

**全球導航衛星系統理論與應用研究—  
無人載具之導航與控制(1/3)  
Theory and Application of GNSS—  
Navigation and Control of Unmanned Vehicles**

計畫編號: NSC 88-2612-E-002-003

執行期限: 87 年 8 月 1 日至 88 年 11 月 30 日

主持人: 王立昇 國立台灣大學應用力學研究所 教授

### 1. 前言

無人載具如車輛、船舶、飛機等，其控制問題主要包括路徑追蹤，以及於特定位置以特定姿態停止等問題，而其首先需設計出預定路徑。本文考慮船舶，其運動之路徑設計包括船進入航道、定點停泊，以及由一連串參考點以直線連線之轉彎路徑的運動規劃問題。由於船具有側滑的特性，此側滑特性對於船的操控有關鍵性的影響，如航道偏離問題與停泊點偏移問題。對於路徑追蹤問題，如用模糊控制 (fuzzy control) 需根據多次實驗與觀察建立規則庫與資料庫，然而人為觀察對此側滑特性的掌控相當困難，因此若能以船的數學模型為基礎建立規則庫與資料庫，應可提供解決此困難的一種方法。

本文採用船的非線性數學模型，以微分平系統 (differentially flat system) 理論設計船行駛的最佳路徑。微分平系統係指一類特殊系統，其狀態變數及控制可以用所謂平輸出 (flat output) 及其微分來表示，而使得狀態方程式自動滿足。對於一微分平系統的路徑設計問題，可在平輸出空間設計滿足端點條件之路徑，再對應回原狀態空間，得到滿足初始與終端條件的軌跡。對於路徑設計所須之狀態回授，將採用 GPS/GLONASS 雙系統接收機及電羅盤來獲得。

## 2. 船的數學模型及其微分平特性

### 2.1 船的數學模型

我們考慮船之平面運動模型，如下圖所示。

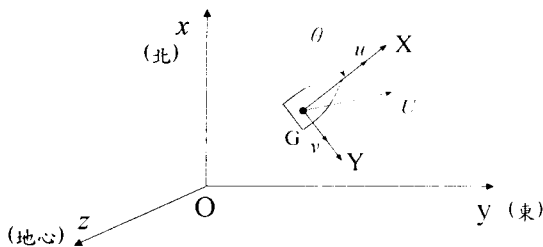


圖 2.1

其中  $xOy$  為慣性座標， $XGY$  為船的體座標， $U$  為船速，其方向與船首方向並不重合，即船允許側滑，側滑速度分量為  $v$ ，有如下座標轉換方程

$$\begin{cases} \dot{x} = u \cos \theta - v \sin \theta & (2.1a) \\ \dot{y} = u \sin \theta + v \cos \theta & (2.1b) \end{cases}$$

$$\text{令船角速度 } \omega, \text{ 即 } \dot{\theta} = \omega \quad (2.1c)$$

側滑角 (drift angle) 為  $\tan^{-1}(v/u)$ 。考慮船受力，在體座標分量為  $F_x$ 、 $F_y$ ，及力矩  $N$  於  $z$  軸；船質量  $m$ ， $z$  軸之慣性矩  $I_z$ ，則船之動力方程為

$$\begin{cases} \dot{u} = v\omega + F_x/m \\ \dot{v} = -u\omega + F_y/m \\ \dot{\omega} = N_z/I_z \end{cases} \quad (2.2)$$

考慮船所受的外力： $F_x$  包括槳的推進力  $F$ ，其為控制項，及水的前進阻力  $-F_{vr}$ ； $F_y$  為側向阻力  $(-mdv)$ ， $d$  為側滑阻力係數； $N_z$  包括舵產生的迴轉力矩  $N$ ，為控制項，及水的迴轉阻力  $-N_{zr}$ 。阻力項  $F_{vr}$  及  $N_{zr}$  為狀態變數  $u$ 、 $v$ 、 $\omega$  的函數，則(2.2)式成為

$$\begin{cases} \dot{u} = v\omega + F/m - F_{vr}/m & (2.3a) \\ \dot{v} = -u\omega - dv & (2.3b) \\ \dot{\omega} = N_z/I_z - N_{zr}/I_z & (2.3c) \end{cases}$$

