

智能結構主被動振動控制研究(2/2)

Active-passive vibration control of smart structures

計畫編號: NSC 89-2212-E-002-134

計畫期限: 89 年 08 月 01 日至 90 年 12 月 31 日

主持人: 周傳心 臺灣大學應用力學研究所

摘要

本計畫主要目的是探討主動與被動控制結合的可行性，以期得到最佳的控制效果。文中以主動同置控制方法控制結構振動，並考慮低通濾波效應對結構振動控制的影響。最後將主動與被動兩種不同控制方法結合，利用共振分流電路與回授控制器正回授，使一塊壓電材料同時具有主動控制的效果又擁有被動消能的能力，經實驗結果驗證，主被動振動控制的效果較純主動或純被動更佳。

關鍵字：主被動、振動控制、壓電、分流電路、多模態、同置、濾波。

ABSTRACT

Passive vibration suppression with piezoelectric materials is feasible as a result of piezoelectric materials shunted with passive circuits can modify its mechanical impedance. This paper mainly demonstrates and investigates the possibility of active and passive control combined together. A piece of piezoelectric material has active control ability and passive suppression effect simultaneously by using filter-collocated control and resonant shunt. Experimental results verified that the active-passive has better effect than pure active or pure passive control.

Keywords: active/passive vibration control, piezoelectric, shunt circuit, multimode.

一、前言

1991 年 Hagood 和 Flotow[1] 將被動壓電分流器之理論與最佳化方法導出並實驗驗證。自此之後，因被動壓電分流器理論完整，許多人[2,3]開始研究壓電材料應用於被動控制方面的工作。被動控制有優點也有缺點，被動控制的優點是不需要外加電源、控制系統穩定性高，但也有其缺點，控制的範圍頻寬較窄只有在共振頻率附近才有控制效果，效能較主動控制差都是被動控制的缺點。

文中以主動同置控制方法控制結構振動，並考慮低通濾波效應對結構振動控制的影響。最後將主動與被動兩種不同控制方法結合，利用共振分流

電路與回授控制器正回授，使一塊壓電材料同時具有主動控制的效果又擁有被動消能的能力，經實驗結果驗證，主被動振動控制的效果較純主動或純被動更佳。

二、壓電共振分流器

2-1 單一模態共振分流器：共振分流器為使用一電阻與電感串接，再與壓電平板內部電容並聯，構成一 RLC 共振電路，如圖 1。將電路共振頻率調至系統共振模態附近，以增加模態阻尼達減振效果，其行為類似一被動消能器，此種消能器為一典型的質量抵抗阻尼器 (proof-mass damper : PMD)。將分流壓電平板 (resonant shunted piezoelectric; RSP) 所造成的機械阻抗 Z^{RSP} 併入模態系統中

$$Z^{RSP} = \frac{K_n^k}{1 - k_n^2 \bar{Z}^{RL}} = \frac{(LC^k s^2 + RC^k s + 1 - k_n^2) K_n^k}{(LC^k s^2 + RC^k s + 1)(1 - k_n^2)} \quad (1)$$

$r(s) = \frac{F(s)}{Ms + \frac{K}{s} + Z^{RSP}(s)} \quad (2)$

其中 s 為拉普拉斯轉換參數、 k_n 為壓電平板之機電耦合係數、 \bar{Z}^{RL} 為無因次電路阻抗、 L 、 R 、 C^k 分別為分流電感、分流電阻與壓電平板內部電容、 M 、 K 分別為模態質量與模態勁度，將(2)式作降階與無因次化的處理可得放大因子即位置轉移函數如下

$$\frac{x}{x^{N^T}} = \frac{\delta^2 + \gamma^2 + \delta^2 r \gamma}{(1 + r^2)(\delta^2 + \gamma^2 + \delta^2 r \gamma) + K_n^k (\gamma^2 + \delta^2 r \gamma)} \quad (3)$$

其中 x^{N^T} 為靜態位移 $F/(K + K_n^k)$ ， K_n^k 為壓電平板的短路模態勁度，而無因次參數是以機械系統在壓電平板短路下之自然頻率所定義

