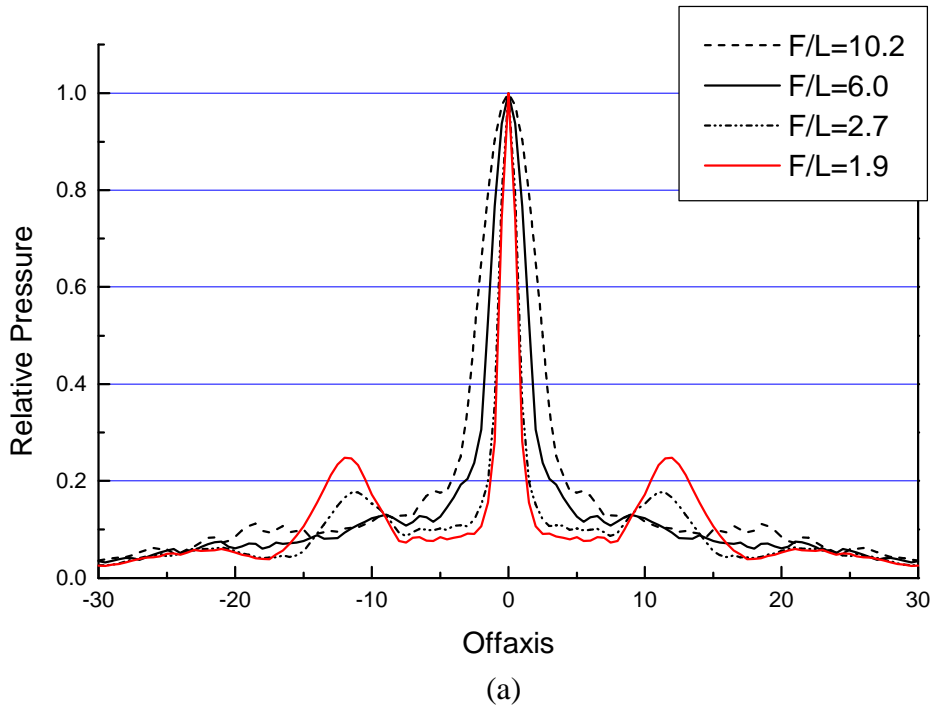


(a)

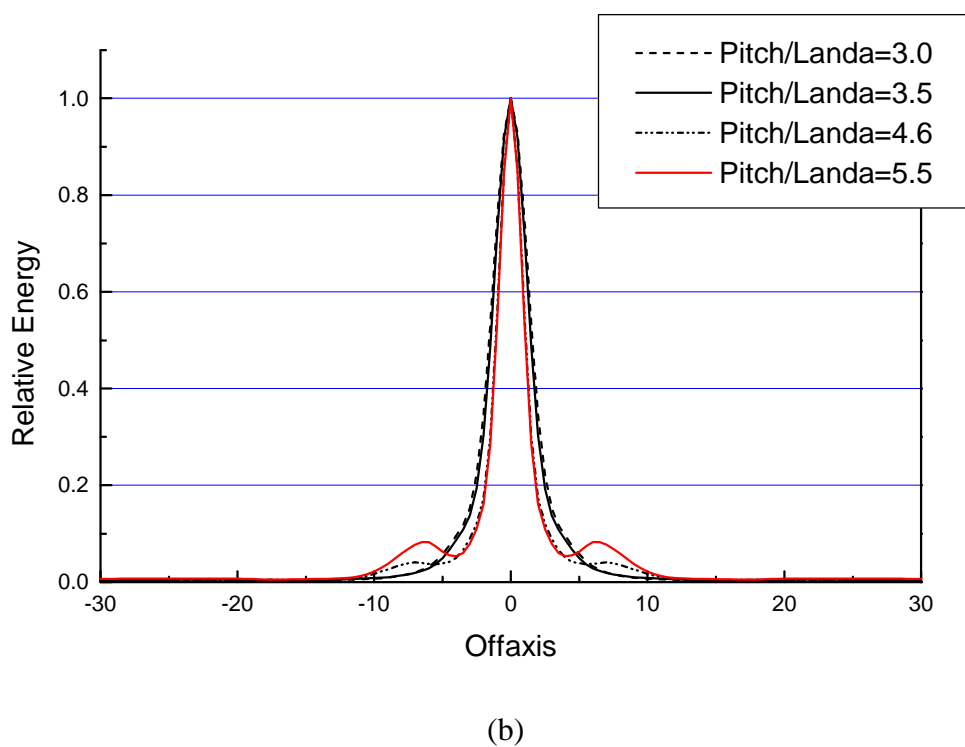
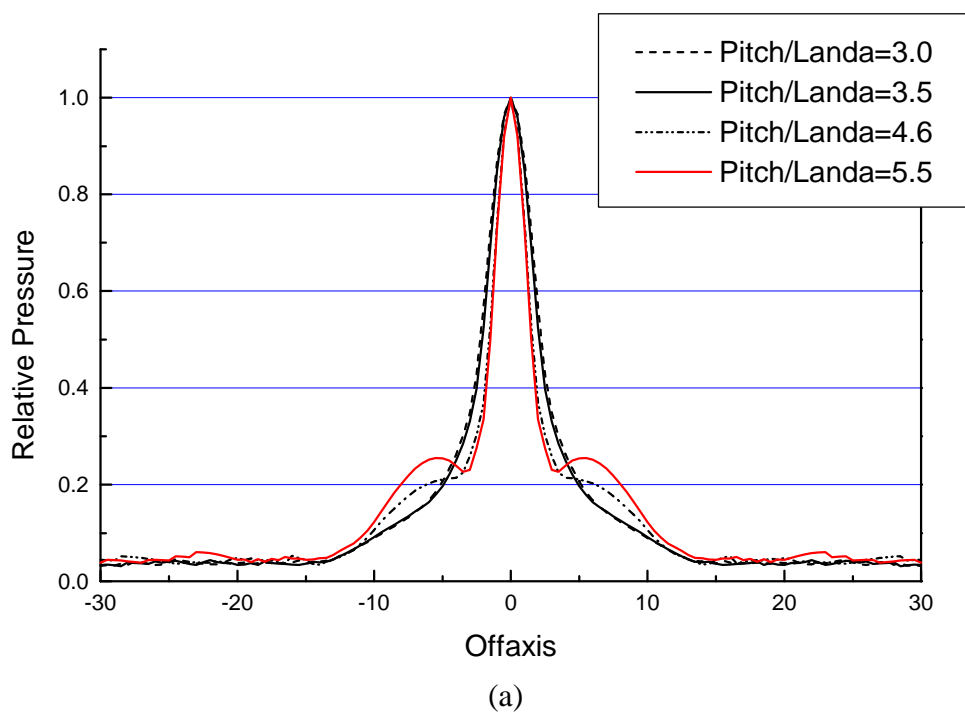


(b)