合併(2.1)式及(2.3)式，即為船之狀態方程式。

### 2.2 微分平系統簡介

一非線性控制系統其狀態變數  $x \in R^n$ ，輸入  $u \in R^m$ ，狀態方程  $\dot{x} = f(x, u)$ 。若存在一組平輸出 (flat outputs)  $y \in R^m$ ，可表示為

$$y = y(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(p)})$$

使得  $x$  與  $u$  為平輸出  $y$  和  $y$  的時間導數所組成的函數，即

$$\begin{cases} x = x(y, \dot{y}, \dots, y^{(q)}) \\ u = u(y, \dot{y}, \dots, y^{(q)}) \end{cases} \quad (2.4)$$

且使得此平輸出空間任一平滑曲線  $y(t)$  經由上式對應至原狀態-輸入空間之曲線  $(x(t), u(t))$  自然滿足原系統狀態方程，則此控制系統稱為微分平系統 (differentially flat system)。由上述定義可知，微分

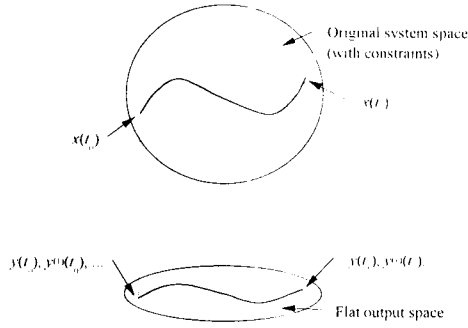


圖 2.2

平系統在平輸出空間的軌跡和原狀態-輸入空間中滿足系統方程的軌跡有 1 對 1 的對應特性，如圖 2.2 所示。而在平輸出空間上不再受系統方程的約束。相對於一般的控制系統，需先決定出輸入曲線，由初始條件，經狀態方程的積分程序，始可決定出狀態曲線。由於在平輸出空間上不再具有系統約束，對於路徑設計問題，僅剩由狀態空間的初始及終端條件所對應的平輸出空間的端點條件（一般而言，為具有時間導數項的端點條件）。故路徑設計問題可簡化為：在較低維度的平輸出空間選取滿足端點條件的曲線  $y(t)$ ，並經由(2.4)式對應至原狀態-輸入空間的曲線  $(x(t), u(t))$ 。

### 2.3 船系統的微分平特性

觀察船的狀態方程(2.1)及(2.3)，其中(2.1a)及(2.1b)可改寫為

$$\begin{cases} u = \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta \\ v = -\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta \end{cases} \quad (2.5)$$

代入(2.3b)，即  $\dot{v} + \dot{\theta}u = -d\dot{v}$ ，可得

$$-\ddot{x} \sin \theta + \ddot{y} \cos \theta = d\dot{x} \sin \theta - d\dot{y} \cos \theta$$

整理上式，可得

$$(\ddot{x} + d\dot{x}) \sin \theta = (\ddot{y} + d\dot{y}) \cos \theta \quad (2.6)$$

或

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\ddot{y} + d\dot{y}}{\ddot{x} + d\dot{x}} \right) \quad (2.7)$$

因此

$$\omega = \dot{\theta} = \omega(\dot{x}, \ddot{x}, \ddot{y}, \dot{y}, \ddot{y}) \quad (2.8)$$

由(2.3a)及(2.3c)可得控制項  $F$ 、 $N$  為  $x$ 、 $y$  之時間導數的函數，即

$$\begin{cases} F = F_{vr} + m(\dot{u} - v\omega) = F(\dot{x}, \ddot{x}, \ddot{y}, \dot{y}, \ddot{y}) \\ N = N_{vr} + I_z \dot{\omega} = N(\dot{x}, \ddot{x}, \ddot{y}, \dot{y}, \ddot{y}, y^{(4)}) \end{cases} \quad (2.9)$$

由(2.5)(2.7)(2.8)(2.9)可知狀態變數  $u$ 、 $v$ 、 $\theta$ 、 $\omega$  及控制項  $F$ 、 $N$  均為  $x$ 、 $y$  之時間導數的函數，且其將自動滿足狀態方程(2.1)及(2.3)。由此可知，基於此數學模型的船系統為一微分平系統，其平輸出為部分狀態變數  $x$ 、 $y$ ，(2.5)(2.7)(2.8)(2.9)為其他狀態變數及輸入以平輸出及其時間導數表達之函數。

