

航空材料動態測試及航空結構之撞擊行為研究  
子計畫四：航空材料之動態測試與圓管結構之高速撞擊研究(III)  
NSC 88-2212-E-002-056

執行期間：87年8月1日至88年7月31日

吳恩柏

國立臺灣大學應用力學研究所

## 一. 中文摘要

為因試體尺寸限制(如混凝土,圓管)所產生之動態實驗瓶頸,本文發展一結合直接撞擊法(Direct Impact Method, DIM)以及暫態雷射都普勒測速系統(Transient Laser Doppler Anemometer, TLDA)兩者優點:應力梯度直接撞擊法(Stress Gradient Direct Impact Method, SGDIM),以建立大尺寸試片動態壓縮實驗之方法與理論,完整呈現混凝土材料於衝擊壓縮荷載下的真實力學行為。由本文結果顯示以該理論模型分析大尺寸試片之衝擊力學性質,在做法上是較為周密的。

## Abstract

In this paper the direct impact method (DIM) and the transient laser Doppler anemometry (TLDA) were combined to develop a new experimental technique, designated as the stress gradient direct impact method (SGDIM). This new experimental technique was then employed to study the material properties of large specimens subjected to impact loading. From the experimental results it showed that SGDIM was more appropriate than the conventional dynamic material test methods to identify the mechanical properties of concrete under impact loading. This is because SGDIM, by taking the stress wave effect into consideration, could overcome the specimen size limitation.

## 二. 緣起與目的

結構物於使用期間,經常有機會受到不同種類的動態施力。能正確分析及預測混凝土結構物於各種施力下的反應,從而製造更符合使用要求的結構物,為各國學者努力追求之目標。

本文使用直接撞擊法(Direct Impact Method) [1]之實驗架構進行大尺寸試體之動態壓縮試驗。實驗組合如圖1所示。直接撞擊法的適用情況有其基本假設,其中最重要的是由於試片的厚度極小,因此於受力過程中,視試片兩端為力平衡並且試片受均勻應力。受限於混凝土試體尺寸效應的影響,其於厚度方向無法縮減,再加上應力波傳效應之作用,因此於衝擊加載的過程中,試體處於力平衡狀態的假設無法成立。在這樣的情況下,我們發展應力梯度直接撞擊法(Stress Gradient Direct Impact Method)的理論,來解決衝擊加載過程中試體兩端受力不平衡所造成的複雜問題。

為進行應力梯度直接撞擊法之分析,首先必須得到試體於撞擊歷程中兩端面的受力歷程。於本文實驗架構下,撞擊桿與壓力桿在撞擊過程中分別與試體兩端接觸。我們使用暫態雷射都普勒測速系統,以非接觸方式量測飛行撞擊桿上的質點速度,使用應變計於壓力桿上量測波傳應變訊號,分別以波傳理論反算施加於試體的撞擊力[2]。

本文以實驗進行理論模型之驗證。為簡化頻散效應對驗證結果造成之干擾,實驗首先在 12.7mm 桿徑直接撞擊法實驗架構下進行,試驗材料為 6061-T6 鋁合金。於本文最後,我們以大尺寸試片,進真實尺寸混凝土試體之理論模型驗證。

### 應力波傳頻散校正

本文中利用 Love's 一維波傳原理[3]進行波傳頻散效應校正。Love's 一維波傳原理考慮圓桿徑向運動(radial motion)的效應。假設徑向位移  $v$  於半徑  $r$  處為:

$$v = -vr \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \quad (1)$$

其中  $\nu$  為蒲松比(Poisson's Ratio),  $u$  為軸向位移(axial displacement)。

考慮一桿長為  $l$ , 一端受衝擊力  $F(t)$  作用的靜置圓桿桿件,其統御方程式(Governing Equation)、邊界條件(Boundary Condition)、起始條件(Initial Condition)可表為[4]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\nu^2 k^2}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$0 \leq x \leq l, t \geq 0$$

$$\rho \left[ \nu^2 k^2 \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} + c_0^2 \frac{\partial u}{\partial x} \right] = 0, x = 0 \quad (3)$$

$$\rho \left[ \nu^2 k^2 \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} + c_0^2 \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \frac{f(t)}{A}, x = l \quad (4)$$

$$u(x,0) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0 \quad \text{或} \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = v_0 \quad (6)$$