$\gamma = s/\omega_n^k$ ；無因次頻率， $r = R/C_m^k \omega_n^k$ ；電阻尼比， $\omega_c = 1/\sqrt{LC_m^k}$ ；電路共振頻率， $\delta = \omega_c/\omega_n^k$ ；無因次頻率調整比， $K_n^2 = (K_n^k/K + K_n^k)(k_n^k/(1 - k_n^2))$ ；廣義機電耦合係數，在實驗中，並不使用上式求

廣義機電耦合係數，而是利用系統短路與開路自然頻率求得

$$\omega_n^k = \sqrt{\frac{K + K_n^k}{M}} \quad \omega_n^{k'} = \sqrt{\frac{K_n^k}{\frac{1 - k_n^2}{M}}} \quad (4)$$

可將廣義機電耦合係數以(4)式表示如下

$$K_n^k = \frac{(\omega_n^{k'})^2 - (\omega_n^k)^2}{(\omega_n^k)^2} \quad (5)$$

利用共振分流壓電平板(RSP)與質量抵抗阻尼器(PMD)行為類似的特性，兩者有著相同的阻抗模型且頻譜上有相同的反應趨勢，可將 RSP 最佳化的問題以 PMD 的理論加以類比套用，可得無因次最佳頻率調整比與最佳電阻尼比為

$$\delta^{**} = \sqrt{1 + K_n^k}, \quad \gamma^{**} = \frac{\sqrt{2} K_n^k}{1 + K_n^k} \quad (6a,b)$$

若考慮加進結構本身的阻尼，則放大因子改寫為

$$\frac{x}{x^{**}} = \frac{\delta^2 + \gamma^2 + \delta^2 r \gamma}{(1 + 2\zeta\gamma + \gamma^2)(\delta^2 + \gamma^2 + \delta^2 r \gamma) + K_n^k(\gamma^2 + \delta^2 r \gamma)} \quad (7)$$

其中 ζ 即結構本身的阻尼比，以之前無阻尼時的最佳化參數先代入，得圖 2， $\zeta = 0$ & 0.01 時的位置轉移函數曲線，可以看出加入結構阻尼比後 S、T 兩點放大因子下降 1.3dB，曲線除了下降外並沒有其它明顯的改變，這也說明了包含結構阻尼的最佳化參數相當接近無阻尼時的參數，因此在實驗中使用無阻尼之最佳化參數是可行的。另外，當結構阻尼比由 0.002 增加至 0.01，未分流者(原結構)降低 13.7dB，共振分流者只降低 1.3 dB，如圖 3，可以了解結構本身阻尼對廣義機電耦合係數愈小者其影響愈大。

2-2 多模態共振分流器:多模態共振分流器為單一模態共振分流器的延伸，兩者所利用的原理是一樣的，皆可看作一質量抵抗阻尼器，最大不同之處在多模態共振分流器只需使用一片壓電平板，即可同時控制多個模態的振動。多模態共振分流器是以外接共振分流電路與壓電平板內部電容並聯，以增加共振分流電路的元件，達到增加電路共振模態的目的，如圖 4，圖中 C_1 的作用為一高通濾波器，使各低頻訊號能在第 $n-1$ 個模態附近產生電路共振，達到多個模態質量抵抗的作用。

多模態放大因子如下

$$\frac{x}{x^{**}} = \frac{\prod_{i=1}^N a_i + \delta_i^2 \sum_{i=2}^N b_i \prod_{n \neq i}^N a_n}{(1 + 2\zeta\gamma + 1) \left[\prod_{i=1}^N a_i + \delta_i^2 \sum_{i=2}^N b_i \prod_{n \neq i}^N a_n \right] + K_n^2(\gamma^2 + \delta^2 r \gamma) \prod_{i=1}^N a_i} \quad (8)$$

(8)多模態分流電路的最佳化需先定義一目標函數

$$J = \sum_{q=1}^N \int_0^\infty W_q \left| \frac{x}{x^{**}} \right|^2 d\omega \quad (9)$$