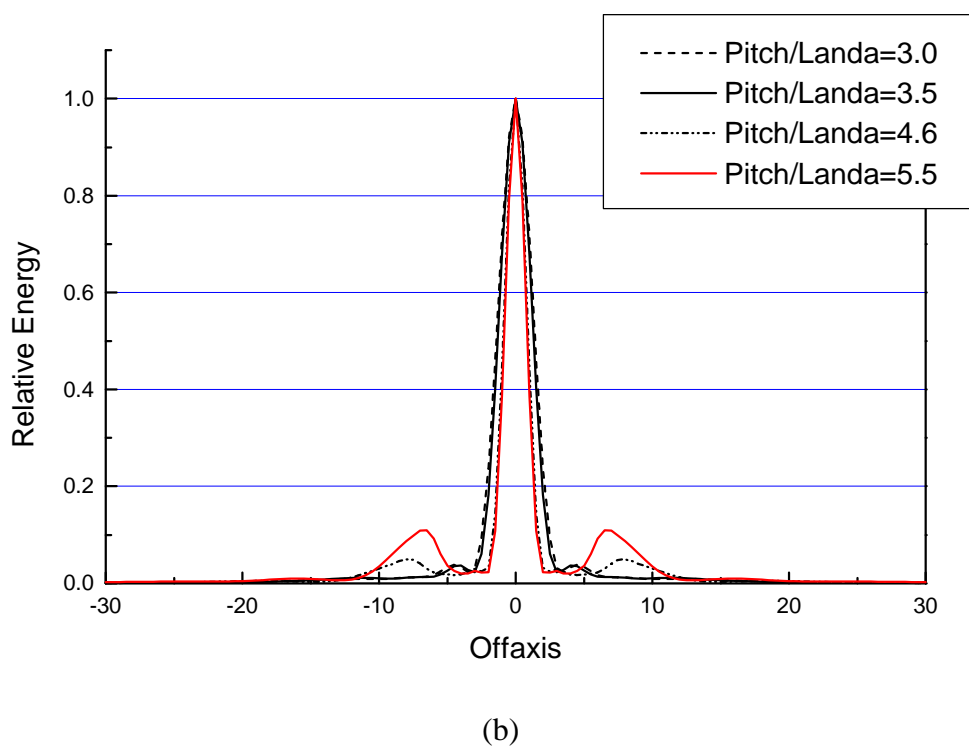
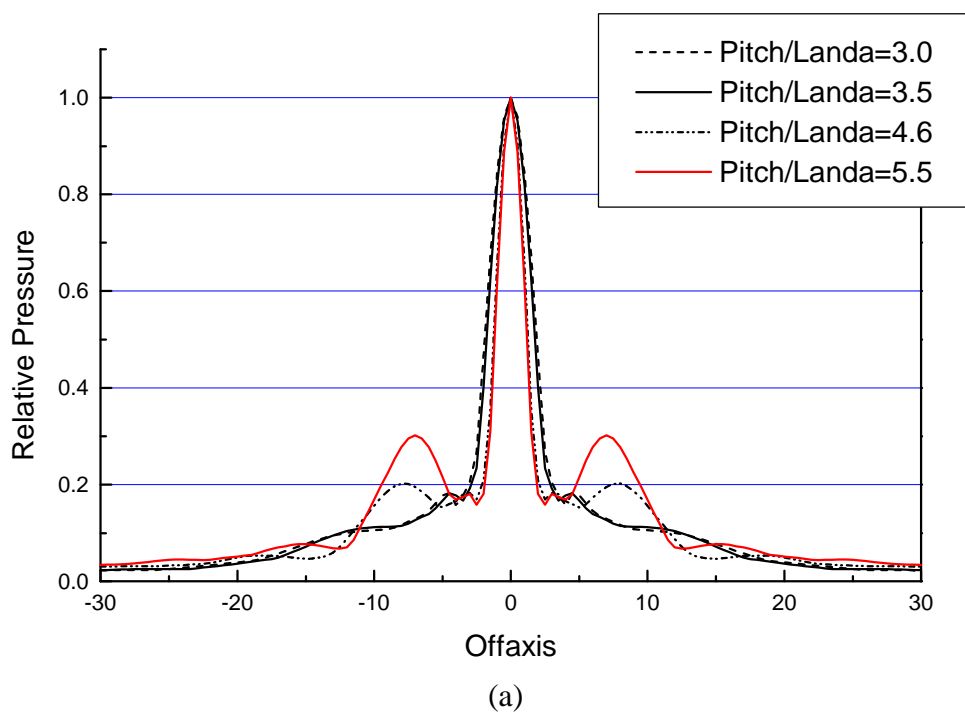
圖三十三、聚焦在 43mm 處。固定陣元大小，中心間距，改變陣元數以改變陣列總長，(a)是對平行陣列長軸方向聲場影響，(b) 是對聲場能量影響，圖中 F 是聚焦距離，L 是陣列總長，頻寬為 50%



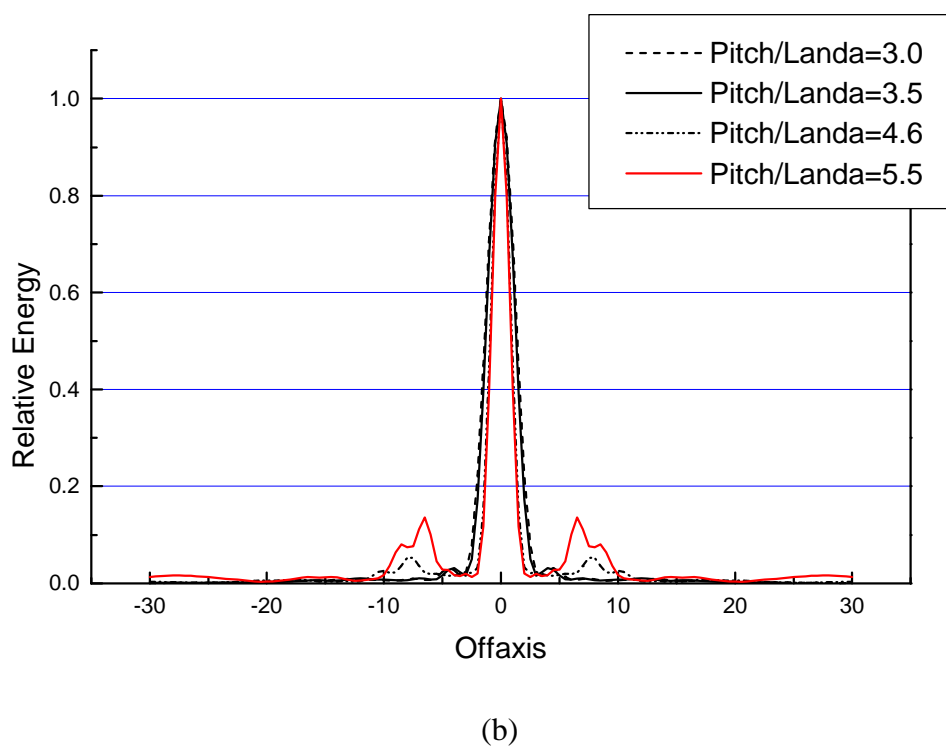
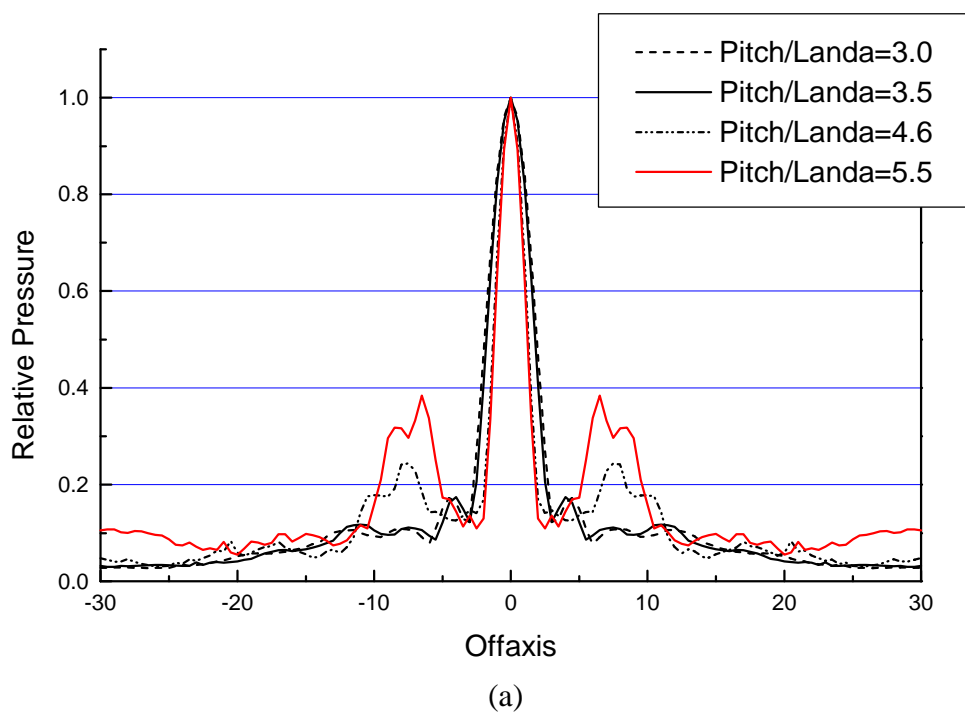
圖三十四、聚焦在 43mm 處。固定陣元大小，中心間距，改變陣元數以改變陣列總長，(a)是對平行陣列長軸方向聲場影響，(b) 是對聲場能量影響，圖中 F 是聚焦距離，L 是陣列總長，頻寬為 25%