其中  $c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  為一維波傳速度,  $k^2 = \frac{1}{A} \int r^2 dA$  為圓桿截面的迴轉半徑(radius of gyration of the cross section),  $A$  為圓桿截面積。令  $\alpha = \frac{\nu^2 k^2}{c_0^2}$ ,  $p = \frac{n\pi}{l}$ ,

$\alpha = \frac{pc_0}{\sqrt{1+p^2h^2}}$ , 由傅利葉級數方法配合邊界條件、起始

條件可得解微分方程式(2)之位移  $u(x,t)$  :

$$u(x,t) = v_0 t + \frac{1}{\rho A l} \int_0^t F(\tau)(t-\tau) d\tau \quad (7)$$

$$+ \frac{2}{\rho A l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(1+p^2 h^2)} \frac{1}{\alpha} \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \int_0^t F(\tau) \sin(\alpha(t-\tau)) d\tau$$

將式(7)對  $x$  微分, 可得桿上任意點應變  $\varepsilon(x,t)$  歷程, 經由對時間  $t$  等間隔離散, 可寫成下列型式:

$$\varepsilon(x,t_j) = \sum_{k=1}^j g_k^\varepsilon(x,t_k) F_k \quad (8)$$

$$g_k^\varepsilon(x,t_k) = \frac{2}{\rho A l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(1+p^2 h^2)} \frac{n\pi}{\alpha l} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) (\cos \alpha(k-1)\Delta t - \cos \alpha k \Delta t) \quad (9)$$

(8)式為時間  $t_j$  於桿  $x$  處的應變,  $F_k$  為時間  $t_k$  之撞擊作用力,  $g_k^\varepsilon(x,t_k)$  為作用力  $F_k$  與應變  $\varepsilon(x,t)$  間之格林函數 (Green's function)。

將式(7)對  $t$  微分, 可得桿上任意點速度  $V(x,t)$  歷程, 經由對時間  $t$  等間隔離散, 可寫成下列型式:

$$v(x,t_j) - v_0 = \sum_{k=1}^j g_k^v(x,t_k) F_k \quad (10)$$

$$g_k^v(x,t_k) = \frac{\Delta t}{\rho A l} + \frac{2}{\rho A l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(1+p^2 h^2)} \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) (\sin \alpha(k-1)\Delta t - \sin \alpha k \Delta t) \quad (11)$$

(10)式為時間  $t_j$  於桿  $x$  處的質點速度,  $F_k$  為時間  $t_k$  之撞擊作用力,  $g_k^v(x,t_k)$  為作用力  $F_k$  與質點速度  $V(x,t)$  間之格林函數。

式(8)及式(10)以矩陣形式可表為:

$$\{\varepsilon\} = [G^\varepsilon] \{F\} \quad (12)$$

$$\{V\} = [G^v] \{F\} \quad (13)$$

由式(12),(13)可知, 若已知桿端作用力  $F$ , 則由 Love's 波傳理論即可正算得到桿上任意位置的應變歷程  $\varepsilon(t)$ , 此歷程已包含頻散效應的影響。同理, 若量得桿上任一位置的應變歷程  $\varepsilon(t)$ , 亦可藉由上述方程式反算桿端撞擊力, 而此撞擊力已將頻散效應的影響移除。

### 應力梯度直接撞擊法理論分析

#### (1) 試體之能量吸收方程式

試體受撞擊之歷程中, 藉由暫態雷射都普勒測速系統, 我們可以得到撞擊桿之質點速度變化  $V(t)$ 。此外藉由黏貼於壓力桿上的應變計, 我們可以得到壓力桿的波傳應變訊號  $\varepsilon(t)$ 。

由式(12)與(13)可分別求得撞擊桿端的衝擊力作用歷程  $F_v(t)$ , 與壓力桿端的衝擊力作用歷程  $F_\varepsilon(t)$ 。若將  $F_v(t)$  與  $F_\varepsilon(t)$  分別代入式(7), 可求得撞擊桿與壓力桿端的位移變化歷程,  $u_v(t)$  與  $u_\varepsilon(t)$ 。