其中 W_q 為各模態的權重，藉由將目標函數最小化可求得各無因次參數的最佳值。使用目標函數這種方法效果雖然最好，但也有其複雜度，因而本實驗採用較簡便的方法，先將二個單一模態之最佳化電路轉移函數在頻域線性相加，得到一個雙模態的轉移函數，再以此轉移函數為最佳化目標，將雙模態分流電路的各個最佳元件一一決定，以此方法所得到的無因次最佳化參數 $\delta_1 = 1.53, \delta_2 = 4.2, r_1 = 0.04, r_2 = 0.21, Q_1 = 0.047, \eta_1 = 8.7$ ，代入(8)式可得雙模態共振分流器的控制效果，圖 5 & 6 分別為雙模態共振分流器對第一模態與第二模態的控制效果。

三、主被動振動控制

3-1 主動控制系統:本論文實驗使用主動同置控制之非同置激振感測法，實驗架構與控制方塊圖如圖 7 所示，故控制後結構反應之轉移函數表為

$$\frac{W_n(s)}{F(s)} = \frac{-4f_n d_{31} g_{31}(s_{11})_n C_n(s) H_n(s)}{1 - d_{31} g_{31}(s_{11})_n C_n(s) H(s)} \quad (10)$$

其中， $H_n(s)$ 為 B 組壓電平板所經之電荷放大器轉移函數，可假設此裝置只有單純的增益放大並沒有濾波功能，因為此處濾波訊號並無回授作控制，只是一個單純的低通濾波器，另外， f_n 所代表的是 B 組與 C 組壓電平板使用非同置激振感測法，各個模態下兩壓電平板的應變相位因子，例如第一、二模態 B 組與 C 組壓電平板皆為伸或縮、即同相，則 $f_1, f_2 = -1$ ；第三模態的情況則相反，一組伸一組縮，則 $f_3 = 1$ 。

在實驗中回授控制器為電荷放大器，以一個二階系統模擬電荷放大器之濾波效應，可得控制後結構反應之轉移函數

$$\frac{W_n(s)}{F(s)} = \frac{-f_n A_n H_n(s) \omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) - A_n \omega_n^2 H(s)} \quad (11)$$

其中 $A_n = 4d_{31} g_{31}(s_{11})_n$ ，由於具濾波功能之電荷放大器為二階系統，其轉移函數如(10)式，故控制後結構反應之轉移函數為分子二次、分母四次之轉移函數。

3-2 主動與被動控制結合:主動控制與被動控制的結合，能更有效的控制結構振動。在主動控制中，本文使用一組壓電材料置於梁根部上下面，一為感測器、一為致動器；同樣的，在被動控制中，至少也需要一片壓電平板才能抑制振動，然而將主動與被動控制結合只需使用一組壓電材料，其控制效果較此組壓電材料只做純主動或純

被動控制更加理想。一片含有共振分流器之壓電致動器，其壓電等效電路可表為圖 8。由壓電等效電路可將壓電材料、分流電路及回授控制器的電阻與電流關係表示如下

$$I = I_{sh} + I_A, \quad I = I_p + I_{sh} \quad (12a, b)$$

代入未外接共振分流電路時的壓電組成律，可得

$$I = \frac{1}{Y^P + Y^M} (I_s - sLdI - Y^M I_A) \quad (13)$$

限定單軸受力與單一電場的條件限制下，可以將應力表示成應變、電流與電壓的函數

$$T_s = \frac{S_p}{s^k (1 - k_p^2 \bar{Z}^M)} \left[1 - \frac{d_p}{S_p L_s} (1 - \bar{Z}^M) V_A - \frac{d_p}{S_p L_s s C_p} (\bar{Z}^M) I_s \right] \quad (14)$$