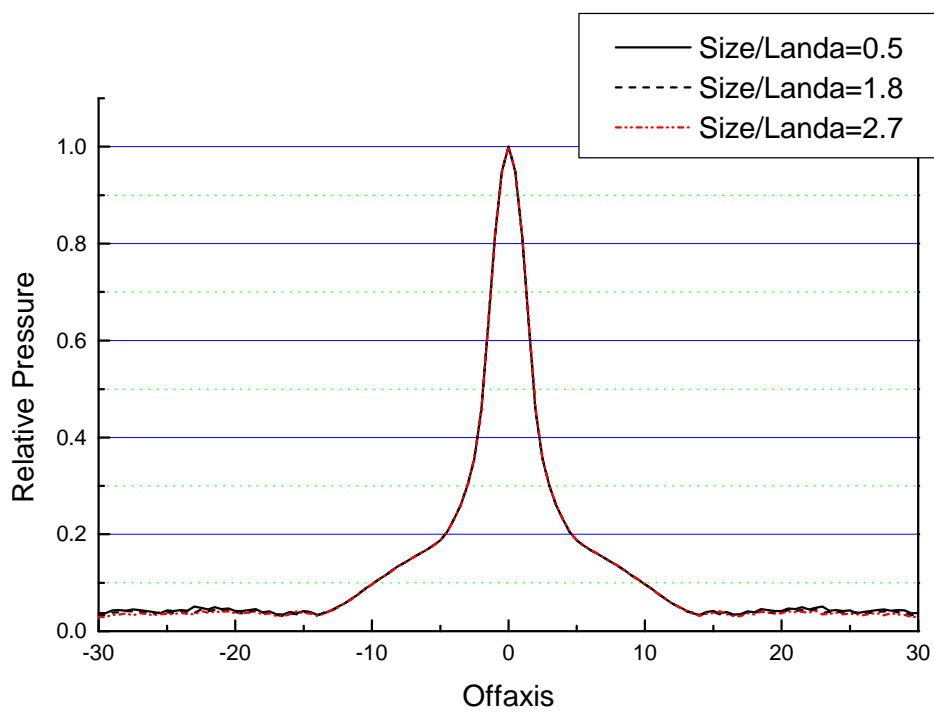
圖三十五、在頻寬為 100%情形下，固定陣元大小(size)，改變陣元間距(pitch)，陣列長度(aperture)，觀察聲場變化情形；圖(a)是聲場壓力圖(b)是聲場能量圖；Landa 表發射聲波中心頻率波長。



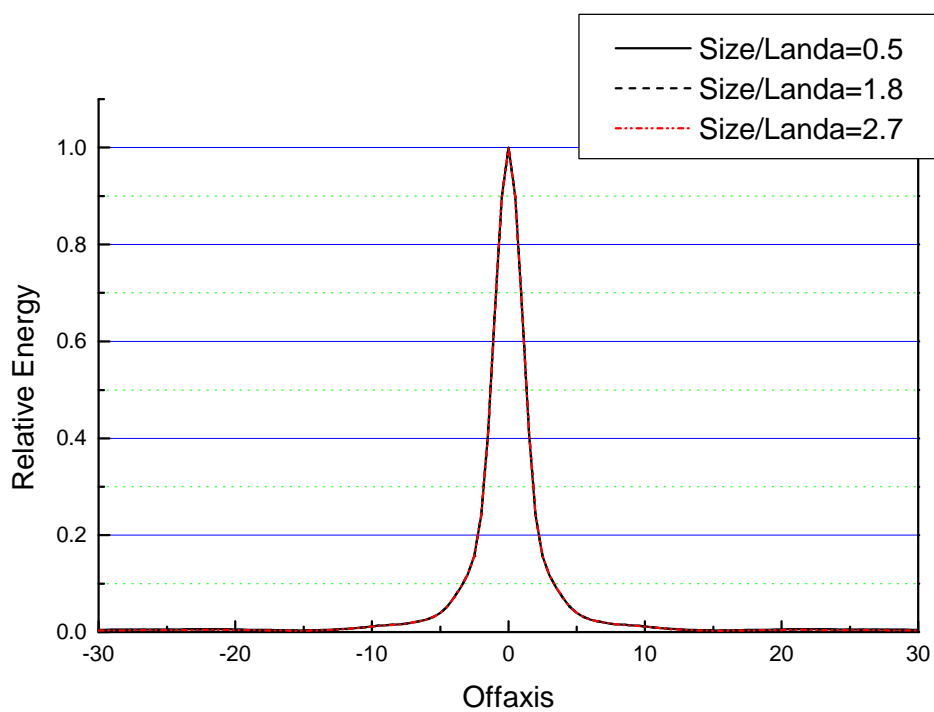
圖三十六、在頻寬為 50%情形下，固定陣元大小(size)，改變陣元間距(pitch)，陣列長度(aperture)，觀察聲場變化情形；圖(a)是聲場壓力圖(b)是聲場能量圖；Landa 表發射聲波中心頻率波長。



圖三十七、在頻寬為 25%情形下，固定陣元大小(size)，改變陣元間距(pitch)，陣列長度(aperture)，觀察聲場變化情形；圖(a)是聲場壓力圖(b)是聲場能量圖；Landa 表發射聲波中心頻率波長。

