行政院國家科學委員會專題研究計畫　成果報告

微型週期性結構聲波頻溝理論分析與微機電實驗(2/2)

計畫類別：個別型計畫
計畫編號：NSC93-2212-E-002-025-
執行期間：93 年 08 月 01 日至 94 年 07 月 31 日
執行單位：國立臺灣大學應用力學研究所

計畫主持人：吳政忠

計畫參與人員：黃自貴，孫嘉宏

報告類型：完整報告
報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文
處理方式：本計畫可公開查詢

中　華　民　國 94 年 10 月 31 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫期末報告

微型週期性結構聲波頻溝理論分析與微機電實驗（2/2）

計畫編號： NSC 93-2212-E-002-025
執行期間：93年8月1日至94年7月31日
主持人：吳政忠　　台灣大學應用力學研究所
計畫參與人員：黃自貴，孫嘉宏

一、中文摘要

經由兩種不同彈性材料組成之週期性結構，在適當調整其材料常數及排列方式後，通過之聲波有頻溝現象存在，此類結構稱為聲子晶體(phononic crystals)。本計畫旨在研究聲子晶體之頻溝現象，藉由建立之電腦叢集針對彈性波之波導現象進行討論，並延伸至彈性波於晶體結構內偏折現象之分析，如一維通道、雙通道耦合等。本計劃亦利用叢集電腦系統及平行化程式進一步以有限差分法分析表面波之頻散關係，並於具缺陷聲子晶體中之傳播行為進行研究。實驗分析上，利用聲波耦合模態設計一高頻表面聲波遲延器，做為測試聲子晶體頻溝之激發與接收裝置。依據聲波頻溝現象之分析，配合表面聲波濾波器之設計，製作有限維度之聲子晶格(晶格尺吋在數十微米等級)，驗證並分析其頻譜響應。

關鍵詞：聲子晶體、頻溝、電腦叢集、有限差分法、表面聲波、聲波通道

Abstract

The purpose of this research is to study the characteristics of acoustic band gaps in two-dimensional phononic crystals. The phononic crystal is a kind of periodic elastic material structure that there are some band gaps in which the elastic wave propagation of particular frequency is forbidden. In this project, personal computer clusters were employed and adjusted to meet the requirements of RAM and CPU time. A parallel computer program based on the finite-difference time-domain (FDTD) method was developed and discussed. The FDTD program was then used to calculate the propagating phenomena of BAW and SAW modes in two-dimensional phononic crystals. In the experimental part, high frequency SAW device was fabricated and integrated to the phononic crystal to study the band-gap characteristics. Finally, the experimental results were compared with that of the numerical results, and the potential applications were also discussed.

Keywords: Phononic crystals, Band gaps, Cluster, Finite-difference time-domain, SAW, Waveguides

二、計畫緣由與目的

近年來光子晶體(photonic crystals)之研究逐年迅速增長[1]。所謂光子晶體，即為週期性之介電質結構，因週期性結構之緣故，導致電磁波通過晶體時由於反射波對入射波造成干涉，發生所謂的頻溝現象，阻擋在某些頻率振盪之電磁波通過。由此頻溝現象，光子晶體可應用於光纖通訊上，例如近來十分熱門之高密度分波多工器(DWDM)濾波器，即為其應用之一。而由光子(photon)與聲子(phonon)之類比性，可推斷由彈性材料組成之週期性結構，在適當調整其材料常數及排列方式後，通過之聲波亦有頻溝現象存在，則將此類結構稱為聲子晶體。

針對二維聲子晶體的研究直到1993年才有所突破。首先是Kushwaha與Halevi [2]於1993年所提出的理論，研究兩種相異之

等向性彈性材料所架構的二維週期性結構，但僅針對微體波之振動提出波傳理論。Tanaka與Tamura[3,4]於1998年選用立方晶系的兩種材料(AlAs與GaAs)組合成為二維聲子晶體，提出表面波的波傳理論，說明在一般情況下，聲子晶體的表面波頻帶分佈。近期，吳[5]分析含異向性材料組合之二維聲子晶體，提出含異向性材料之表面波與微體波的波傳理論。

