

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

以非破壞檢測進行鋼筋混凝土橋梁上部結構之安全評估

(2/2)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC91-2211-E-002-072-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：國立臺灣大學應用力學研究所

計畫主持人：劉佩玲

計畫參與人員：葉泊涼、黃自然、郭致遠

報告類型：完整報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 10 月 30 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫  成果報告  
 期中進度報告

以非破壞檢測進行鋼筋混凝土橋梁上部結構之安全評估

計畫類別： 個別型計畫  整合型計畫

計畫編號：NSC91-2211-E-002-072

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

計畫主持人：劉佩玲

共同主持人：

計畫參與人員：葉柏涼、郭致遠、黃自然

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告  完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年  二年後可公開查詢

執行單位：台灣大學應用力學研究所

中華民國 92年 10月 28日

## 中文摘要

橋梁在陸地交通中一直是不可或缺的一環。一旦橋梁發生破壞，不但會造成人命傷亡，而且當地交通頓時中斷，又缺乏替代路線，因此後繼的損失更是不計其數。又加上橋梁造價昂貴，施工困難，因此如何監測既有橋梁，使橋梁在設計年限內能安全有效地提供服務，一直是各國道路工程主管單位努力的目標。

本計畫的主旨在提出一個可以對鋼筋混凝土橋梁上部結構進行安全評估的方法。首先，以非破壞方法來檢測鋼筋混凝土橋梁，如混凝土抗壓強度及鋼筋腐蝕，再以貝氏統計法來重建混凝土抗壓強度或鋼筋面積的機率分佈，然後根據設計規範，對橋梁重做可靠度分析，看橋梁是否還具有規範所規定的安全性。

本計畫將分別對 T 型梁橋及箱型梁二種橋梁的安全評估進行研究。作可靠度分析時，將考慮撓曲強度、剪力強度等不同破壞準則，而系統中的不確定性，除了以非破壞檢測建立混凝土抗壓強度及鋼筋面積之分佈，還將收集台灣地區的載重、道路鋪面等相關資料，使評估方法更具有實用性。

**關鍵詞：**橋梁、鋼筋混凝土、安全評估、非破壞檢測、可靠度分析

# **The Safety Assessment of the Upper Structures of Reinforced Concrete Bridges Based on NDT Results**

## **Abstract**

Bridges play an indispensable role in land transportation. The collapse of a bridge often results in tremendous losses. Therefore, the safety assessment of bridges is an important and challenging task for civil engineers.

The objective of this project is to develop a method to assess the reliability of the upper structures of reinforced concrete bridges. The safety of a bridge can be evaluated by means of reliability analysis. It provides a reasonable estimate on the failure probability of the bridge if the distributions of the uncertainties in the system are known. However, as the bridge is damaged, the compressive strength of concrete may decrease and corrosion of the steel reinforcement may occur. Apparently, the distributions of the material should be modified and the reliability of the bridge should be re-evaluated.

It is proposed in this study that nondestructive tests be performed on the target bridge. Then, the Bayesian statistics is adopted to combine the original statistics with the NDT data to give a reasonable estimate of the current condition of the concrete and the reinforcement. As such, both the original data and the new observations play equally important roles.

Finally, reliability analysis is performed on the target bridge using the updated distributions of the concrete and steel reinforcement. The limit-state function is formulated based on the design specifications. As such, the reliability index of the bridge is comparable to the design value.

Both the T-beam bridge and the box girder bridge will be considered in this study. In order to apply the proposed method to local bridges, this study will also collect statistics regarding the dynamic load and pavement in Taiwan.

**Keywords :** bridge, reinforced concrete, safety assessment, nondestructive test, reliability.

# 目錄

第一章 導論.....	1
1-1 前言.....	1
1-2 文獻回顧.....	3
1-3 內容大綱.....	5
第二章 結構可靠度分析.....	6
2-1 結構可靠度分析.....	6
2-2 一階可靠度法.....	8
2-3 敏感度分析.....	10
2-4 結構損傷後之可靠度再評估.....	11
第三章 橋梁之可靠度分析模型.....	15
3-1 橋梁設計規範.....	15
3-2 橋梁之可靠度分析準則.....	17
3-2-1 強度極限狀態.....	17
3-2-2 服務極限狀態.....	25
3-2-3 疲勞極限狀態.....	27

3-3 載重模型.....	28
3-3-1 橋梁設計規範載重.....	28
3-3-2 載重變數機率分布.....	33
3-3-3 台灣地區之載重數據.....	34
3-4 強度模型.....	35
3-4-1 橋梁之有效尺寸.....	35
3-4-2 強度變數機率分布.....	37
3-4-3 台灣地區之強度數據.....	38
第四章 非破壞檢測與貝氏統計之應用.....	53
4-1 非破壞檢測.....	53
4-1-1 暫態彈性波法.....	53
4-2 貝氏統計.....	56
4-2-1 貝氏定理.....	56
4-2-2 貝氏修正.....	58
4-3 混凝土抗壓強度與暫態波速間統計模型之建立....	59
第五章 數值算例.....	67
5-1 三跨鋼筋混凝土箱型梁橋之可靠度分析.....	67

5-1-1 橋梁損傷前可靠度分析.....	71
5-1-2 橋梁損傷後可靠度分析.....	80
5-2 烏溪橋之可靠度分析.....	84
5-2-1 烏溪橋損傷前可靠度分析.....	86
5-2-2 烏溪橋損傷後可靠度分析.....	90
第六章 結論與展望.....	132

## 表目錄

表 2-1-1	可靠度指數與破壞機率關係.....	14
表 3-1-1	載重修正因子.....	40
表 3-1-2	載重因子 $\gamma_i$ .....	40
表 3-1-3	強度折減因子 $\phi$ .....	41
表 3-2-1	撓曲破壞準則.....	41
表 3-2-2	剪力破壞準則.....	42
表 3-2-3	位移限制中最小深度.....	43
表 3-2-4	分佈係數表.....	44
表 3-3-1	變數機率分佈.....	45
表 4-3-1	波速對抗壓強度實驗數據.....	64
表 5-1-1	分布因數表.....	94
表 5-1-2	內梁車輛載重之彎矩對應橋梁位置.....	95
表 5-1-3	車輛載重之剪力對應橋梁位置.....	96
表 5-1-4	基本隨機變數平均值、標準差與分布型態.....	97
表 5-1-5	撓曲極限方程式敏感度分析.....	97
表 5-1-6	最大鋼筋量極限方程式敏感度分析.....	98
表 5-1-7	最小鋼筋量極限方程式敏感度分析.....	98



表 5-1-8	剪力極限方程式敏感度分析.....	99
表 5-1-9	軸向鋼筋剪力極限方程式敏感度分析.....	100
表 5-1-10	應用非破壞檢測修正後之損傷案例一.....	101
表 5-1-11	損傷案例一對撓曲極限狀態作可靠度分析.....	102
表 5-1-12	撓曲極限方程式對應不同隨機變數狀態平均值敏感度分 析.....	103
表 5-1-13	應用非破壞檢測修正後之損傷案例二.....	104
表 5-1-14	損傷案例二對剪力極限狀態作可靠度分析.....	105
表 5-1-15	剪力極限方程式基本隨機變數敏感度敏感度分析.....	106
表 5-1-16	三跨箱型梁橋一階可靠度與二階可靠度分析結果.....	107
表 5-1-17	三跨箱型梁橋 Monte Carlo 模擬法模擬結果.....	108
表 5-2-1	基本隨機變數平均值、標準差與分布型態.....	109
表 5-2-2	撓曲極限方程式敏感度分析.....	109
表 5-2-3	剪力極限方程式敏感度分析.....	110
表 5-2-4	軸向鋼筋剪力極限方程式敏感度分析.....	110
表 5-2-5	三跨箱型梁橋與烏溪橋之可靠度與破壞機率比較.....	111
表 5-2-6	應用非破壞檢測修正後之損傷案例三.....	112
表 5-2-7	損傷案例三對撓曲極限的可靠度分析.....	113
表 5-2-8	撓曲極限方程式基本隨機變數敏感度敏感度分析.....	114

表 5-2-9	應用非破壞檢測修正後之損傷案例四.....	115
表 5-2-10	損傷案例四對剪力極限的可靠度分析.....	116
表 5-2-11	剪力極限方程式基本隨機變數敏感度分析.....	117
表 5-2-12	烏溪橋一階可靠度與二階可靠度分析結果.....	118
表 5-2-13	烏溪橋 Monte Carlo 模擬法模擬結果.....	119

## 圖目錄

圖 2-2-1	一階可靠度法.....	14
圖 3-1-1	跨度對橋樑撓曲破壞可靠度之影響- AASHTO LRFD....	46
圖 3-1-2	跨度對橋樑撓曲破壞可靠度之影響- AASHTO Standard Specifications.....	46
圖 3-2-1	T 形斷面縱向力平衡圖.....	47
圖 3-2-2	T 形斷面剪力平衡圖.....	47
圖 3-2-3	T 形斷面圖.....	48
圖 3-2-4	垂直方向剪力平衡圖.....	48
圖 3-2-5	$\beta$ 與 $\theta$ 的關係.....	49
圖 3-2-6	開裂前轉換斷面.....	50
圖 3-2-7	開裂後轉換斷面.....	50
圖 3-3-1	HS20 標準貨車載重圖.....	51
圖 3-3-2	標準貨車加上車道載重.....	52
圖 3-3-3	兩軸車輛加上車道載重.....	52
圖 4-1-1	攜帶式混凝土品質量測系統.....	65
圖 4-1-2	感測系統與鋼筋網之相對位置.....	65
圖 4-3-1	標準常態分佈圖.....	66

圖 5-1-1	三跨箱型梁橋剖面圖.....	120
圖 5-1-2	三跨箱型梁橋側視圖.....	120
圖 5-1-3	橋梁實際彎矩平均值對應位置.....	121
圖 5-1-4	橋梁實際剪力對應位置.....	121
圖 5-1-5	正彎矩的設計圖.....	122
圖 5-1-6	負彎矩的設計圖.....	122
圖 5-1-7	不同波速修正原始混凝土抗壓強度的後分布平均值....	123
圖 5-1-8	撓曲極限方程式可靠度分析.....	123
圖 5-1-9	規範撓曲限制.....	124
圖 5-1-10	最大鋼筋量極限方程式可靠度分析.....	124
圖 5-1-11	最小鋼筋量極限方程式可靠度分析.....	125
圖 5-1-12	剪力極限方程式可靠度分析.....	125
圖 5-1-13	規範剪力極限.....	126
圖 5-2-1	烏溪橋剖面圖.....	127
圖 5-2-2	烏溪橋側視圖.....	127
圖 5-2-3	烏溪橋實際彎矩對應位置.....	128
圖 5-2-4	烏溪橋實際剪力對應位置.....	128
圖 5-2-5	正彎矩的設計圖.....	129
圖 5-2-6	負彎矩的設計圖.....	129

圖 5-2-7	撓曲極限方程式可靠度分析.....	130
圖 5-2-8	LRFD 規範撓曲限制.....	130
圖 5-2-9	剪力極限方程式可靠度分析.....	131
圖 5-2-10	LRFD 規範剪力限制.....	131

# 第一章 導論

## 1-1 前言

工程結構物在人類文明的進程上扮演著極為關鍵的角色。其不僅僅致力於破除大自然所形成的障礙，讓人們能更妥適地生活在這個地球上；並藉由空間及視覺意象上所形成的象徵意義，凝聚了住民的感情，塑造集體的認同，使其在人類文明進程的紀錄上成為不可或缺的一頁。

然而，所有人為的工程結構物終究立基於此一不穩定的地球上，不論是地殼或是氣候的不穩定，所形成對於人類工程安全的威脅始終存在。隨著時代的演進，工程結構物的設計由依靠經驗的累積，演變至設計規範或技術規則的遵循，而對於工程的安全性提供了一定的保障。但是結構物的設計、施工乃至使用過程中存在甚多之不確定因素，特別是在經過一段時間的使用，或遭到外力損壞之後，結構物內部結構性質的機率分布必定有所改變，以建造之初的量測數據進行安全評估，顯然無法反應結構物的現況。因此，若能監測出受損後結構性質的變化，並重建結構性質的機率分布，就能重新估計當下的結構可靠度，工程師們也就能以之為指標，判斷結構物的安全狀態，並擬

定相應的維修策略。因而如何在不損傷結構物的前提下，對工程結構物進行更精準的安全評估，實為一重要的課題。

本研究中評估結構安全性所採用的可靠度法是將結構的破壞模式用極限狀態方程式(Limit state function)來表示，以此函數定義出安全與破壞區域，然後再利用一階或二階可靠度法(FORM/SORM)來求得破壞機率的近似值。一般而言，極限狀態函數是結構的性質如材料性質、幾何形狀等，與結構承受負載的函數。將這些變數都以隨機變數來模擬，並且在先知道結構的性質與外力的機率分布的情況下，便可以對其進行可靠度分析。

台灣地區有許多橋梁在近年都將面臨接近設計使用年限，材料的老化加上可能面臨許多不可預測的災害，例如颱風、地震...等，使我們迫切的需要一套完整的非破壞檢測系統，能夠對於橋梁有令人信服的安全評估結果，並作適當維修補強工作，以避免任何會危害社會的災難發生，或將災害造成的損失減低。

準此，本研究提出一個可以對鋼筋混凝土橋梁上部結構作可靠度重估的方法。利用非破壞檢測法中的暫態彈性波法，來監測橋梁的混凝土抗壓強度變化，以貝氏統計法來重建混凝土抗壓強度的機率分布函數，然後依據 AASHTO LRFD 橋梁設計規範為分析的準則，對橋

梁進行可靠度分析，藉以得到一數值化的評估結果。並期待以此更為合理精確的橋梁安全評估方式，能對於公共工程安全品質的提昇有所助益。

## 1-2 文獻回顧

對於橋梁的非破壞檢測法，除了目視法以外，大致可分為整體檢測及局部檢測兩種。本研究中主要是以局部檢測的非破壞檢測法，對可能受損的區域進行試驗，並求出受損的程度。Wu and Fang(1997)應用暫態彈性波法針對現場混凝土材料性質之檢測作一系列的研究，分別由彈性波動之計算分析，波傳反算方法，波動訊號處理與波動檢測技術之研發完成現地混凝土結構之彈性常數偵測術。王俊揚(1998)則分別對自製混凝土試體與現地結構進行非破壞檢測，建立暫態彈性波速與抗壓強度之間的實驗數據。

在橋梁實際的安全評估上，過去的 20 年內，建立了以機率量度橋梁可靠度的方法。Nowak(1993)依據實際的交通數據，建立了當車輛通行於橋面時，車輛靜重對橋梁造成的負載模型，並且對美國境內約 200 座橋進行分析得到強度、載重之統計資料。Hwang and



Nowak(1991)假設車輛為車體與輪胎以彈簧相連的質量系統，假設橋梁為一等斷面梁，並以蒙地卡羅模擬法模擬交通流量，建立了當車輛通行於橋面時，動態效應對橋梁造成的負載模型。Nowak and Tabsh(1993)建立了混凝土橋梁在撓曲與剪力極限狀態下的強度模型。商碧芬(2000)提出應用非破壞檢測於結構安全再評估的方法，而林淦偉(2001)則以此方法對 T 型梁橋進行可靠度評估。

而台灣地區的統計數據，交通部國道高速公路局(1982)曾進行『中山高速公路容量分析與交通管制措施之研究』，交通部運輸研究所(1987)曾出版『高速公路交通特性分析與基本容量訂定手冊』，黃奕峰(1991)曾研究台灣地區車輛載重的統計數據，陸景文(2001)則對台灣地區的混凝土強度進行研究。以上資料經過彙整，便可得到台灣地區橋梁可靠度分析所需之載重、強度機率分布。

有關貝氏統計法方面，Bayes 在 1763 年發表的一篇論文，為貝氏統計法(Bayesian Statical Inference)建立了基礎。Box and Tiao(1973)討論了在多變數情形下，貝氏統計法的數學架構，Tang(1973)利用貝氏統計法來更新材料中裂縫出現的機率，Bartlett and Sexsmith (1991)利用貝氏統計法偵測橋梁中材料的混合比例，藉以推定橋梁強度。

## 1-3 內容大綱

本研究內容安排如下：

第一章 導論。

第二章 介紹結構可靠度分析方法。

第三章 介紹AASHTO LRFD橋梁設計規範中，對於橋梁設計的準則，包括極限函數、極限函數之隨機變數及機率模型。

第四章 介紹非破壞檢測與貝氏統計法，並引用商碧芬(2000)的研究，建立混凝土抗壓強度的後分佈。

第五章 以數值算例對鋼筋混凝土橋梁作可靠度分析。

第六章 總結全文並對未來研究方向提出建議。

## 第二章 結構可靠度分析

### 2-1 結構可靠度分析

結構設計的主要目的之一在於確保結構物能在經濟效益的限制下發揮其功能，然而實際上許多不確定因素的存在是無法避免的，因此設計規範通常以安全係數來避免不預期的超大負載或超低強度所造成的破壞。然而安全係數的選取並不一定具有理論根據，因此新的規範常改以可靠度分析的觀念來制訂。結構可靠度分析是將機率概念應用至結構工程應用問題上，分析結構在特定破壞準則下的破壞機率，進而以此機率來量度該結構之可靠程度的方法。

進行結構可靠度分析時，基本上有兩點假設：

- 一、結構物所受的負載、幾何性質、材料性質等的不確定性（uncertainty）是以一組基本隨機變數（random variables）來模擬：

$$\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T \quad (2-1-1)$$

- 二、結構可能以不同模式破壞，但在每一個破壞模式下，結構只能有一種狀態：安全狀態（safe state）或破壞狀態（failure state）。每個破壞模式是以一極限狀態函數（limit state function） $g(\mathbf{X})$ 表示，當 $g(\mathbf{X}) > 0$ ，代表結構安全，若 $g(\mathbf{X}) < 0$ ，則代表結構破壞，當 $g(\mathbf{X}) = 0$ ，代表結構處於極限狀態。 $g(\mathbf{X}) = 0$ 在 $\mathbf{x}$ 空間為一曲面，稱為破壞面。

在前述假設下，結構發生破壞的機率為

$$P_f = P(g < 0) = \int_{g(X) < 0} f_X(X) dX \quad (2-1-4)$$

其中  $f_X(X)$  是變數  $X$  的聯合機率函數。

舉例來說，對於一個結構物，我們通常以  $Q$  與  $R$  代表對於結構物的載重與強度，當載重大於強度的時候，稱之破壞。所以，我們可以令  $X_1 = R$ ， $X_2 = Q$ ，並將極限狀態函數寫成：

$$g(R, Q) = R - Q \quad (2-1-2)$$

則此結構之破壞機率為：

$$P_f = P(R < Q) = \iint_{R < Q} f_{RQ}(R, Q) dR dQ$$

一般而言，工程結構物的破壞機率都很小， $P_f$  會很接近 0，不方便以此作為比較的基準，因此作可靠度分析時，常改用可靠指數(reliability index)  $\beta$  來量度結構的可靠度。 $\beta$  為  $P_f$  的函數，其廣義的定義為 (Madsen et al.1986)

$$\beta = \Phi^{-1}(P(g > 0)) \quad (2-1-5)$$

其中  $\Phi$  為標準常態分佈的累積機率分佈(CDF)。表 2-1-1 所列为  $\beta$  與  $P_f$  的對應關係，並且可以由表中觀察出  $\beta$  的確可以明顯地反應破壞機率些微的變化。

雖然式 2-1-4 是一個簡單的積分式，但是實際上，因為基本隨機變數眾多，使得上式常常為一多重積分式，而且  $g(\mathbf{X})$  亦常為非線性函數，因此不容易求得確切解。對於上述的積分問題，一階或二階可

靠度法的應用可以有效地解決積分困難的問題。

## 2-2 一階可靠度法

一階可靠度法是利用一超平面，來取代原本的極限狀態面，以簡化積分的複雜度。首先利用變數變換，將基本隨機變數  $Z$  轉換成一組統計獨立，且具有標準常態分佈的隨機變數  $Y$ ，如下所示：

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{X}) \quad (2-2-1)$$

上式稱為  $\mathbf{X}$  的機率轉換。如果  $\mathbf{X}$  是常態分佈且統計獨立，則上式的轉換機率為：

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \quad (2-2-2)$$

其中  $\mu_i$  為隨機變數  $Z_i$  的平均值， $\sigma_i$  為隨機變數  $Z_i$  的標準差。

當基本隨機變數  $\mathbf{X}$  轉換到標準常態空間  $\mathbf{Y}$  時，極限狀態函數變成：

$$G(\mathbf{Y}) = g(\mathbf{X}(\mathbf{Y})) \quad (2-2-3)$$

根據機率理論：

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \phi(\mathbf{y})d\mathbf{y} \quad (2-2-4)$$

其中  $\phi$  是  $\mathbf{Y}$  的聯合機率密度函數：

$$\phi(\mathbf{y}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n} \exp\left(\frac{-\mathbf{y}\mathbf{y}^T}{2}\right) \quad (2-2-5)$$

上式為  $n$  維標準常態密度函數。

式 2-1-4 經機率轉換之後可以表示為：

$$P_f = \int_{g(\mathbf{x}) \leq 0} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_{G(\mathbf{y}) \leq 0} \phi(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (2-2-6)$$

上式說明了破壞機率如何從基本隨機變數  $\mathbf{X}$  空間中，轉換到標準常態  $\mathbf{Y}$  空間中求得。

統計獨立、標準常態分佈有兩個很好的特性：

- (a) 其機率密度函數對原點具有旋轉對稱性。
- (b) 其機率密度隨離原點的距離平方作指數衰減。

由以上兩個特性可知，破壞區域離原點最近的點具有最大的機率密度，遠離這個最近點，機率密度將急速衰減，利用此一特性，可以建立簡單的近似法來求破壞區域的積分值，而構成了一階、二階可靠度分析的基礎。

我們在  $\mathbf{Y}$  空間中找出破壞面離原點最近之點，稱之為設計點 (design point)，然後在設計點對極限函數作一階展開，以切平面 (tangent hyperplane) 來取代破壞面，如圖 2-2-1 所示。這就是所謂的一階可靠度法。

若以  $\mathbf{y}^*$  表示設計點，則其切平面可以用下式表示：

$$\nabla_{\mathbf{Y}}G(\mathbf{y}^*)(\mathbf{Y}-\mathbf{y}^*)=0 \quad (2-2-7)$$

上式中 $\nabla_{\mathbf{Y}}G(\mathbf{y}^*)$ 表示 $G(\mathbf{Y})$ 在 $\mathbf{y}^*$ 點的梯度，故式 2-2-6 可用下式來近似：

$$P_{f1} = \int_{\nabla G(\mathbf{y}^*)(\mathbf{y}-\mathbf{y}^*) \leq 0} \phi(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (2-2-8)$$

其中 $P_{f1}$ 為一階破壞機率。我們可證明：

$$P_{f1} = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (2-2-9)$$

式中 $\Phi(\cdot)$ 是指標準常態分佈的累積分函數(cumulative distribution)， $\beta$ 稱為可靠度指數(reliability index)，其意義是指在標準常態空間中，原點與設計點間的距離：

$$\beta = \sqrt{\mathbf{y}^{*T} \mathbf{y}^*} \quad (2-2-10)$$

對大多數情形而言， $G(\mathbf{Y})$ 都是相當平滑的曲面，因此用一階可靠度法來計算破壞的區域即可得到很好的近似值。

一階可靠度法是以切平面取代破壞面，若想得到更好的近似值，可在設計點改用拋物面取代破壞面，稱之為二階可靠度法，其詳細推導過程可參考 Der Kiureghian et al.(1987)。

## 2-3 敏感度分析

在一階可靠度法中，還有另一個重要的特點，就是它可以作為可

可靠度指數  $\beta$  對基本隨機變數中之統計參數的敏感度分析。令  $\theta_d$  為決定基本隨機變數之機率分佈的統計參數，

$$(2-3-1)$$

可靠度指數  $\beta$  對  $\theta_d$  的敏感度可以下式表式(Madsen et al.1986):

$$\frac{\partial \beta}{\partial \theta_d} = \frac{1}{\beta} \mathbf{y}^{*T} \frac{\partial \mathbf{y}^*(\mathbf{x}^*, \theta_d)}{\partial \theta_d} \Big|_{\mathbf{x}^* \text{ fixed}} \quad (2-3-2)$$

上式中， $\mathbf{x}^* = \mathbf{Y}^{-1}(\mathbf{y}^*)$  是將設計點  $\mathbf{y}^*$  轉回隨機變數  $\mathbf{X}$  空間。而破

壞機率對參數  $\theta_d$  的敏感度為：

$$\frac{\partial P_{f1}}{\partial \theta_d} = -\Phi(\beta) \frac{\partial \beta}{\partial \theta_d} \quad (2-3-3)$$

敏感度分析在實務上的重要之處在於，可以由敏感度的大小來判斷各結構性質對破壞機率的影響程度，進而利用敏感度分析的結果作為修改設計或維修結構的依據。

## 2-4 結構損傷後之可靠度再評估

當結構遭到損傷後，結構材料或幾何性質的機率分佈將會跟著變化。因此，要對遭受損傷後之結構物作可靠度的再評估，必須先修正材料強度的機率分佈。遭受損傷後之結構物的材料強度機率分佈經過