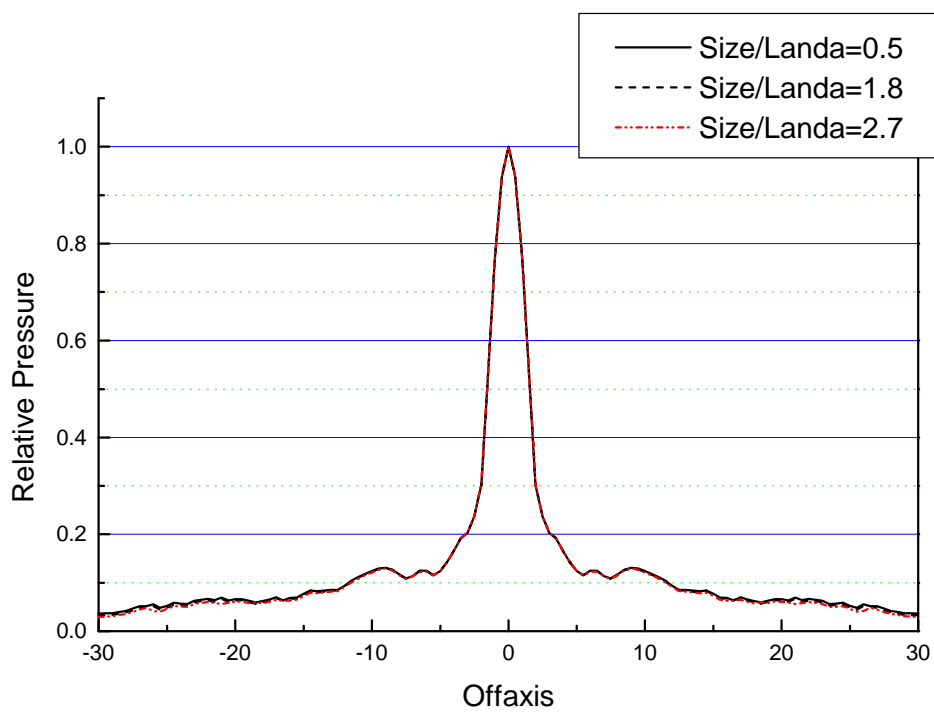


(a)

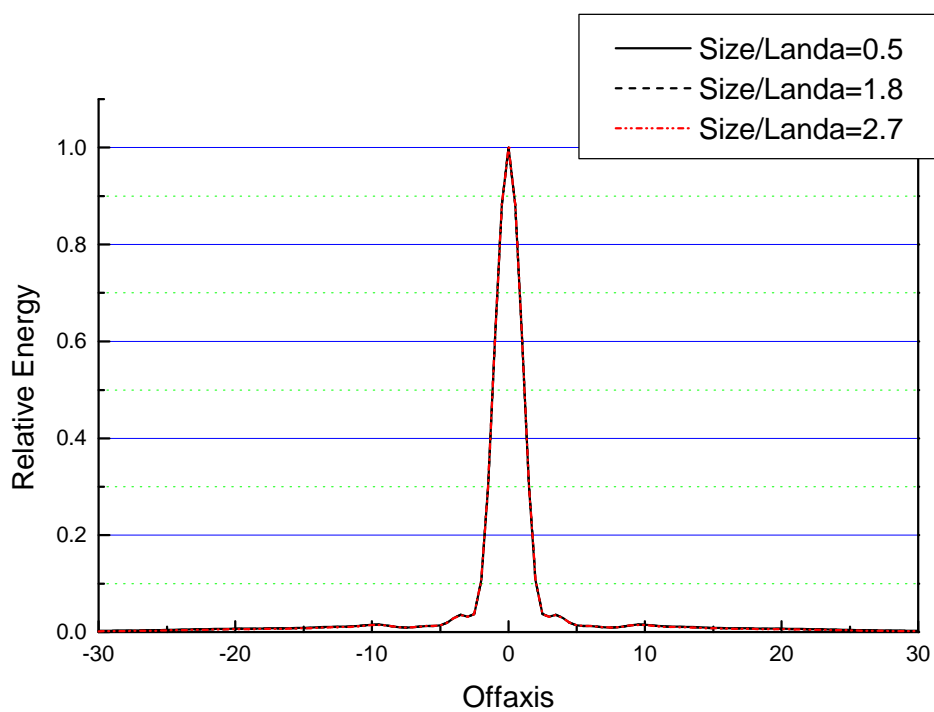


(b)

圖三十八、輸入頻寬為 100%，聚焦於 43mm，固定陣元中心間距(pitch)，改變陣元大小(size)，觀察聲場變化情形，Landa 是波長，圖(a)是聲場壓力分佈，圖(b)是能量分佈。

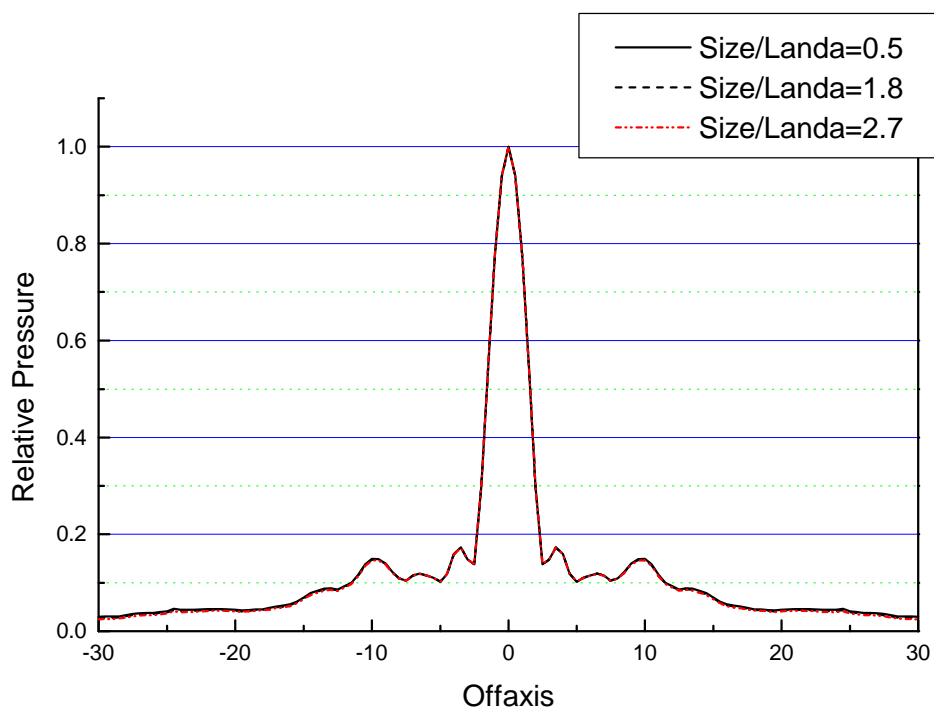


(a)