已知  $F_v(t)$  與  $u_v(t)$  以及  $F_\varepsilon(t)$  與  $u_\varepsilon(t)$ , 首先處理試體於撞擊歷程中的能量吸收問題。  $F_v(t)$  與  $u_v(t)$  分別代表撞擊桿端的衝擊力與位移, 由此可以計算撞擊歷程中由撞擊桿作用於試體的能量  $U_v(t)$  為

$$U_v(t) = \int_0^t F_v(\tau) u_v(\tau) d\tau \quad (14)$$

$F_\varepsilon$  與  $u_\varepsilon$  分別代表壓力桿端的衝擊力與位移, 由此我們可以計算撞擊歷程中由試體流出至壓力桿的能量  $U_\varepsilon(t)$  為

$$U_\varepsilon(t) = \int_0^t F_\varepsilon(\tau) u_\varepsilon(\tau) d\tau \quad (15)$$

由式(14)與(15)並考慮能量守恆, 可得到自撞擊開始至結束, 試體內部的能量吸收歷程  $U_s(t)$

$$U_s(t) = U_v(t) - U_\varepsilon(t) \quad (16)$$

令衝擊力作用歷程結束時間為  $t_{end}$  代入上式, 則可得到試體自衝擊荷載開始至結束所吸收的總能量  $U_{ab}$

$$U_{ab} = U_s(t_{end}) \quad (17)$$

此外由撞擊桿輸入試體之初始能量  $U_0$ :

$$U_0 = \frac{1}{2} m V_0^2 \quad (18)$$

其中  $m$  為撞擊桿質量,  $V_0$  為撞擊桿初速。再定義試體吸收能量  $U_{ab}$  對初始輸入能量  $U_0$  之百分比為能量吸收率  $R$ , 則

$$R(\%) = \frac{U_{ab}}{U_0} \times 100 \quad (19)$$

#### (2) 試體之極限應力

其次處理試體內部於撞擊歷程中的應力-應變關係, 首先考慮試體內的應力分佈對時間歷程。由以上敘述已經建立撞擊桿以及壓力桿上應力對質點速度或應變歷程的格林函數, 根據相同的基礎, 亦可以建立試體端面作用力  $F(t)$  對試體內部應變  $\varepsilon^\varepsilon(t)$  的格林函數  $G^\varepsilon$ , 以矩陣形式表示如下

$$\{\varepsilon^\varepsilon\} = [G^\varepsilon] \{F\} \quad (20)$$

若已知撞擊歷程中, 撞擊桿施加於試體端面的作用力  $F_v$ , 以及作用力對試體應變的格林函數  $G^\varepsilon$ , 則撞擊桿造成試體內部的應變分佈  $\varepsilon_v^\varepsilon$ , 以矩陣形式可表為

$$\{\varepsilon_v^\varepsilon\} = [G^\varepsilon] \{F_v\} \quad (21)$$

同理若已知撞擊歷程中, 壓力桿施加於試體端面的作用力  $F_\varepsilon$ , 及作用力對試體應變的格林函數  $G^\varepsilon$ , 則壓力桿造成試體內部的應變分佈  $\varepsilon_\varepsilon^\varepsilon$ , 以矩陣形式可表為

$$\{\varepsilon_\varepsilon^\varepsilon\} = [G^\varepsilon] \{F_\varepsilon\} \quad (22)$$

在時間序列上疊加式(21)與式(22)所代表的試體應變分佈, 並假設於撞擊歷程中試體的彈性模數  $E_s$  並不改變, 則我們可以得到試體於撞擊歷程的應力分佈  $\sigma^\varepsilon$

$$\{\sigma^\varepsilon\} = (\{\varepsilon_v^\varepsilon\} + \{\varepsilon_\varepsilon^\varepsilon\}) E_s \quad (23)$$

經由以上討論, 我們已經就應力梯度直接撞擊法於試體承受衝擊加載的過程中, 以試體端面受力歷程為基礎而分析試體之能量吸收特性、抗壓強度、以及其應力-應變關係之理論基礎加以闡述。以下將進行理論模型與實驗之驗證。