修正後，便可以對結構重作可靠度分析。

除了重作可靠度分析外，我們也可以利用上一節的敏感度分析結果，來粗略估計目前的破壞機率。假設 $\mu$ 及 $\sigma$ 分別代表材料或幾何性質之平均值與標準偏差。我們將可靠度指數 $\beta$ 及破壞機率 $P_f$ 對 $\mu$ 及 $\sigma$ 作泰勒展開，並忽略二階以上的誤差項，得到：

$$\beta(\mu + \Delta\mu, \sigma + \Delta\sigma) \cong \beta(\mu, \sigma) + \frac{\partial\beta}{\partial\mu} \Delta\mu + \frac{\partial\beta}{\partial\sigma} \Delta\sigma \quad (2-4-1)$$

$$P_f(\mu + \Delta\mu, \sigma + \Delta\sigma) \cong P_f(\mu, \sigma) + \frac{\partial P_f}{\partial\mu} \Delta\mu + \frac{\partial P_f}{\partial\sigma} \Delta\sigma \quad (2-4-2)$$

從式 2-4-2 可知，如果我們知道結構損傷前的破壞機率 $P_f(\mu, \sigma)$ ，

以及損傷前破壞機率對 $\mu$ 及 $\sigma$ 的敏感度 $\frac{\partial P_f}{\partial\mu}$ 、 $\frac{\partial P_f}{\partial\sigma}$ ，就可以由損傷前

後 $\mu$ 與 $\sigma$ 的變化量 $d\mu$ 、 $d\sigma$ ，來估計結構損傷後的破壞機率。同理，我們也可以利用式 2-4-1 估算損傷後的可靠度指數。

但因為式 2-4-1、2-4-2 只是一階展開式，所以這個方法只有在 $\Delta\mu$ 、 $\Delta\sigma$ 很小時才能提供良好的近似。換句話說，當結構輕微損壞時，可以考慮以式 2-4-1、2-4-2 來估計損壞後的可靠度指數及破壞機率；但當結構嚴重受損，就必須重作可靠度分析。

表 2-1-1 可靠度指數與破壞機率關係

$\beta$	$P_{f1}$	$\beta$	$P_{f1}$
0	0.5	3.0	$1.35 \times 10^{-3}$
0.5	0.309	3.5	$2.33 \times 10^{-4}$
1.0	0.159	4.0	$3.17 \times 10^{-5}$
1.5	0.067	4.5	$3.4 \times 10^{-6}$
2.0	0.023	5.0	$2.9 \times 10^{-7}$
2.5	0.006	5.5	$1.9 \times 10^{-8}$

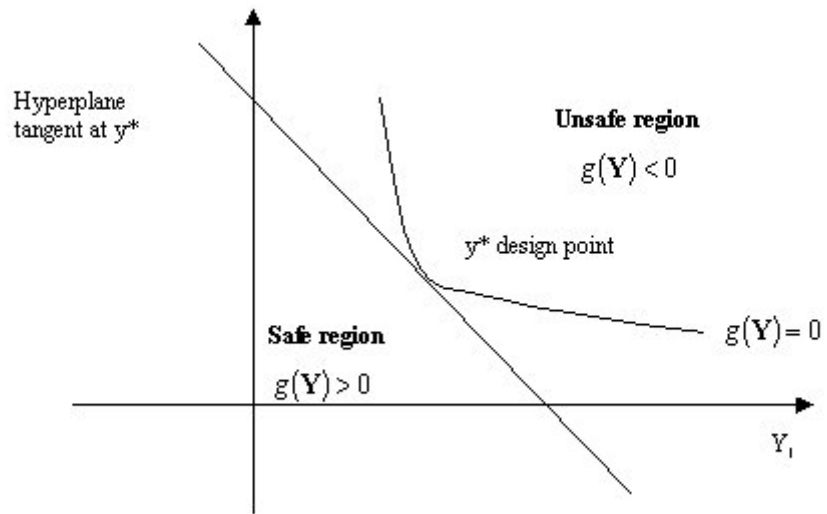


圖 2-2-1 一階可靠度法

## 第三章 橋梁之可靠度分析模型

對橋梁的結構可靠度分析，根據第二章的介紹，必須選定橋梁的破壞準則及基本變數。在本研究中，主要是以 AASHTO LRFD 橋梁設計規範作為破壞準則的分析依據，並以載重及強度模型作為考量基本變數如：靜載重、活載重、混凝土抗壓強度、鋼筋抗拉強度等的基準。詳細的內容如以下各節的說明。

### 3-1 橋梁設計規範

目前國內所採用的公路橋梁設計標準是交通部所頒發的『公路橋梁設計規範』。基本上，『公路橋梁設計規範』是沿用美國公路運輸官署(American Association of State Highway and Transportation Official, 簡稱 AASHTO) 於 1977 年所提出的規範為藍本，並參照 1983 年版規範所制訂。

Nowak (1995)曾經對美國境內大約 200 座橋梁作可靠度分析，將結果發現這些根據舊規範所設計的橋梁可靠度指數約在 2~4 之間，即破壞機率在 0.00317%至 2.3%之間，變化頗大。

因此，AASHTO 於 1994 年又公佈載重抵抗係數法橋梁設計規範 (Load and Resistance Factor Design Bridge Design Specification, 簡稱

LRFD 橋梁設計規範)。此一 LRFD 橋梁設計規範，主要是採用可靠度分析作為基礎，來校正載重與強度因子，使橋梁的可靠度能達到目標可靠度指數 3.5。圖 3-1-1 及圖 3-1-2 為 Nowak (1995)分析跨度對 T 型梁撓曲破壞之可靠度的影響，圖 3-1-1 的橋梁是根據 LRFD 橋樑設計規範設計的，而圖 3-1-2 的橋梁是根據舊規範設計的。由圖中可明顯發現使用舊規範(AASHTO Standard Specifications)與 LRFD 橋梁設計規範對於撓曲破壞的差別，LRFD 規範確實能使得可靠度指數非常接近一個單一的可靠度指數，即使跨度不同，所計算出來的可靠度指數仍都相當接近。

AASHTO LRFD 橋梁設計規範將設計準則分成三個不同的極限狀態：

a. 強度極限狀態(strength limit state)

此極限狀態是考慮橋梁與橋梁強度是否足以承受載重，因此與橋梁安全關係最大。LRFD 規範對於橋梁的抗彎、抗剪強度，及施加於橋梁的載重，都有詳細的規範。

b. 服務極限狀態(service limit state)

此極限狀態是考慮橋梁的服務性。此部份的設計準則是沿用舊有的規範，用工作應力法，針對裂縫的寬度及橋梁的位移做限制。

c. 疲勞極限狀態(fatigue limit state)

此極限狀態是考慮橋梁的疲勞破壞。規範中限制鋼筋量，使能夠承受疲勞載重。

目前 LRFD 規範僅對強度極限狀態調整強度與載重因子，對於其他準則仍沿用舊規範。在下一節中，我們將針對適用於各種不同極限狀態的橋梁可靠度分析準則詳加介紹。

## 3-2 橋梁之極限狀態函數

### 3-2-1 強度極限狀態

強度極限狀態，為橋梁使用期間是否能達到安全性要求的主要控制因素。在 LRFD 橋梁設計規範中，主要針對撓曲破壞及剪力破壞進行規範，藉由可靠度的觀念來修正強度折減因子和載重係數，以確保達到目標可靠度 3.5 的要求。以下將對撓曲破壞及剪力破壞之規定分別加以介紹：

#### (a) 撓曲破壞

表 3-2-1 所列为與撓曲破壞相關的設計準則，其中對設計彎矩強度的規範如下：

$$M_u = \eta \sum \gamma_i Q_i \leq \phi M_n \quad (3-2-1)$$

式中  $M_n$  是標稱彎矩強度(nominal moment)， $M_u$  是極限彎矩 (ultimate

moment), 為加成載重所造成的彎矩,  $Q_i$  為載重組合,  $\gamma_i$  為載重係數,  $\phi$  為強度折減因子,  $\eta = \eta_D \eta_R \eta_I \geq 0.95$  為載重修正因子, 其中  $\eta_D$ 、 $\eta_R$ 、 $\eta_I$  分別與橋梁之韌性, 充裕性及重要性有關, 其值如表 3-1-1 所示。表 3-1-1~3-1-3 所示為不同極限狀態下,  $\eta$ 、 $\gamma_i$  及  $\phi$  的設計值。

梁的彎矩強度與梁斷面有關, 關於箱型梁的設計在 LRFD 橋梁設計規範中並無獨立的介紹, 但是因為在規範中是以 I 型斷面進行分析, 與 T 型梁的設計原理相近, 同時規範中的規定是以 T 型梁為基準, 因此我們以圖 3-2-1 之 T 形梁為例加以說明。根據 Nilson, A.H. (1977), 計算梁的彎矩強度有幾個假設: 一、鋼筋與混凝土完全握裹; 二、斷面在載重施加後, 仍保持平面; 三、混凝土完全不承受拉力; 四、鋼筋為彈塑性材料; 五、混凝土之最大壓縮應變為 0.003。在這些假設下, 此 T 形梁所能承受的最大彎矩, 可計算如下:

混凝土壓力在梁腹承受的壓力為

$$C_w = 0.85 f'_c a b_w = 0.85 \beta_1 f'_c c b_w \quad (3-2-2)$$

其中  $f'_c$  為混凝土抗壓強度,  $a$  為等值應力方塊深度,  $b_w$  為梁腹寬度,  $c$  為中性軸位置, 而

$$\beta_1 = \begin{cases} 0.85 & f'_c \leq 28 \text{ MPa} \\ 0.65 & f'_c \geq 56 \text{ MPa} \\ 0.85 - 0.05 \frac{f'_c - 28}{7} & 28 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 56 \text{ MPa} \end{cases} \quad (3-2-3)$$

混凝土壓力在梁翼承受的壓力為

$$C_f = 0.85\beta_1 f'_c (b - b_w) h_f \quad (3-2-4)$$

其中  $h_f$  為梁翼深度。鋼筋在拉力區承受的拉力為

$$T = A_s f_y \quad (3-2-5)$$

由軸力平衡方程式，可得

$$C_w + C_f = T \quad (3-2-6)$$

將式 3-2-4 到 3-2-5 代入式 3-2-6，可以求得中性軸位置

$$c = \frac{A_s f_y - 0.85\beta_1 f'_c (b - b_w) h_f}{0.85\beta_1 f'_c b_w} \quad (3-2-7)$$

將中性軸位置代回式 3-2-4，再對  $C_f$  取彎矩，就可得到斷面設計彎矩：

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) + 0.85\beta_1 f'_c (b - b_w) h_f \left( \frac{a}{2} - \frac{h_f}{2} \right) \quad (3-2-8)$$

除了上述撓曲強度的設計準則之外，LRFD 規範同時對軸向鋼筋量的最大、最小值進行規範。最大鋼筋量的限制，是為了避免混凝土的破壞比鋼筋的降伏早發生，以控制破壞的發生屬於後壓破壞模式。

在舊有的規範中規定，鋼筋比必須小於 75% 的平衡鋼筋比，所謂的平衡鋼筋比，為鋼筋降伏與混凝土壓壞同時到達時的鋼筋混凝土比。以矩形斷面為例，最大鋼筋量的限制可以表示如下：

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \leq 0.75\rho_b \quad (3-2-9)$$



其中 $\rho$ 為鋼筋混凝土比， $A_s$ 為鋼筋面積， $b$ 為斷面寬度， $d$ 為壓力混凝土表面到拉力鋼筋的中心距離， $\rho_b$ 為平衡鋼筋比。

利用上式，以及鋼筋混凝土應變關係：

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_y \frac{c}{c-d} \quad (3-2-10)$$

再將混凝土及鋼筋發生破壞時的應變代入化簡，可得到：

$$\frac{c}{d} \leq 0.42 \quad (3-2-11)$$

除了最大鋼筋量，規範中還對最小鋼筋量加以限制：

$$\rho \geq 0.03 \frac{f'_c}{f_y} \quad (3-2-12)$$

當設計鋼筋不滿足式 3-2-12，表示鋼筋量太少，橋梁很可能發生突然之鋼筋拉裂破壞。

在橋梁設計的過程中若鋼筋量滿足式 3-2-11，則混凝土破壞時，鋼筋理應已達降伏狀態，因此橋梁彎矩強度可直接依前述之方法計算。然而當橋梁服役了一段時間以後，混凝土的抗壓強度降低，則鋼筋應力有可能未到達降伏強度，混凝土就發生破壞。若照樣使用鋼筋降伏應力來計算，將會高估彎矩設計強度。所以在橋梁經過損傷，作可靠度評估時，就必須對鋼筋是否降伏加以驗證。

要驗證鋼筋是否降伏，可以利用鋼筋與混凝土應變的關係式。假設鋼筋與混凝土應變為線性變化，則

$$\frac{\epsilon_{cu}}{c} = \frac{\epsilon_s}{c - d_s} \quad (3-2-13)$$

其中  $\epsilon_{cu}$  為混凝土極限應變，一般為 0.003， $\epsilon_s$  為鋼筋應變。將式 3-2-13 代入平衡方程式 3-2-6，可以得到

$$0.85\beta_1 f'_c b c^2 + A_s E_s \epsilon_{cu} c - A_s E_s \epsilon_{cu} d = 0 \quad (3-2-14)$$

式 3-2-14 為  $c$  的二次式，解出中性軸距離  $c$ ，再代回式 3-2-13，即可求得  $\epsilon_s$ 。若  $\epsilon_s > f_y / E_s$ ，表示鋼筋已降伏；若  $\epsilon_s < f_y / E_s$ ，表示鋼筋未降伏，此時鋼筋應力應改為

$$f_s = \epsilon_s E_s \quad (3-2-15)$$

而不能再使用降伏強度。

#### (b) 剪力破壞

表 3-2-2 所列为與剪力破壞相關的设计準則，其中對设计剪力強度的規範如下：

$$V_u \leq \phi_v V_n = \phi_v (V_c + V_s) \quad (3-2-16)$$

其中  $V_n$  是標稱剪力強度 (nominal shear)， $V_u$  為極限剪力 (ultimate shear)。

與彎矩強度一樣，梁的剪力強度也是與梁斷面有關，我們以圖 3-2-1 之 T 形梁為例加以說明。由圖 3-2-2 之自由體垂直方向的力平衡可得到：

$$V = f_2 b_v d_v \cos \theta \sin \theta + f_1 b_v d_v \sin \theta \cos \theta \quad (3-2-17)$$

其中  $V$  為斷面的剪力， $f_2$  為混凝土主平面的壓力， $f_1$  為主平面的剪力， $b_w$  為梁腹寬， $d_v$  為斷面有效深度， $\theta$  為主平面的角度。若令斷面之平均剪力為

$$v = \frac{V}{b_v d_v} \quad (3-2-18)$$

根據莫爾圓分析，可求得  $f_2$  與  $f_1$  的關係如下

$$f_2 = \frac{v}{\sin \theta \cos \theta} - f_1 \quad (3-2-19)$$

再由圖 3-2-3 之自由體垂直方向的力平衡可得到：

$$A_v f_v = f_2 s b_v \sin^2 \theta - f_1 s b_v \cos^2 \theta \quad (3-2-20)$$

其中  $A_v$  為箍筋面積； $f_v$  為箍筋降服強度， $s$  為箍筋間距。將式 3-2-18 及式 3-2-19 代入式 3-2-20，可得

$$V = f_1 b_v d_v \cot \theta + \frac{A_v f_v d_v}{s} \cot \theta \quad (3-2-21)$$

根據 Collins and Mitchell(1991)，混凝土中要能傳遞剪力，在混凝土中的裂縫寬度必須小於某一臨界程度，剪力才能傳播出去，則載重造成的剪力可以由斷面上的混凝土平均分攤。若裂縫寬度超過一臨界值，混凝土無法再傳遞剪力，載重造成的剪力將完全由裂縫邊的混凝土承受，當混凝土必須承受的剪力越大，就越容易開裂。為避免此一現象，規範對於剪力極限進行限制如下：

$$f_1 \leq 0.083\beta\sqrt{f'_c} \tan \theta \quad (3-2-22)$$

其中  $\beta$  為一係數，此係數可反應軸向應變對混凝土剪力強度的影響。

$\beta$  可以由 LRFD 規範提供的曲線求得，如圖 3-2-5 所示，圖中的  $\epsilon_x$  為撓曲鋼筋的應變，可由下式求得

$$\epsilon_x = \frac{\frac{M_u}{d_v} + 0.5V_u \cot \theta}{E_s A_s} \quad (3-2-23)$$

在計算  $\beta$  時，先假設一個  $\theta$  值，代入式 3-2-23 得到  $\epsilon_x$ 。再由圖 3-2-5

下面的圖中找出對應於  $v/f'_c$  及  $\epsilon_x$  的  $\theta$  值，若此  $\theta$  值與相初的假設值不

符，表示假設值錯誤，需重新假設一個  $\theta$  值，進行迭代至  $v/f'_c$ 、 $\epsilon_x$  與  $\theta$

能符合圖上的曲線為止。此時，再由圖 3-2-5 上面的圖，就可找出對

應於  $v/f'_c$  及  $\epsilon_x$  的  $\beta$  值。

將式 3-2-22 代入式 3-2-21，可得橋梁的設計剪力強度  $V_n$  為

$$V_n = 0.083\beta\sqrt{f'_c}b_v d_v + \frac{A_v f_y d_v}{s} \cot \theta \quad (3-2-24)$$

其中

$$V_c = f_1 b_v d_v \cot \theta = 0.083\beta\sqrt{f'_c}b_v d_v \cot \theta \quad (3-2-25)$$

為混凝土所能承受的最大剪力，而

$$V_s = \frac{A_v f_y d_v}{s} \cot \theta \quad (3-2-26)$$

為箍筋所承受的剪力。

在舊規範中，剪力的設計強度為

$$V_n = 0.167\sqrt{f'_c}b_v d_v + \frac{A_v f_y d_v}{s} \quad (3-2-27)$$

因為計算剪力強度時，箍筋所能承受的剪力與箍筋間距  $s$  有關係，所以在設計時，LRFD 規範不檢查剪力極限，而是直接對箍筋間距作限制，即

$$s \leq \frac{A_v f_y d_v \cot \theta}{V_s} \quad (3-2-28)$$

此外，LRFD 橋梁設計規範也沿用舊規範的規定，箍筋量不得少於

$$A_v \geq 0.083\sqrt{f'_c} \frac{b_v s}{f_y} \quad (3-2-29)$$

及箍筋間距最大不能超過：

$$\text{當} \begin{cases} V_u < 0.1f'_c b_v d_v \\ V_u \geq 0.1f'_c b_v d_v \end{cases}, \text{則} \begin{cases} s \leq 0.8d_v \leq 600\text{mm} \\ s \leq 0.4d_v \leq 300\text{mm} \end{cases} \quad (3-2-30)$$

LRFD 規範還考慮到當斷面剪力到達極限狀態時，主應力除了垂直方向有分量，軸向也有另外一個分量，所以 LRFD 規範也對軸向鋼筋量加以限制：

$$A_s f_y \geq \frac{M_u}{d_v \phi} + \left( \frac{V_u}{\phi} - 0.5V_s \right) \cot \theta \quad (3-2-31)$$

### 3-2-2 服務極限狀態

服務極限狀態，主要是對橋梁的裂縫寬度及變位作限制。裂縫寬度限制的目的在于避免因為開口過大，導致鋼筋之鏽蝕，及避免造成使用者心理上之不適；變位限制的目的在于避免對非橋梁結構體之損害，及避免影響結構體的形狀，而使橋梁應力分布改變。在 LRFD 橋梁設計規範中，並未以可靠度方法對服務性極限狀態作校正，而是沿用過去的實驗及經驗判斷的結果。

#### (a) 裂縫限制

因為混凝土的抗拉強度僅為其抗壓強度之十分之一左右，所以結構的裂縫多發生在拉力區。一般而言，結構的裂縫都發生在最大彎矩或是最大剪力的位置，而造成的裂縫形式分別是垂直及傾斜，規範中的裂縫限制是對垂直裂縫的寬度作限制。

根據 P.Gergely and L.A.Lutz(1968)，當裂縫產生後，裂縫的寬度與鋼筋的應力有著一定的關係式，所以規範將此關係式化成對混凝土開裂後鋼筋應力  $f_s$  的限制：

$$f_s \leq f_{sa} = \frac{Z}{(d_c A)^{1/3}} \leq 0.6 f_y \quad (3-2-32)$$

其中， $A$  為每根主鋼筋周圍之有效混凝土面積， $d_c$  為受拉混凝土表面至鋼筋中心距離， $Z$  是曝露係數，室內曝露情況者不得大於 30,000；

室外曝露情況者不得大於 23,000。

依規範規定，當混凝土拉應力大於混凝土開裂係數  $f_r$  (modulus of rupture) 的 80%，即  $f_c > 0.8f_r$ ，視為已開裂。混凝土開裂係數與混凝土抗壓強度之關係如下：

$$f_r = 0.63\sqrt{f'_c} \quad (3-2-33)$$

混凝土開裂後的鋼筋應力  $f_s$ ，可以將斷面轉換為對等的混凝土斷面，如圖 3-2-6 所示，再利用最簡單的梁理論推導如下：

$$f_s = \frac{nM(d-x)}{I_{cr}} \quad (3-2-33)$$

式中  $n$  為鋼筋與混凝土楊氏係數比值，即  $n = E_s/E_c$ ， $M$  為彎矩， $d$  為受壓表面混凝土到鋼筋中心距離， $I_{cr}$  與  $x$  分別為開裂後轉換斷面的慣性矩與中性軸位置。

#### (b) 變位限制

在規範中，對於變位的控制可以分為間接法和直接法兩種，間接法是規定梁的最小深度，主要是與跨度有關，如表 3-2-3 所示。

直接法是規定車輛載重所造成的變位，規範建議應小於（跨度/800），而所謂車輛載重是指由 HS20 貨車或雙軸汽車造成之載重（詳見 3-3 節）。計算車輛載重造成的變位時，規範規定橋梁的有效慣性矩為

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \quad (3-2-34)$$

其中  $I_e$  為有效慣性矩， $I_g$  為開裂前轉換斷面的慣性矩（見圖 3-2-7）， $I_{cr}$  為開裂後轉換斷面的慣性矩（見圖 3-2-6）， $M_a$  為載重造成的最大彎矩， $M_{cr}$  為造成開裂的彎矩，可由下式計算：

$$M_{cr} = f_r \frac{I_g}{y_t} \quad (3-2-35)$$

其中  $y_t$  為中性軸位置到張力表面距離， $f_r$  為混凝土開裂係數。

### 3-2-3 疲勞極限狀態

由於鋼筋承受反覆荷重時會發生疲勞破壞，所以 LRFD 規範規定，對於疲勞載重造成的最大與最小鋼筋應力的差值不得超過：

$$f_f = 145 - 0.33f_{\min} + 55\left(\frac{r}{h}\right) \quad (3-2-35)$$

其中  $f_f$  為容許之鋼筋疲勞應力振幅， $f_{\min}$  為最小鋼筋拉應力， $r/h$  為橋梁側向變形的曲率半徑與高度比(ratio of base radius to height of rolled-on transverse deformation)，若真實值不能確定，可以直接使用 0.3。

觀察 3-2-25 式，可以發現疲勞限制主要只與疲勞載重有關係，但是要計算載重造成的鋼筋應力，必須知道中性軸位置，而中性軸位置



與鋼筋的面積卻有關係。所以鋼筋混凝土橋梁，經過一段時間使用後，若鋼筋鏽蝕而有效面積減小，我們仍然需要檢查疲勞限制。

### 3-3 載重模型

由 3-2 節中橋梁可靠度分析準則的介紹，我們可以知道需要計算載重及載重效應，才能進一步判斷橋梁是否符合規範中的規定。本節將介紹規範中對載重及載重效應的規定及藉由規範與統計數據所建立的載重機率模型。為能將本文之評估方法應用在台灣地區的橋梁安全評估上，亦考慮了台灣地區之載重統計數據。

#### 3-3-1 橋梁設計規範載重

規範中之載重包括了永久載重(Permanent Loads)與暫態載重(Transient Loads)，結構物上的重量持續施力於橋梁結構稱之永久載重，簡稱為靜載重(Dead Loads)。車輛造成的載重則稱之暫態載重，由活載重(Live Loads)以及衝擊載重(Dynamic Loads)所組合而成。這裡我們分成永久載重與暫態載重並依序介紹。

##### (a) 永久載重

靜態載重主要為橋樑結構本身因為重力作用而產生之重量，以橋梁上部結構來說，包括：鋼筋混凝土層、磨耗層、管線及其他公共設

施等，而其中鋼筋混凝土層為結構主要的負載。

若我們假設橋梁僅有鋼筋混凝土層及磨耗層，並沒有其它公共設施。載重效應可分為彎矩及剪力，所以分別令  $M_{DC}$ 、 $M_{DW}$ 、 $V_{DC}$  及  $V_{DW}$  代表鋼筋混凝土層及磨耗層靜載重造成的彎矩與剪力。

假設鋼筋混凝土層或磨耗層的載重，是沿著軸向均勻分佈。令  $w_{DC}$  為單位面積的鋼筋混凝土層的重量，對於單跨度簡支梁結構的橋

梁， $w_{DC}$  在橋梁 1/2 跨長處造成最大力矩  $\frac{w_{DC}L^2}{8}$ ，在橋梁兩端有最

大剪力為  $\frac{w_{DC}L}{2}$ 。同理對於磨耗層令  $w_{DW}$  單位面積的磨耗層重量，

$w_{DW}$  在橋梁 1/2 跨長處造成最大力矩  $\frac{w_{DW}L^2}{8}$ ，在橋梁兩頭有最大剪力

為  $\frac{w_{DW}L}{2}$ 。

由於多跨度的連續梁是靜不定結構， $w_{DC}$  及  $w_{DW}$  所造成的最大彎矩及剪力一般無法寫成解析解，所以規範規定，將橋梁的每個跨度均分成 10 等分，共 11 個位置點，以一個 3 位數的數字代表其位置，數字第一碼代表第幾個跨度，第二碼及第三碼代表在跨度上的位置。例如：第一個跨度的一半，用 105 代表，第二個跨度的起點，用 200 代表。以數值方法計算 11 個結點位置的彎矩及剪力，車輛載重則另需對於每個位置計算兩軸車輛、標準貨車及車道載重造成的最大彎矩，