聲子晶體的頻溝現象，可應用於微體波濾波器或表面聲波濾波器，阻止特定角度與頻率入射的聲子傳遞，藉以達成濾波之效果，此為研究聲子晶體的主要動機。本計畫旨在建構個人電腦叢集，以應付聲子晶體龐大之記憶體與計算量需求。配合電腦叢集之建立以提昇效率，進行微型週期性結構表面聲波頻溝現象之研究。本計畫亦建立一套適用於正交性材料的有限差分方程式，並發展吸收型邊界程式碼配合使用。此結合電腦叢集有限差分方程式並延伸至彈性波於晶體結構內偏折現象之分析，如一維通道、雙通道耦合等。

不論是理論分析或有限差分計算，聲子晶體之頻溝現象計算需耗費相當大之記憶體及龐大計算量方可獲得可信賴之正確結果。對一維平面波配合週期邊界，以四階近似之差分方程式的模擬，在Pentium 4時脈為1.8GHz之個人電腦上執行初步估計耗時約21.5小時。而這樣的計算能力並不足以進行表面波的聲子晶體研究或是更大規模平面波之聲子晶體應用計算。另一方面，即便是現存的平面波理論展開法，欲求得聲子晶體精準的級數解，如表面波可存在之模態,在上述系統亦需花費約200多小時以上(Matlab數值軟體),其計算量亦相當可觀。

近來由於個人電腦之蓬勃發展，其計算能力已直逼工作站等級電腦系統，且價格反而日趨合理化，因此利用個人電腦建立叢集系統成為近日高效能計算(HPC, high performance computing)之主要趨勢。電腦叢集系統利用區域網路將多部電腦系統串連，以單一系統的模式加以管理，同時計算一個問題，實現複雜運算的平行處理。因此電腦叢集系統相當於有多顆處理器同時運算，所需計算時間可以倍數減少；同時可聯合所有記憶體，擴大計算能力之規模。電腦叢集系統除了價格較便宜，其計算能力也直逼大型系統之超級電腦，同時可依據使用者之需求及能力，建立規模適當之叢集節點數量，日後並可隨時加以擴充。而電腦叢集系統的實現在硬體及軟體上皆必須加以配合，硬體上需要高速的中央處理器、記憶體及高速網路傳輸交換設備；軟體上需配合作業系統，選擇適當的界面傳輸協定、排程管理系統並購置所需之函式庫。而更重要的關鍵在於需對程式進行平行化。

本年度計劃除延續92年度計劃在理論分析及微機電實驗之探討外，亦將利用Madariaga[6]及Virieux[7]所提出以速度-應力為變數的有限差分法，模擬彈性波在聲子晶體結構內部的波傳行為，並觀察時間域上彈性波入射的訊號，計算穿射係數與頻率的關係，做為進一步研究聲子晶體及發展其應用之重要工具。為解決龐大計算量與記憶體之問題，本計劃建立一套十二個節點之高速網路電腦叢集系統並發展平行化有限差分程式，以利往後聲子晶體應用之需。

三、研究方法與成果

(一) 個人電腦叢集之規劃與建構：

聲子晶體之平面波展開法理論計算及有限差分數值計算均需耗費極大之記憶體與計算時間，因此必須擴充計算能力及增快運算速度，方可應付後續研究所需之龐大記憶體與計算量需求，獲得可信賴之正確結果。而應用平行運算技術同時在數個中央處理器(CPU)上進行計算，將是解決計算量需求的有效手段。傳統上欲實現平行運算，在硬體設備上必須具備有多個中央處理器大型工作站或超級電腦方可達成。目前由於個人電腦蓬勃發展，其計算能力已逼近工作站等級電腦系統且價格日趨合理化，因此目前平行計算技術之發展中，利用個人電腦建立叢集系統(PC Cluster)成為高效能計算之主要趨勢。

叢集電腦乃是透過網路設備，將個別電腦之間的資料進行傳輸交換，如此便可將計算之問題切割成數個部分，分配至各

電腦上同時運算，縮短計算所需時間。另外，透過叢集電腦將問題分割，也可以將本來所需龐大記憶體無法在單一電腦上執行之程式，分散到各個電腦上執行，擴大所能研究問題之規模。因此叢集電腦可依據使用者之需求及能力，建立規模適當之叢集節點數量，日後並可隨時加以擴充。本計畫兩年內已建構一個含十二節點之個人電腦叢集系統，其每個節點主要配備為：雙中央處理器，型號Intel Xeon時脈2.8 GHz；1 GByte記憶體；80 GByte硬碟，並配置 Gigabit 網路卡以及網路交換器之高速乙太網路，其架構及設備如圖1、圖2所示。