### 三. 結果與討論

經由前文對實驗架設組合與梯度應力直接撞擊法理論的分析, 本文將進行理論模型與實驗之交互驗證。重點放在驗證以撞擊桿與壓力桿作用力歷程及試體格林函數內推試體內部應力分佈的正確性。

#### 直接撞擊法

我們首先在直接撞擊法的實驗架構下進行理論的驗證。爲了簡化頻散效應對驗證結果所造成的干擾，實驗首先在較小桿徑的直接撞擊法實驗架構下進行，其桿徑爲 12.7mm，實驗架構如圖 2 所示。試驗材料爲桿徑 12.7mm 長度 30cm 之 6061-T6 鋁合金試體。

實驗中我們以暫態雷射都普勒測速儀(TLDA)量測撞擊歷程中撞擊桿上的質點速度訊號，用以反算其與試體接觸端面的施力；而在壓力桿上以另一組應變計接收波傳應變訊號，亦反算其與試體接觸端面的施力。兩組施力分別以試體的格林函數正算試體中點處的應變，藉以與黏貼於試體中點處的一組應變計於撞擊歷程所量測的應變訊號加以比較。

圖 3、圖 4 爲撞擊歷程中，撞擊桿上使用 TLDA 與壓力桿上使用應變計於撞擊歷程所接收的質點速度訊號與應變波傳訊號，根據式(13)我們可以由撞擊桿上的質點速度訊號，反算其與試體接觸端面的作用力歷程。由式(12)我們亦可以利用壓力桿上的應變波傳訊號，反算其與試體接觸端面的作用力歷程。再經由式(20)，我們可以藉由試體端面的作用力歷程，正算於撞擊過程中撞擊桿與壓力桿分別造成試體中點處的應變歷程。

分析結果與黏貼於試體中點之應變計比較如圖 5 所示。圖中顯示，若單獨由撞擊桿或壓力桿所量測之波傳訊號，其反算結果無法完整呈現試體中點的應變歷程，即試體中點應變計所量測之訊號。其原因是試體於撞擊過程中，試體內部於極短時間內達到力平衡的假設並不成立。

由式(23)，我們可以得到合併撞擊桿及壓力桿反算試體中點應變的結果，其與試體中點處所黏貼應變計的比較如圖 6 所示。圖中顯示同時考慮撞擊桿及壓力桿上波傳訊號所反算得到的試體中點應變歷程，與黏貼於試體中點的應變計所量測的應變歷程幾乎一致。由此可知在試體內部存在梯度應力的情況下，必須同時考慮撞擊桿與壓力桿上的波傳訊號，才能正確反算試體內部的真實應力分佈。

由直接撞擊法對 6061-T6 鋁合金材料所進行的實驗結果顯示，若撞擊過程中試體兩端力平衡的假設無法存在，則以梯度應力理論模型來考慮撞擊歷程中試體內部的應力分佈對時間歷程是較爲正確的。

#### 混凝土試體之理論模型驗證

上述實驗在 12.7mm 桿徑架構之下進行，爲降低波傳頻散效應影響所得到的理想結果。以下實驗我們將轉移至 50mm 桿徑的直接撞擊法實驗架構下進行，以真實尺寸的混凝土試體進行理論模型的驗證。實驗架構如圖 1 所示。試驗材料爲直徑 50mm 長度 10cm 之混凝土圓柱試體。

圖 7、圖 8 爲撞擊歷程中，撞擊桿上使用 TLDA 與

壓力桿上使用應變計於撞擊歷程所接收的質點速度訊號與應變波傳訊號。根據式(13)，我們可以由撞擊桿上的質點速度訊號，反算其與試體接觸端面的作用力歷程。由式(12)，我們亦可以利用壓力桿上的應變波傳訊號，反算其與試體接觸端面的作用力歷程。再由式(20)我們可以藉由試體端面之作用力歷程，正算撞擊過程中撞擊桿與壓力桿分別造成試體中點處之應變歷程。

圖 9 爲分析結果與黏貼於試體中點應變計之比較。圖中顯示，單獨由撞擊桿或壓力桿所量測之波傳訊號，其反算結果無法完整呈現試體中點的應變歷程。其原因是試體於撞擊過程中，試體內部於極短時間內達到力平衡的假設並不成立。