### 3. 微分平理論之路徑設計方法

本節考慮兩種路徑設計問題，分別為點到點路徑設計，及直線航道至直線航道之轉彎路徑設計。採

用如下設計方法：將狀態空間的初始及終端條件表達為平輸出空間的端點條件，並選取平輸出空間曲線為適當階數的時間多項式函數。若選取之多項式待定係數個數恰等於端點條件個數，則可決定出待定係數；若選取之多項式待定係數個數多於端點條件個數，則引入適當性能指標，求取滿足端點條件之最佳係數。一旦決定了多項式係數，將平輸出曲線對應至原狀態空間，即可得到設計之路徑。此即最佳化微分平路徑設計方法。對於點到點路徑設計，將分別採用此二種設計方法；對於轉彎路徑設計問題，參考圖 3.1 所示

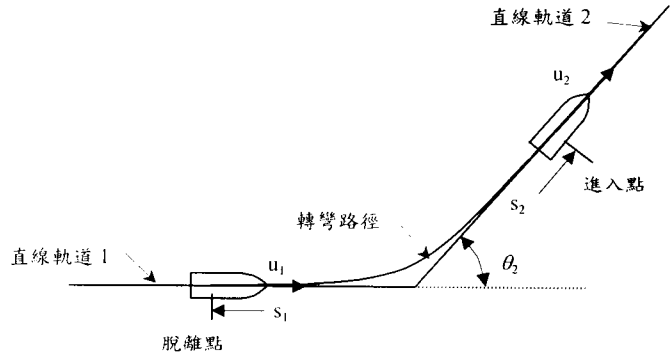


圖 3.1

由於脫離點與進入點為待定的，因此採取最佳化路徑設計，來決定出脫離點、進入點及其他多項式係數。

#### 3.1 點到點微分平路徑設計

設初始條件為  $(x_0, y_0, \theta_0, u_0, v_0, \omega_0)$ ，終端條件為  $(x_f, y_f, \theta_f, u_f, v_f, \omega_f)$ ，並選擇平輸出之時間函數為

$$\begin{cases} x = x_0 + x_1 t + x_2 t^2 + x_3 t^3 + x_4 t^4 + x_5 t^5 \\ y = y_0 + y_1 t + y_2 t^2 + y_3 t^3 + y_4 t^4 + y_5 t^5 \end{cases}$$

由(2.5)及(2.6)式可得端點條件為  $(i = 0, f, t_0 = 0, t_f = T)$

$$x(t_i) = x_i \quad (3.1a)$$

$$y(t_i) = y_i \quad (3.1b)$$

$$\begin{aligned} &(\ddot{x}(t_i) + d\dot{x}(t_i)) \sin \theta_i \\ &- (\ddot{y}(t_i) + d\dot{y}(t_i)) \cos \theta_i = 0 \end{aligned} \quad (3.1c)$$

$$\dot{x}(t_i) \cos \theta_i + \dot{y}(t_i) \sin \theta_i = u_i \quad (3.1d)$$

$$-\dot{x}(t_i) \sin \theta_i + \dot{y}(t_i) \cos \theta_i = v_i \quad (3.1e)$$

以及對(2.6)進一步微分，並代入端點狀態值，可得

$$\begin{aligned} &(\ddot{x}(t_i) + d\dot{x}(t_i)) \sin \theta_i + (\ddot{x}(t_i) + d\dot{x}(t_i)) \omega_i \cos \theta_i \\ &- (\ddot{y}(t_i) + d\dot{y}(t_i)) \cos \theta_i - (\ddot{y}(t_i) + d\dot{y}(t_i)) \omega_i \sin \theta_i = 0 \end{aligned} \quad (3.1f)$$