架構叢集電腦系統除了硬體設備外，最重要的實屬程式執行之作業環境，如此方能依據此作業環境撰寫平行運算程式。現行叢集電腦系統之執行環境主要有兩大標準，分別為 MPI (Message Passing Interface) 及 PVM (Parallel Virtual Machine) ，其中 MPI 標準具有可同時在叢集電腦系統及複數 CPU 之大型電腦上執行而無須重新改寫程式、受到較多廠商支援及容易學習等優點。因此，本計畫中之平行運算程式以 MPI 標準[8]作為平行運算之語法，而所建置之叢集電腦系統作業系統及程式執行環境亦均與之配合。各個節點採用 Red Hat Linux 9.0 為作業系統，而 MPI 之實做函式庫採用 MPICH 1.2.5 版。上述之作業環境與函式皆為自由軟體(Freeware)，且可有效發揮硬體設備之效能，並提供平行化程式穩定之執行環境。

(二) 電腦分析程式之平行化與效率提昇：

如圖1之電腦叢集架構，將二維聲子晶體表面波傳電腦分析程式(平面波展開法)平行化。平行運算程式的撰寫上，則可引入MPI函式之語法，將問題依據CPU數量分割，分配至各個節點上同時計算。然而，在平面波展開法的運算中，各個節點在每個時步計算的結果都是獨立的，並無交換邊界上之資料才能進行下一次的計算，因此平面波展開法極適合用來平行化，而無須等待其他節點運算之結果。這在程式平行化的結構分析上，避免資料在網路傳輸的時間以提昇效率。

平行化程式之建立時已將程式改寫成以C++及Fortran程式語言，與Matlab數值軟體所撰寫之程式比較運算時間發現，其處理速度已快十倍以上(單一CPU)，若進行平行計算乃依CPU個數增加而呈現快速成長。

(三) 建構三維彈性有限差分數值程式：

對於具缺陷之聲子晶體頻溝結構之分析，有限差分數值分析模式將可提供彈性波波傳研究更高的彈性。有限差分法主要由泰勒級數展開的觀念，將方程式中的微分計算近似為離散的四則運算。根據動態彈性力學理論，應力波於彈性體內的傳播行為可根據運動方程式與組成律來加以描述

$$\rho \ddot{u}_i = \tau_{ij,j} + \rho f_i \tag{1}$$

$$\tau_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{2}$$

其中 ρ 為質量密度，C_{ijkl} 為材料常數，u_i 為位移，τ_{ij} 及 ε_{kl} 分別為應力及應變。程式撰寫時，再依照中央差分方式展開成差分方程式進行計算。若採用四階近似之中央差分方式將彈性波動方程式之微分項展開，則共可得到九條差分方程式。同時根據實際問題的邊界條件則可定義自由邊界格點的條件，或是對稱格點的邊界條件。如此便可使用有限差分法數值程式，改變空間中材料常數的配置，模擬聲子晶體的結構，計算彈性波在聲子晶體結構內的波傳行為。

由於聲子晶體中重複的週期結構，所以欲計算彈性波在聲子晶體內的波傳行為，必須運用對應的週期性邊界。Tanaka[4]提出以布拉克定理(Bloch’s theorem)作為週期性邊界條件的概念，利用分離變數的方法改寫運動方程式及組成率(1)與(2)。而謝等人[9]則進一步將布拉克定理直接應用至方程式(1)與(2)，其條件如下：

$$u_i(\mathbf{x}+\mathbf{a},t) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{a}} u_i(\mathbf{x}+\mathbf{a},t) \tag{3}$$

$$\tau_{ij}(\mathbf{x}+\mathbf{a},t) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{a}} (\mathbf{x}+\mathbf{a},t) \tag{4}$$

其中**a**為單位晶格的轉換向量，**k**為第一布里路因區內的波傳向量。藉由在聲子晶體

單位晶格的四周邊界的週期性邊界條件設置，即可模擬無窮週期結構的波傳行為，計算出在所指定的波傳向量**k**下的特徵模態。其方法是藉由初始條件的擾動，紀錄該條件下的位移場，再透過傅立葉轉換的計算，即可在頻譜上求得共振頻率，即為其特徵模態。