經比較之後才能確定最大彎矩及剪力的位置及大小。

## (b) 暫態載重

暫態載重包括活載重、衝擊載重及分佈因素的影響。活載重是通過橋梁達成運輸目的而造成橋梁負荷之外力，例如在橋上行駛的車輛與行人的重量均屬之；衝擊載重則是指由活載重造成之衝擊力或動力效應。分佈因素則是考慮車輛載重在橫向並非均勻分佈所造成的影響。

根據 AASHTO 舊規範的規定，活載重的計算可以分為 H10-44、H15-44、H20-44、H15-44、HS20-44 五種，其中主要考量 HS20-44 標準貨車（圖 3-3-1）在橋上行駛所造成之載重效應，然而，實際橋梁所承受的暫態載重卻有很大的變異性。以美國為例，橋梁的平均壽命是 75 年，在使用年限期間，由極值統計學可以求得來自車輛的造成的最大彎矩及剪力，大約是 HS20 標準貨車載重的 1.5 到 2.2 倍 (Nowak, 1998)，變異性極高。

為了降低變異性，LRFD 橋梁設計規範提出 HL93 載重模型。在此載重模型中，車輛載重除了考慮 HS20 貨車以外，須再考慮兩軸車輛(tandem) 的載重及車道載重。規範中的兩軸車輛是指前後軸載重都是 110kN，前後軸距 1.2m 的車輛，而車道載重是 9.3 N/mm 的均佈載重。

HL93 的載重模型，就是分別計算 HS20 貨車及兩軸車輛所造成的效應，取其中較大者再加上車道載重來作為設計活載重，如圖 3-3-2、3-3-3 所示。對於跨度較短的橋梁，兩軸車輛的前後軸距離較近，造成的彎矩或剪力可能反而會比重量較重、但軸距較大的標準貨車大。多考慮了兩軸車輛與車道載重，HL93 可以將實際載重與設計值的比值降低到 1.25 左右，且大大降低了變異性。

AASHTO LRFD 規定汽車行駛於橋梁上時，造成的衝擊載重是活載重的 0.33 倍，不過此處的活載重只有車輛載重，並不包括 9.3 N/mm 的車道載重。

HL93 載重模型只建立了車輛軸向載重的一維模型，但是車輛在行駛於橋梁上時，載重並不是完全由整個斷面平均承受的，而是集中在車道上。要將模型擴展成為二維或三維，必須要用到更複雜的理論及計算，例如：有限差分、有限元素、strip method……等。為了簡化模型，LRFD 規範用分佈係數法(Distribution Factor Method)，列出不同情況的分佈係數公式，設計者只要依據公式，很容易就可以計算車輛的載重，如表 3-3-1 所示。表中所列的  $mg$  分佈係數，前述是活載重及衝擊載重加總後，必須再乘上  $mg$ ，才是設計的暫態載重。

以彎矩為例，車輛對於橋梁所造成的暫態載重可計算如下：

$$M_{LL+IM} = mg[\max(M_{Tr}, M_{Ta})(1 + IM) + M_{Ln}] \quad (3-3-1)$$

其中  $M_{Tr}$ 、 $M_{Ta}$ 、 $M_{Ln}$  分別為標準貨車、兩軸車輛及車道載重所造成的彎矩， $IM=0.33$  為動態效應， $mg$  為分佈係數。

由於矩形斷面橋梁的形狀較為簡單，LRFD 規範中化簡成下列的式子，幫助計算：

$$M_{LL+IM} = \frac{[(M_{Tr} + M_{Ta})(1 + IM) + M_{Ln}]}{E} \quad (3-3-2)$$

其中  $E$  為等效寬度(mm)，其計算方式如下：

(i) 對於單車道橋梁，內梁車道的等效路寬  $E$  為：

$$E = 250 + 0.42\sqrt{L_1 W_1} \quad (3-3-3)$$

(ii) 對於多車道橋梁，內梁車道的等效路寬  $E$  為：

$$E = 2100 + 0.12\sqrt{L_1 W_1} \leq \frac{W}{N_L} \quad (3-3-4)$$

其中  $E$  為等效寬度(mm)； $L_1$  為模組化橋梁長度，為橋梁真實長度，最大不得超過 18000(mm)； $W_1$  為模組化橋梁寬度，為橋梁真實長度，對於多車道橋梁最大不得超過 18000(mm)，對於單車道橋梁最大不得超過 900(mm)； $W$  為橋梁真實寬度， $N_L$  為橋梁設計車道數：

$$N_L = INT\left(\frac{w}{3600}\right) \quad (3-3-5)$$

其中  $INT$  表示取整數， $w$  為使用路寬，即車道總寬度。

外梁的等效路寬  $E$  則是邊欄的寬度加上 300 mm 加上一半的內梁寬度，必須小於 1800 mm 或小於全部內梁的寬度。對於矩形斷面橋

梁，因為是將 HL93 載重除以等效路寬，所以  $M_{LL+IM}$  的單位是單位寬度的彎矩。

3-2 節介紹了 LRFD 規範中對於橋梁設計的準則，依照橋梁設計規範建立起載重及載重效應，並代入準則中，就可以判定設計時候是否能夠符合準則。

### 3-3-2 載重變數機率分佈

橋梁的材料性質、幾何、製造、施工、車輛載重以及結構分析的過程，都會使橋梁系統出現不確定性，這些不確定性在可靠度分析中是以隨機變數來模擬。對於這些不確定性，本研究沿用 Nowak (1994) 的方法，建立可靠度分析中的基本隨機變數的機率分佈。

同時，根據以上討論，我們可以歸納出橋梁載重的主要來源有三：鋼筋混凝土層重量、磨耗層重量、車輛載重。

首先，考慮鋼筋混凝土層的靜載重。假設  $w_{DC}$  為單位面積的鋼筋混凝土層的重量，並假設其為常態分佈的隨機變數，令  $w_{DC}$  期望值與設計值的比值(mean to nominal ratio)為  $\lambda_{DC}$ ，變異係數為  $\nu_{DC}$ ，所以

$$w_{DC} \sim N(\mu_{DC}, \sigma_{DC})$$

其中平均值  $\mu_{DC}$  為

$$\mu_{DC} = \lambda_{DC} w_{DC}$$

標準差  $\sigma_{DC}$  為

$$\sigma_{DC} = \mu_{DC} \nu_{DC}$$

由於此靜載重所造成的彎矩及剪力是與  $w_{DC}$  成正比的，所以鋼筋混凝土層造成的彎矩或剪力仍為常態分佈，其平均值與設計值仍為  $\lambda_{DC}$ ，變異係數也一樣是  $\nu_{DC}$ 。根據 Nowak (1994)， $\lambda_{DC}$  為 1.05， $\nu_{DC}$  為 0.10。

磨耗層載重效應也是一樣。假設  $w_{DW}$  為單位面積的磨耗層的重量，並假設其為常態分佈的隨機變數。則磨耗層所造成的彎矩及剪力也為常態分佈，其平均值與設計值和  $w_{DW}$  的一樣是  $\lambda_{DW}$ ，變異係數也一樣是  $\nu_{DW}$ 。根據 Nowak (1994)， $\lambda_{DW}$  為 1.00， $\nu_{DW}$  為 0.25。

而車輛載重效應，則可以由 AASHTO LRFD 規範上知道，其平均值與設計值的比值為 1.25，變異係數為 0.25。

### 3-3-3 台灣地區之載重數據

以上建立之載重分佈機率模型雖然相當完整，但是台灣地區地狹人稠，車輛分佈、交通流量組成乃至駕駛習慣皆與美國地區不盡相同。因此，我們必須蒐集台灣地區相關數據，方能對台灣地區橋樑進行合理的可靠度評估。

交通部國道高速公路局在『中山高速公路公路容量分析與交通管

制措施之研究』中指出各車型在高速公路內外車道的使用情形及車種的混合比等資料。交通部運輸研究所在『高速公路交通特性分析與基本容量訂定手冊』歸納出中山高速公路全線之各車種之容量當量值。黃奕峰(1991)則研究出中山高車輛載重的分佈情形。以上之資料經過彙整，我們可以得到中山高沿線實際車輛載重與設計載重值間的關係，進而得到台灣地區之車輛載重效應，其平均值與設計值的比值為1.27，變異係數為0.065。

### 3-4 強度模型

為有效估算橋梁強度，以進行橋梁之可靠度分析，如同3-4節的方法，本節參考規範中對強度的相關規定以及蒐集到之國內外統計數據，建立進行橋樑可靠度分析所需的強度機率模型。

在LRFD橋梁設計規範中，為了有效估算橋梁的強度，必須界定橋梁結構的有效尺寸，例如內外梁有效梁寬、有效深度等，以下為規範中之有關規定。

#### 3-4-1 橋梁之有效尺寸

LRFD橋梁設計規範對橋梁結構的有效尺寸規定如下：

(a) T形梁內梁的有效梁寬為：



$$b \leq \begin{cases} 1/4 \text{的跨長} \\ 12t_s + b_w \\ \text{梁的平均長度} \end{cases} \quad (3-4-1)$$

其中  $t_s$  為板的平均厚度， $b_w$  為梁腹寬。

(b) T形梁外梁的有效梁寬  $b_e$ ：

$$b_e - b \leq \begin{cases} 1/8 \text{的跨長} \\ 6t_s + \frac{1}{2}b_w \\ \text{橋邊緣到最近的梁中心} \end{cases} \quad (3-4-2)$$

(c) T形梁有效深度  $d_v$

橋梁的最大剪力是發生在支撐的部位，但是因為支撐的部位，有較多的鋼筋保護，所以對橋梁影響最大的剪力，根據規範是由支撐向外延伸至  $d_v$  距離的位置

$$d_v = \max \begin{cases} d - \frac{a}{2} \\ 0.9d \\ 0.72h \end{cases} \quad (3-4-3)$$

其中  $d_v$  為有效深度， $d$  為壓力混凝土表面至拉力鋼筋中心距離。

依據以上規範之有效尺寸規定，可以用以估算橋梁之有效強度，進而判斷橋梁在設計上是否能符合規定；同時再加上以下將介紹的強度機率模型，便可進行橋梁之可靠度分析。

### 3-4-2 強度變數機率分佈

Nowak (1994)經由數值模擬及觀察實際橋梁，將不確定性分成三種：

#### (a) 材料：

材料製造施工的時候，常有許多不能控制的不確定因素影響，像是混凝土在灌漿過程中，或鋼筋在鑄造過程中，就有許多不確定性因素加入。混凝土抗壓強度與鋼筋降伏強度，其平均值與設計值的比值 (mean to nominal ratio)分別為 1.23 及 1.25，變異係數(coefficient of variation)為 0.18 及 0.12 (Nowak, 1994)。

#### (b) 幾何：

幾何形狀也是在施工的時候，會造成不確定因素之一，但其不確定性相對於材料的不確定，是非常的低的。以鋼筋為例，在建造之初其平均值與設計值的比值為 1.00，變異係數為 0.015 (Nowak, 1994)。不過鋼筋若發生鏽蝕，有效面積就可能減少，其變異係數也會增大。

#### (c) 分析：

由於結構分析時，需要作假設及簡化來計算，例如混凝土的應力用 Whitney 等效力量代替、梁斷面保持平面…等，因此真實反應與設

計值不會完全相符。Nowak (1994)針對強度極限中的撓曲與剪力，引入分析因子  $P$ ，對於彎矩，其平均值與設計值的比值為 1.02，變異係數為 0.06，對於剪力，其平均值與設計值的比值為 1.075，變異係數為 0.10。

最後，真實的強度  $R$  是由設計強度  $R_n$  及三個不確定因子。以撓曲破壞為例，T 型梁的設計彎矩強度為

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) + 0.85 \beta_1 f'_c (b - b_w) h_f \left( \frac{a}{2} - \frac{h_f}{2} \right)$$

若考慮不確定性，彎矩強度變為

$$M = PM_n = P \left[ A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) + 0.85 \beta_1 f'_c (b - b_w) h_f \left( \frac{a}{2} - \frac{h_f}{2} \right) \right]$$

其中  $P$ 、 $A_s$ 、 $f_y$ 、 $f'_c$  等都是隨機變數。

### 3-4-3 台灣地區之強度數據

鋼筋混凝土橋之強度來源為鋼筋與混凝土。鋼筋的製造，可經由工廠之品管降低其強度之偏差值與變異數，因而在本研究中將採用前述之研究數據(Nowak, 1994)。台灣地區因為材料之取得，溫度、濕度等氣候因素皆與美國地區不同，加上國內工程界習慣性之過度設計，都將造成混凝土強度資料之差異。因而為了能合理地評估台灣地區之

橋樑可靠度，我們必須知道台灣地區混凝土強度之相關資料。

陸景文(2001)針對台灣地區，台北、新竹、台中、溪頭、台南、高雄、台東、宜蘭等地點之溫度、濕度、曝放時間等因素進行混凝土抗壓強度研究。由此我們可以得到對於 28 天齡期之混凝土強度，其平均值與設計值的比值為 1.32，變異係數為 0.053。

綜合以上的介紹，只要經由實驗或觀測，取得相關隨機變數的機率分佈，便可對橋梁進行可靠度分析。在結構物建造之初， $f'_c$  及  $A_s$  可以由原始製造廠商得知，但是橋梁經過一段時間的使用，或遭到外力損壞之後，混凝土的性質會產生劣化，鋼筋面積可能遭受鏽蝕而縮小，因此，以設計之初的強度做安全評估，顯然無法反應橋梁現況。因此，下一章將介紹如何以非破壞檢測所得到有關混凝土的資料，修正  $f'_c$  的分佈，以反應混凝土的真實強度。

表 3-1-1 載重修正因子

		強度極限	其他極限
$\eta_D$	韌性 (Ductility)	韌性元件 0.95 一般設計 1.00 非韌性元件 1.05	1.0
$\eta_R$	充裕性 (Redundancy)	充裕性良好：0.95 一般等級：1.00 無充裕性：1.05	1.0
$\eta_I$	重要性 (Operational Importance)	重要性較低橋梁：0.95 一般橋梁：1.00 重要橋梁：1.05	1.0

表 3-1-2 載重因子  $\gamma_i$

極限狀態	靜載重	活載重
強度極限	鋼筋混凝土 1.25	1.75
	柏油路面 1.5	
服務極限	1.00	1.00
疲勞極限	-	0.75

表 3-1-3 強度折減因子  $\phi$

	$\phi$
撓曲破壞	0.90
剪力破壞	0.90
其它	1.00

表 3-2-1 撓曲破壞準則

	準則
撓曲破壞	$M_u = \eta \sum \gamma_i Q_i \leq \phi M_n$
最大鋼筋量	$\frac{c}{d} \leq 0.42$
最小鋼筋量	$\rho_{\min} \geq 0.03 \frac{f'_c}{f_y}$

表 3-2-2 剪力破壞準則

	準則
箍筋間距	$s \leq \frac{A_v f_y d_v \cot \theta}{V_s}$
最小箍筋量	$s \leq \frac{A_v f_y}{0.083 \sqrt{f'_c} b_v}$
最大箍筋間距	<p>當 <math>\begin{cases} V_u &lt; 0.1 f'_c b_v d_v \\ V_u \geq 0.1 f'_c b_v d_v \end{cases}</math>，則</p> $\begin{cases} s \leq 0.8 d_v \leq 600 \text{mm} \\ s \leq 0.4 d_v \leq 300 \text{mm} \end{cases}$
軸向鋼筋量	$A_s f_y \geq \frac{M_u}{d_v \phi} + \left( \frac{V_u}{\phi} - 0.5 V_s \right) \cot \theta$

表 3-2-3 變位限制中最小深度

橋樑種類	最小深度	
	簡支樑	連續樑
矩形斷面	$\frac{1.2(S + 3000)}{30}$	$\frac{(S + 3000)}{30} \geq 165mm$
T 形斷面	$0.070L$	$0.065L$



表 3-2-4 分佈係數表

Action/Location	Distribution Factors ( $mg$ ) <sup>c</sup>	Range of Applicability
內梁彎矩	<p>單車道：</p> $mg_{moment}^{SI} = 0.06 + \left(\frac{S}{4300mm}\right)^{0.4} \left(\frac{S}{L}\right)^{0.3} \left(\frac{K_g}{Lt_s^3}\right)^{0.5}$ <p>多車道：</p> $mg_{moment}^{MI} = 0.075 + \left(\frac{S}{2900mm}\right)^{0.6} \left(\frac{S}{L}\right)^{0.2} \left(\frac{K_g}{Lt_s^3}\right)^{0.1}$	$1100 \leq S \leq 4900mm$ $110 \leq t_s \leq 300mm$ $6000 \leq L \leq 73000mm$ $30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$
外梁彎矩	<p>多車道：</p> $mg_{moment}^{ME} = e \times mg_{moment}^{MI}$ $e = 0.77 + \frac{d_e}{2800mm} \geq 1.0$	$-300 \leq d_e \leq 1700mm$
內梁剪力	<p>單車道：</p> $mg_{shear}^{SI} = 0.36 + \frac{S}{7600mm}$ <p>多車道：</p> $mg_{shear}^{MI} = 0.2 + \frac{S}{3600mm} - \left(\frac{S}{10700mm}\right)^2$	$1100 \leq S \leq 4900mm$ $110 \leq t_s \leq 300mm$ $6000 \leq L \leq 73000mm$ $4 \times 10^9 \leq K_g \leq 3 \times 10^{12} mm^4$ $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$
外梁剪力	<p>多車道：</p> $mg_{shear}^{ME} = e \times mg_{shear}^{MI}$ $e = 0.6 + \frac{d_e}{3000mm}$	$-300 \leq d_e \leq 1700mm$

其中  $S$  是梁的寬度； $L$  是梁的長度； $t_s$  是梁的厚度； $K_g$  是縱向的勁度參數； $d_e$  是外梁的寬度。

表 3-3-1 變數機率分佈

變數	記號	實際值與設計 值比值	變異係數	分佈型態
混凝土抗壓 強度	$f'_c$	0.92	0.18	Normal
鋼筋降伏強 度	$f_y$	1.125	0.12	Lognormal
鋼筋面積	$A_s$	1.00	0.015	Normal
鋼筋混凝土 層載重效應	$M_{DC}、V_{DC}$	1.05	0.10	Normal
摩擦層載重 效應	$M_{DW}、V_{DW}$	1.00	0.25	Normal
車輛載重效 應	$M_{LL+IM}、$ $V_{LL+IM}$	1.25	0.12	Normal
數值分析因 數(彎矩)	$P_M$	1.02	0.06	Normal
數值分析因 數(剪力)	$P_V$	1.075	0.10	Normal

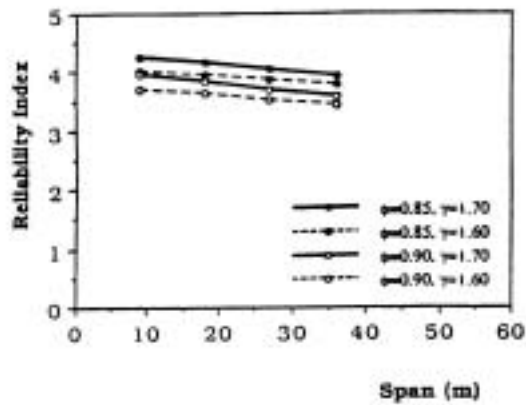


圖 3-1-1 跨度對橋樑撓曲破壞可靠度之影響- AASHTO LRFD

(摘自 Nowak, A. S., 1994. “Calibration of LRFD bridge code”. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 121, No. 8, pp. 1245-1251.)

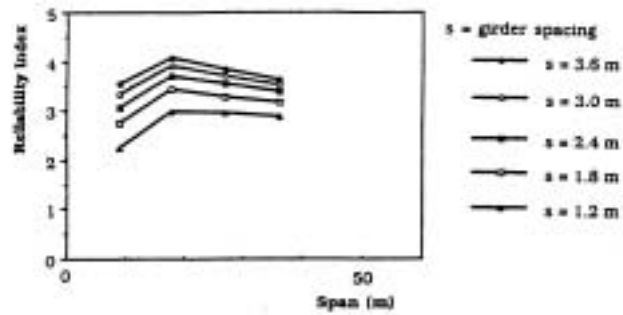


圖 3-1-2 跨度對橋樑撓曲破壞可靠度之影響- AASHTO Standard

Specifications

(摘自 Nowak, A. S., 1994. “Calibration of LRFD bridge code”. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 121, No. 8, pp. 1245-1251.)