因此一含共振分流器之壓電致動器 (active/passive piezoelectric) 所造成的無因次機械阻抗為

$$\bar{Z}_s^{APP}(s) = T_s^{SH} / T_s^D \\ = \frac{(1 - k_p^2)}{(1 - k_p^2 \bar{Z}^M)} \left[1 - \frac{d_p}{S_p L_s} (1 - \bar{Z}^M) V_A - \frac{d_p}{S_p L_s s C_p} (\bar{Z}^M) I_A \right]$$

為了將無因次機械阻抗能代入模態運動方程式中，應變需以模態位移表示，在假設結構體為一線性結構的情況下，應變必定與模態位移成正比

$$S_s(s) = \beta x(s) \quad (15)$$

令共振分流器之壓電致動器機械阻抗為

$$Z^{APP} = \bar{Z}^{APP} Z^D \quad (16)$$

將含共振分流器之壓電致動器機械阻抗代入模態運動方程式中，並作降階與無因次化的處理

$$x = \frac{(\delta^2 + \gamma^2 + \delta^2 r \gamma) x^N + K_p^2 \delta^2 V_A x^H + K_p^2 (\gamma + \delta^2 r) \frac{I_A}{a^2} x^F}{(1 + \gamma^2) [(\delta^2 + \gamma^2 + \delta^2 r \gamma) + K_p^2 (\gamma^2 + \delta^2 r \gamma)]} \quad (17)$$

其中 x^N 、 x^H 、 x^F 均為常數， x^N 為模態外力作用下之靜態模態位移， x^H 為單位電壓施於開路壓電致動器之靜態模態位移， x^F 為單位電荷流經短路壓電致動器之模態位移。由(17)式可看出含共振分流器之壓電致動器依然具抑制振動的能力，與被動控制時情況相同，共振分流器使用於主動控制中，致動電壓電流的效益能較為提升，這是因為致動器所承受的反作用能量被共振分流器所消耗所致。綜合上述，共振分流器在共振模態附近不但具有抑制控動的效果，同時也能增加致動器主動控制的能力。

四、實驗結果與探討

4-1 實驗結構：本論文之實驗以懸臂梁為控制對象，懸臂梁為一鋁材，而懸臂梁均以黏貼壓電平板之方式來做激振、感測與分流器，各壓電平板

黏貼位置、極性與編號以圖 9 表示，壓電平板材料參數列於表 1。本實驗所探討的是橫向振動控制問題，因此梁上下表面的壓電平板位置必須對稱以避免側向振動，且極性最好相同，以便能一伸一縮產生力矩來激振或控制梁的振動，同樣的，梁上下表面的壓電平板若極性相同，因梁彎曲而產生相同極性的電荷於上下表面，可使感測訊號更大、分流效果更佳。

4-2 共振分流實驗：單一模態控制以 A 組壓電平板做共振分流器，第一及第二模態控制效果為 25.74dB 與 24.06dB。本實驗在多模態控制部份只做到雙模態控制，理論上再多模態也是可以控制的，不過最佳化的複雜度也會以等倍率增加。雙模態共振分流器電路如圖 2 所示，不同之處為雙模態只用到前二個電路分支，其實驗架構與儀器配置如圖 10 所示。由單一模態之最佳化電路轉移函數在頻域線性相加，得到一個雙模態的轉移函數，再以此轉移函數為最佳化目標，得上圖中各元件的值為 $R_1 = 3\text{K}\Omega$ 、 $L_1 = 100\text{H}$ 、 $C_1 = 50\text{nF}$ 、 $R_2 = 1373\Omega$ 、 $L_2 = 11.5\text{H}$ ，以此電路元件做雙模態振動控制，第一模態頻譜峰值降低 21.38dB、第二模態頻譜峰值降低 21.85dB，圖 11 為雙模態共振分流器控制後之頻率響應圖。

4-3 主被動控制實驗：壓電平板的主動回授控制實驗利用電荷放大器其反向輸出的特性，作正回授控制。由壓電平板 A2 作感測器經電荷放大器回授至壓電平板 A1，當電荷放大器調整電荷放大器在最大增益值(8V)，第一模態降低 6.33dB(圖 15)、第二模態降低 26.56 dB。上述的主動控制結果是在電荷放大器之濾波旋鈕調至 1 KHz 的條件下所得到，此實驗亦驗證濾波效應對同置控制的影響。