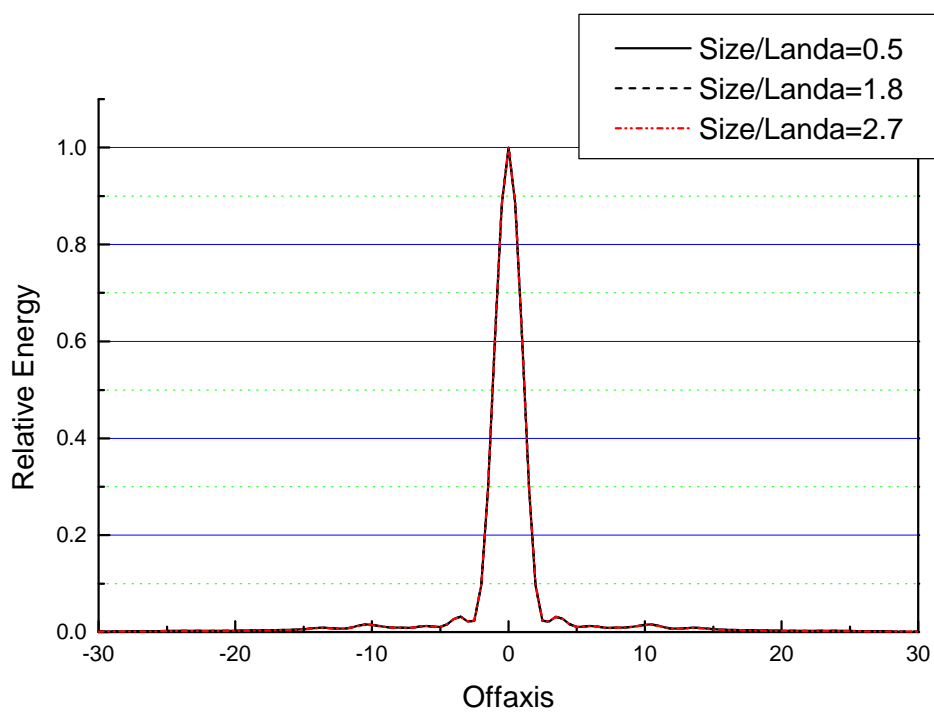


(b)

圖三十九、輸入頻寬為 50%，聚焦於 43mm，固定陣元中心間距(pitch)，改變陣元大小(size)，觀察聲場變化情形，Landa 是波長，圖(a)是聲場壓力分佈，圖(b)是能量分佈。



(a)

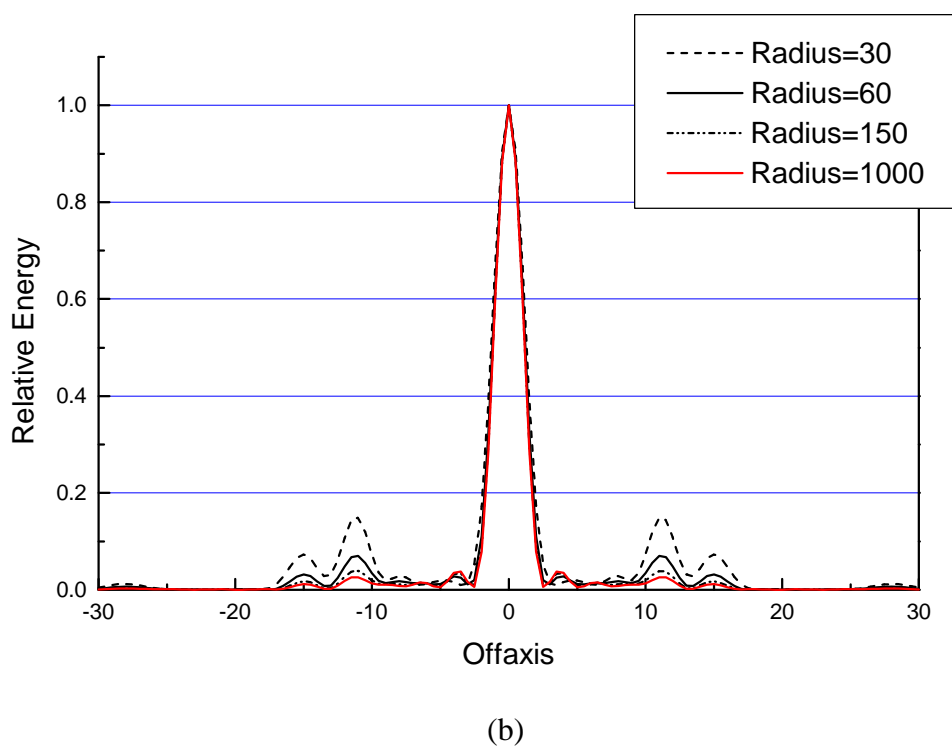
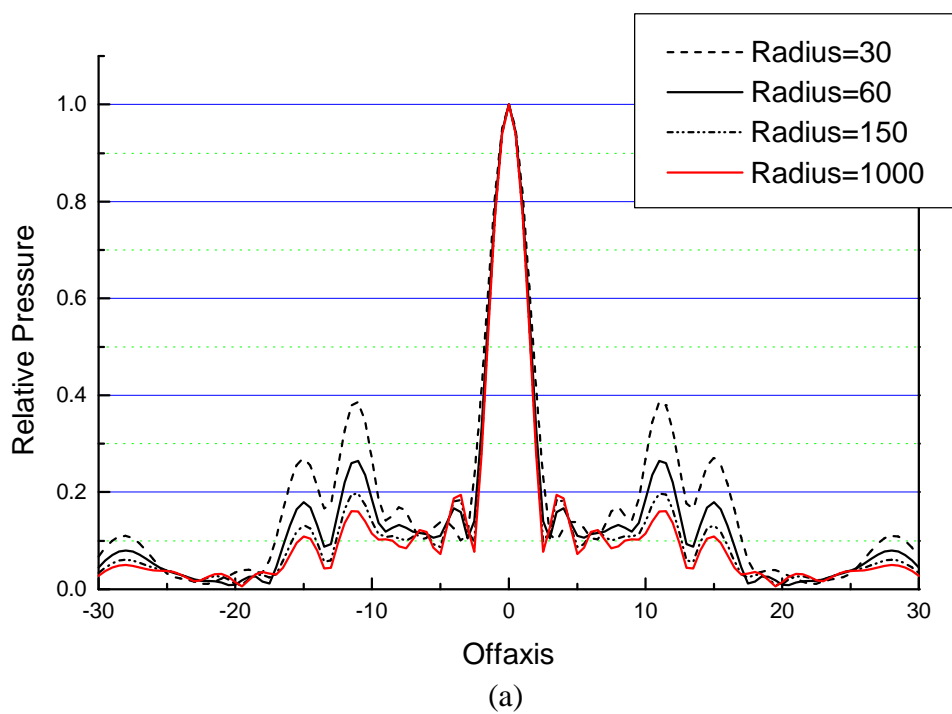


(b)