而在平行運算程式的撰寫上，則可引入MPI函式之語法，將問題依據CPU數量分割，分配至各個節點上同時計算。但如此各個節點則必須在每個時步計算完成後，皆必須交換邊界上之資料後，才能進行下一次的計算，其計算流程如圖3所示。這在程式平行化的結構分析上，稱之為「完全併發平行化」(fully synchronous parallelism)，屬於較為複雜的問題，同時平行化之後的速度提升將會受限於利用網路交換之最高速度。若以四節點，八個中央處理器的例子而言，目前約可提升為六倍的速度，其速度受到資料交換量之影響與限制。

(四) **發展有限差分法吸收邊界條件：**

由於數值模擬計算中計算機的記憶體有限，若欲計算無窮域的問題，或是為了避免邊界反射現象干擾真正波傳行為之觀察分析，必須在邊界上加以處理，使外傳波不會反射入內部，形成等同無窮域中的效果。具有這樣效果的邊界條件被稱為吸收型邊界條件(Absorbing Boundary Condition, ABC)。為了分析聲子晶體內部彈性波多重的反射及散射行為，需有吸收型邊界條件加以配合，並由此可以進行複雜排列之聲子晶體結構特性研究。

有限差分法中吸收型邊界條件最廣為所知的是Engquist[10,11]所提出彈性波的內、外傳波分離法，這樣的概念也被Mur[12]應用到電磁波的有限差分計算，稱為Mur’s ABC。然而由於內外傳波分離法只對於垂直入射邊界的波傳有較佳的吸收效果。因此，Berenger[13]提出了完全匹配層(Perfectly Matched Layer, PML)的觀念應用在電磁波的計算上，得到良好的吸收效果，而Chew與Liu[14]也將完全匹配層應用到彈性波傳的吸收邊界條件。

完全匹配層藉由延伸座標的定義，在計算區域的邊界上定義一波阻相等但具有衰減的延伸區，當波傳通過邊界進入吸收區時將不會產生反射，並且將在吸收區內隨波傳距離增加而衰減。因此，PML吸收型邊界條件對於不同頻率、不同方向入射的三維波傳皆有良好的吸收效果。Chew與Liu[14]在文章中只表示出滿足PML條件的微分方程組，本計畫中應用完全匹配層條件撰寫的中央差分有限差分方程式，其方程式之數量將由一般的九條擴增至二十七條差分方程式，計算量略有增加。

應用完全匹配層吸收邊界的條件，理論上可得到完美無反射的吸收效果，但由於數值上離散的關係以及我們所定義的邊界吸收層有限，一般而言，並不能在有限的層數中完全吸收，但是已可有效抑制波傳自邊界反射的情形。

(五) **聲子晶體聲波波導現象：**

在聲子晶體結構中，安排連續的點缺陷可以構成聲波波導，允許聲波在其中傳遞。透過超晶格(supercell)的技術，並配合週期邊界條件，便可針對在此波導內之聲波模態加以計算。

首先，以鋼/環氧樹脂正方晶格結構之二維聲子晶體為例說明聲子經晶體聲波波導之分析。聲子晶體之晶格常數a為8 mm，鋼柱之半徑r為3 mm。經由頻散曲線之分析，可得知此結構可以阻隔所有頻率在86-197 kHz之間的聲波，為一完全頻溝(total band gap)。進一步，可在此頻溝範圍內設計聲子晶體之波導結構並進行分析。聲子晶體波導結構之示意圖如圖4所示，波導的寬度d為6mm，而用以進行計算的超晶格結構為$1a\times8.5a$。由於此結構在z方向上為為無限延伸，因此聲波可被解離為共平面模態與反平面模態。圖5(a)中顯示了共平面模態之結果，包含了縱波(實線)及橫波(虛線)之結果。結果可見到，縱波存在的頻段為99-156及169-198 kHz，而橫波存在於142-163及187-198 kHz。

由於波導結構在本來無缺陷結構中的頻溝範圍出現了額外的聲波模態，被稱之為缺陷模態(defect mode)。因此在此聲子

晶體波導內可允許聲波存在並傳播。在圖5(b)中則計算了縱波及橫波入射此波導結構之穿射係數，可以得到與穿射係數相符合的結果。值得注意的是，波導內的缺陷模態並非包含整個完全頻溝所在的頻段，在低於102 kHz及164-172 kHz之間皆不存在任何模態，此為進一步應用波導所必須注意分析的特性。