假設由時間  $t = 0$ 、狀態點  $(0,0,0,0,0,0)$  出發，代入(3.1)(a)(b)(d)(e)可得  $x(0) = y(0) = \dot{x}(0) = \dot{y}(0) = 0$ ，即  $x_0 = y_0 = x_1 = y_1 = 0$ 。並代入(3.1c)可得  $\dot{y}(0) = y_2 = 0$ ，再代入(3.1f)可得  $\ddot{y}(0) = y_3 = 0$ 。因此僅剩 6 個待定係數及 6 個終端條件。令待定係

數矩陣

$$c = [x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad y_4 \quad y_5]^T$$

$$\text{並令 } A_x(t) = [t^2 \quad t^3 \quad t^4 \quad t^5 \quad 0 \quad 0]$$

$$A_y(t) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad t^4 \quad t^5]$$

則  $(x, y)$  可以矩陣形式表示為

$$\begin{cases} x(t) = A_x(t) \cdot c \\ y(t) = A_y(t) \cdot c \end{cases} \quad (3.2)$$

同理， $(\dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{x}, \ddot{y})$  均可以矩陣形式表示。

令

$$A_x(t) = (A_x(t))', A_x(t) = (A_x(t))'', A_x(t) = (A_x(t))'''$$

$$A_y(t) = (A_y(t))', A_y(t) = (A_y(t))'', A_y(t) = (A_y(t))'''$$

則

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_x(t) \cdot c, \quad \ddot{x}(t) = A_x(t) \cdot c, \quad \ddot{x}(t) = A_x(t) \cdot c \\ \dot{y}(t) = A_y(t) \cdot c, \quad \ddot{y}(t) = A_y(t) \cdot c, \quad \ddot{y}(t) = A_y(t) \cdot c \end{cases} \quad (3.3)$$

將此矩陣形式表示代入終端條件(3.1)，並令矩陣  $A$

$$A = \begin{bmatrix} A_x(T) \\ A_y(T) \\ (A_x(T) + dA_x(T))\sin\theta_f - (A_y(T) + dA_y(T))\cos\theta_f \\ A_x(T)\cos\theta_f + A_y(T)\sin\theta_f \\ -A_x(T)\sin\theta_f + A_y(T)\cos\theta_f \\ (A_x + dA_x)_T \sin\theta_f + (A_y + dA_y)_T \omega_f \cos\theta_f - \\ (A_y + dA_y)_T \cos\theta_f + (A_x + dA_x)_T \omega_f \sin\theta_f \end{bmatrix}$$

及  $b = [x_f \quad y_f \quad 0 \quad u_f \quad v_f \quad 0]^T$ ，可得終端條件

$$A \cdot c = b \quad (3.4)$$

則待定係數  $c$  可由下式決定，

$$c = A^{-1} \cdot b$$

代入(3.2)可得船之設計軌跡；再代入(2.5)(2.7)(2.8)(2.9)，可得到其他狀態及輸入之時間曲線。

假設側滑係數  $d = 0.6s^{-1}$ ，終端時間  $T = 5s$ ，終端狀態  $(x_f, y_f, \theta_f, u_f, v_f, \omega_f)$  為  $(10, 10, 1.5, 0, 0)$ 。以下為點到點路徑設計結果。

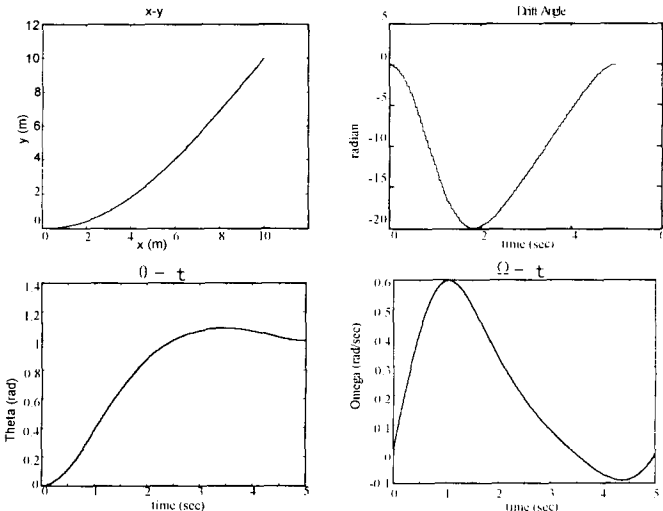


圖 3.2

由上圖隨著船起步及轉彎，將造成負向側滑(即沿前

進方向的右手方向側滑)，此特性是人為觀察難以掌控的部分。對於模糊控制，欲以觀察方法來建立船控制之規則庫及資料庫，以掌握此側滑特性，是相當的困難。若採用船的數學模型來設計船之運動軌跡，可設計出適當之軌跡來消除進入端點之側滑量。參考圖 3.2 之  $\theta-t$  圖可知，欲進入終端方位  $\theta = 1rad$  且無側滑，則需先讓船首方位超過  $1rad$ ，再做一負向轉動(順時鐘方向)，即可消除此側滑量，而進入終點。