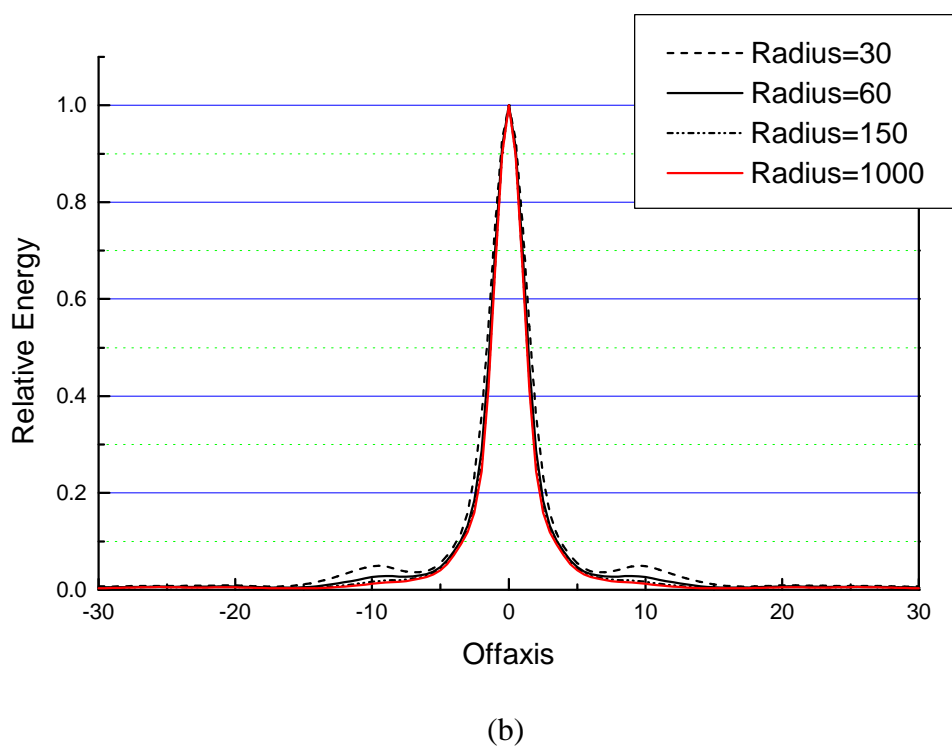
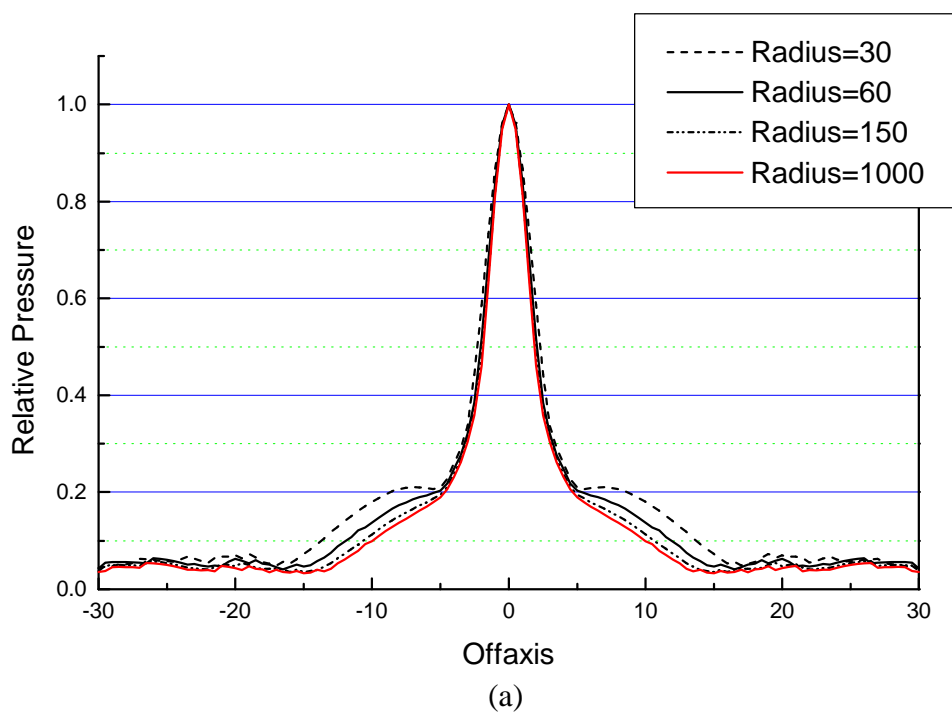
圖四十、輸入頻寬為 25%，聚焦於 43mm，固定陣元中心間距(pitch)，改變陣元大小(size)，觀察聲場變化情形，Landa 是波長，圖(a)是聲場壓力分佈，圖(b)是能量分佈。

3 - 3 弧形陣列

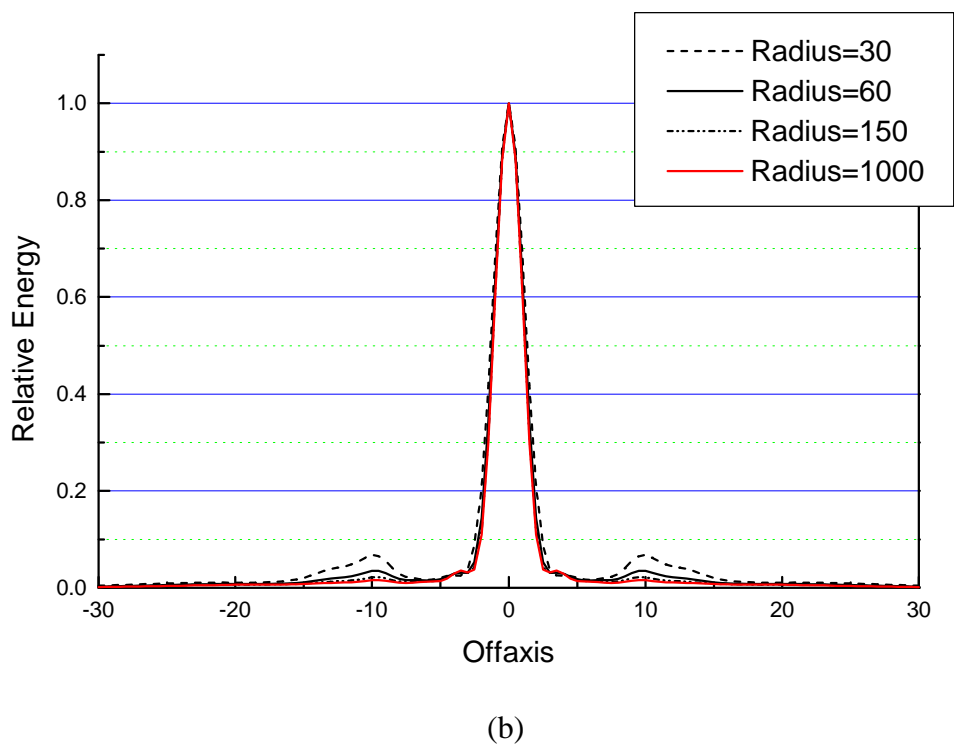
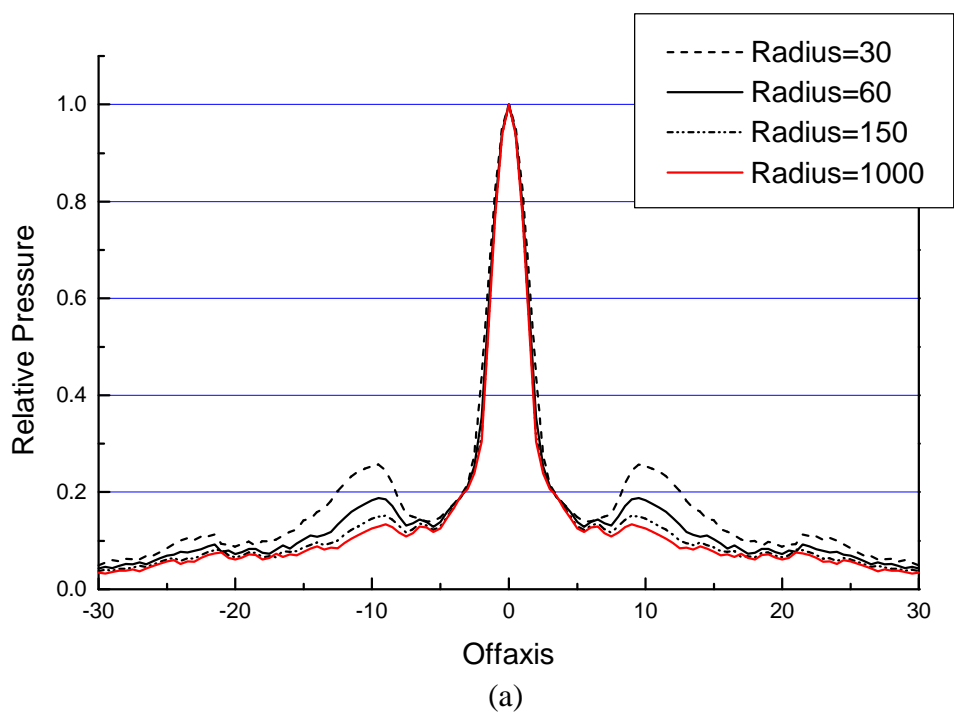
圖四十一是輸入為單頻連續波時,改變陣列的曲率半徑聲場平行於陣列長軸方向的聲場壓力和能量分佈圖,而圖四十二到四十四分別是輸入為不同頻寬的陣列在改變曲率半徑之後的比較,我們可以看到無論是單頻連續波或寬頻陣列,聲場壓力分佈圖或能量分佈圖,所顯示的情形都是主瓣幾乎不受影響,但旁瓣和衍生瓣則會隨著曲率半徑的減小而成長。