由式(23)，我們可以得到合併撞擊桿及壓力桿反算試體中點應變的結果，其與試體中點處所黏貼應變計的比較如圖 10 所示。圖中顯示同時考慮撞擊桿及壓力桿上波傳訊號所反算得到的試體中點應變歷程，與黏貼於試體中點的應變計所量測的應變歷程相當符合。由此可知在試體內部存在梯度應力的情況下，同時考慮撞擊桿與壓力桿上的波傳訊號，用以反算試體內部真實應力分佈的方法是正確並且可行的。

#### 四. 計畫成果自評

爲因應試體尺寸限制所產生之動態實驗瓶頸，本文結合直接撞擊法(Direct Impact Method, DIM)以及暫態雷射都普勒測速系統(Transient Laser Doppler Anemometer, TLD4)兩者優點，成功的發展應力梯度直接撞擊法(Stress Gradient Direct Impact Method, SGGIM)，用以完整呈現大尺寸結構材料於撞擊壓縮荷載下的真實力學行爲。

由本文實驗結果顯示對於大尺寸試體之材料動態測試，若撞擊過程中試體兩端力平衡的假設無法存在，則以梯度應力理論模型來考慮撞擊歷程中試體內部的應力分佈對時間歷程是較爲正確的。本文中所發展之應力梯度直接撞擊法(SGGIM)對於未來在航空大型結構之材料動態測試與撞擊研究上建立一嶄新量測方式。

#### 五. 參考文獻

- [1]曾令賢，"高應變率狀態下材料性質量測之研究"，國立台灣大學應用力學研究所碩士論文，民國 84 年。
- [2]蔡辰榮，"雷射都普勒暫態量測技術之研發與在撞擊力量測上之應用"，國立台灣大學應用力學研究所博士論文，民國 84 年。
- [3]Davies, R. M., "A Critical Study of the Hopkinson Pressure Bar," Phil. Trans A, Vol. 204, pp.375-457, 1948.
- [4]Conway, H. D. and Jakubowski, M., "Axial Impact of Short Cylindrical Bars," J. Appl. Mech., ASME, pp.809-813 1969.