以此種路徑設計方法，其結果可用以建立模糊控制之規則庫及資料庫。然而，其需要船的六個狀態回授。由船上單一 GNSS 接收機，僅可取船之位置。船的方位可由兩個 GNSS 接收機或電羅盤取得。而船之速度及角速度可由位置及方位角對時間差分而得。

### 3.2 點到點的最佳化微分平路徑設計

同上節，考慮點到點路徑設計。若選擇平輸出之時間函數為

$$\begin{cases} x = x_0 + x_1 t + x_2 t^2 + x_3 t^3 + x_4 t^4 + x_5 t^5 + x_6 t^6 \\ y = y_0 + y_1 t + y_2 t^2 + y_3 t^3 + y_4 t^4 + y_5 t^5 + y_6 t^6 \end{cases}$$

共有 14 個待定係數。利用 12 個端點條件，並引入一性能指標，可得最佳化方程，即可決定出待定係數。若考慮使船於行進期間加減速較平緩，可選擇性能指標為加速度能量積分，即

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2) dt$$

同上節，考慮船由時間  $t = 0$ 、狀態點  $(0, 0, 0, 0, 0, 0)$  出發，於時間  $t = T$  到  $(x_f, y_f, \theta_f, u_f, v_f, \omega_f)$ ，則  $(x_0, x_1, y_0, y_1, y_2, y_3)$  均為 0。令待定係數矩陣  $c$  為

$$c = [x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad y_4 \quad y_5 \quad y_6]^T$$

$$\text{並令 } A_x(t) = [t^2 \quad t^3 \quad t^4 \quad t^5 \quad t^6 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A_y(t) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad t^4 \quad t^5 \quad t^6]$$

則端點條件可仿照前節之方程(3.2)(3.3)(3.4)得到，即

$$A \cdot c = b$$

性能指標亦可以矩陣形式表示。

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2) dt$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^T [(A_x(t) \cdot c')^2 + (A_y(t) \cdot c')^2] dt$$

$$= \frac{1}{2} c' \cdot \left[ \int_0^T (A_x' \cdot A_x + A_y' \cdot A_y) dt \right] \cdot c$$

$$\text{令 } B = \int_0^T (A_x' \cdot A_x + A_y' \cdot A_y) dt$$

則性能指標可表示為

$$J(c) = \frac{1}{2} c' B c$$

由 Lagrange 乘子方法，令

$$J'(c, \lambda) = \frac{1}{2} c' B c + \lambda' (A c - b)$$

則最佳化方程式為

$$\begin{cases} \frac{\partial J'}{\partial c} = Bc + A^T \lambda = 0 \\ \frac{\partial J'}{\partial \lambda} = Ac - b = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{bmatrix} B & A^T \\ A & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}$$