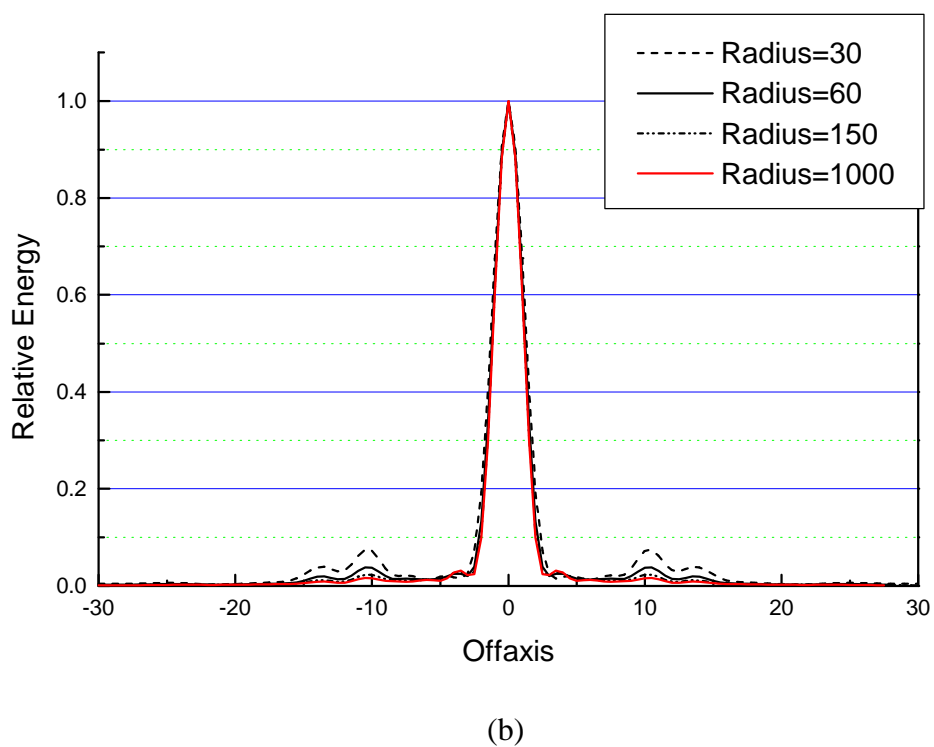
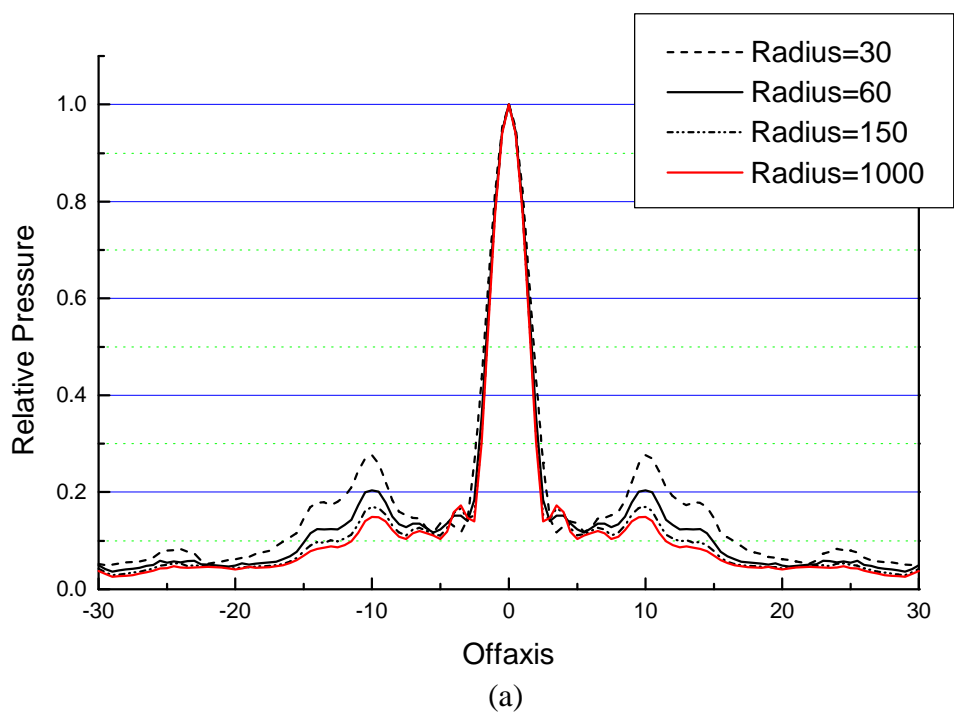
圖四十一、輸入為單頻連續波時，改變陣列的曲率半徑為 30mm 60mm 150mm、1000mm 時的比較；圖(a)是聲場壓力分佈圖，圖(b)是能量分佈圖



圖四十二 輸入頻寬為 100%時,改變陣列的曲率半徑為 30mm、60mm、150mm、1000mm 時的比較；圖(a)是聲場壓力分佈圖，圖(b)是能量分佈圖



圖四十三、輸入頻寬為 50%時，改變陣列的曲率半徑為 30mm、60mm、150mm、1000mm 時的比較；圖(a)是聲場壓力分佈圖，圖(b)是能量分佈圖



圖四十四、輸入頻寬為 25%時，改變陣列的曲率半徑為 30mm、60mm、150mm、1000mm 時的比較；圖(a)是聲場壓力分佈圖，圖(b)是能量分佈圖

第四章 結論與未來展望

由本文的討論比較我們大致可了解，對以單頻連續波或寬頻脈波做訊號發射源的陣列換能器而言，其幾何參數對其聲場影響是滿近似的。

陣列總長首先決定了陣列先天上聚焦所能達到的深度；較長的總長，方有聚焦至較深處的能力，且總長對主瓣寬度有明顯的影響；總長較長時，可得較細的主瓣，但旁瓣也會隨之有增長情形。陣元間距則對衍生瓣有明顯的互動，較大的陣元間距會使衍生瓣快速增長且向中心集中。而較大的陣元及副切割則可看出其對旁瓣、衍生瓣的抑制力，且顯現出較佳的聚焦效果。但在以寬頻訊號為發射源時因頻寬的增加本身對旁瓣即有抑制作用，故陣元大小影響顯得不甚明顯。