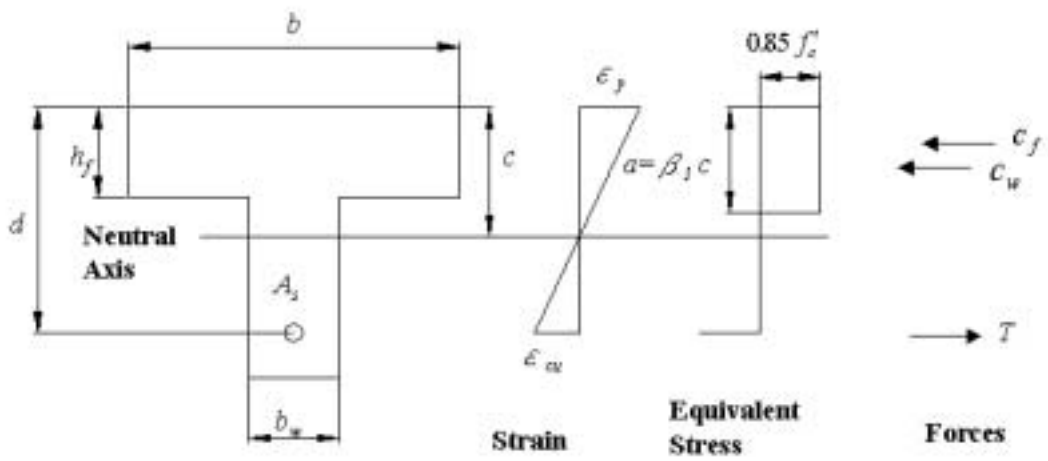


圖 3-2-1 T 形斷面縱向力平衡圖

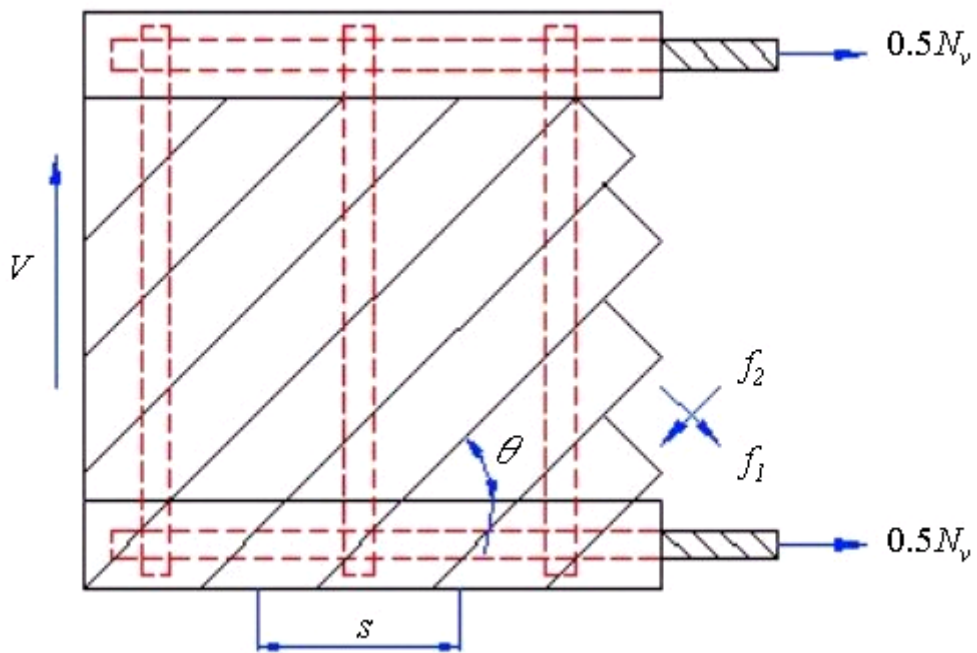


圖 3-2-2 T 形斷面剪力平衡圖

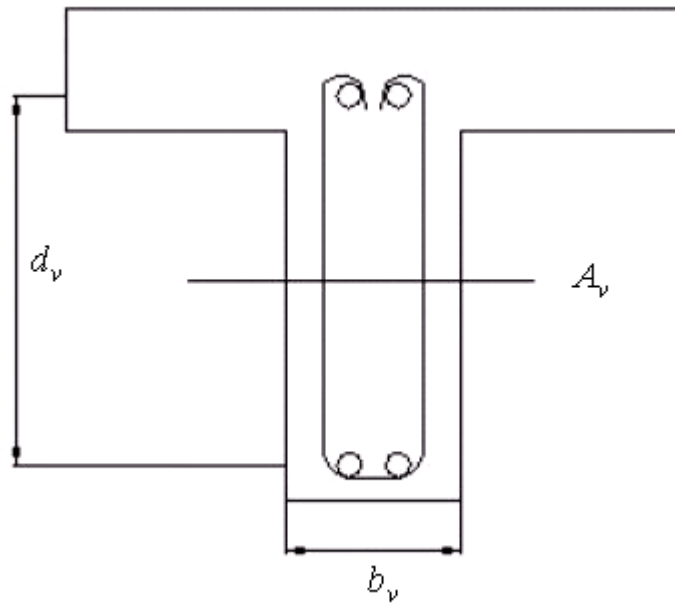


圖 3-2-3 T 形斷面圖

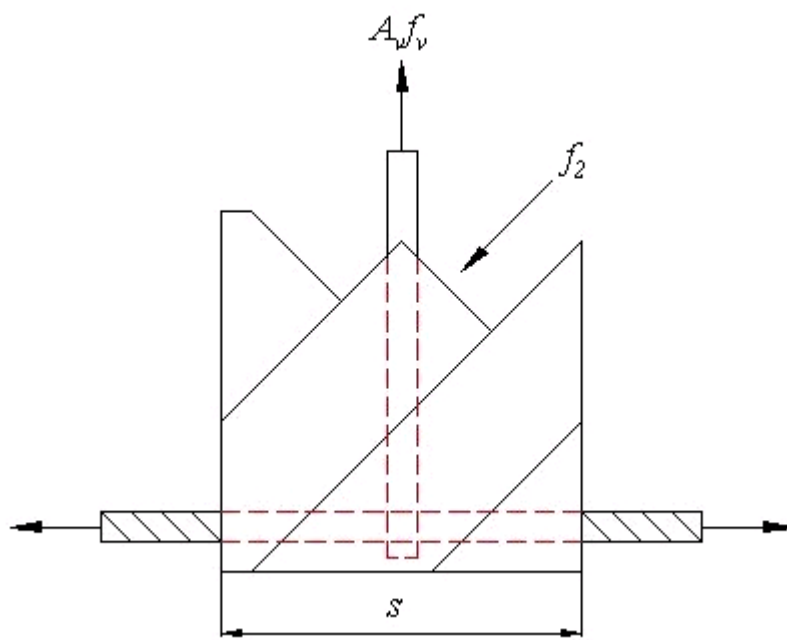


圖 3-2-4 垂直方向剪力平衡圖

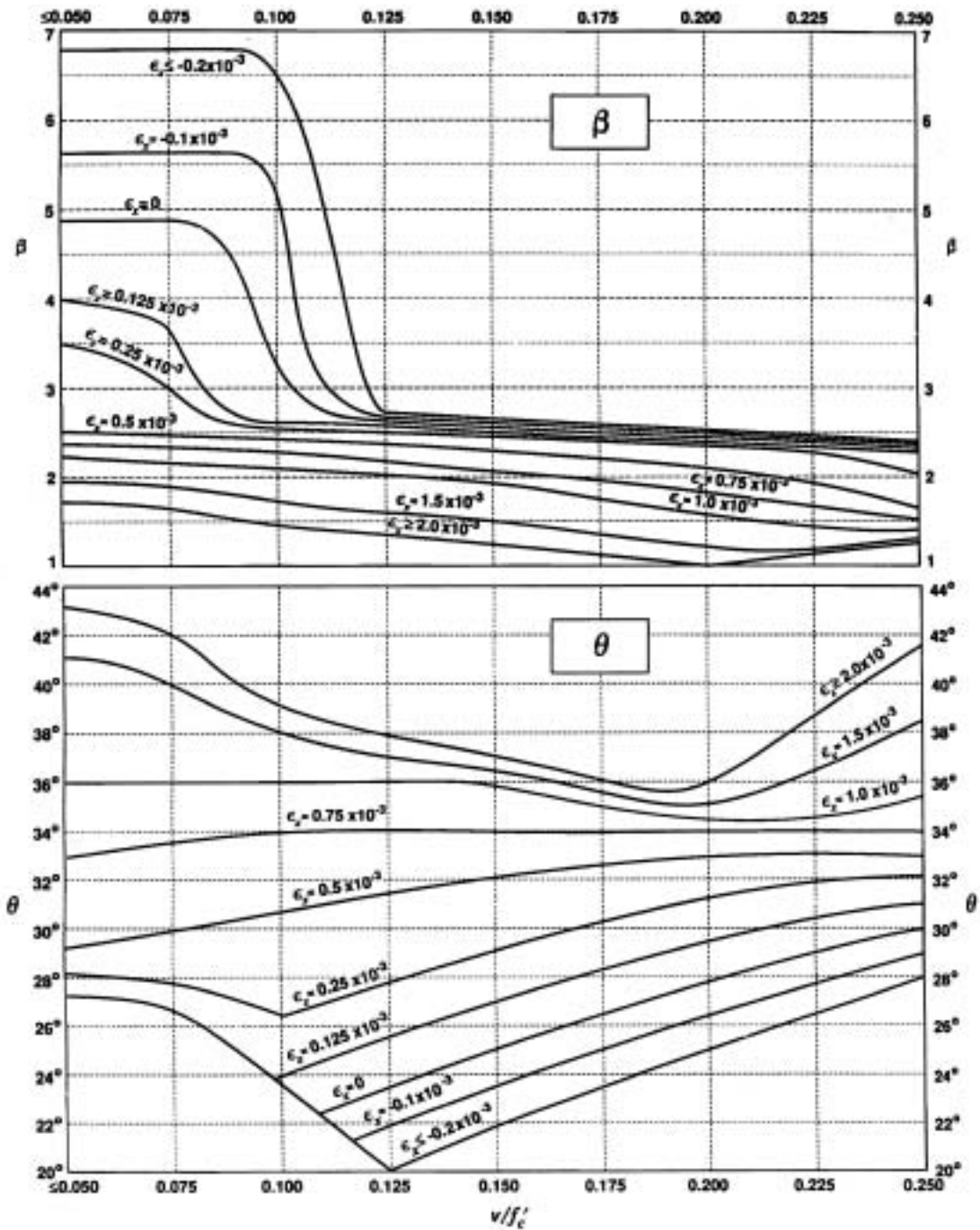


圖 3-2-5  $\beta$  與  $\theta$  的關係(摘自 AASHTO. (1998). "LRFD Bridge Design Specifications". Washington, DC: American of Sate Highway and Transportation Officials.)

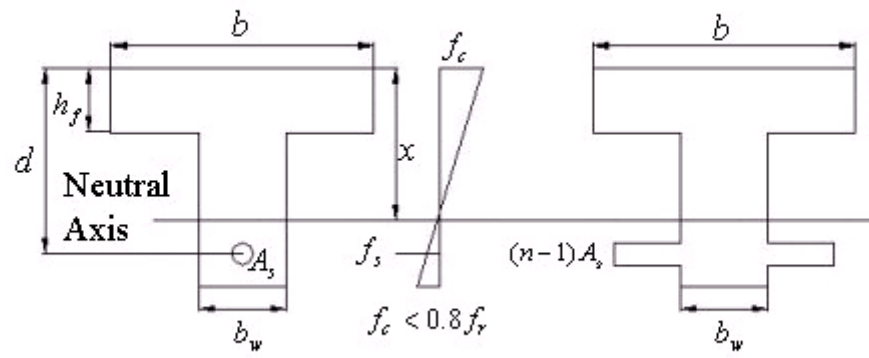


圖 3-2-6 開裂前轉換斷面

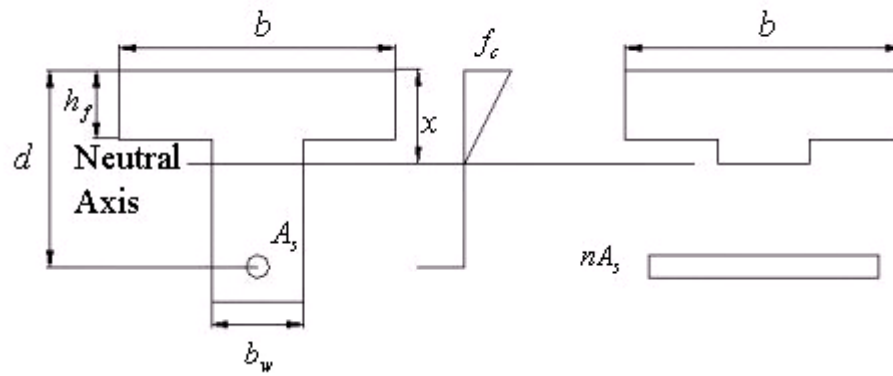


圖 3-2-7 開裂後轉換斷面

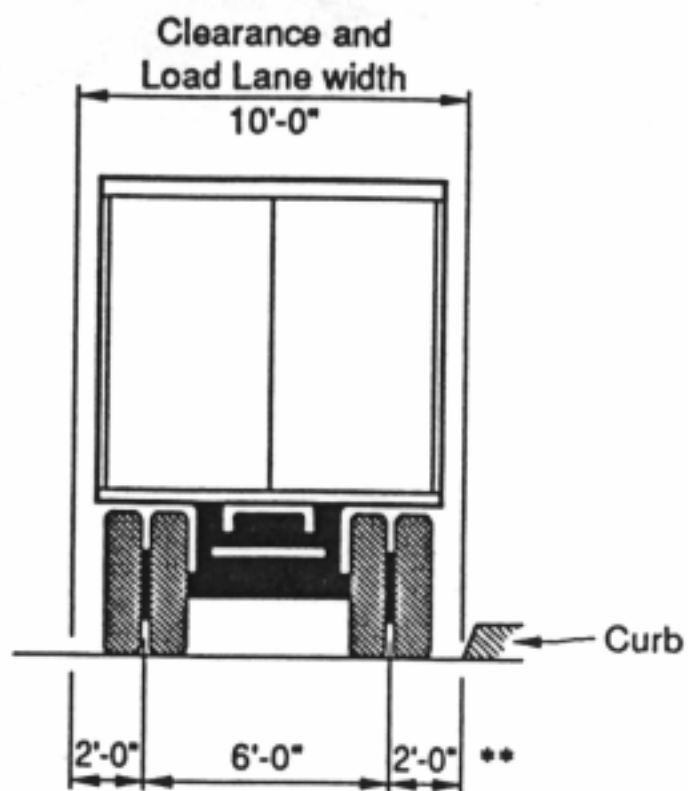
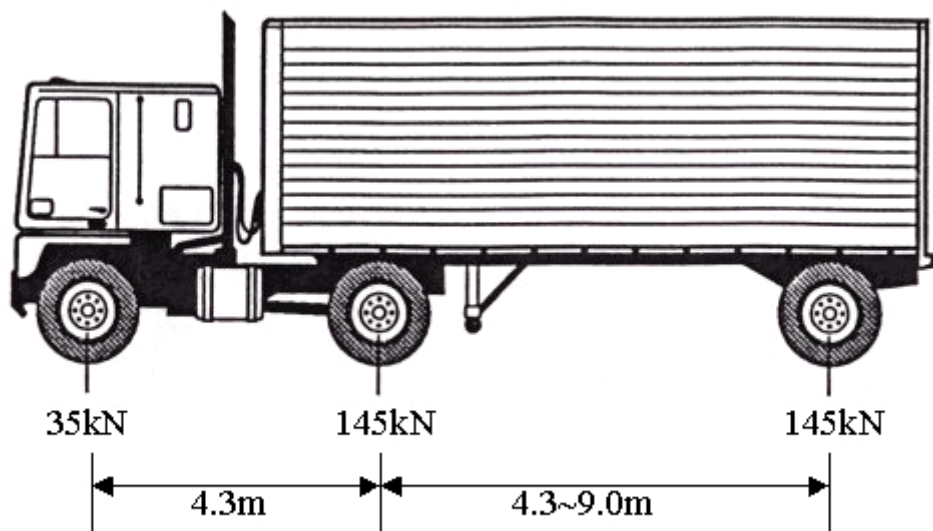


圖 3-3-1 HS20 標準貨車載重圖



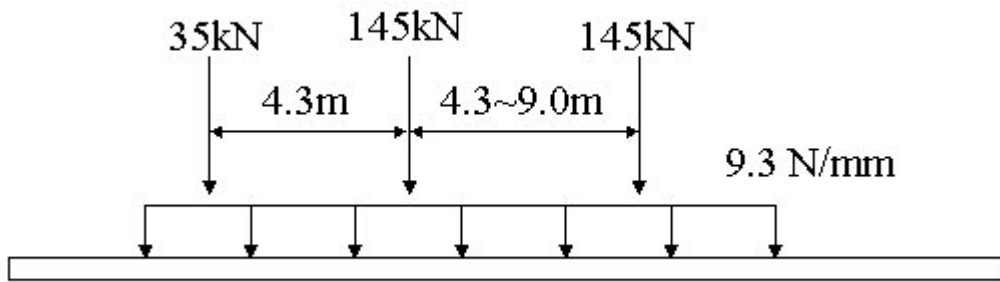


圖 3-3-2 標準貨車加上車道載重

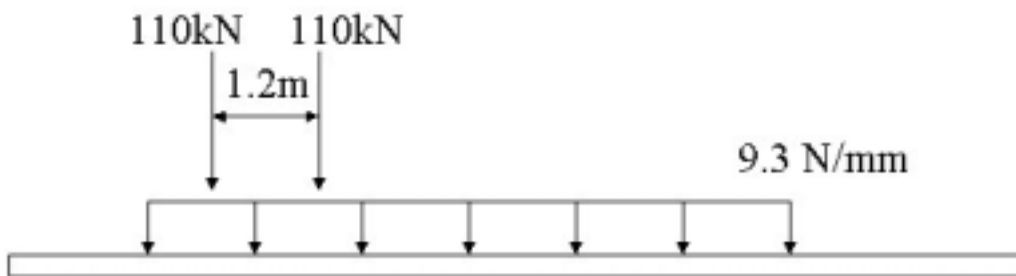


圖 3-3-3 兩軸車輛加上車道載重

## 第四章 非破壞檢測與貝氏統計之應用

### 4-1 非破壞檢測

非破壞檢測(Nondestructive Testing, NDT)為一應用物理原理來檢測材料性質而又不會破壞材料本身有效性的檢測方法。特別是對於使用中之混凝土結構物，相對於傳統混凝土強度的破壞性檢測，例如鑽心取樣等，非破壞檢測可以在結構物不受損傷的前提下進行檢測，而提供一個相當好的評估方式。在橋梁的非破壞檢測上，除了目視法以外，大致可分為整體檢測及局部檢測兩種（李有豐,林安彥,2000）。本研究中主要是以局部檢測的暫態彈性波法(王俊揚,1998)，對可能受損的區域進行試驗，並求出受損的程度。以下將對此一方法進行介紹：

#### 4-1-1 暫態彈性波法

暫態彈性波法是台大應力所非破壞檢測實驗室根據彈性波在混凝土中之傳播理論研製的一套可攜式混凝土波速量測系統（Wu,Liu,Wang,1998），此量測系統以筆記型電腦與類比數位轉換卡，取代一般常用之數位示波器，因此有著攜帶方便，適合現場量測

使用的優點。尤其配合 LabVIEW 程式之研發應用，可以立即將所擷取之資料作訊號處理，或進行複雜之數學計算。其人性化之操作介面與強大之計算功能，使得工地現場混凝土波速之精確量測可以實現。該量測系統之組成包括有：可攜式電腦(portable computer)、高頻類比數位轉換卡(A/D card)、位移感測器、前置放大器(pre-amplifier)、波源產生器及 LabVIEW(Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench)軟體。如圖 4-1-1 所示。

量測系統中所使用之類比數位轉換卡的功能，是將所量得之類比訊號轉換為數位訊號，並將資料傳入電腦中進行處理。然而經離散後所得之數位訊號，在時間域上不再是連續的，其失真程度取決於訊號的頻率及轉換卡的取樣頻率(sampling rate)。本系統使用的類比數位轉換卡，其取樣頻率最高為 40MSPS，對於本系統所接收的訊號，在時間域上已有足夠的解析度。

此量測系統所採用的波源裝置有敲擊器與瓦斯槍。敲擊器是將 4.75mm 直徑鋼珠連接於細鋼條上，利用鋼條的反彈力將鋼珠敲擊於試體上形成一點波源。若所需的波源較強，則以瓦斯槍對試體射擊來產生波源量測波速。先在混凝土表面觸發點波源，以感測系統接收訊號，再經由類比/數位轉換卡將資料傳入筆記型電腦作訊號處理。

量測縱波波速時，先由訊號找出兩個感測器縱波到達的時間差，將兩個位移感測器的距離除以兩縱波到達時間差，即可求得縱波波速。使用兩個位移感測器記錄位移訊號的好處，是可以找出縱波傳播的相對時間差，而不需要知道波源產生的絕對時間原點。而為了避免鋼筋的影響，在量測縱波波速時，可先以鋼筋位置探測器探測出鋼筋位置，再採用圖 4-1-2 的三種感測器配置方式進行量測。

混凝土在受到外力作用後，內部可能有許多微張裂縫的產生，由於混凝土間裂縫的存在會使彈性波波速降低，並且根據破壞力學的理論，當這些裂縫在持續受力的情況下可能會繼續延伸，將許多微小裂縫連成一較大的裂縫，導致混凝土抗壓強度低，彈性波波速隨之降低，而最終導致破壞，因此暫態彈性波波速的確可以反應出混凝土的強度衰減。同時，根據林宜清(1997)的研究，高性能混凝土與普通混凝土之抗壓強度與應力波速度皆呈現良好的關係。也因此我們可以利用以上介紹之暫態彈性波法來建立混凝土抗壓強度與暫態波速間的統計模型。

## 4-2 貝氏統計

對混凝土結構而言，混凝土的抗壓強度是最重要的安全指標，而根據以上的討論可知混凝土的抗壓強度與其波速具有相關性。因此，根據商碧芬(2000)所提出的結構安全再評估的方法是，先對混凝土結構作暫態彈性波試驗，以決定混凝土波速，再將波速代入波速—強度迴歸曲線，然後利用貝氏統計法，算出混凝土抗壓強度在檢測結果下的條件機率分佈。由於此機率分佈結合了原始設計強度的資訊加上新的檢測數據，自然能提供比原始分佈更為準確合理的估計。以下則將介紹貝氏統計的應用。

### 4-2-1 貝氏定理

考慮 A, B 兩事件，在事件 A 發生的情況下，B 事件發生的機率  $P(B/A)$  為：

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (4-2-1)$$

同樣的，在事件 B 發生的情況下，事件 A 發生的機率是

$$P(A/B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)} \quad (4-2-2)$$

把式 4-2-2 代入式 4-2-1 中，得到

$$P(B/A) = \frac{P(A/B)P(B)}{P(A)} \quad (4-2-3)$$

現在考慮  $n$  個互斥事件  $E_1, E_2, \dots, E_n$ ，滿足  $E_i \cap E_j = \Phi$  且

$S = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n$ 。若事件  $A$  為樣本空間中的一個事件，則

$$\begin{aligned} A &= A \cap S \\ &= A \cap (E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n) \\ &= (A \cap E_1) \cup (A \cap E_2) \cup \dots \cup (A \cap E_n) \end{aligned} \quad (4-2-4)$$

由全或然率定理 (total probability theorem) 及式 4-2-2；

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap E_1) + P(A \cap E_2) + \dots + P(A \cap E_n) \\ &= P(A/E_1)P(E_1) + P(A/E_2)P(E_2) + \dots + P(A/E_n)P(E_n) \\ &= \sum_{i=1}^n P(A/E_i)P(E_i) \end{aligned} \quad (4-2-5)$$

將上式代入式 4-2-3，並令  $B = E_i$ ，得到：

$$P(E_i/A) = \frac{P(A/E_i)P(E_i)}{\sum_{i=1}^n P(A/E_i)P(E_i)} \quad (4-2-6)$$

此為貝氏定理(Bayesian theorem)。

#### 4-2-2 貝氏修正

若令貝氏定理中的  $E_i$  代表結構性質  $\theta$  出現某一觀測值的事件，我們用隨機變數  $\theta$  來表示結構性質。假設  $\theta$  為離散的變數， $\theta$  的可能值為  $\theta_i$ ， $i=1,2,\dots,n$ ，發生的機率分別是  $P_i = P(\theta = \theta_i)$ 。令  $A$  代表作結構試驗所得到的觀測值  $\varepsilon$ ，應用式 4-2-6，我們得到結構性質  $V$  在觀測值  $\varepsilon$  下的條件機率分佈如下：

$$P(\theta = \theta_i / \varepsilon) = \frac{P(\varepsilon / \theta = \theta_i) P(\theta = \theta_i)}{\sum_{i=1}^n P(\varepsilon / \theta = \theta_i) P(\theta = \theta_i)} \quad i=1,2,\dots,n$$

(4-2-7)

上式中， $P(\varepsilon / \theta = \theta_i)$  代表當結構性質  $\theta = \theta_i$  時，觀測到  $\varepsilon$  的機率。 $P(\theta = \theta_i)$  為結構性質  $\theta_i$  原始的發生機率，又稱前機率 (prior probability)， $P(\theta = \theta_i / \varepsilon)$  為結構性質  $\theta_i$  在檢測結果  $\varepsilon$  下的條件機率，又稱作後機率 (posterior probability)，我們以之來作為  $V_i$  修正後的機率。

現在假設  $\theta$  為連續變數，有原始的機率分佈  $f_v'(v)$ 。那麼式 4-2-7，可以改寫如下：

$$f''(\theta) = \frac{P(\varepsilon/\theta)f'(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} P(\varepsilon/\theta)f'(\theta)d\theta} \quad (4-2-8)$$

上式中  $f''(\theta)$  為經過試驗後，結構性質  $\theta$  在檢測結果  $\varepsilon$  下的條件機率分佈，又稱作  $\theta$  的後分佈 (posterior distribution)。  $f'(\theta)$  又稱作  $\theta$  的前分佈 (prior distribution)，  $P(\varepsilon/\theta)$  為當數值為  $\theta$  時，觀測值為  $\varepsilon$  的條件機率。

式 4-2-8 又可寫作：

$$f''(\theta) = k P(\varepsilon/\theta)f'(\theta) \quad (4-2-9)$$

其中  $k = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} P(\varepsilon/\theta)f'(\theta)d\theta \right]^{-1}$  為一正規化常數。

### 4-3 混凝土抗壓強度與暫態波速間統計模型之建立

雖然混凝土的強度與波速確實具有相關性，但由於材料來源及拌合條件各異，再加上一些不確定因素，因此我們無法得到波速—混凝土一對一的對應關係，只能利用統計方法建立起混凝土波速與抗壓強度之間的迴歸模型。王俊揚(1998)針對材齡 28 天，表面乾燥的混凝土試體作暫態彈性波試驗，實驗數據如表 4-3-1。商碧芬(2000)則以貝氏統計的方法，應用以上數據得到混凝土抗壓強度的後分布，以下將對其混凝土抗壓強度與暫態彈性波波速間統計模型的建立過程進行介紹。



根據 4-2-2 節介紹的貝氏修正公式：

$$f_V''(v) = \frac{f_{Y/V}(y/v)f_V'(v)}{\int_{-\infty}^{\infty} f_{Y/V}(y/x)f_V'(x)dx} \quad (4-3-1)$$

上式中的  $f_{Y/V}(y/v)$  等於式 4-2-1 中的  $P(\varepsilon/v)$ ，代表在某個混凝土抗壓強度  $v$  下，量測到波速  $y$  的條件機率。 $f_V'(v)$  為混凝土抗壓強度前分佈， $f_V''(v)$  為後分佈。

若相應於某一種混凝土強度  $v$  檢測出來的波速  $y$  是常態分佈

$N(\mu_{Y/V}, \sigma_{Y/V})$ ，則

$$f_{Y/V}(y/v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_{Y/V}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{Y/V}^2}(y - \mu_{Y/V})^2\right] \quad (4-3-2)$$

並根據迴歸分析的結果得到，

$$\mu_{Y/V} = 609.28 \ln v + 1897.1 \quad (m/sec) \quad (4-3-3)$$

$$\sigma_{Y/V} = 137.37 \quad (m/sec) \quad (4-3-4)$$

混凝土在建造之初，抗壓強度的機率分佈為

$$f_V'(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_c'} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_c'^2}(v - \mu_c')^2\right] \quad (4-3-5)$$

將式 4-3-3~4-3-5 代入式 4-3-2 中，再代入式 4-3-1 中我們就得到混凝土抗壓強度經過一次檢修正的後分佈如下：

$$f_V''(v) = \frac{k}{2\pi\sigma_{y/v}\sigma'_c} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(y - 609.28\ln v - 1897.1)^2}{\sigma_{y/v}} + \left(\frac{v - \mu'_c}{\sigma'_c}\right)^2\right]\right\}$$

(4-3-6)

如果對結構物進行  $n$  次檢測，得到  $n$  個波速值  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 。假設這  $n$  次檢測彼此互相獨立；也就是說，第  $i$  次試驗檢測到波速  $y_i$  的機率，不會被前後的檢測結果所影響，則當混凝土抗壓強度  $V = v$  時，測得這組波速的條件機率為

$$\begin{aligned} f_{y_1, y_2, \dots, y_n/v}(y_1, y_2, \dots, y_n/v) &= \prod_{i=1}^n f(y_i/v) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_{y/v}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{y/v}^2} (y_i - 609.28\ln v - 1897.1)^2\right] \end{aligned}$$

(4-3-7)