主被動控制中的被動控制部份以 A1 壓電平板外接共振分流器，並以 C 組壓電平板激振、B 組壓電平板感測獲得頻率響應，可得最佳電感值與電阻值在第一模態分別為 466.73(H)、20587.66 (Ω)；第二模態分別為 12.36 (Ω)、1943.56 (H)。

壓電平板應用於主被動控制結合之實驗架構與儀器配置如圖 12 所示，由壓電平板 A2 作感測器經電荷放大器及其共振分流器再回授至壓電平板 A1，此處電荷放大器之濾波旋鈕調至 1 KHz，如此一來，電荷放大器回授訊號經被動共振分流器後依然有主動控制結構振動的能力，且結構經回授後尚有未能控制之振動，則由被動共振分流器加以抑制，因此得以使控制振動的效果較純主動或純被動更好。圖 13 為改變回授控制器之增益與被動元件電阻值對第一模態控制效果之影響，第一模態控制效果頻率響應及其相位如圖 14 所示，單一頻率激振之控制效果時域圖如圖 15 所示，第一模態之主被動控制頻譜峰值降低 28.17 dB。第二模

態之主被動控制頻譜峰值降低 30.67 dB。

五、結論

主被動振動控制在使用相同數目的壓電材料下，控制效果均較純主動或純被動控制更好。本論文中主動控制部份是以低通濾波正回授，並配合共振分流器，達到主被動控制結合的目的，倘若以其它主動控制的方法配合共振分流器，亦可達到主被動控制結合的效果。壓電分流主被動振動控制是一種效率最好且應用廣範的控制方法。

參考文獻

Hagood N. W. and A. von Flotow, "Damping of Structure Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks," J. of Sound and Vibration, Vol. 146(2), pp. 243-268 (1991).

Browning D. R. and W. D. Wynn, "Multiple-Mode Piezoelectric Passive Damping Experiments for an Elastic Plate," Proc of 11th Intern Modal Analysis Conf., Kissimmee, Florida, pp. 1520-1526 (1993).

Saravanos D. A., "Passively Damping Laminated Piezoelectric Shell Structures with Integrated Electric Networks," AIAA J., Vol. 38(7), pp. 1260-1268 (2000).

表 1 壓電平板之材料參數

	柔性係數	機電耦合係數	介電常數
PZT-5A	$s_{11} = 16.4 \times 10^{-12} m^2/N$	$k_{11} = k_{22} = -0.344$	$\epsilon'_{11}/\epsilon_0 = 1730$

圖1 獨一模態共振分流器示意圖

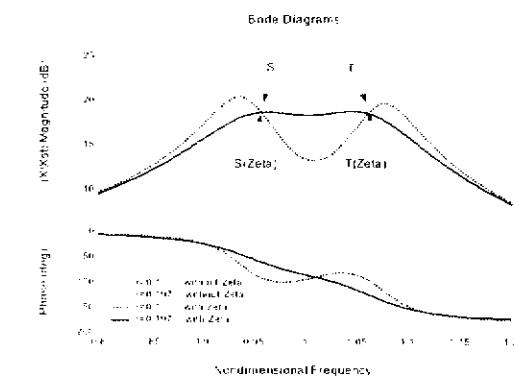


圖2 有無考慮結構本身阻尼的影響 ($\zeta = 0.01$)

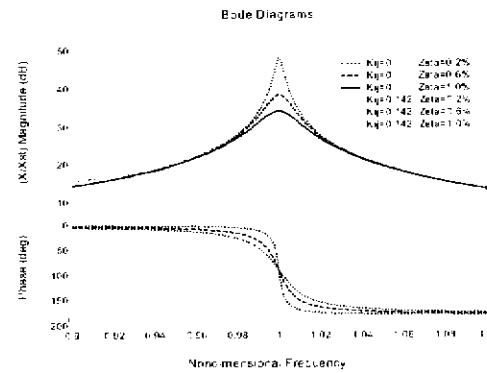


圖3 結構阻尼大小在有無共振分流下之影響 ($r = 0.197$)