短軸長度的影響，在頻寬夠寬或陣列總長夠長足以聚焦至欲聚焦深度時，增長短軸只是單純地改善在深度方向聲場分佈，使得在能量集中區更接近原先期望聚焦點，且集中區能量相對其它區而言顯得更強。但在頻寬較窄或陣列總長不足以聚焦至欲聚焦深度時，短軸加長對深度方向的能量分佈影響就不全然是正面的。

發射頻寬加大時如同前述，對旁瓣、衍生瓣有抑制作用，但主瓣則會變寬；深度方向而言，頻寬增加可改進在近場處的振盪情形，只是以聚焦處和較淺處的強度或能量的相對量而言，頻寬較寬時近場相對量比窄頻時略高；但綜合而言，加大頻寬可使能量對深度集中區在窄頻時為多集中區的聲場，改善為只集中在一區的情形。

弧型陣列換能器在曲率半徑改變時，對主瓣幾乎沒有影響，但旁瓣和衍生瓣則會隨著曲率半徑的減小而成長。

此外，本文中所提出的時域脈波模擬法，可看出各式不同物理現象，且可避開不易處理的格林函數計算，最重要的是在所考慮範圍較小時，可大量節省計算時間，使我們可以對更多不同的陣列做模擬，因而在格林函數不易得到的寬頻訊號發射聲場的計算時，應是一可考慮的模擬方法之一。

未來研究可考慮非中心聚焦(steering)情形時，各幾何參數影響，並期望本文所提時域模擬法可推展至收發性探頭模擬，以期讓此法能有更廣泛的應用。

誌謝

感謝國科會在計畫 NSC 88-2611-E-002-016 下給予經費的補助，同時也感謝工業研技術研究院量測技術發展中心儀器發展組超音波技術發展部鄭建華博士、郭益源博士、賴文斌先生與游益龍先生提供超音波壓電換能器製作之相關技術與資訊，並在文獻及觀念上給予多方引導，使本研究得以順利完成。

參考文獻

1. B. D. Steinberg, *Principles of Aperture and Array System Design*, Wiley, New York, pp1-70(1976)
2. Lawrence E. Kinsler and Austin R. Frey and Alan B. Coppens and James V. Sanders, *Fundamental of Acoustics*, John Wiley and Sons, New York, pp.164-199(1980)
3. A. R. Selfridge and G. S. Kino and B. T. Khuri-Yakub, "A Theory for the Radiation Pattern of a Narrow-Strip Acoustic Transducer", *Appl. Phys Lett.*, vol. 37, no. 1, July, pp.35-36(1980)
4. Albert Freedman, "Sound Field of Plane or Gently Curved Pulsed Radiators", *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 48, no. 1, pp.221-227,(1970).
5. Albert Freedman, "Farfield of Pulsed Rectangular Acoustic Radiator", *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 49, no. 3, pp.738-748,(1971).
6. Peter R. Stepanishen, "Transient Radiation from Pistons in an Infinite Planar Baffle", *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol 49, no. 3, pp.1629-1637(1970)
7. Gerald R. Harris, "Transient Field of a Baffled Planar Piston Having an Arbitrary Vibration Amplitude Distribution", *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol 70, no. 1, pp.186-204(1981)
8. Ph. Faure and D. Cathignol, "Computation of the Acoustic Field of Arbitrary Plane or Spherical Transducer", *IEEE Ultrasonics Symposium*, pp.987-990(1994)
9. J. C. Lockwood and J. G. Willette, "High-speed method for computing the exact solution for the pressure variations in the nearfield of a baffled piston", *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 53, no. 3, pp.735-741, Mar. 1973.
10. J. A. Archer-Hall and D. Gee, "A Single Integral Computer Method for Axisymmetric Transducers with Various Boundary Conditions", *NDT*

- International*, June, pp.95-101(1980)
- 11.J. P. Weight, "Ultrasonic Beam Structures in Fluid Media", *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 76, no. 4, pp.1184-1191(1984)
 - 12.H. Djelouah and J. C. Baboux and M. Perdrix, "Theoretical and Experimental Study of the Field Radiated by Ultrasonic Focussed Transducers", *Ultrasonics*, vol .29, May, pp.188-200
 - 13.R. Reibold and R. Kažys, "Radiation of a Rectangular Strip-Like Focussing Transducer-Part :Harmonic Excitation", *Ultrasonics*, vol. 30, no. 1, pp.49-55(1992)
 14. R. Reibold and R. Kažys, "Radiation of a Rectangular Strip-Like Focussing Transducer-Part :Transient Excitation", *Ultrasonics*, vol. 30, no. 1, pp.56-59(1992)
 - 15.P. J. • Hoen, "Aperture Apodization to Reduce the off-axis Intensity of the Pulsed-Mode Directivity Function of Linear Arrays", *Ultrasonics*, pp.231-236(1982)
 - 16.Mehran Moshfeghi, "Sidelobe Suppression in Annular Array and Axicon Imaging Systems", *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 83, no. 6, pp.2202-2209(1988)
 - 17.Olaf T. Von Ramm and Stephen W. Smith, "Beam Steering with Linear Array", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. BEM-30, no. 8, pp.438-452,(1983) .
 - 18.Stephen W. Smith and Henry G.. Pavy and Jr.and Olaf T. von Ramm, "High-Speed Ultrasound Volumetric Imaging System-Part :Transducer Design and Beam Steering", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control.*, vol.38, no. 2, pp.100-108,(1991)
 - 19.Daniel H. Turnbull and F. Stuart Foster, "Beam Steering with Pulsed Two-Dimensional Transducer Arrays", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control.*, vol.38, no. 4, pp.320-333,(1991)

- 20.F. S. Foster and J. D. Larson and M. K. Mason and T. S. Shoup and G. Nelson and H. Yoshida, "Development of a 12 Element Annular Array Transducer for Realtime Ultrasound Imaging", *Ultrasound in Med. & Biol.*, vol. 15, No. 7, pp.649-659(1989)
- 21.Chankil Lee and Paul J. Benkeser, "Computationally Efficient Sound Field Calculations for a Circular Array Transducer", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control.*, vol.39, no. 1, pp.43-47,(1992)
22. Kenneth,B. Ocheltree and Leon,A. Frizzell,"Sound field calculation for rectangular sources"*IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control.*, vol.36, no. 2, pp.242-248,(1989).
- 23.Peter Fish, *Physics and Instrumentation of Diagnostic Medical Ultrasound*, John Wiley & Sons, pp.32-37
- 24.鄭建華、張建中、賴文斌、游益龍,「超音波壓電換能器設計與製造」, *檢測科技*, 第十四卷, 第五期, 第 252-262 頁(1996)