則待定係數  $c$  即可由上式求得。

同上節之側滑係數及終端條件，可得設計結果如下

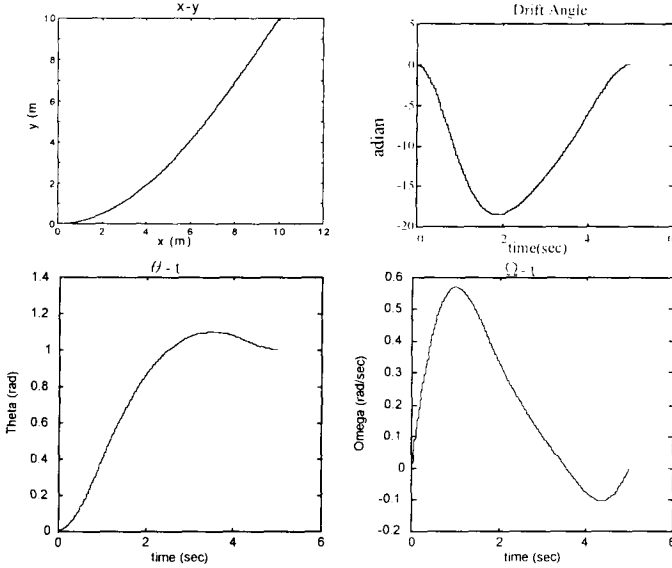


圖 3.3

### 3.3 轉彎模式的微分平路徑設計

參考圖 3.1，船以速度  $u_1$  行駛於直線軌道 1，在  $S_1$  點開始轉彎離開直線軌道 1，於  $S_2$  點切入直線軌道 2，並以速度  $u_2$  行駛於直線軌道 2。路徑轉彎角度  $\theta_2$ 。本節將依據最佳化微分平路徑設計方法，選取  $S_1$ 、 $S_2$  及轉彎路徑。假設平輸出  $(x, y)$  為

$$\begin{cases} x = x_0 + x_1 t + x_2 t^2 + x_3 t^3 + x_4 t^4 \\ y = y_0 + y_1 t + y_2 t^2 + y_3 t^3 + y_4 t^4 + y_5 t^5 + y_6 t^6 \end{cases}$$

假設路徑 1 於  $x$  軸上，則脫離點條件為

$$x(0) = S_1, y(0) = 0, \theta(0) = 0, u(0) = u_1, v(0) = 0, \omega(0) = 0$$

其中  $x(0) = x_0 = S_1$ ，則  $x_0$  亦為待定係數； $x_1 = u_1$  保留為初始條件； $y_0 = y_1 = y_2 = y_3 = 0$ 。進入點條件為

$$x(T) = S_2 \cos \theta_2, y(T) = S_2 \sin \theta_2, \theta(T) = \theta_2,$$

$$u(T) = u_2, v(T) = 0, \omega(T) = 0$$

其中  $S_2$  為待定。因此共剩 1 個初始條件、6 個終端條件，及 9 個待定係數。令待定係數矩陣  $c$

$$c = [x_0 \ x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ y_4 \ y_5 \ y_6 \ S_2]^T$$

$$\text{及 } A_1(t) = \begin{bmatrix} 1 & t & t^2 & t^3 & t^4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t^4 & t^5 & t^6 & 0 \end{bmatrix}$$

則  $(x, y, \dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\theta}, \ddot{\theta})$  可仿照前節得到矩陣形式表示。

將終端條件代入(3.1)式，並合併 1 個初始條件，可得到以矩陣形式表達的端點條件：可令

$$A = \begin{bmatrix} A_1(0) \\ A_1(T) - [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \cos \theta_2] \\ A_2(T) - [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \sin \theta_2] \\ A_1(T) \\ A_2(T) \\ \sin \theta_2 (A_1(T) + d A_2(T)) - \cos \theta_2 (A_1(T) + d A_2(T)) \\ \sin \theta_2 (A_1(T) + d A_2(T)) - \cos \theta_2 (A_1(T) + d A_2(T)) \end{bmatrix}$$

及

$$b = [u_1 \ 0 \ 0 \ u_2 \cos \theta_2 \ u_2 \sin \theta_2 \ 0 \ 0]^T$$

則  $A \cdot c = b$

仿照前節，選取性能指標

$$J(c) = \frac{1}{2} c^T B c$$

$$\text{其中 } B = \int_0^T (A_1^T \cdot A_1 + A_2^T \cdot A_2) dt$$

如同前節，可知極小值發生於  $(c, \lambda)$  滿足

$$\begin{bmatrix} B & A^T \\ A & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}$$