在本年度計畫中，並針對聲子晶體中存在鄰近之平行波導效應進行分析，其耦合效應使得單一波導內缺陷模態分裂為對稱及反對稱形式之超模態(supermode)，其結果如圖6所示。並可據此利用單一頻率存在數個波長所產生的拍頻現象(beat phenomenon)設計出可依聲波頻率選擇波傳路徑之聲波耦合器[15]，作為以後設計聲子晶體元件之基礎。

(六) **有限差分法在表面波波傳之分析：**

在二維聲子晶體結構中，若有一表面為自由邊界，則此結構中即可存在表面波。表面波模態的計算，過去的研究中皆使用平面波展開法來進行[5]，而在本年度計算中則進一步發展有限差分法來研究表面波在聲子晶體內之傳遞。

圖7(a)表示具有一自由邊界的二維聲子晶體結構，而在另一方向上則是無窮沿伸。此一問題的幾何構造實際上為一三維的問題，因此應用有限差分法進行分析時，亦需設定一三維的區域來進行。圖7(b)表示實際上用來分析聲子晶體內表面波模態之單位晶格。在x及y方向的邊界上，如同計算二維聲子晶體微體波的設定一樣，為滿足布拉克定理之週期性邊界。而在-z方向上為自由邊界條件，在+z方向上為PML吸收邊界，以處理無窮沿伸的假設。

若針對一晶格常數為10 μm，圓柱半徑1.67 μm的鎢/矽聲子晶體進行分析，其頻散關係的計算的結果如圖8所示。同時，微體波之頻散曲線亦同時被表示出來。可見到在低頻的區段中，有不同於微體波模態之表面波分佈。以ΓX方向為例，在低於微體波橫波174 MHz之下便存在著表面波模態。而在174-212 MHz間則為表面波之頻溝，並且虛擬表面波出現在212-236 MHz的區段。在微體波為完全頻溝的頻段253-294 MHz，表面波也出現完全頻溝，但其頻溝的上下限則分別為295與236 MHz，較微體波的範圍更大。本計畫執行至此，已可有效的透過發展有限差分法來分析表面波的模態，同時可更進一步鑑別出表面波的模態，以及發展表面波聲波通道等應用，可做為實現聲子晶體元件之重要基礎。

(七) **微米級聲波頻溝現象之實驗驗證：**

在微機電製程方面，本計畫完成高填充率(0.608)之微米級二維聲子晶體結構之製作，相關實驗驗證示意圖如圖9所示。此聲子晶體結構以矽為基底，而週期排列之圓洞以ICP進行蝕刻完成。圖10之頻率響應乃採用表面波入射聲子晶體的角度為45度，頻率選擇為100 MHz，為理論分析頻溝位置之外。圖10可以發現不管有無聲子晶體的結構，表面波之大部分能量都能穿透聲子結構而具有很少的衰減。而圖11則顯示IDT的中心頻率在理論分析頻溝位置之內的頻率響應圖，所選用的角度為45度，頻率選擇為140 MHz。由於頻率位於頻溝處裡面，我們發現大部分的能量被聲子晶體擋住，無法傳到另一邊的接收端IDT。實驗的結果初步顯示在這一頻率範圍確有表面波頻溝的現象產生。

實驗之結果。我們成功的觀察到當頻率在預期頻溝內時，表面波無法通過二維聲子晶體結構。當頻率響應不是在頻溝內，因此其頻率響應維持一良好的形狀，與沒有聲子晶體結構時相差不大。而當表面波頻率在二維聲子晶體頻溝時之實驗結果，我們發現在這兩個例子中，能穿透二維聲子晶體的能量非常的小。

四、計畫成果自評

本計畫針對二維聲子晶體之微體波及表面波波導進行數值研究與分析。實驗部分以微機電製程製作微米級二維聲子晶體，佈上指叉電極產生高頻表面聲波，分析測試聲子晶體之頻溝現象，並與數值分析相互印證。本計畫的研究內容均依原先訂定的進度順利完成，成果具學術與應用

價值，除在多個研討會發表外，相關研究之成果亦投稿於國外著名物理期刊[5,9,15-17]。計畫成果除可利用有限差分法在電腦叢集上分析表面波之頻散關係外，並建立成熟的微機電製程程序，有助於作為日後後續研製相關應用元件之依據。

五、參考文獻

[1] S. G. Johnson and J. D. Joannopoulos, “PHOTONIC CRYSTALS: The road from theory to practice,” Kluwer academic publishers, Boston (2003).