若我們仍假設混凝土強度前分佈如式 4-3-5 所示，將式 4-3-5 與式 4-3-7 代入式 4-3-1 中，就得到混凝土抗壓強度以量測結果  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  作  $n$  次修正的後分佈如下：

$$f_V''(v) = \frac{f_{y_1, y_2, \dots, y_n/V}(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n/v) f_V'(v)}{\int_{-\infty}^{\infty} f_{y_1, y_2, \dots, y_n/V}(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n/v) f_V'(x) dx} = k_1 \prod_{i=1}^n f(\epsilon_i, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n/v) f_V'(v)$$

(4-3-8)

建立了混凝土與波速之間的關係，就可以利用貝氏定理對混凝土抗壓強度作修正，但是貝氏定理中，除了要知道混凝土抗壓強度與波速之間的關係，也需要知道在固定混凝土抗壓強度下，波速的分佈情形。我們先假設相對應某一個混凝土強度  $V$  檢側出來的波速  $Y$  為常態分佈，王俊揚的實驗數據中，因為混凝土強度在 43.25MPa 時，有最多組量測波速的數據，所以使用混凝土強度 43.25Mpa 下量測的 9 點數據，畫在常態分佈或然率紙上(normal probability paper)，如圖 4-3-5，發現這九個波速值，都能夠很靠近常態分佈的直線，代表對於某個混凝土抗壓強度下，所量測到的波速可以以常態分佈當作其分佈的形式。

綜合以上所述，在混凝土抗壓強度、鋼筋面積等材料參數的機率分布都進行修正後，我們便可以對橋梁經過一段時間的使用後，橋梁受到損傷的情況表示出來，而可以對鋼筋混凝土橋梁做較合理的安全評估。

表 4-3-1 波速對抗壓強度實驗數據(28 天材齡乾燥表面)

V	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9
17.66	3431	3591	3430	3552	3584	3466			
17.28	3322	3527	3395	3311	3514				
20.31	3759	3717	3649	3780					
19.45	3831	3853	3831	3861	3838				
19.74	3809	3868	3838	3809	3824	3838			
21.81	3738	3913	3490	3484	3773	3565	3759		
28.8	4347	4106	4210	4385	3992				
28.7	4024	4032	4158	3952	4032	4192			
29.84	3960	3976	3802	3875	3868	3913			
28.7	4192	4166	4106	3968	4081	4056	4081		
24.79	3802	4008	3898	3868	3929	3960			
25.38	3831	3759	3992	3876	3745	3824			
34.59	4056	4000	4098	4073	4132				
30.67	4008	3921	3883	4008	4166				
35.22	3891	3976	4175	4140	4140	4310	4246	3976	
34.37	4040	4008	3944	4008	3906	4056	4060		
37.49	4090	4090	4090	4123	3992	4140	4065	4106	
37.58	4056	4008	4032	3921	4192	4184	4123		
43.25	4065	4158	4073	4032	4237	4192	3960	4237	4008
40.03	3922	4024	4166	4192	4175	4000	3944	4081	

V: 混凝土抗壓強度 單位: MPa

Y1 ~ Y9: 暫態波速 單位: m/sec

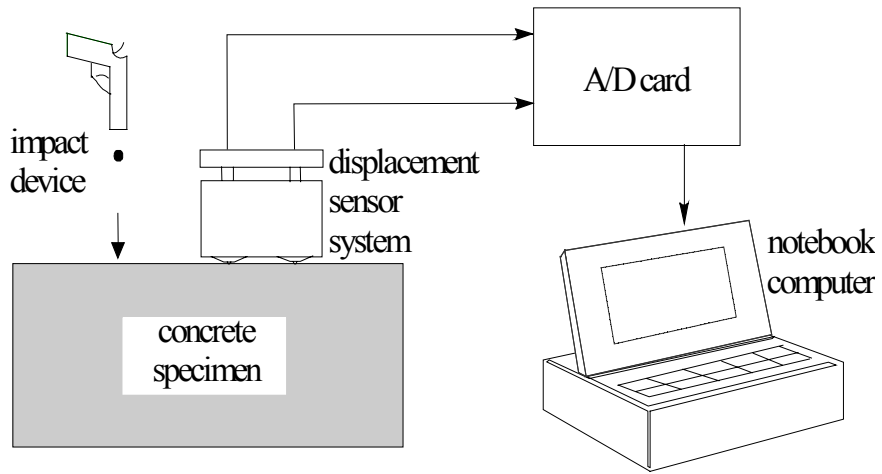


圖 4-1-1 攜帶式混凝土品質測系統

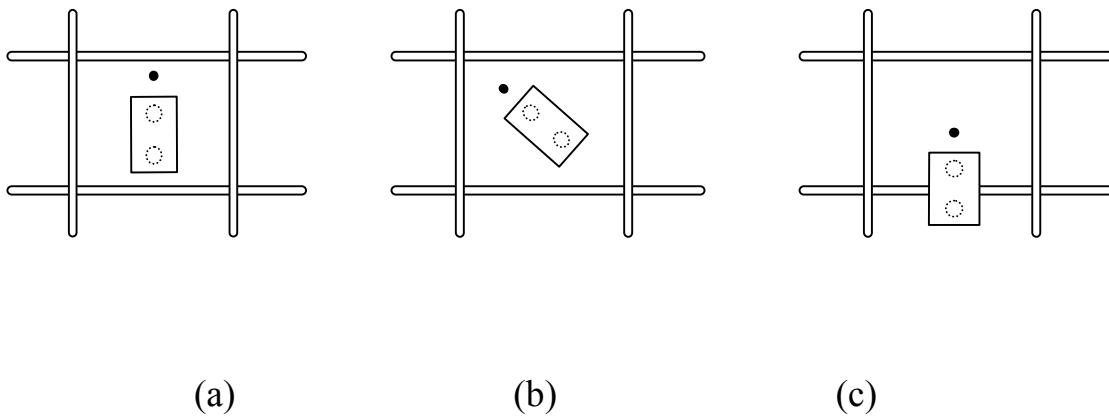


圖 4-1-2 感測系統與鋼筋網之相對位置

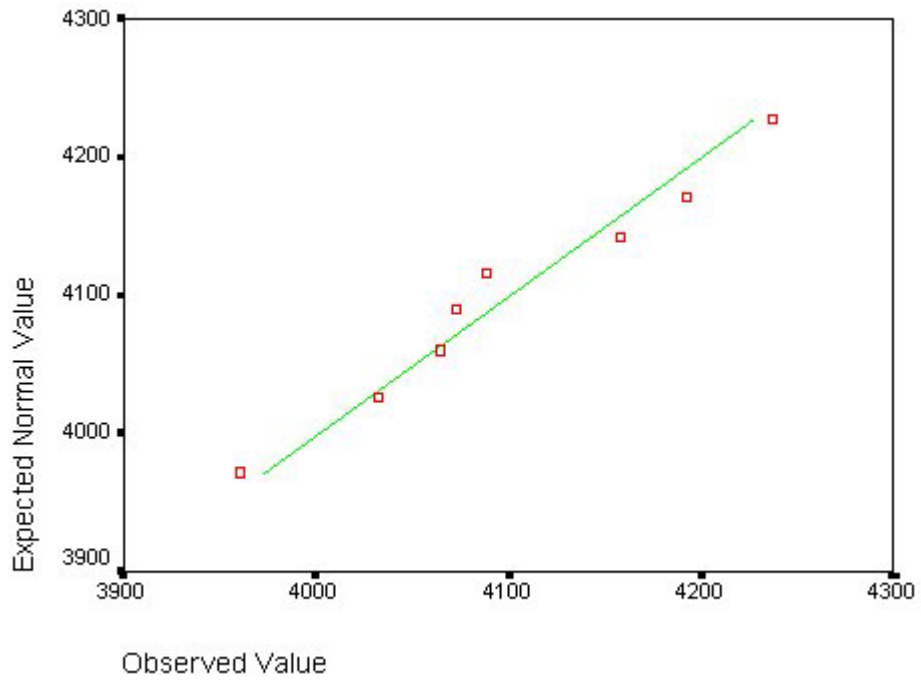


圖 4-3-1 標準常態分佈圖

## 第五章 數值算例

依橋梁的構造形式，鋼筋混凝土橋梁可以分為版梁橋(Solid Slab Girder Bridge)、T 型梁橋(T-Girder Bridge)、箱型梁橋(Box Girder Bridge) 等等。其中，箱型梁橋在橋梁跨距達 30 公尺以上時，較其他構造型式的鋼筋混凝土橋具有較佳之經濟性；同時因為大梁的頂部及底部均有翼版，抗拉鋼筋可分佈於翼版內，無論正負力矩均可發揮 T 型梁之效能；並且因為膈梁的設置，可將水電管線等隱藏於梁內而具有美觀性，故已為橋梁構造形式之主流。本研究以一座三跨箱型梁橋的數值算例及民國 50 年興建位於台中縣及南投縣交界之烏溪橋為例，依序進行橋梁損傷前後之可靠度分析。

### 5-1 三跨鋼筋混凝土箱型梁橋之可靠度分析

考慮一座使用 AASHTO LRFD 規範設計的三跨鋼筋混凝土箱型梁，跨度分別為 30m、36m 及 30m，路面寬度為 13420mm，如圖 5-1-1 及圖 5-1-2 所示(Design of Highway Bridges,1997)。混凝土抗壓強度  $f'_c$  設計值為 30MPa，鋼筋降伏強度  $f_y$  設計值為 400MPa，混凝土抗壓強度與鋼筋降伏強度之平均值與設計值的比值分別為 1.23 與 1.125，變



異係數分別為 0.18 與 0.12，機率分佈型態分別為常態分佈與對數分佈。

在本算例分析的過程中，首先需要決定有效尺寸的大小，使用式 3-4-1、式 3-4-2 及式 3-4-3，可以得到對於內梁的翼寬為 2585mm，外梁的翼寬為 2298mm，有效深度為 1640mm。因為是一座三跨的連續箱型梁橋，橋面寬為 13420mm，使用式 3-3-5，可得車道數=3，再

考慮分佈因數，使用表 3-2-4，在保守設計的前提下，令  $\frac{K_g}{Lt_s^3}$  等於 1，

對於第一段跨度及第二段的跨度，計算單車道及多車道的分佈因數，結果如表 5-1-1。同時為了確保載重是在極限狀態的狀態，使用最大值作為分佈因數，而可以得到對於內梁彎矩的分佈因數為 0.768，剪力的分佈因數為 1.01；對於外梁彎矩的分佈因數為 0.589，剪力的分佈因數為 0.811。

根據 LRFD 橋梁設計規範的規定，對於連續跨度的橋梁，要將橋梁的每個跨度都再均分成 10 等分，共 11 個位置點，如 3-3-1 節的介紹來進行分析。在本算例中因為是一個三跨度對稱的橋梁，所以只需要計算到位置 205，另外一半相同。先對內梁進行分析，車輛載重造成的彎矩，列於表 5-1-2；車輛載重造成的剪力，則列於表 5-1-3。在表 5-1-2

中我們可以看出內梁最大正彎矩的位置在 104，而最大負彎矩的位置在 200 的位置；由表 5-1-3 則可以看出對於內梁最大正剪力的位置在 200，而最大負剪力的位置在 110 的位置。

有了車輛載重造成的彎矩與剪力後，要再加上分佈因數的影響，以計算出車輛載重造成最大的彎矩及剪力設計值。以內梁位置 104 而言，兩軸車輛與標準貨車造成的彎矩間較大者為 1670kN-m，將其代入式 3-3-2，加上車道載重的值 861kN-m 及分佈因數 0.768，最後可以得到對於位置 104 的最大正彎矩設計值為 2363kN-m，根據 3-2 節的介紹，實際上車輛載重的平均值與設計值比值為 1.25，變異係數為 0.12，且為一個常態分佈，所以活載重對橋梁 104 位置所造成的彎矩  $M_{LL+IM}$  分佈為  $N(2953.5, 253.1)$  kN-m。

在橋梁的靜載重方面，令鋼筋混凝土的質量密度  $\rho_{DC}$ ，其設計值為  $2400\text{kg}/\text{m}^3$ 。鋼筋混凝土的靜載包括了橋面板及梁重，因此對於內梁單位長度的鋼筋混凝土的重量為

$$w_{DC} = \rho_{DC}g(205 \times 2440) + \rho_{DC}g(350 \times 785)，\text{得到其設計值為 } 37.56$$

N/mm。以位置 104 為例，鋼筋混凝土的載重所造成的彎矩設計值為 2410kN-m，平均值與設計值的比值為 1.05，變異係數為 0.1，亦為一個常態分佈，所以鋼筋混凝土載重對內梁位置 104 所造成的彎矩  $M_{DC}$

分佈為  $N(2530.5, 253.1)$  kN-m。

接著，計算磨耗層造成的載重。則先假設磨耗層的密度為  $2250 \text{ kg/m}^3$ ，其厚度為 75mm，因此單位長度磨耗層的載重為 5.05 kN/m，而磨耗層載重的實際值與設計值比值為 1.0，變異係數為 0.25，亦為一個常態分佈，所以磨耗層載重對內梁位置 104 所造成的彎矩  $M_{DW}$  分佈為  $N(324, 81)$  kN-m。

得到內梁幾個位置的載重以後，以同樣的方法可以計算外梁的載重，為了更清楚看到載重的影響，將靜載重與車輛載重平均值相加，結果如圖 5-1-3 及圖 5-1-4，很明顯的可以看到在位置 104 有最大的正彎矩，位置 200 有最大的負彎矩；位置 200 有最大的正剪力，位置 110 有最大的負剪力，而因為內梁的彎矩及剪力均大於外梁，在本算例中將僅對內梁進行討論。

在內梁中，根據 LRFD 橋梁設計規範，在達到滿足撓曲強度的要求下，對於位置 104 及 200 分別使用 16 根 NO.40 及 15 根 NO.45 的鋼筋，鋼筋面積為  $A_s=16000 \text{ mm}^2$  及  $A_s=22500 \text{ mm}^2$ ，斷面設計圖如圖 5-2-5 及圖 5-2-6。

### 5-1-1 橋梁損傷前可靠度分析

首先，我們對橋梁的撓曲極限狀態進行可靠度分析。橋梁的撓曲強度  $M$  為橋梁到達破壞前所能承受的最大彎矩，根據式 3-2-8：

$$M = PM_n = P \left[ A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) + 0.85 \beta_1 f'_c (b - b_w) h_f \left( \frac{a}{2} - \frac{h_f}{2} \right) \right]$$

因此，橋梁撓曲破壞的極限狀態狀態函數可寫為：

$$g = P \left[ A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) + 0.85 \beta_1 f'_c (b - b_w) h_f \left( \frac{a}{2} - \frac{h_f}{2} \right) \right] - M_{DC} - M_w - M_{LL+IM}$$

(5-1-1)

在此方程式中包括了六個隨機變數，分別是  $f'_c$ 、 $f_y$ 、 $A_s$ 、 $M_{DC}$ 、 $M_{DW}$  及  $M_{LL+IM}$ ，根據上一節的推導，各變數的機率分佈如表 5-1-4 所示。

以 CALREL 可靠度分析程式對撓曲極限狀態狀態進行一階可靠度分析的結果，破壞機率為  $3.917 \times 10^{-7}$ ，可靠度指數  $\beta$  為 4.94，確實超過 LRFD 規範的目標可靠度指數 3.5。

表 5-1-5 為撓曲極限狀態敏感度分析分析的結果。由表中可以發現可靠度指數對於三個載重平均值的敏感度均為負值，這是因為載重越大，越容易造成橋梁的破壞。而對於另外三個變數(鋼筋面積  $A_s$ 、

混凝土抗壓強度  $f'_c$  及鋼筋降伏強度  $f_y$ ) 的平均值之敏感度均為正值，則是因為撓曲強度會隨著這三個變數的增大而增加。

在六個基本變數之中，可靠度指數對鋼筋面積平均值( $A_s$ )的敏感度最大，表示鋼筋的面積對於撓曲極限狀態函數的影響大於混凝土的抗壓強度及鋼筋的降伏強度，也就是若鋼筋因腐蝕而使有效面積減少，將對橋梁可靠度有很大的影響。

觀察表 5-1-5 可以發現，可靠度指數對六個隨機變數的標準差之敏感度都是負值。這是因為當平均值固定，增大了標準差，將使分佈更趨於平坦，使超過破壞臨界點的機會越多，而使破壞機率加大。同時，可靠度指數也是對鋼筋面積的標準差最敏感，與平均值的結果是相同的。

撓曲極限狀態狀態除了檢查撓曲強度外，還須要考慮最大鋼筋量與最小鋼筋量。根據式 3-2-11，最大鋼筋量的極限狀態狀態函數可寫為：

$$g = 0.42 - \frac{c}{d} \quad (5-1-2)$$

同樣以 CALREL 進行一階可靠度分析，結果橋梁對此極限狀態狀態的破壞機率為  $7.688 \times 10^{-7}$ ，可靠度指數為 4.81，大於目標可靠度

指數 3.5。

表 5-1-6 為其敏感度分析的結果。因為最大鋼筋量限制的目的在于於希望橋梁的鋼筋先達到降伏，混凝土再破壞。所以表 5-1-6 中，可靠度指數對鋼筋面積及降伏強度的平均值敏感度均為負值，因為鋼筋量增加或降伏強度提高，都會使鋼筋先降伏的機率降低。而三個隨機變數中，以混凝土抗壓強度的平均值敏感度最高，這是因為最大鋼筋量的極限狀態狀態函數主要是與中性軸的位置有關。

根據 3-2-12，最小鋼筋量的極限狀態狀態函數可寫為：

$$g = \frac{A_s}{bd} - 0.03 \frac{f'_c}{f_y} \quad (5-1-3)$$

橋梁對此極限狀態狀態的破壞機率為  $2.220 \times 10^{-16}$ ，可靠度指數為 8.13，超出目標可靠度指數 3.5 甚多，這主要是因為此部份規範並不是以可靠度為根據所制定的。

表 5-1-7 為其敏感度分析的結果。由於最小鋼筋量的極限狀態狀態函數以鋼筋量為主要的考量因素，所以其可靠度指數對鋼筋面積平均值的敏感度為最高。

在剪力極限狀態方面，因為這是一座三跨度連續橋梁，箍筋的間

距對於能承受的剪力有很大影響，由式 3-2-26，對於不同位置箍筋的排設間距不同，將使混凝土所能承受的剪力有所不同。我們先以支承處(即位置 100)作為考量剪力影響的算例，由於支承部位鋼筋量較多，能夠抵抗較多彎矩及剪力，所要檢查的位置由支承位置向外延伸至有效深度  $d_v$ ，也就是位置 100.547 的地方。根據式 3-2-6，其剪力極限狀態狀態函數可以寫為：

$$g = P(V_c + V_s) - V_{DC} - V_{DW} - V_{LL+IM} \quad (5-1-4)$$

將所有的基本隨機變數代入，可以得到剪力極限狀態函數的可靠度指數為 5.02，機率為  $2.593 \times 10^{-7}$ 。利用 LRFD 規範設計出來的箍筋量，的確會使得剪力極限狀態函數得到的可靠度指數超越目標可靠度指數。

接著我們對剪力極限狀態函數作敏感度分析，結果如表 5-1-8，由表中我們可以發現箍筋面積平均值的敏感度遠大於其他隨機變數的敏感度，而混凝土強度為僅次於箍筋面積平均值者。也因此如果橋梁損傷後，有效箍筋面積縮小，混凝土抗壓強度降低，所造成可靠度指數的下降將極為嚴重。

再考慮軸向鋼筋的剪力極限狀態函數，根據式 3-2-31：

$$g = A_s f_y - \frac{M_{DC} + M_{DW} + M_{LL+IM}}{d_v} - (V_n + 0.5V_s) \cot \theta \quad (5-1-5)$$

對於軸向鋼筋剪力極限狀態，一階可靠度指數為 8.13，破壞機率為  $2.220 \times 10^{-16}$ ，與剪力極限狀態函數求得的結果比較，顯然對這座橋梁，軸向鋼筋抵抗剪力的能力比箍筋強。

同樣對其作敏感度分析，結果如表 5-1-9，以箍筋面積平均值的敏感度為最大，而鋼筋面積的平均值次之，這是因為軸向鋼筋除了承受最大剪力狀態下造成的應力，還有載重彎矩造成的應力，所以造成當敏感度分析時，除了箍筋面積平均值外，鋼筋面積的平均值也將有著不小影響的緣故。

接下來，是對本算例的服務性極限狀態作分析，首先先對裂縫限制來作計算，方法如 3-2-2 節所介紹的，我們先假設混凝土已經開裂，且中性軸是在梁翼內，然後比較  $0.6f_y$  及  $f_{sa}$  的大小，根據式 3-2-32， $0.6f_y$  會比  $f_{sa}$  來的大，所以使用  $0.6f_y$  當作極限狀態狀態。依照 3-4 節的推導，解出中性軸  $x$  在 83mm，小於梁頂翼的厚度 140mm，即混凝土壓力區皆位於翼版內，與最初的假設相同，代入極限狀態函數：

$$g = 0.6f_y - f_s = 0.6f_y - \frac{n(M_{DC} + M_{DW} + M_{LL+IM})(d - x)}{I_{cr}} \quad (5-1-6)$$



發現發生裂縫超過極限狀態的機率為  $2.112 \times 10^{-1}$ ，可靠度指數為 0.85。

再來計算變位極限狀態，對於車輛載重，由 3-4 節知道車輛造成的載重位移必須小於跨長除以 800。根據 3-3-1 節的介紹，車輛載重對於位移極限狀態的分佈因數  $mg$  為 0.5，動態效應為 1.33，不考慮車道載重，即  $M_{Ln}$  為零，代入式 3-3-2，得到對於位移限制的車輛載重的設計值為 467.54kN-m，假設平均值與設計值的比值仍是 1.25，變異係數為 0.12，分佈為常態分佈，所以位移限制的車輛載重為  $N(584.4, 70.1)$ kN-m，而鋼筋混凝土板與磨耗層的載重沒有改變。

得到載重後，要計算開裂前後的斷面慣性矩，開裂的中性軸及慣性矩算法結果如同裂縫極限狀態的計算  $I_{cr}$  為  $223.13 \times 10^9 \text{ mm}^4$ 。未開裂的慣性矩不考慮鋼筋面積，整個斷面只考慮混凝土，得到未開裂的慣性矩後再代入式 3-2-34，有效慣性矩  $I_e$  為  $412.8 \times 10^9 \text{ mm}^4$ ，小於未開裂的慣性矩，使用式 3-2-34 計算的有效慣性矩。將位移極限狀態寫成極限狀態函數：

$$g = \frac{\text{span}}{800} - \sum \Delta_i$$

其中  $\sum \Delta_i$  代表載重造成的總位移。最後得到可靠度指數為 1.99，破壞機率為  $3.67 \times 10^{-7}$ 。

在服務性的極限狀態狀態函數方面，雖然無論對於裂縫限制或是變位的極限狀態可靠度都未超過可靠度指數 3.5，但是這是因為服務性的破壞準則是沿用舊有的規範，並未以可靠度的理論進行校正，所以雖然低於目標可靠度指數 3.5，仍是完全符合設計規範的規定。

最後，是檢查橋梁的疲勞極限狀態狀態，對於橋梁的疲勞限制，使用式 3-2-36：

$$f_f = 145 - 0.33f_{\min} + 55\left(\frac{r}{h}\right) \geq f_{\max} - f_{\min} \quad (5-1-8)$$

則疲勞極限狀態函數可表示如下：

$$g = 145 - 0.33f_{\min} + 55\left(\frac{r}{h}\right) - (f_{\max} - f_{\min})$$

由 3-2-3 節的介紹， $r/h$  的值為 0.3，載重造成的最小彎矩  $f_{\min}$  為 0。代入上式之極限狀態，可求得可靠度指數為 6.48，破壞機率為  $4.495 \times 10^{-11}$ 。雖然 LRFD 橋梁設計規範並未對疲勞極限以可靠度的理論進行校正，但是因為此算例的橋梁跨度並不很長，同時疲勞極限狀態的標準貨車前後軸加起來的長度與橋梁的跨度相去不遠，所以車輛載重造成的鋼筋應力顯得很小，而使得可靠度遠大於目標可靠度指數 3.5。

經由以上應用一階可靠度法及敏感度分析得到的結果，我們可以初步歸納出這一座橋梁對應於 LRFD 橋梁設計規範中各分析準則的

安全評估。然而，為了進一步地印證以上分析出來的結果，我們將再以二階可靠度法進行可靠度分析與一階可靠度法相互比較，並利用 Monte Carlo 模擬法進行模擬以相互印證，結果如表 5-1-16、5-1-17 所示。

由表中我們將會發現，二階可靠度法分析得到的結果其實與一階可靠度法非常接近，特別是最大鋼筋量、軸向鋼筋剪力等項目，二階可靠度得到的結果已經與一階可靠度完全相同。一階可靠度法與二階可靠度法主要的差別在於用一次或二次曲面去取代破壞面，一階可靠度與二階可靠度結果很接近，表示此破壞面在設計點附近確實很平緩，所以用一階可靠度就可以得到很好的近似值。

表 5-1-17 中是以 Monte Carlo 模擬所得到的結果。對於服務性、位移，我們作了一億次的模擬，並且由表中可以觀察到有相當的近似；而對於撓曲、剪力及最大鋼筋量，則作了十億次的模擬，可以發現與可靠度分析得到的結果有些還算接近，但有的根本無法產生破壞的案例。

造成這種現象有一個可能的原因，當破壞機率很低時，我們需要進行非常多次的模擬才能獲得準確的結果。對於最小鋼筋量、軸向鋼筋剪力、疲勞，因為破壞的機率實在太低了，以疲勞分析準則為例，