可決定出待定係數矩陣  $c$ ，則可得轉彎模式之路徑設計。假設側滑阻力係數  $d = 0.6 s^{-1}$ ， $u_1 = u_2 = 5 m/s$ ，

$T = 15 sec$ ， $\theta_2 = 2 rad$ ，以下為路徑設計結果

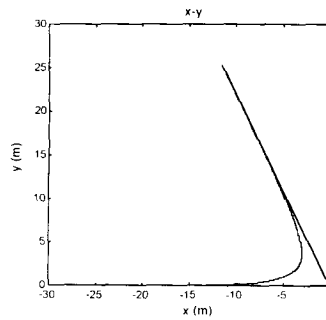


圖 3.4

此節之結果，可用以提供設計模糊控制之轉彎模式的路徑切換點，以及轉彎路徑。另一方面，此結果亦可提供路徑追蹤控制器之設計。其方法為：在每次回授船之狀態後，若偏離目標路徑，則重新設計一修正路徑以切入目標路徑。然而此方法需要獲得船之狀態回授。對於船之位置，可由 GPS/GLONASS 雙系統的接收機而獲得。對於船之方位角，可由電羅盤取得。而船之速度及角速度，可由位置及方位角之時間差分近似而得。如此可獲得船之所有狀態，可供路徑設計所須之狀態回授。

## 4. GNSS 定位系統

本文使用的實驗設備是 3S Navigation 公司於 1996 年出品的 GNSS-300 接收機。其為 GPS/GLONASS 雙系統的接收機，具有 12 個並列的頻道，可接收兩個系統的 L1 載波。其每一個頻道(Channel)皆可接收天空中可見的 GPS 或 GLONASS 衛星的訊號，而提供每顆衛星的虛擬距離碼 (Pseudo Range) 和相位載波 (Carrier Phase) 的測量值；進而計算接收機的位置及時間值。

實驗設備架設如下圖所示。

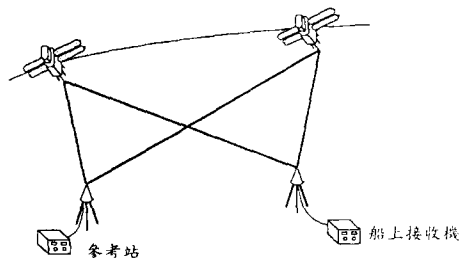


圖 4.1

## 5. 結論

本文採用船之非線性數學模型，以掌握船之側滑特性。以微分平理論提供船路徑設計方法，其包括點到點之路徑設計，及兩直線路徑切換之轉彎路徑設計。對於轉彎路徑設計結果，可提供模糊控制之路徑切換條件之選擇。且可進一步提供路徑追蹤控制器之設計。而此結果，亦可提供模糊控制之規則庫及資料庫之建立。由於其設計方法是基於船之數學模型，以掌握船的側滑特性。因此，相較於以人為觀察法建立之模糊控制的規則庫及資料庫，此方法較可掌握船之特性。

對於路徑設計所需之船位置及方位角，可由 GPS/GLONASS 雙系統的接收機，以及電羅盤取得。並對其進行時間差分以取得速度及角速度。然而，若船的速度及角速度有較大之變動時，以差分值來近似將會有較大之誤差。因此，未來考慮引入慣性感測器，結合 GPS/GLONASS 及電羅盤之量測值，來獲得速度及角速度之估測值。

## 參考文獻

- [1] Lewis, E.V., *Principles of Naval Architecture*, 2<sup>nd</sup> Reversion, Vol.III Motions in Waves and Controllability, SNAME, NJ, USA, 1989
- [2] Richard M.Murry, Muruham Rathinam, and Willem Sluis, "Differential Flatness of Mechanical Control System: A Catalog of Prototype System" *ASME Int'l Mech Eng Congress and Exposition*, nov.12-17, 1995
- [3] Michiel J.van Nieuwstadt, Richard M.Murry, "Approximate Trajectory Generation for Differentially Flat Systems Zero Dynamics" *Proc. of 34<sup>th</sup> IEEE Conf. on Decision and Control*, 1998
- [4] B.R.Clayton and R.E.D.Bishop, *Mechanics of Marine Vehicles*
- [5] A.E.Bryson, Yu-Chi Ho, *Applied Optimal Control*
- [6] 王昭雄，無人船自動導航控制系統設計，台大應力所碩士論文，中華民國 86 年 6 月
- [7] 劉豹，現代控制理論，科技出版有限公司，中華民國 81 年 2 月。
- [8] 馬雲龍，最佳控制，中央圖書出版社，中華民國 63 年 9 月。