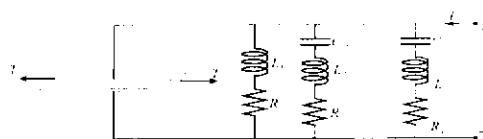


圖4 多模態共振分流器示意圖

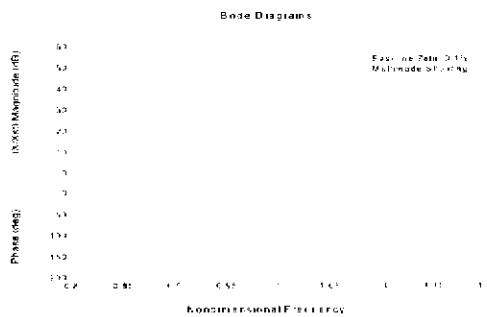


圖5 模擬雙模態壓電分流器控制效果(第一模態)

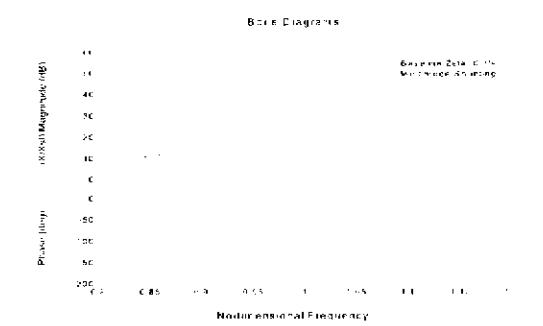


圖6 模擬雙模態壓電分流器控制效果(第二模態)