其破壞機率 $\sim 10^{-11}$ ，若要獲得較為合理的結果，必須要進行十兆次模擬，以我們使用的個人電腦，必須計算超過 5000 個小時以上，除非改用超級電腦，否則不可行。

在 LRFD 橋梁設計規範中主要是針對撓曲及剪力以可靠度分析的理論進行校正，因此關於在撓曲與剪力的破壞準則下的系統可靠度問題，我們在這邊將特別進行討論。對於一座橋梁，無論是單單不能滿足撓曲或是剪力的破壞準則，在實際上都應視為破壞的狀態，因此我們將撓曲與剪力破壞準則作用下的系統可靠度考慮為一串聯系統 (series system)，以 CALREL 進行分析後，得到可靠度指數是 4.84，破壞機率為  $6.476E-07$ ，破壞機率比個別的單一破壞準則的結果高，但是仍然高於目標可靠度指數 3.5 的要求。

綜合以上所有的分析，這一座三跨鋼筋混凝土箱型梁橋，在設計時可以完全符合規範所有關於強度極限狀態的規定，然而，在橋梁服役一段時間後，混凝土抗壓強度可能會降低，鋼筋面積也可能因為鏽蝕而使有效面積縮小，因此我們需要進一步地使用第四章介紹的非破壞檢測法來檢測這座橋梁，並依照規範的規定來作橋梁損傷後的可靠度分析，以獲得更為符合實際情況的評估結果。

## 5-1-2 橋梁損傷後可靠度分析

假設此座橋梁經過一段時間的使用以後，鋼筋因為鏽蝕而使有效面積縮小，混凝土抗壓強度降低，鋼筋強度不變。我們分別使用測量電位法得到鋼筋的腐蝕情況，及 4-1 節介紹的暫態彈性波法求得到混凝土波速，並根據 4-3 節所介紹的混凝土波速-抗壓強度的統計模型，對於混凝土抗壓強度，利用貝氏定理得到新的混凝土抗壓強度的分佈。

由式 4-4-6，我們可以得到新的混凝土抗壓強度的後分佈如下：

$$f_v''(v) = \frac{k_1}{2\pi\sigma_{y/v}\sigma'_c} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{y - 609.28\ln v - 1897.1}{\sigma_{y/v}}\right)^2 + \left(\frac{v - \mu'_c}{\sigma'_c}\right)^2\right]\right\}$$

在本算例中，混凝土抗壓強度的原始分佈為 N(36.9,6.642)MPa，利用上式，並假設 3400、3500、3600、3700、3800、3900 及 4000m/sec 七種波速，將波速代入，得到混凝土抗壓強度的後分佈，修正後混凝土抗壓強度平均值如圖 5-1-7。

混凝土原始強度的平均值為 36.9 MPa，在這個強度下量到的波速平均值為 4223 m/s，為了代表混凝土抗壓強度經過使用後降低的情況，我們假設 3 種低於原始強度的波速，分別是 4000、3800 及 3400 m/s 來當作實驗數據，修正後的混凝土抗壓強度的後分佈平均值為

35.09、29.98 及 18.47MPa。鋼筋面積的起始值為  $N(16000,240) \text{ mm}^2$ ，我們也假設三種低於起始平均值的面積，則可以得到  $3 \times 3 = 9$  種排列組合的鋼筋面積與混凝土抗壓強度的損傷案例，列於表 5-1-10。

在有了鋼筋的有效面積與混凝土抗壓強度後分佈之後，我們可以分別對與混凝土抗壓強度相關之破壞準則進行可靠度再評估。首先分別代入撓曲、最大鋼筋量及最小鋼筋量的極限狀態狀態函數，計算出可靠度指數及機率。分析時，我們必須依照節 3-2-1 的方法檢驗鋼筋應力是否已達降伏，因為混凝土抗壓強度降低，鋼筋面積縮小，都可能使混凝土在鋼筋降伏前破壞。

表 5-1-11 所示為損傷案例一中九組數據可靠度分析的結果。由表 5-1-11 可以發現，對於撓曲極限狀態狀態方程式，可靠度指數隨著鋼筋面積或混凝土抗壓強度降低而跟著減小。我們可以再將這三個變數畫成一個 3D 的圖，灰色的部分代表低於目標可靠度指數 3.5，如圖 5-1-8 中可以看出撓曲極限狀態狀態與目標可靠度指數 3.5 的關係，隨著鋼筋面積的減小及混凝土抗壓強度的降低，都會使撓曲極限狀態狀態穿過目標可靠度指數 3.5，當鋼筋面積縮小到  $12.8 \text{ kmm}^2$ ，約是設計值的 80%，無論混凝土的抗壓強度下降多少，都已經無法達到目標可靠度指數 3.5。

除了目標可靠度指數是一個參考的指標外，我們直接使用 LRFD 橋梁設計規範的規定作為比較，規範的設計載重  $M_u$  為 7275kN-m。由於設計時混凝土抗壓強度設計值為 30MPa，平均值與設計值的比值為 1.23，為了使得橋梁損傷前後能夠比較，我們對於利用貝氏修正得到的混凝土抗壓強度平均值也都除以 1.23，假設這是設計成混凝土抗壓強度較低的情況。鋼筋因為平均值與設計值的比值為 1，所以直接使用檢測出來的結果，來計算當時的  $\phi M_n$  並比較  $M_u$ ，結果如圖 5-1-9，灰色部分表示  $\phi M_n \leq M_u$ ，就是不能滿足規範上的式子。

與圖 5-1-8 比較，發現使用 LRFD 規範上的式子，所得到的結果比目標可靠度指數 3.5 更為寬鬆，這是因為 LRFD 最主要的精神不只是到達目標可靠度指數，更是對於不同跨度及不同構造形式的橋梁，都能得到一個單一個可靠度指數，但是不一定是剛好在 3.5，大約都是在 3.5 上下，可能依照不同的設計標準會有所增減。LRFD 規範就是調整式 3-1-1 中所有的因數，使對於不同的橋梁都能得到撓曲極限狀態狀態方程式的可靠度指數在目標可靠度指數 3.5 附近。

另外比較圖 5-1-8 或圖 5-1-9 中，鋼筋面積及混凝土抗壓強度對應的可靠度指數的斜率，可以發現對於撓曲極限狀態，鋼筋面積減小對於撓曲極限狀態的影響大於混凝土抗壓強度降低，這與之前作敏感度分析的結果是相符合的，我們並且可以由將此九組數據進行敏感度

分析所做成的表 5-1-12 再次得到驗證。

表 5-1-11 中關於最大鋼筋量及最小鋼筋量的限制，對九組損傷案例進行可靠度分析的結果，可以繪成圖 5-1-10 及圖 5-1-11。由圖 5-1-10 發現對於最大鋼筋量的限制，僅有當混凝土抗壓強度低到將近 20MPa，約為設計值之 74%時，才會低於目標可靠度指數 3.5，同時由鋼筋面積及混凝土抗壓強度對應的可靠度指數的斜率也再次驗證了進行最大鋼筋量敏感度分析時，混凝土抗壓強度為最大的結論。另外，對於最小鋼筋量的限制，由圖 5-1-11 可以觀察到即使鋼筋面積及混凝土抗壓強度低到設計值的 70%，仍將遠遠大於目標可靠度指數 3.5，這是因為即使當鋼筋面積及混凝土抗壓強度同設計值的 70%時，仍有著高達 7.60 可靠度的緣故。

在剪力極限狀態函數中，只與混凝土抗壓強度與箍筋面積有關係，所以我們考慮混凝土抗壓強度與箍筋面積受到損傷的九種排列組合的損傷案例二，如表 5-1-3 所示。作可靠度分析得到結果如圖 5-1-10，發現對於混凝土抗壓強度降低造成的可靠度指數降低的斜率，比鋼筋面積縮小造成可靠度指數降低的斜率小，亦與敏感度分析的結果相同。對於剪力極限狀態函數，混凝土的抗壓強度影響性小於箍筋面積的影響性。



比較 LRFD 橋梁設計規範，結果如圖 5-1-11，灰色部分代表不能滿足規範要求的部分，與圖 5-1-10 比較，發現使用規範所得到的結果比目標可靠度指數 3.5 更為寬鬆，與撓曲極限狀態函數的情況極為類似。

再進行敏感度分析，得到對於剪力極限狀態函數的隨機變數敏感度，如表 5-1-14，會發現混凝土抗壓強度下降，對於混凝土抗壓強度的平均值敏感度會增加，對鋼筋面積縮小，也有同樣的結果，混凝土抗壓強度降低，對於剪力極限狀態函數影響就越來越大，這個結果亦與撓曲極限狀態函數的結果相同，隨著橋梁使用的時間增加，混凝土抗壓強度降低及鋼筋面積縮小，混凝土的抗壓強度就越來越重要。

## 5-2 烏溪橋之可靠度分析

考慮民國五十年興建，位於台中縣與南投縣交界處之烏溪橋，該座橋梁的構造形式為以五個跨度 34.8m-34.8m-34.8m 單元所組成的箱型梁橋，路面寬為 7.5m 雙車道，如圖 5-2-1 及圖 5-2-2 所示。混凝土抗壓強度  $f_c'$  設計值為 21MPa，鋼筋降伏強度  $f_y$  設計值為 248MPa，考量台灣地區的統計數據，混凝土抗壓強度與鋼筋降伏強度之平均值與設計值的比值分別為 1.32 與 1.125，變異係數分別為 0.05 與 0.12，機率

分佈型態分別為常態分佈與對數分佈。

在本算例分析的過程中，如同上一節的算例，首先需要決定有效尺寸的大小，使用式 3-4-1、式 3-4-2 及式 3-4-3，可以得到對於內梁的翼寬為 2120mm，外梁的翼寬為 1160mm，有效深度為 2260mm。因為同樣是以三跨的連續橋梁進行分析，所以也需要計算到位置 205，另外一半相同。

對於橋梁的受力情況，我們依舊分為活載重及靜載重分別加以計算，並且先後對內梁及外梁進行分析，將計算的結果繪圖於圖 5-2-2 及圖 5-2-3。由圖 5-2-2 中很明顯的可以看到在位置 104 有最大的正彎矩，位置 200 有最大的負彎矩；圖 5-2-3 則可觀察到位置 200 有最大的正剪力，位置 110 有最大的負剪力，在本算例中亦將針對內梁進行討論。

以內梁位置 104 為例，由 3-2-4 節的介紹，台灣地區車輛載重的平均值與設計值比值為 1.27，變異係數為 0.07，且為一個常態分佈，可以計算得橋梁 104 位置的活載重為  $N(2383.5, 166.8)$  kN-m。在靜載重方面，單位長度的鋼筋混凝土的重量為 33.14 N/mm，進一步可求得位置 104 的靜載重設計值為 3210.69kN-m。因為平均值與設計值的比值為 1.05，變異係數為 0.1，亦為一個常態分佈，所以對於內梁位置 104 的鋼筋混凝土載重為  $N(3371.6, 337.2)$  kN-m。最後並且依據 LRFD 橋梁設計規範，對於位置 104 及 200 分別配置面積

$A_s=19350\text{ mm}^2$  及  $A_s=22581\text{ mm}^2$  的鋼筋，斷面設計圖如圖 5-2-4 及圖 5-2-5。

### 5-2-1 烏溪橋損傷前可靠度分析

在本算例中，橋梁撓曲破壞的極限狀態狀態函數可寫為：

$$g = P \left[ A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) + 0.85 \beta_1 f'_c (b - b_w) h_f \left( \frac{a}{2} - \frac{h_f}{2} \right) \right] - M_{DC} - M_{LL+IM} \quad (5-1-9)$$

在此方程式中包括了五個隨機變數，分別是  $f'_c$ 、 $f_y$ 、 $A_s$ 、 $M_{DC}$  及  $M_{LL+IM}$ ，將其機率分佈列於表 5-2-1。

進行撓曲極限狀態狀態函數的可靠度分析，得到破壞機率為  $3.079 \times 10^{-8}$ ，可靠度指數  $\beta$  為 5.42，超過 LRFD 規範的目標可靠度指數 3.5。表 5-2-2 為撓曲極限狀態敏感度分析分析的結果。在五個基本變數之中，可靠度指數對鋼筋面積平均值 ( $A_s$ ) 的敏感度最大。這個結果表示雖然在不同的算例中，橋梁的尺寸大小、設計過程並不相同，鋼筋面積的平均值與混凝土抗壓強度等等的基本隨機變數也都不同，但是我們仍然可以得到鋼筋的面積對於撓曲極限狀態函數的影響大於混凝土的抗壓強度及鋼筋的降伏強度等其他隨機變數的結論。

同樣的，撓曲極限狀態狀態除了檢查撓曲強度外，還須要考慮最大鋼筋量與最小鋼筋量的限制。經過分析之後，最大鋼筋量極限狀態狀態函數的破壞機率接近為 0，可靠度指數為 14.62；而最小鋼筋量的極限狀態狀態函數的破壞機率亦趨近於 0，可靠度指數為 12.72。對於最大鋼筋量與最小鋼筋量限制的可靠度分析結果都遠大於目標可靠度指數 3.5，甚至其破壞機率都為趨近於 0 的結果，表示這一座橋梁完全不會有因為鋼筋量過多造成前拉式破壞，或是因為鋼筋量過少而有突發性破壞的情況產生。

在剪力極限狀態方面，因為也是以三跨度連續梁為單元進行分析，所以我們先以支承處(即位置 100)作為考量剪力影響的算例，檢查的位置是由支承位置向外延伸至有效深度  $d_v$ ，也就是位置 100.649 的地方。將相關的變數代入剪力極限狀態方程式：

$$g = P(V_c + V_s) - V_{DC} - V_{LL+IM} \quad (5-1-10)$$

可以得到剪力極限狀態函數的可靠度指數為 6.09，機率為  $2.595 \times 10^{-12}$ 。對剪力極限狀態函數作敏感度分析的結果如表 5-2-3，由表中我們可以發現以箍筋面積平均值的敏感度為最大，而混凝土強度次之，與三跨箱型梁橋的情況相同。

再考慮軸向鋼筋的剪力極限狀態函數：

$$g = A_s f_y - \frac{M_{DC} + M_{LL+IM}}{d_v} - (V_n + 0.5V_s) \cot \theta \quad (5-1-11)$$

對於軸向鋼筋剪力極限狀態函數，得到的可靠度指數為 8.96，機率為 0，顯然對這座橋梁，軸向鋼筋也是要比箍筋能承受更大的剪力極限狀態狀態。同樣對其作敏感度分析，結果如表 5-2-4，結果依舊與上一個算例相仿，也是以箍筋面積平均值的敏感度為最大，而鋼筋面積的平均值次之。

接下來，是分別對本算例的服務性極限狀態及疲勞極限狀態作分析。對裂縫限制極限狀態來作計算的結果是，發生裂縫超過極限狀態的機率為  $1.642 \times 10^{-2}$ ，可靠度指數為 2.13。變位極限狀態的可靠度指數為 4.66，破壞機率為  $1.567 \times 10^{-6}$ 。而疲勞極限狀態狀態函數，由 3-2-3 節的介紹， $r/h$  的值為 0.3，載重造成的最小彎矩  $f_{\min}$  為 0，可求得可靠度指數為 9.96，破壞機率為 0。

表 5-2-12 為進行二階可靠度分析後得到的結果，與一階可靠度得到的結果相較仍然沒有明顯的差異存在。而表 5-2-13 則為應用 Monte Carel 模擬法得到的結果，因為烏溪橋的可靠度普遍來說都非常高，

相對的破壞機率也非常的小，應用 Monte Carel 模擬法在有限的時間內要得到理想的結果並不是一件簡單的事。但是觀察撓曲、服務性、疲勞所得到的結果，則可以發現 Monte Carel 模擬法得到的破壞機率與可靠度分析的結果仍然是十分的相近。

最後，我們再考慮撓曲及剪力破壞準則組成一串聯系統(series system)的系統可靠度問題，分析的結果得到其可靠度指數為 5.41，破壞機率是 3.079E-08，依舊是滿足目標可靠度指數 3.5 的要求的。

對於以上以 LRFD 橋梁設計規範為分析準則，一來因為與上一節的算例同為三跨連續的箱型梁橋，再者，在以上進行可靠度分析或是敏感度分析的過程中，發現兩個算例之間有許多相同的結果。因此我們可以進一步地將兩者分析結果列於表 5-2-5 以方便比較。

由表 5-2-5，我們可以發現，無論對於哪一種分析準則，烏溪橋所求得的可靠度都要較三跨箱型梁橋來的高，不但是經過以可靠度為基礎進行校正的撓曲及剪力其可靠度指數分別有 0.5 與 1.9 的提高，其餘分析準則的可靠度指數更都有著顯著的提高。這主要的原因是因為烏溪橋的設計年代較早，當時的設計方法較為保守，並未將材料的強度考慮至非彈性區域，僅考慮了材料在彈性線性範圍內的情況，也就是以所謂的工作應力法進行的設計。雖然這樣的設計造成了材料上

的不經濟，卻使得因為材料所存在的不確定性降低了，而造成烏溪橋可靠度分析得到的可靠度指數比三跨箱型梁橋都要來得高的結果。

儘管烏溪橋以設計時的參數所求得可靠度的結果顯示其極為安全，但是因為它建造的年代已相當久遠，鋼筋的有效面積勢必因為鏽蝕等因素有著不小的減少，混凝土的抗壓強度也會大大地不如設計時的情況，因此我們也將應用前述的非破壞檢測評估方法，對其進行損傷後的分析。

### 5-2-2 烏溪橋損傷後可靠度分析

在本算例中，混凝土抗壓初始設計強度的原始分佈為  $N(27.7, 1.4)$  MPa，當在混凝土原始強度為 27.7 MPa 下，量測到的波速平均值為 3992 m/s，因為考慮橋梁的年代較為久遠，我們假設 3 種更低於原始強度的波速來當作實驗數據，分別是 3600、3400 及 3200 m/s，以反應該座橋梁較為老舊的真實情況，因此我們可以得到修正後的混凝土抗壓強度的後分佈平均值為 24.56、20.99 及 12.93 MPa。鋼筋面積的起始值為  $N(19350, 290)$  mm<sup>2</sup>，我們也假設三種低於起始平均值的面積，分別為原始面積 90%，80%，70% 的情況。表 5-2-6 所

列為前述鋼筋面積與混凝土抗壓強度的九種排列組合。

我們先對撓曲強度極限狀態進行分析，表 5-2-7 所示為這九組數據可靠度分析的結果，並將其結果作成圖 5-2-7，由圖 5-2-7 可以發現，並沒有灰色區域的出現，因此我們再對 LRFD 橋梁設計規範進行比較。

LRFD 橋梁設計規範的設計載重  $M_u$  為 6932.87kN-m，與九組損傷案例所求得的  $\phi M_n$  值比較，結果如圖 5-2-8，代表  $\phi M_n \leq M_u$  的灰色區域依舊沒有出現。這個結果顯示烏溪橋即使在損傷的情況嚴重到我們預設的損傷案例三的九組條件時，不但仍能滿足目標可靠度 3.5 的要求，也同時都能達到規範的規定。

在剪力極限狀態函數中，考慮混凝土抗壓強度與箍筋面積的九種排列組合，如表 5-2-9 所示，作可靠度分析得到結果如圖 5-2-9。我們也直接使用 LRFD 橋梁設計規範的規定，將所得的結果如圖 5-2-10，以便與圖 5-2-9 相互比較。這時候不同於撓曲強度極限狀態，圖 5-2-9 及圖 5-2-10 都分別出現未達到可靠度指數的 3.5 或是規範設計載重  $V_u$  的灰色區域。以可靠度指標為比較基準時，損傷案例四的第九組，也就是當箍筋的有效面積剩下 70%，混凝土抗壓強度降低至 12.93MPa 的情況，將不再能滿足目標可靠度指數 3.5 的要求了。



雖然對於烏溪橋的算例，我們在最初的假設便已經考慮了其年代久遠及設計方法不同所造成的影響，而考量了損傷較為嚴重的損傷案例，但是由以上分析的結果顯示，該座橋梁的可靠度指數仍然相當高。這樣的結果顯示了兩種可能：

第一、因為設計方法(工作應力法)的不同，所造成材料的不經濟，已將絕大部分材料所帶來的不確定性消除了，也就是說，對於橋梁工程上經濟性與安全性相互箝制的原則，烏溪橋因為其在材料經濟上的付出相當大，甚至已經大於在考量安全性時，節省材料所能帶來的效益。

第二、在本算例中分析的基礎是建立在規範規定的準則上，因此，許多規範未能在設計過程中明確規定的外在因素，例如裂縫、蜂窩、混凝土中性化、表層剝落等等的影響，便未能在本算例中一併考慮進去，才會造成該座橋梁損傷後仍有很高可靠度的結果。

當我們使用非破壞檢測經過貝氏修正後的結果，配合規範及可靠度分析，就可以知道橋梁受到損傷後的可靠度。利用這一套有系統的方法，得到數值化的結果，可以讓我們不但很清楚地確定橋梁安全與否，更可以知道安全或危險的程度，以更客觀的數值進行評斷，使得非破壞檢測的結果具有實用性及比較性，變成一套完整且令人信服的

系統方法。

表 5-1-1 分布因數表

分佈因數		第一段跨度 $L_1=10670\text{mm}$	第二段跨度 $L_2=12800\text{mm}$
內梁	$mg_{moment}^{SI}$	0.484	0.454
	$mg_{moment}^{MI}$	0.768	0.733
	$mg_{shear}^{SI}$	0.779	0.765
	$mg_{shear}^{MI}$	1.01	0.996
外梁	$mg_{moment}^{SE}$	0.706	
	$mg_{moment}^{ME}$	0.589	
	$mg_{shear}^{SE}$	0.995	
	$mg_{shear}^{ME}$	0.811	

表 5-1-3 車輛載重之剪力對應橋梁位置

位置	車輛載重 kN-m		車道載重 kN-m	
	正	負	正	負
100	0	0	339	0
101	742	-97	595	-64
102	1251	-195	768	-127
103	1543	-292	857	-192
104	1670	-389	861	-256
105	1637	-487	782	-320
106	1474	-584	620	-383
107	1161	-681	374	-447
108	736	-779	179	-512
109	297	-876	139	-711
110-200	239	-1846	139	-1148
201	351	-766	146	-612
202	857	-654	336	-380
203	1285	-543	626	-370
204	1557	-431	807	-370
205	1631	-319	868	-370

表 5-1-3 車輛載重之剪力對應橋梁位置

位置	車輛載重 kN		車道載重 kN	
	正	負	正	負
100	287	-32	127	-21
101	247	-32	101	-23
102	208	-49	78	-28
103	171	-82	59	-37
104	136	-121	43	-48
105	103	-158	30	-63
106	72	-193	20	-82
107	45	-226	13	-102
108	25	-256	8	-126
109	10	-282	6	-151
110	8	-305	5	-178
200	305	-31	185	-18
201	277	-31	153	-20
202	244	-33	124	-23
203	208	-62	98	-31
204	171	-96	74	-41
205	133	-133	56	-56

表 5-1-4 基本隨機變數平均值、標準差與分布型態(內梁位置 104 處)

基本隨機變數		平均值	標準差	分布型態
$M_{DC}$	kN-m	2530.5	253.1	Normal
$M_{DW}$	kN-m	324	81	Normal
$M_{LL+IM}$	kN-m	2953.8	354.5	Normal
$f'_c$	Mpa	450	54	Normal
$f_y$	Mpa	36.9	6.6	Lognormal
$A_s$	kmm <sup>2</sup>	16	0.24	Normal
$P$		1.02	0.06	Normal

表 5-1-5 撓曲極限方程式敏感度分析

基本隨機變數	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \mu_i}$	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_i}$
$M_{DC}$	-1.078E-03	-1.454E-03
$M_{DW}$	-1.078E-03	-4.654E-04
$M_{LL+IM}$	-1.078E-03	-2.037E-03
$f'_c$	2.461E-03	-2.318E-04
$f_y$	2.470E-02	-7.087E-02
$A_s$	4.592E-01	-2.500E-01

表 5-1-6 最大鋼筋量極限方程式敏感度分析

變數	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \mu_i}$	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_i}$
$f'_c$	1.285E-01	-6.149E-01
$f_y$	-1.637E-03	-5.395E-04
$A_s$	-4.782E-02	-2.637E-03

表 5-1-7 最小鋼筋量極限方程式敏感度分析

變數	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \mu_i}$	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_i}$
$f'_c$	-7.549E-02	-3.790E-01
$f_y$	2.430E-02	-8.795E-02
$A_s$	3.914E-01	-3.154E-01

表 5-1-8 剪力極限方程式敏感度分析

基本隨機變數	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \mu_i}$	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_i}$
$V_{DC}$	-7.122E-03	-9.746E-03
$V_{DW}$	-7.122E-03	-3.121E-03
$V_{LL+IM}$	-7.122E-03	-1.732E-02
$f'_c$	5.870E-02	-1.340E-01
$f_y$	1.810E-02	-4.477E-02
$A_v$	1.441E+01	-6.253E+00



表 5-1-9 軸向鋼筋剪力極限方程式敏感度分析

變數	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \mu_i}$	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_i}$
$M_{DC}$	-1.550E-03	-2.308E-03
$M_{DW}$	-1.550E-03	-2.952E-04
$M_{LL+IM}$	-1.550E-03	-3.025E-03
$V_{DC}$	-2.542E-03	-2.041E-03
$V_{DW}$	-2.542E-03	-6.554E-04
$V_{LL+IM}$	-2.542E-03	-3.624E-03
$f_y$	3.227E-02	-1.278E-01
$A_s$	1.583E+00	-6.195E-02
$A_v$	4.628E-01	-4.237E-01