[2] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, “Acoustic Band Structure of Periodic Elastic Composites,” *Phys. Rev. Lett.* **71**(13), 2022-2025 (1993).

[3] Y. Tanaka and S. Tamura, “Surface acoustic waves in two-dimensional periodic elastic structures,” *Phys. Rev. B* **58**(12), 7958-7965 (1998).

[4] Y. Tanaka, Y. Tomoyasu, and S. Tamura, “Band Structure of Acoustic Waves in Phononic Lattices: Two-Dimensional Composites with Large Acoustic Mismatch,” *Phys. Rev. B* **62**(11), 7387-7392 (2000).

[5] Wu, T.-T., Huang, Zi-Gui and Lin, S.-C. "Surface and bulk acoustic waves in two-dimensional phononic crystals consisting of materials with general anisotropy," *Phys. Rev. B* **69**, 094301 (2004).

[6] Madariaga, “Dynamics of an expanding circular fault,” Bull. Seism. Soc. Am. 66(3), 639-666 (1976).

[7] Virieux, J. and Madariaga, “Dynamic faulting studied by a finite difference method,” Bull. Seism. Soc. Am. 72(2), 345-369 (1982).

[8] 鄭守成, “MPI 平行計算程式設計”

[9] P.-F. Hsieh, T.-T. Wu and J.-H. Sun, “Three-Dimensional Phononic Band Gap Calculations using FDTD Method and a PC Cluster System,” *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect. Freq. Control*, accepted, (2005).

[10] B. Engquist, A. Majda, “Absorbing Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Waves,” *Mathematics of Computation* **31**(139), 629-651 (1977).

[11] R. Clayton, B. Engquist, “Absorbing Boundary Conditions for Acoustic and Elastic Wave Equations,” *Bull. Seism. Soc. Am.* **67**(6), 1529-1540 (1977).

[12] G. Mur, “Absorbing Boundary Conditions for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* **23**(4), 377-382 (1981).

[13] J. Berenger, “A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves,” *J. Computational Physics* **144**, 185-200 (1994).

[14] W. C. Chew, Q. H. Liu, “Perfectly Matched Layers for Elastodynamics: A new Absorbing Boundary Condition,” *J. Computational Acoustics* **4**(4), 341-359 (1996).

[15] J.-H. Sun and T.-T. Wu, “Analyses of mode coupling in joined parallel phononic crystal waveguides,” *Phys. Rev. B* **71**, 174303 (2005).

[16] T.-T. Wu and Zi-Gui Huang, “Level repulsions of bulk acoustic waves in composite materials,” *Phys. Rev. B* **70**, 214304 (2004).

[17] Z. G. Huang and T.-T. Wu, “Temperature effects on bandgaps of surface and bulk acoustic waves in two-dimensional phononic crystals,” *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **52**, 365 (2005).