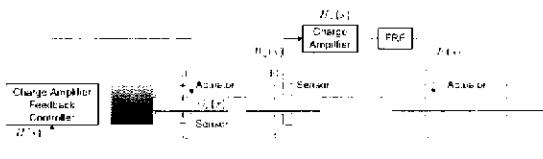




圖 7 同置控制之非同置激振感測法實驗架構與方塊圖

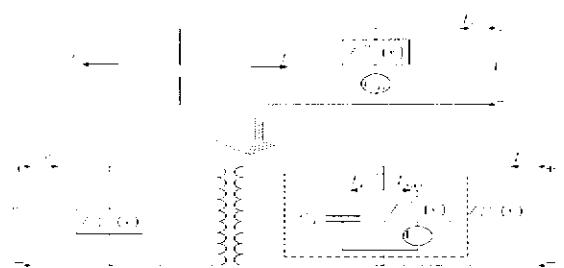


圖 8 含共振分流器之壓電致動器等效電路圖

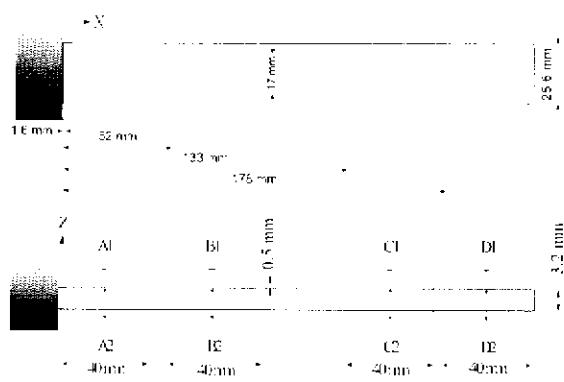


圖 9 壓電平板黏點位置、極性與編號

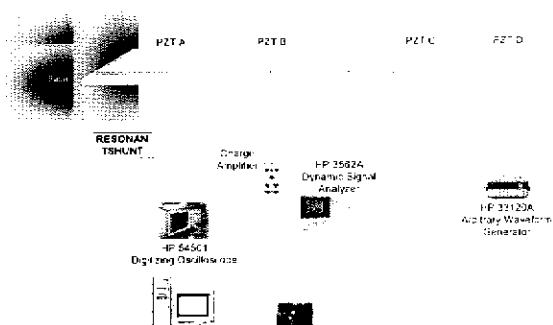


圖 10 雙模態共振分流器實驗架構與儀器配置圖

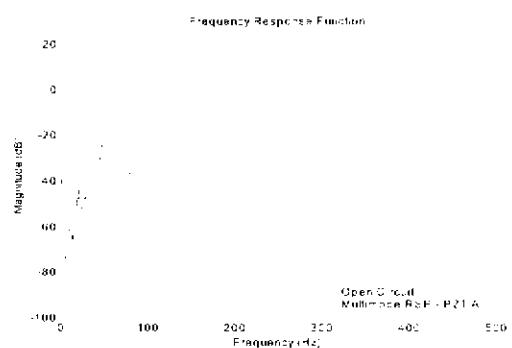


圖 11 變模態共振分流器控制效果頻率響應圖

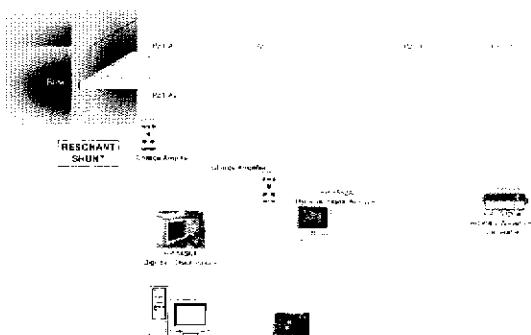


圖 12 被動控制結合之實驗架構與儀器配置圖

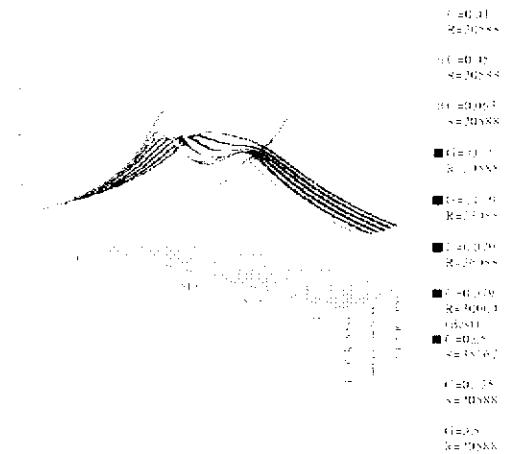


圖 13 改變回授控制增益與被動元件電阻值之影響
(第一模態)

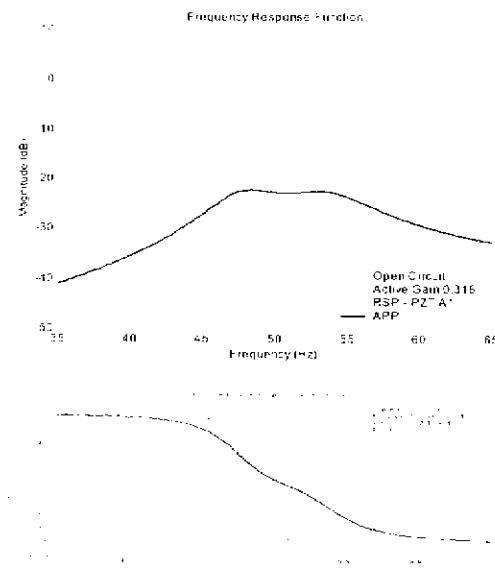


圖 14 主被動與純主動、純被動控制之比較(第一模態)

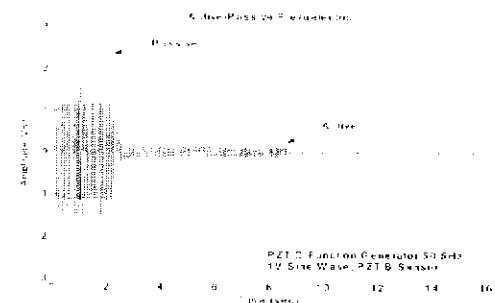


圖 15 主被動控制效果時域圖(第一模態)