表 5-1-10 應用非破壞檢測修正後之損傷案例一

編號	鋼筋面積 ( $mm^2$ )	波速檢測結果 (m/s)	貝氏統計修正混凝土 抗壓強度(Mpa)	
	平均值	平均值	平均值	標準差
1	14.4	4000	35.09	5.12
2	14.4	3800	29.98	4.99
3	14.4	3400	18.47	4.10
4	12.8	4000	35.09	5.12
5	12.8	3800	29.98	4.99
6	12.8	3400	18.47	4.10
7	11.2	4000	35.09	5.12
8	11.2	3800	29.98	4.99
9	11.2	3400	18.47	4.10

表 5-1-11 損傷案例一對撓曲極限狀態作可靠度分析

極限狀態	撓曲		最大鋼筋量		最小鋼筋量	
	代號	可靠度指數	機率	可靠度指數	機率	可靠度指數
1	4.15	1.656E-05	5.74	4.804E-09	8.55	0.000E+0
2	4.13	1.820E-05	4.87	5.500E-07	9.10	0.000E+0
3	4.03	2.767E-05	3.14	8.436E-04	10.83	0.000E+0
4	3.30	4.833E-04	5.78	3.331E-09	8.25	0.000E+0
5	3.28	5.204E-04	4.94	4.006E-07	8.81	0.000E+0
6	3.19	7.200E-04	3.21	6.548E-04	10.57	0.000E+0
7	2.34	9.589E-03	5.92	1.591E-09	7.60	1.432E-14
8	2.32	1.011E-02	5.06	2.108E-07	8.18	1.110E-16
9	2.23	1.273E-02	3.36	3.888E-04	9.99	0.000E+0

表 5-1-12 撓曲極限方程式對應不同隨機變數狀態平均值敏感度分析

編號	$M_{DC}$	$M_{DW}$	$M_{LL+IM}$	$f_y$	$f'_c$	$A_s$
1	-1.099E-03	-1.099E-03	-1.099E-03	2.320E-02	3.591E-03	5.066E-01
2	-1.102E-03	-1.102E-03	-1.102E-03	2.314E-02	5.021E-03	5.061E-01
3	-1.114E-03	-1.114E-03	-1.114E-03	2.281E-02	1.483E-02	5.032E-01
4	-1.120E-03	-1.120E-03	-1.120E-03	2.163E-02	3.455E-03	5.657E-01
5	-1.123E-03	-1.123E-03	-1.123E-03	2.157E-02	4.814E-03	5.651E-01
6	-1.135E-03	-1.135E-03	-1.135E-03	2.127E-02	1.387E-02	5.619E-01
7	-1.146E-03	-1.146E-03	-1.146E-03	1.988E-02	3.300E-03	6.405E-01
8	-1.149E-03	-1.149E-03	-1.149E-03	1.983E-02	4.581E-03	6.399E-01
9	-1.161E-03	-1.161E-03	-1.161E-03	1.956E-02	1.291E-02	6.363E-01

表 5-1-13 應用非破壞檢測修正後之損傷案例二

編號	箍筋面積 (mm <sup>2</sup> )	波速檢測結果 (m/s)	貝氏統計修正混凝土 抗壓強度(Mpa)	
	平均值	平均值	平均值	標準差
1	360	4000	35.09	5.12
2	360	3800	29.98	4.99
3	360	3400	18.47	4.10
4	320	4000	35.09	5.12
5	320	3800	29.98	4.99
6	320	3400	18.47	4.10
7	280	4000	35.09	5.12
8	280	3800	29.98	4.99
9	280	3400	18.47	4.10

表 5-1-14 損傷案例二對剪力極限狀態作可靠度分析

極限狀態	剪力	
	可靠度指數	機率
1	4.21	1.300E-05
2	3.89	4.944E-05
3	3.13	8.650E-04
4	3.51	2.241E-04
5	3.19	7.033E-04
6	2.42	7.831E-03
7	2.74	3.058E-03
8	2.42	7.770E-03
9	1.62	5.235E-02

表 5-1-15 剪力極限方程式基本隨機變數敏感度敏感分析

	基本隨機					
編號	$V_{DC}$	$V_{DW}$	$V_{LL+IM}$	$f_y$	$f'_c$	$A_v$
1	-7.837E-03	-7.837E-03	-7.837E-03	1.821E-02	6.108E-02	1.669E+01
2	-7.683E-03	-7.683E-03	-7.683E-03	1.797E-02	6.559E-02	1.678E+01
3	-7.390E-03	-7.390E-03	-7.390E-03	1.756E-02	8.142E-02	1.713E+01
4	-8.055E-03	-8.055E-03	-8.055E-03	1.694E-02	6.164E-02	1.833E+01
5	-7.904E-03	-7.904E-03	-7.904E-03	1.672E-02	6.596E-02	1.844E+01
6	-7.619E-03	-7.619E-03	-7.619E-03	1.634E-02	8.119E-02	1.888E+01
7	-8.313E-03	-8.313E-03	-8.313E-03	1.555E-02	6.237E-02	2.031E+01
8	-8.164E-03	-8.164E-03	-8.164E-03	1.536E-02	6.646E-02	2.046E+01
9	-7.889E-03	-7.889E-03	-7.889E-03	1.500E-02	8.119E-02	2.101E+01

表 5-1-16 三跨箱型梁橋一階可靠度與二階可靠度分析結果

狀態函數	一階可靠度	機率	二階可靠度	機率
撓曲	4.9394	3.917E-07	4.9406	3.894E-07
最大鋼筋量	4.8063	7.688E-07	4.0851	7.732E-07
最小鋼筋量	8.1325	2.220E-16	8.1325	2.220E-16
剪力	5.0193	2.593E-07	5.0169	2.626E-07
軸向鋼筋剪力	8.1277	2.220E-16	8.1277	2.220E-16
服務性	0.8547	1.964E-01	0.8579	2.016E-01
位移	1.9879	2.341E-02	1.9876	2.376E-02
疲勞	6.4830	4.495E-11	6.4830	4.495E-11



表 5-1-17 三跨箱型梁橋 Monte Carlo 模擬法模擬結果

狀態函數	一階可靠度	機率	Monte Carlo 模擬
撓曲	4.94	3.917E-07	6.3157895E-07
最大鋼筋量	4.81	7.688E-07	1.0526316E-06
最小鋼筋量	8.13	2.220E-16	-
剪力	5.02	2.593E-07	2.1052632E-07
軸向鋼筋剪力	8.13	2.220E-16	-
服務性	0.85	1.964E-01	1.9212000E-01
位移	1.99	2.341E-02	2.4220000E-02
疲勞	6.48	4.495E-11	-

表 5-2-1 基本隨機變數平均值、標準差與分布型態(內梁位置 104 處)

基本隨機變數		平均值	標準差	分布型態
$M_{DC}$	kN-m	3371.6	337.2	Normal
$M_{LL+IM}$	kN-m	2383.5	166.8	Normal
$f'_c$	Mpa	27.7	1.4	Normal
$f_y$	Mpa	279	33.5	Lognormal
$A_s$	kmm <sup>2</sup>	19.4	0.29	Normal
$P$		1.02	0.06	Normal

表 5-2-2 撓曲極限方程式敏感度分析

基本隨機變數	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \mu_i}$	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_i}$
$M_{DC}$	-1.144E-03	-1.182E-03
$M_{LL+IM}$	-1.144E-03	-2.389E-03
$f'_c$	3.668E-03	-1.020E-04
$f_y$	4.266E-02	-1.319E-01
$A_s$	3.904E-01	-2.393E-01

表 5-2-3 剪力極限方程式敏感度分析

基本隨機變數	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \mu_i}$	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_i}$
$V_{DC}$	-1.301E-02	-4.586E-02
$V_{LL+IM}$	-1.301E-02	-2.474E-02
$f'_c$	8.891E-02	-7.636E-02
$f_y$	3.990E-02	-1.331E-01
$A_v$	1.685E+01	-1.176E+01

表 5-2-4 軸向鋼筋剪力極限方程式敏感度分析

變數	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \mu_i}$	$\sigma_i \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_i}$
$M_{DC}$	2.557E-21	5.603E-21
$M_{LL+IM}$	2.557E-21	3.757E-21
$V_{DC}$	5.778E-21	7.800E-21
$V_{LL+IM}$	5.778E-21	4.207E-21
$f_y$	-8.456E-20	3.534E-19
$A_s$	-5.889E-19	-5.889E-19
$A_v$	-2.662E-18	1.264E-19

表 5-2-5 三跨箱型梁橋與烏溪橋之可靠度與破壞機率比較

狀態函數	三跨箱型梁橋		烏溪橋	
	可靠度	破壞機率	可靠度	破壞機率
撓曲	4.94	3.917E-07	5.42	3.079E-08
最大鋼筋量	4.81	7.688E-07	14.62	0.000E+00
最小鋼筋量	8.13	2.220E-16	12.72	0.000E+00
剪力	5.02	2.593E-07	6.90	2.595E-12
軸向鋼筋剪力	8.13	2.220E-16	8.96	0.000E+00
服務性	0.85	1.964E-01	2.13	1.642E-02
變位	1.99	2.341E-02	4.66	1.567E-06
疲勞	6.48	4.495E-11	9.96	0.000E+00

表 5-2-6 應用非破壞檢測修正後之損傷案例三

編號	鋼筋面積 ( $km^2$ )	波速檢測結果 (m/s)	貝氏統計修正混凝土 抗壓強度(Mpa)	
	平均值	平均值	平均值	標準差
1	18.38	3600	24.56	1.75
2	18.38	3400	20.99	1.05
3	18.38	3200	12.93	0.65
4	17.42	3600	24.56	1.75
5	17.42	3400	20.99	1.05
6	17.42	3200	12.93	0.65
7	15.48	3600	24.56	1.75
8	15.48	3400	20.99	1.05
9	15.48	3200	12.93	0.65

表 5-2-7 損傷案例三對撓曲極限的可靠度分析

極限狀態	撓曲	
	可靠度指數	機率
1	5.02	2.645E-07
2	5.00	2.924E-07
3	4.92	4.526E-07
4	4.62	1.953E-06
5	4.60	2.141E-06
6	4.51	3.192E-06
7	3.74	9.285E-05
8	3.72	9.999E-05
9	3.64	1.378E-04

表 5-2-8 撓曲極限方程式基本隨機變數敏感度分析

編號	基本隨機				
	$M_{DC}$	$M_{LL+IM}$	$f_y$	$f'_c$	$A_s$
1	-1.153E-03	-1.153E-03	4.141E-02	4.655E-03	4.100E-01
2	-1.156E-03	-1.156E-03	4.132E-02	6.402E-03	4.098E-01
3	-1.168E-03	-1.168E-03	4.095E-02	1.745E-02	4.087E-01
4	-1.162E-03	-1.162E-03	4.020E-02	4.601E-03	4.315E-01
5	-1.165E-03	-1.165E-03	4.011E-02	6.329E-03	4.313E-01
6	-1.177E-03	-1.177E-03	3.974E-02	1.724E-02	4.301E-01
7	-1.182E-03	-1.182E-03	3.752E-02	4.478E-03	4.829E-01
8	-1.184E-03	-1.184E-03	3.744E-02	6.162E-03	4.826E-01
9	-1.196E-03	-1.196E-03	3.709E-02	1.676E-02	4.813E-01

表 5-2-9 應用非破壞檢測修正後之損傷案例四

編號	箍筋面積 (mm <sup>2</sup> )	波速檢測結果 (m/s)	貝氏統計修正混凝土 抗壓強度(Mpa)	
	平均值	平均值	平均值	標準差
1	360	3600	24.56	1.75
2	360	3400	20.99	1.05
3	360	3200	12.93	0.65
4	320	3600	24.56	1.75
5	320	3400	20.99	1.05
6	320	3200	12.93	0.65
7	280	3600	24.56	1.75
8	280	3400	20.99	1.05
9	280	3200	12.93	0.65



表 5-2-10 損傷案例四對剪力極限的可靠度分析

極限狀態	剪力	
	可靠度指數	機率
1	5.88	2.038E-09
2	5.59	1.164E-08
3	4.72	1.165E-06
4	5.11	1.645E-07
5	4.80	8.005E-07
6	3.91	4.542E-05
7	4.24	1.114E-05
8	3.92	4.469E-05
9	3.01	1.316E-03

表 5-2-11 剪力極限方程式基本隨機變數敏感度敏感度分析

編號	基本隨機				
	$V_{DC}$	$V_{LL+IM}$	$f_y$	$f'_c$	$A_v$
1	-1.295E-02	-1.295E-02	3.721E-02	9.534E-02	1.856E+01
2	-1.289E-02	-1.289E-02	3.732E-02	1.005E-01	1.884E+01
3	-1.229E-02	-1.229E-02	3.654E-02	1.215E-01	1.931E+01
4	-1.325E-02	-1.325E-02	3.486E-02	9.714E-02	2.058E+01
5	-1.318E-02	-1.318E-02	3.494E-02	1.026E-01	2.091E+01
6	-1.257E-02	-1.257E-02	3.413E-02	1.240E-01	2.148E+01
7	-1.361E-02	-1.361E-02	3.227E-02	9.931E-02	2.309E+01
8	-1.354E-02	-1.354E-02	3.232E-02	1.051E-01	2.350E+01
9	-1.291E-02	-1.291E-02	3.147E-02	1.271E-01	2.419E+01

表 5-2-12 烏溪橋一階可靠度與二階可靠度分析結果

極限狀態	一階可靠度	機率	二階可靠度	機率
撓曲	5.4142	3.079E-08	5.4157	3.052E-08
最大鋼筋量	14.6478	0.000E+00	14.6478	0.000E+00
最小鋼筋量	12.7113	0.000E+00	12.7113	0.000E+00
剪力	6.9003	2.595E-12	6.9024	2.557E-12
軸向鋼筋剪力	8.9574	0.000E+00	8.9574	0.000E+00
服務性	2.1345	1.642E-02	2.1345	1.642E-02
位移	4.6619	1.567E-06	4.6657	1.524E-06
疲勞	9.9613	0.000E+00	9.9613	0.000E+00

表 5-2-13 烏溪橋 Monte Carlo 模擬法模擬結果

極限狀態	一階可靠度	機率	Monte Carlo 模擬
撓曲	5.42	3.079E-08	1.0526316E-09
最大鋼筋量	14.62	0.000E+00	-
最小鋼筋量	12.72	0.000E+00	-
剪力	6.90	2.595E-12	-
軸向鋼筋剪力	8.96	0.000E+00	-
服務性	2.13	1.642E-02	1.5360000E-02
位移	4.66	1.567E-06	4.2105263E-06
疲勞	9.96	0.000E+00	-