六、圖表

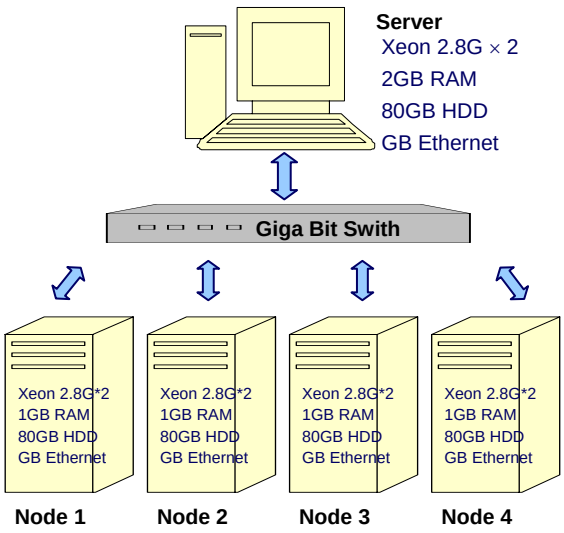


圖 1　個人電腦叢集系統架構圖

圖 2　(a) 電腦叢集系統全貌；(b) 高速交換式集線器與各節點連結現狀。

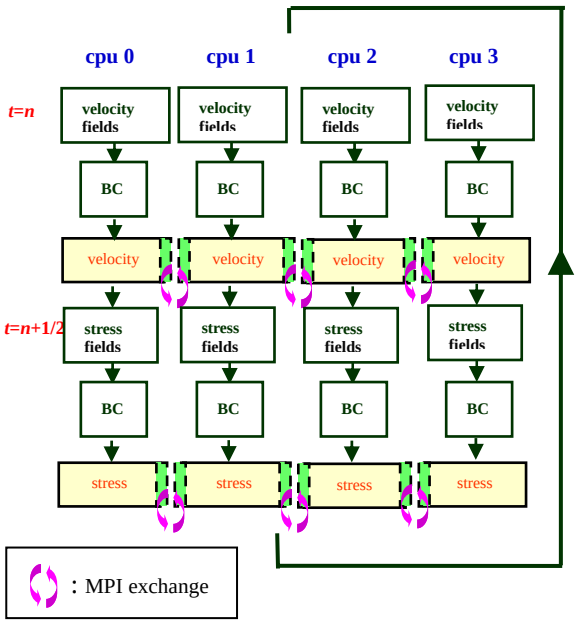


圖 3　平行化有限差分方程式計算流程圖

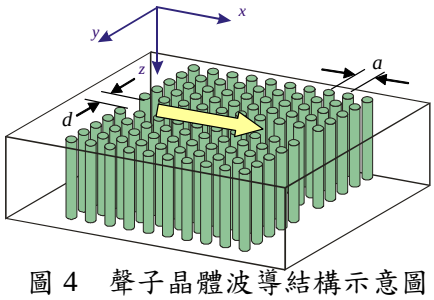
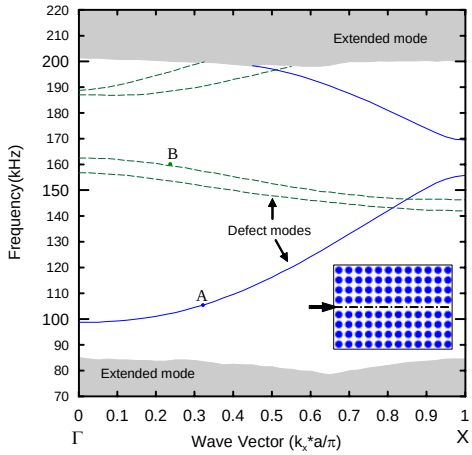