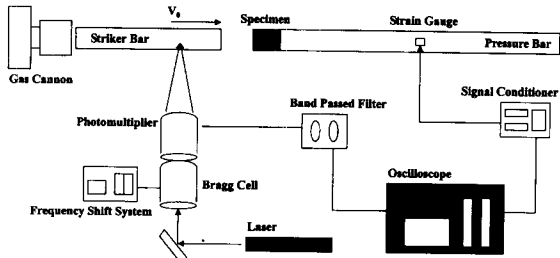


圖1 實驗架構組合示意圖

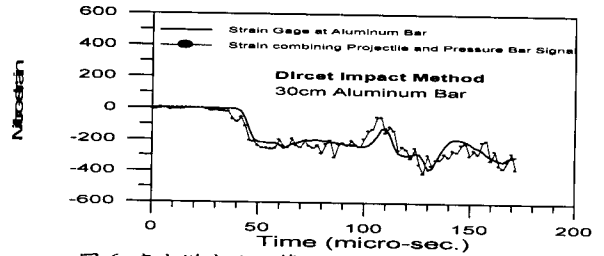


圖6 應力梯度法反算結果與應變計量測值之比較

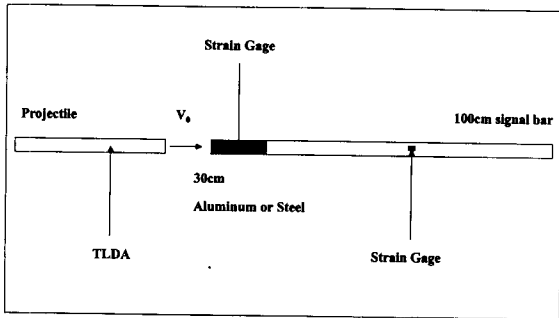


圖2 直接撞擊法實驗架構示意圖

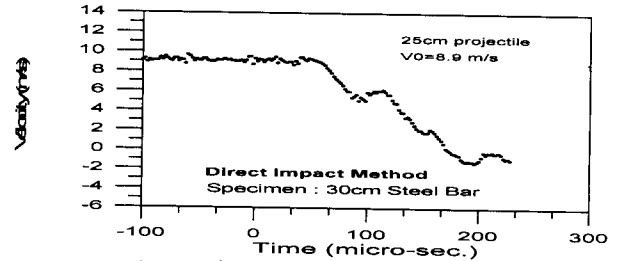


圖7 撞擊桿上波傳質點速度歷程量測值

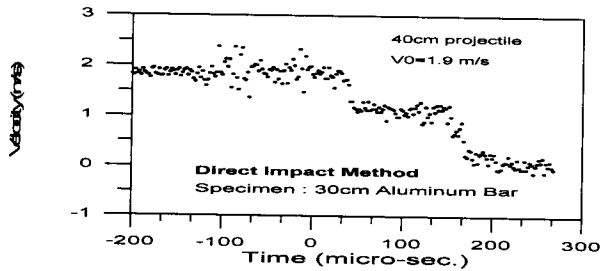


圖3 撞擊桿上波傳質點速度歷程量測值

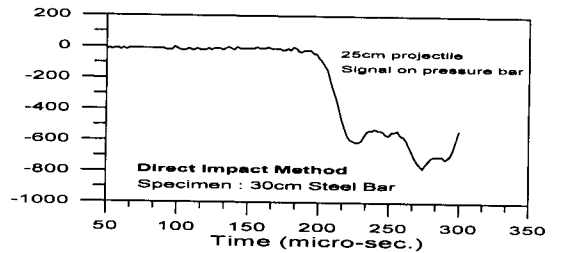


圖8 壓力桿上應變歷程量測值

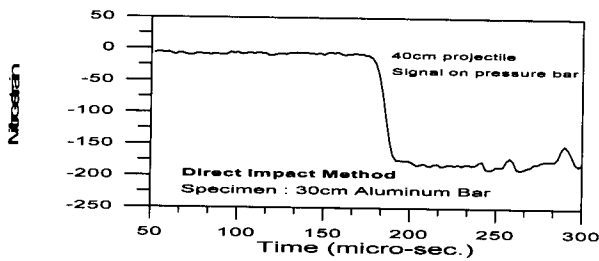


圖4 壓力桿上應變歷程量測值

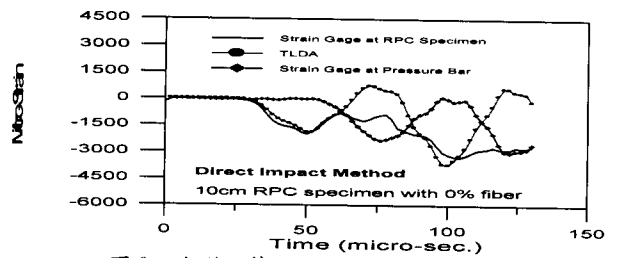


圖9 應變反算結果與應變計量測值之比較

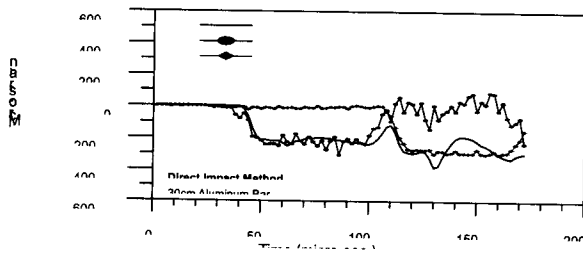


圖5 應變反算結果與應變計量測值之比較

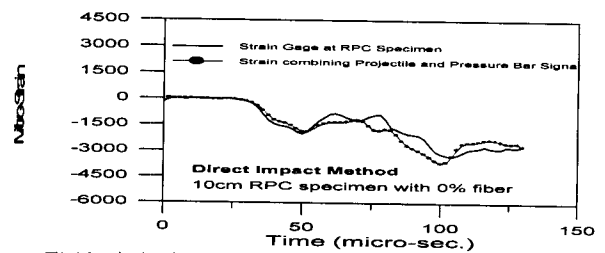


圖10 應力梯度法反算結果與應變計量測值之比較