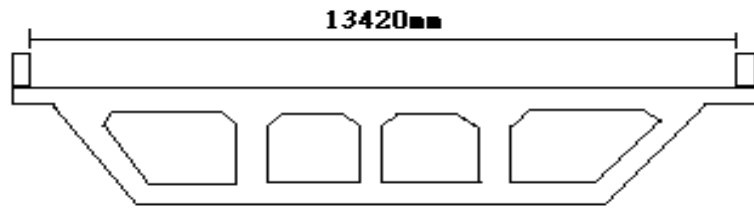


圖 5-1-1 三跨箱型梁橋剖面圖

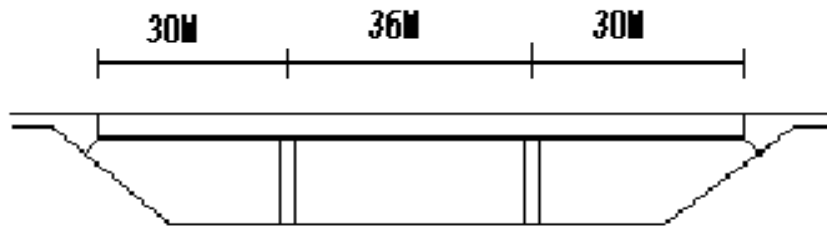


圖 5-1-2 三跨箱型梁橋側視圖

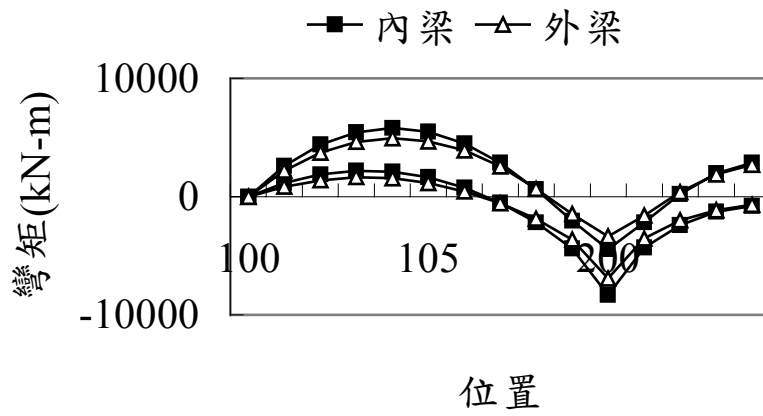


圖 5-1-3 橋梁實際彎矩平均值對應位置

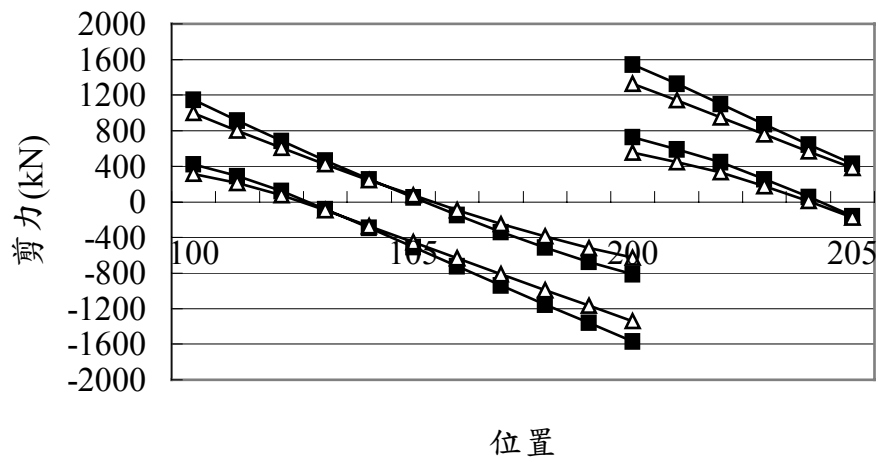


圖 5-1-4 橋梁實際剪力對應位置

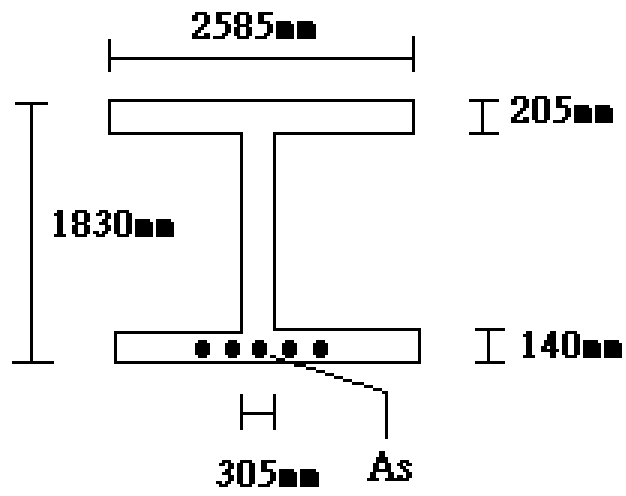


圖 5-1-5 正彎矩的設計圖

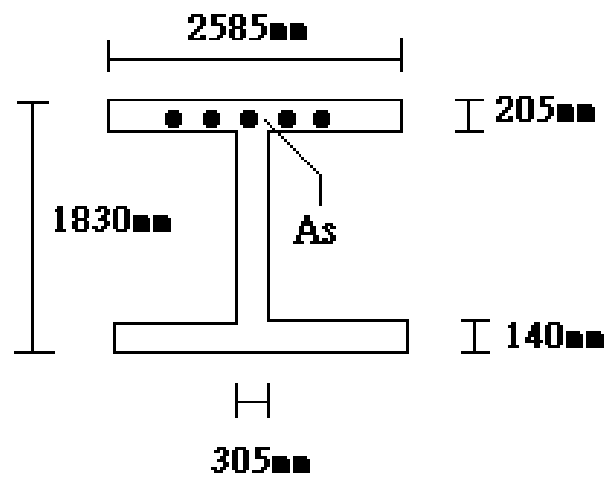


圖 5-1-6 負彎矩的設計圖

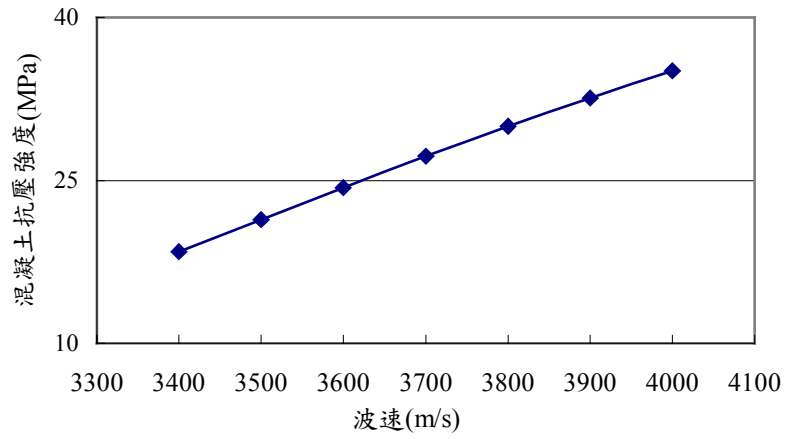


圖 5-1-7 不同波速修正原始混凝土抗壓強度的後分布平均值

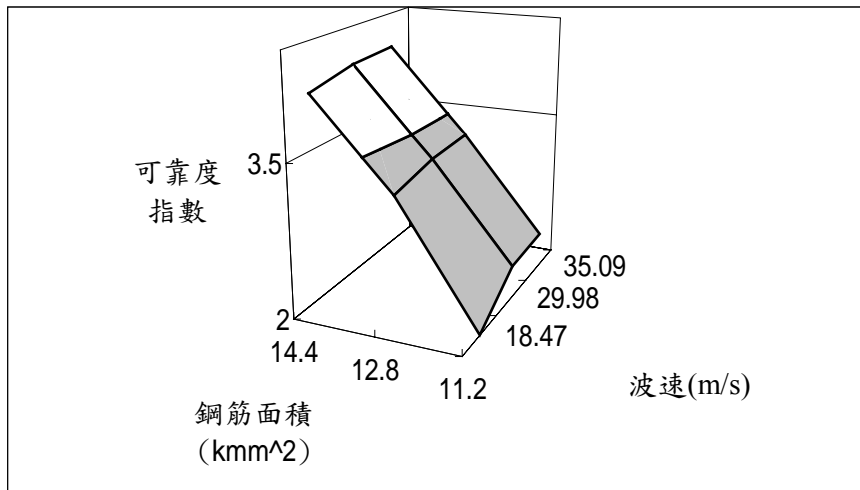


圖 5-1-8 撓曲極限方程式可靠度分析



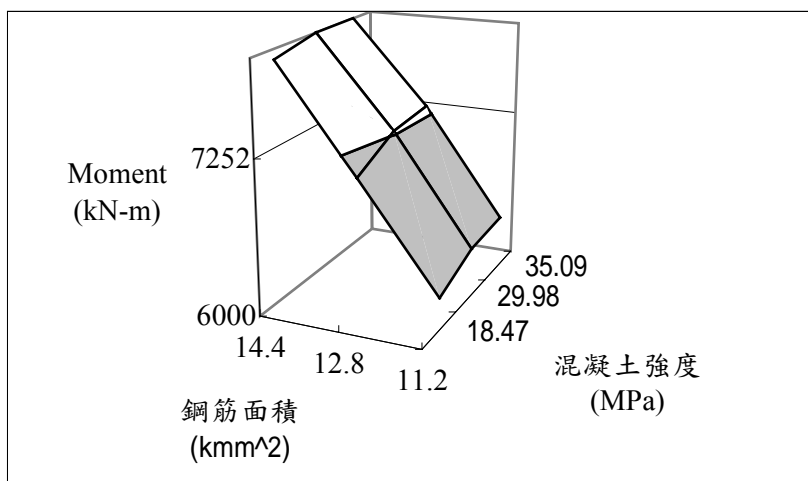


圖 5-1-9 規範撓曲限制

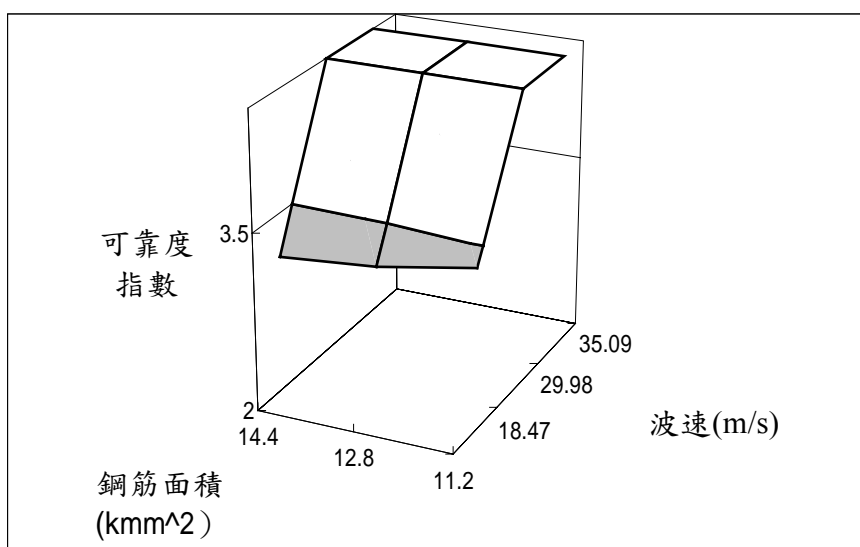


圖 5-1-10 最大鋼筋量極限方程式可靠度分析

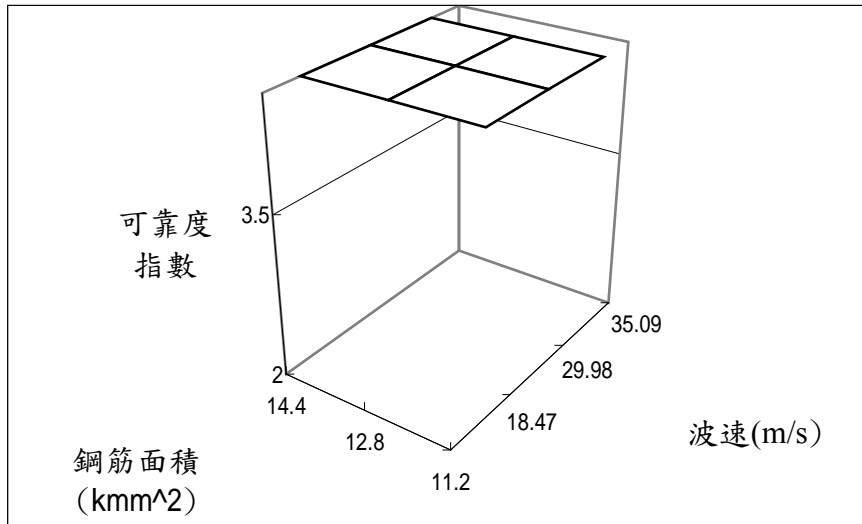


圖 5-1-11 最小鋼筋量極限方程式可靠度分析

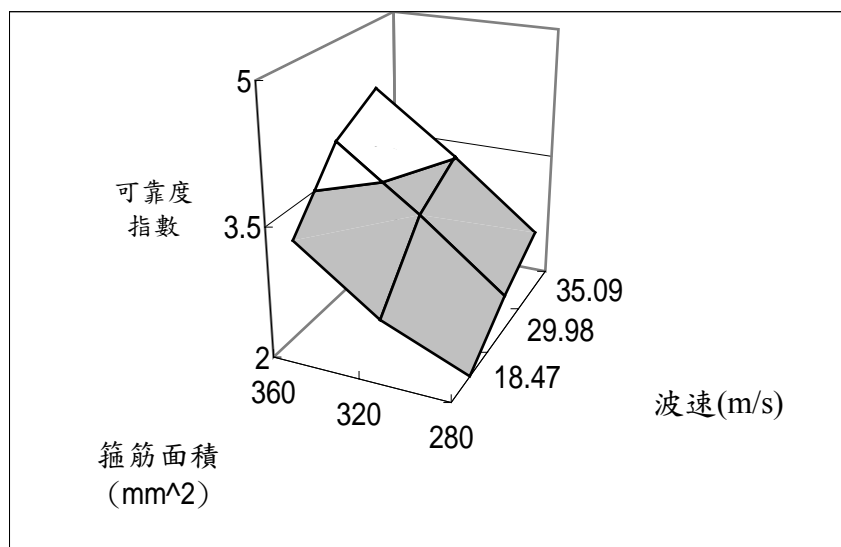


圖 5-1-12 剪力極限方程式可靠度分析

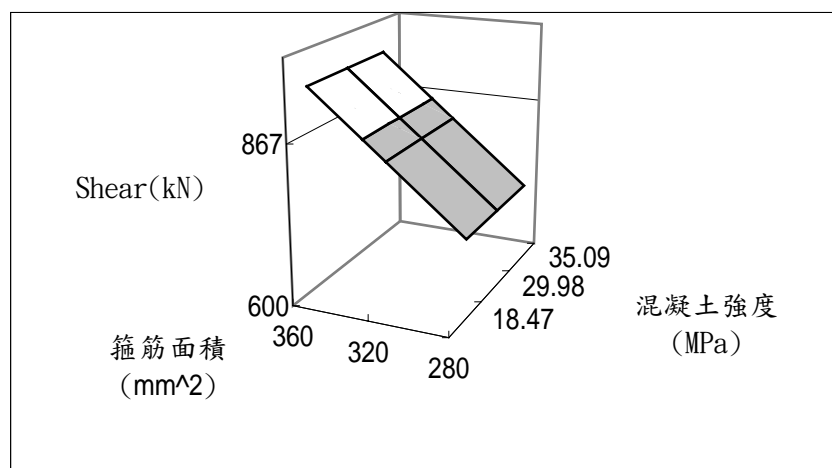


圖 5-1-13 規範剪力極限

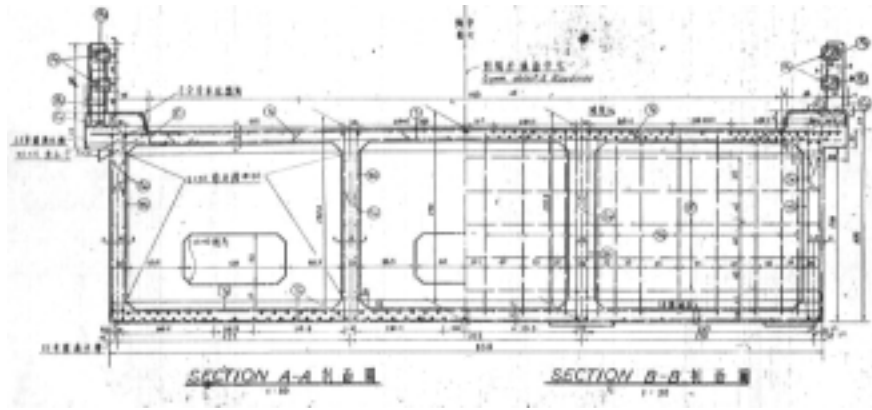


圖 5-2-1 烏溪橋剖面圖

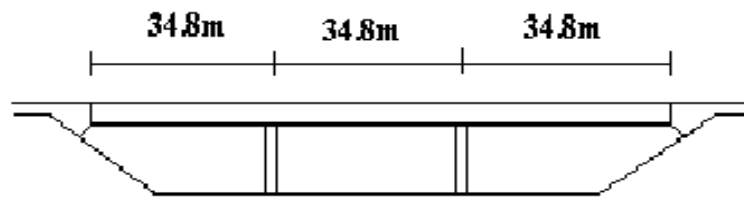


圖 5-2-2 烏溪橋側視圖

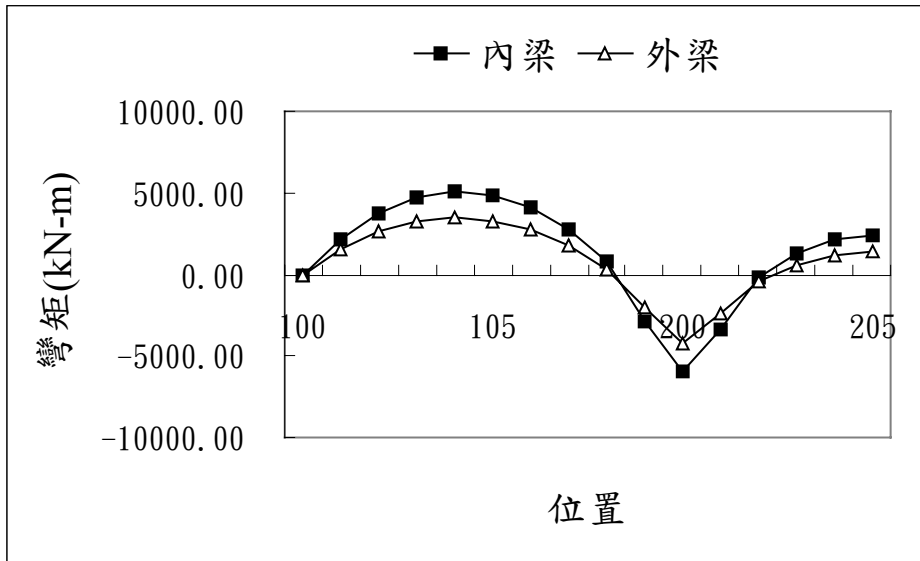


圖 5-2-3 烏溪橋實際彎矩對應位置

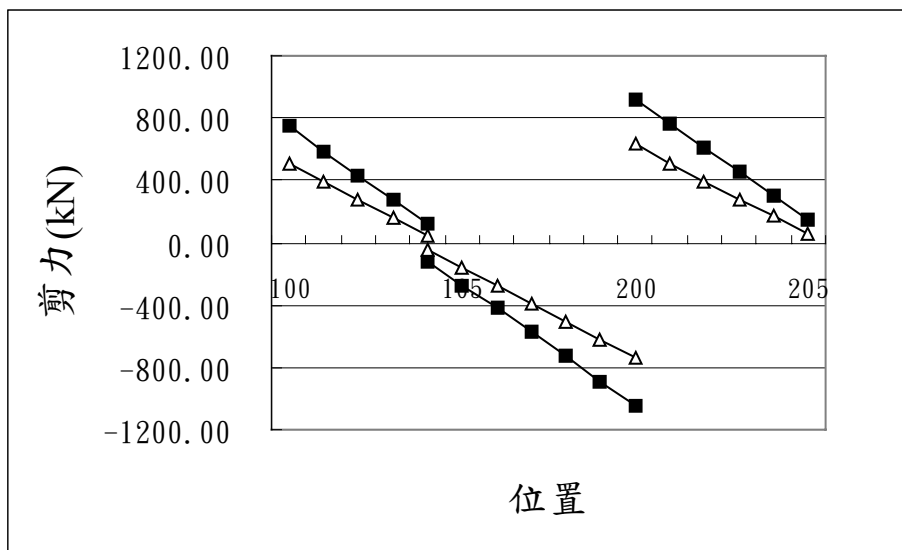


圖 5-2-4 烏溪橋實際剪力對應位置

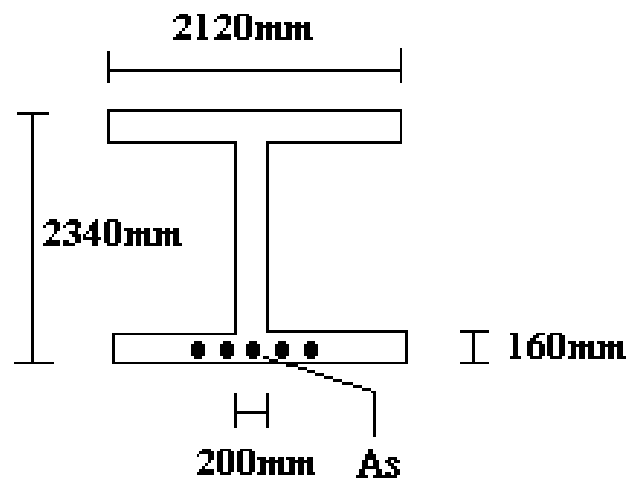


圖 5-2-5 正彎矩的設計圖

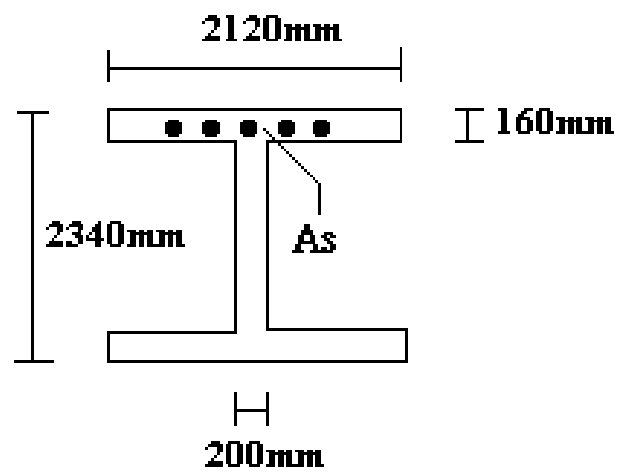


圖 5-2-6 負彎矩的設計圖

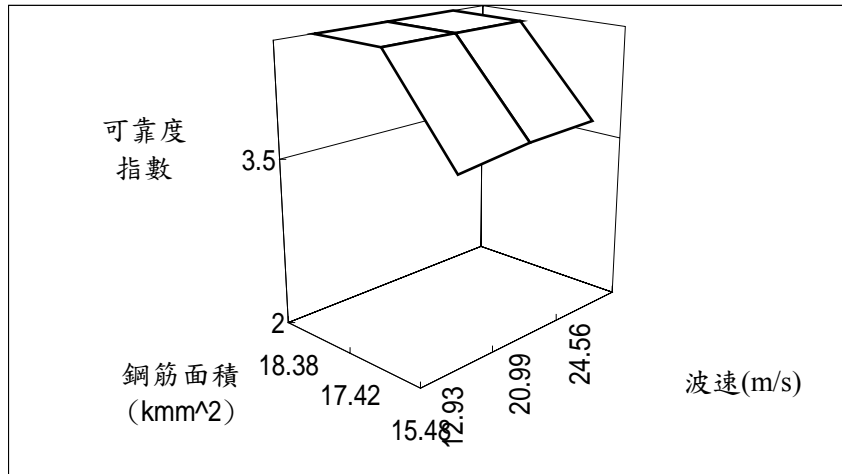


圖 5-2-7 撓曲極限方程式可靠度分析

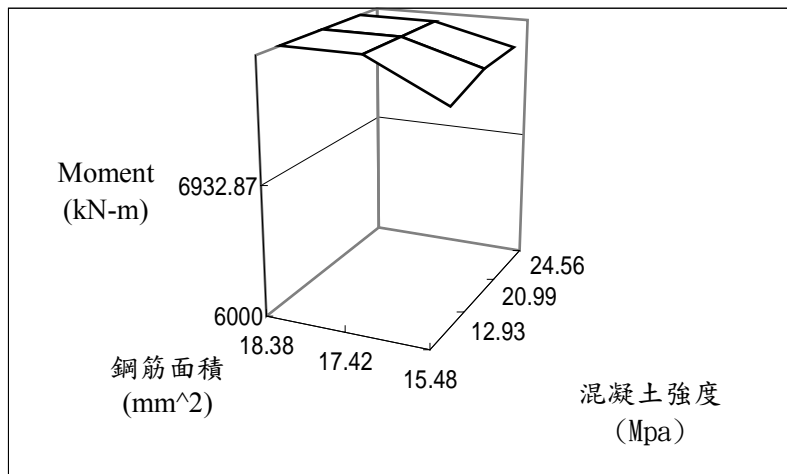


圖 5-2-8 LRFD 規範撓曲限制

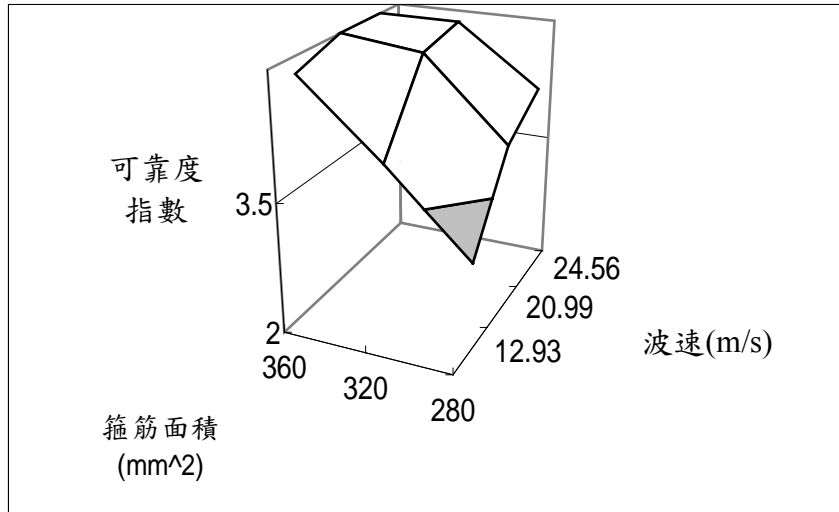


圖 5-2-9 剪力極限方程式可靠度分析

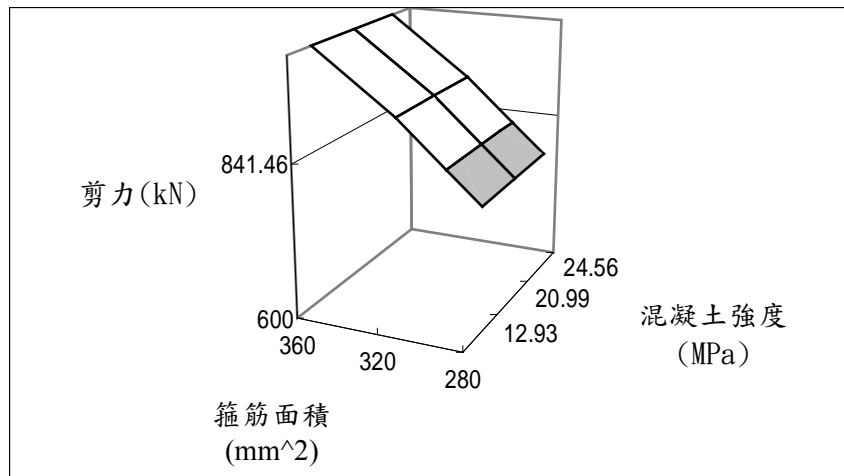


圖 5-2-10 LRFD 規範剪力限制



## 第六章 結論與展望

本研究的主旨是對於鋼筋混凝土橋梁上部結構提出一個安全評估的方法，主要是以 AASHTO LRFD 橋梁設計規範作為依據，先以一階或二階可靠度法(FORM/SORM)對橋梁進行可靠度分析，進一步應用非破壞性檢測的暫態彈性波法對橋梁的混凝土性質進行檢測，再以貝氏統計法對試驗資料之材料參數的機率分佈進行修正，並藉由修正後的試驗資料對橋梁進行可靠度再評估。

經由前面幾章的討論，可以歸納出以下幾點的結論：

1. 應用暫態彈性波法進行非破壞性檢測，經由貝氏統計法的修正，可以有系統地將檢測資料與原始設計資料結合，重建橋梁經過使用後混凝土受損的機率分佈。
2. 對於載重及強度機率分佈模型的建立，除了考量美國地區的統計資料外，針對台灣地區統計數據的特異性進行考量，將有助於實踐國內橋梁案例的安全評估。
3. 本研究中安全評估的方法是建立在AASHTO橋梁設計規範及非破壞檢測的基礎之上，因此不但具有相當的可信賴度，也將較一般

的目視法來得客觀與有效。

4. 一階可靠度法分析的結果經過二階可靠度法及Monte Carlo模擬法等印證，因此各破壞準則敏感度分析的結果可以做為橋梁生命週期中維護、補強的依據。

在應用非破壞檢測於橋梁的可靠度評估上，仍存在許多可以進一步努力的空間：

1. 經由數值算例分析比較的結果，年代較早的橋梁因為設計方法的較為保守，相對於新建的橋梁可以得到較高的可靠度。唯此一結果是建立在橋梁規範準則的基礎之上，未來仍須考量其他如裂縫、混凝土中性化等的外在影響因素，以求得更符合實情的結果。
2. 在混凝土抗壓強度後分佈的模型建立上，是以常態分佈做為假設，若能就不同抗壓強度的混凝土試體做多次波速量測，並且擴大抗壓強度的實驗範圍，將有助於建立更可靠的統計模型。
3. 對於具有特殊重要性的橋梁，考量材料因為地域性等因素所造成的差異，可以在橋梁建造之初灌製試體進行保存，日後對該座橋梁進行非破壞檢測時，便可完整地建立混凝土抗壓強度與暫態彈性波波速的關係，而得到更為精準的可靠度再評估結果。

## 參考文獻

1. AASHTO. (1998). “LRFD Bridge Design Specifications”. Washington, DC: American of Sate Highway and Transportation Officials.
2. AASHTO. (1996). “Standard Specifications for Highway Bridges”. Washington, DC: American of Sate Highway and Transportation Officials.
3. Alfredo H-S. Ang and Wilson H. Tang (1984) “Probability Concepts in Engineering Planning and Design”. Rainbow Bridge Book Co. Ltd., Canada.
4. Ernst G. Frankel (1988) “System Reliability and Risk Analysis”. Kluwer Academic Publishers,USA.
5. Barker, R.M. and Puckett, J.A. (1997) “Design of highway bridges: based on AASHTO LRFD bridge design specifications”. John Wiley, New York.
6. Chen, Wai-Fah. and Duan, Lian. (1999) “Bridge Engineering Handbook”. Boca Raton: CRC Press.
7. Ellingwood, B. (1996). “Reliability-based condition assessment and LRFD for existing structures”. Structural Safety, 1996, Vol. 18, 67-80.

8. Ellingwood, B. (2000). "LRFD: implementing structural reliability in professional practice". *Engineering Structures*, 22, 106-115.
9. Kleinbaum, D.G. and Kupper, L.L. (1978). "Applied regression analysis and other multivariable methods". Duxbury Press, North Scituate.
10. Liu, P.L. and Chian, C.C. (1997) "Parametric Identification of Truss Structures Using Static Strains" *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 7, 927-933.
11. Liu, P.-L. and Der Kiureghian, A. (1989). "Finite-Element Reliability Methods for Geometrically Nonlinear Stochastic Structure Report No. UCB/SEMM-89/05, Department of Civil Engineering, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California Berkely, Ca, Jan.
12. Nilson, A. H. (1997). "Design of concrete structures". McGraw-Hill.
13. Nowak, A. S. and Szerszen, M. M. (1998). "Bridge load and resistance models". *Engineering Structures*, Vol. 20, No. 11, 985-990.
14. Nowak, A. S. and Yamani, A. S. (1995). "A reliability analysis for girder bridges". *Structural Engineering Review*, Vol. 7, No. 3, 251-256.
15. Nowak, A. S., Ahmed S. Yamani, and Sami W. Tabsh. (1994)

- “Probabilistic Models for Resistance of Concrete Bridge Girders”. ACI Structural Journal, Vol. 91, 269-276.
16. Nowak, A. S., Member, ASCE. (1995). “Calibration of LRFD Bridge Code. Journal of Structural Engineering”. August , 1245-1251.
17. Nowak, A.S. (1993). “Live load model for highway bridges”. Journal of Structural Engineering, 13(1+2), 53-66.
18. 唐紹東(1957), “烏溪橋設計”, 公路工程 5 卷 8 期, 19~23。
19. 吳政忠、劉佩玲、王俊揚(1998), “混凝土品質非破壞檢測自動化技術”, 檢測技術 186 期, 42~49。
20. 黃世建、陳正誠、李宏仁(2000), “台灣熱軋竹傑鋼筋之力學性質與耐震韌性設計可行性探討”, 結構工程 15 卷 1 期, 22~38。
21. 洪華生、鄧漢忠(1982), “工程或然率：決策、風險、可靠度”, 科技圖書股份有限公司。
22. 國道高速公路局(1982), “中山高速公路容量分析與交通管制措施之研究”。
23. 交通部運輸研究所(1987), “高速公路交通特性分析與基本容量訂定”。
24. 中國土木水利工程學會(1999), “混凝土工程設計規範與解說”, 科技圖書股份有限公司。

25. 交通部(1999),“公路橋樑設計規範”,幼獅文化事業公司。
26. 李有豐、林安彥(2000),“橋梁檢測評估與補強”,全華科技圖書股份有限公司。
27. 黃奕峰(1991),“公路橋梁活載研究與現有橋梁載重能力評估”,國立台灣大學土木工程所碩士論文。
28. 王俊揚(1998),“非破壞性混凝土品質檢測系統之研究與應用”,國立台灣大學應用力學所碩士論文。
29. 商碧芬(2000),“鋼筋混凝土橋樑之安全評估~考量混凝土非破壞檢測數據”,國立台灣大學應用力學所碩士論文。
30. 林淦偉(2001),“應用非破壞檢測與設計規範於鋼筋混凝土橋梁之可靠度評估”,國立台灣大學應用力學所碩士論文。
31. 陸景文(2001),“台灣地區混凝土橋梁溫度、彈性應變、潛變及乾縮特性之整合研究”,國立台灣大學土木工程所博士論文。

## 計畫成果自評

本年度預計完成的五個工作項目如下：

1. 發展單跨距、多跨距之 T 型梁及箱型梁分析程式。
2. 發展鋼筋混凝土橋梁上部結構安全評估程式。
3. 以算例驗證所發展之安全評估法。
4. 研究不同破壞準則對破壞機率及破壞機率敏感度的影響。
5. 提出橋梁維修的基本指導原則。

以上工作都已完成，並已發表一篇期刊論文及二篇會議論文：

1. P.-L. Liu and B. F. Shang, “Evaluation of Bridge Safety Based on Concrete Nondestructive Test,” *Chinese Journal of Mechanic – Series A*, vol. 18, no. 4, 2002
2. P.-L. Liu and B.-F. Shang, “Evaluation of Bridge Safety Based on Concrete Nondestructive Test,” *Proceedings, the 26th National Conference on Theoretical and Applied Mechanics, Hu-Wai, Dec. 2002.*
3. P.-L. Liu and C.-Y. Kuo, “Safety Evaluation of the Upper Structure of

Bridge Based on Concrete Nondestructive Tests,” *Proceedings*, the 9th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, Berkeley, CA, July 2003.