圖 4　聲子晶體波導結構示意圖



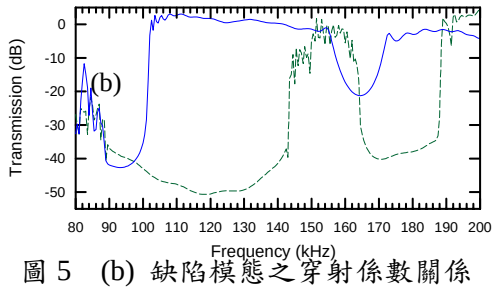


圖 5　(b) 缺陷模態之穿射係數關係

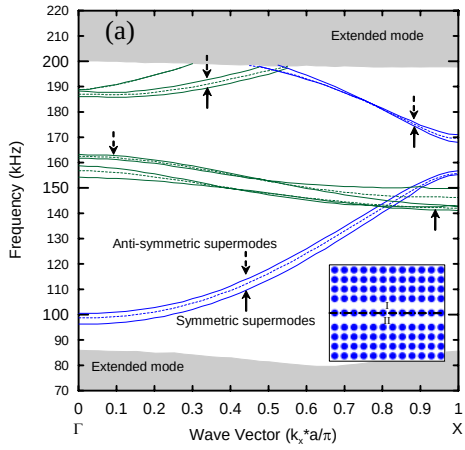


圖 6　聲子晶體平行波導超模態之頻散

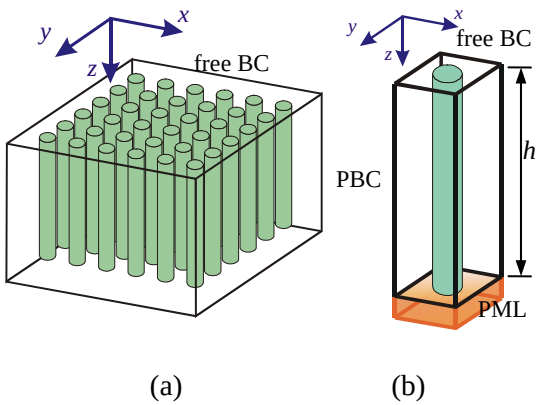


圖 7　(a) 表面波所在之聲子晶體示意圖
(b) 表面波模態分析計算設定

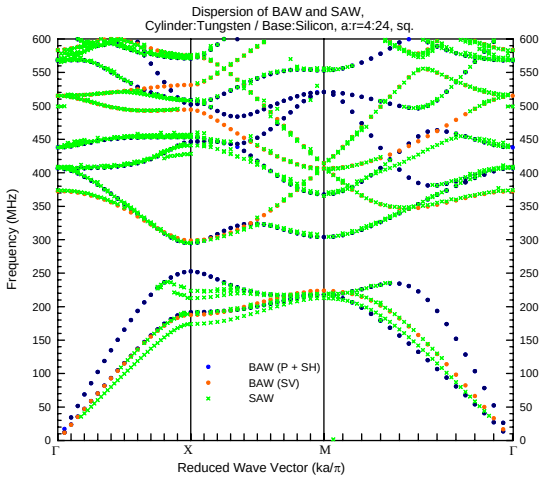


圖 8　鎢/矽聲子晶體內表面波及徹體波之頻散關係

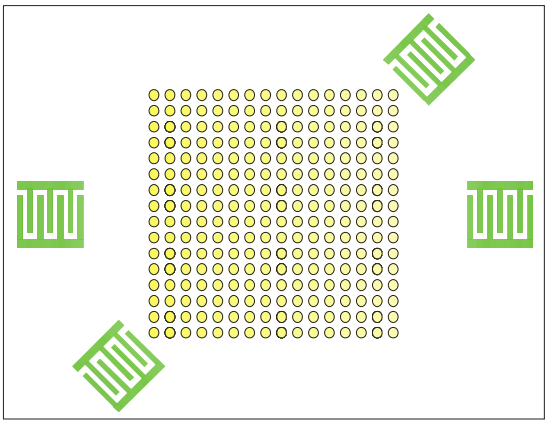


圖 9　空氣/矽聲子晶體表面波各角度頻溝實驗驗證示意圖

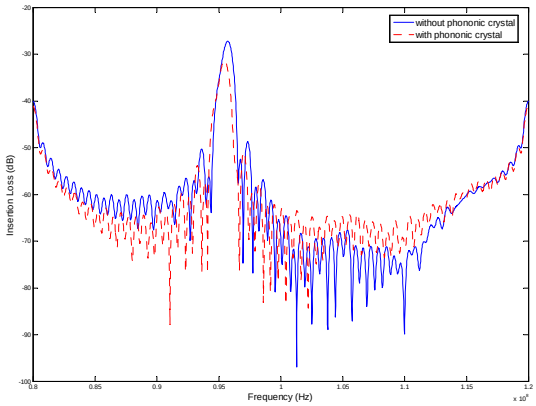


圖 10　空氣/矽聲子晶體表面波頻率響應圖(45 度，100MHz)

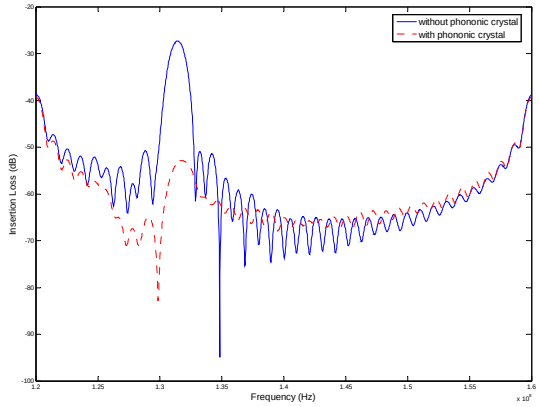


圖 11　空氣/矽聲子晶體表面波頻率響應圖(45 度，140MHz)