

模糊推論模式之建立及其應用於水文系統之研究

A Study of Fuzzy Inference Model and Its Application to Hydrosystem

國立臺灣大學農工所教授

張 斐 章

Fi-John Chang

國立臺灣大學農工所碩士

黃 源 義

Yuan-Yih Hwang

國立臺灣大學農工所碩士班研究生

梁 晉 銘

Jin-Ming Liang

摘 要

由於自然水文系統之非均質性，水文系統之「質量」一直無法被明確定義或正確評估。而模糊集及模糊系統理論在不確定性事物之評斷操作上，已被證明為一有效之工具；故對於水文系統「質量」問題的評斷上，模糊理論值得深入探討其適用性。本文主要目的在於闡示一包含模糊含意及論據之模糊推論模式，該模式主要的優點為利用簡單線性關係，即可充份描繪出非線性關係。其主要演算程序，本文除舉一數值實例作描述外，並將此模糊模式應用於水文系統上，針對降雨量與集水區特性以對河川流量的推估作詳細探討；而由模式所得之結果與傳統複迴歸分析結果相較，以驗證模糊推論模式在水文系統之適用性。

ABSTRACT

Due to the heterogeneity of the hydrosystem, the quality assessments of a hydrosystem cannot be precisely defined. The theory of fuzzy sets and system has proved to be an effective tool in handling the judgement of uncertainty. Therefore, it is well suited to the problem of hydrosystem quality assessment. The main purpose of this paper is to present a fuzzy inference model which includes the fuzzy implication and reasoning. The model has a quite simple form, but it can well to describe the main procedure of the algorithms. Application of the model to a hydrosystem which deals with streamflow estimation based on the rainfall amount and the characteristics of the watersheds is also presented. An eminent result, comparing with the result from traditional multiple regression analysis, is shown which demonstrates the usefulness of the fuzzy inference model on the hydrosystem.

一、前言

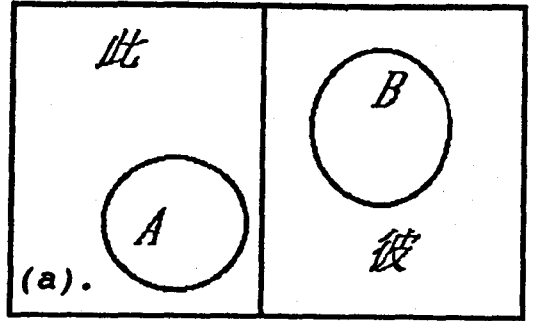
自然系統內之模糊、不明確 (uncertainty) 現象，常出現於日常生活之口語 (linguistical) 描繪中，從天氣描述、時間量度以至於距離推斷等等現象知，各種系統現象之推移、轉換，往往均以連續性微量漸變過程來達成；而傳統二值邏輯觀在處理此類問題時，通常是以離散化形式組合來取代初始系統之連續狀態，此舉將使系統中性質確實之現象可能因主觀之劃分不同而生出南轅北轍之推斷差異，故以此觀點所發展之理論，自有其先天之限制。相反地，突破二分法侷限，使往常離散假設藉由特殊函數對應之處理以得到連續化改善效果，當可較傳統集合論得到良好之模擬結果，此即為模糊集合論之發展理念。

本研究為闡示此一概念，乃以模糊集合 (Fuzzy set) 與邏輯條件式 (Logical conditional expression)，經由迴歸若干線性方程式以建立數個模糊推論式 (Fuzzy inference expression) 之模糊模式。該模式可藉由輸入資料群範圍集 (input space) 之模糊區隔，加上在任一模糊區域內均對應一簡單線性輸入—輸出關係，經由各推論相應於「投入」之輸入資料而聚合出 (aggregation) 適切之輸出模擬值；是以將可使簡單線性之模式架構疊合出足以模擬高度非線性之函數關係。本研究舉本省十九條河川為例，根據各河川流域之年平均雨量 (R)、流域面積 (A) 及年逕流量 (Q)，架構出適合引用之逕流函數 ($Q=f(R,A)$)。結果顯示其架構效果較以往複線性迴歸 (Multiple linear regression) 方法為佳。

二、前人研究

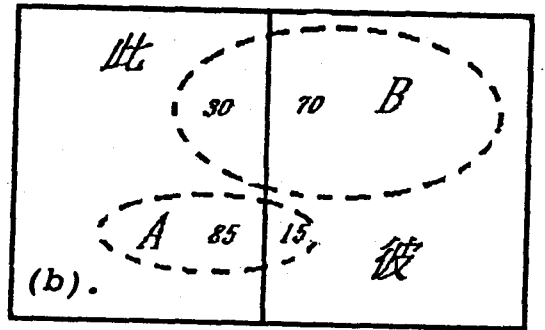
1965年美國控制理論專家L. A. Zadeh，於「Information and Control」期刊提出模糊集合 (Fuzzy set) 論文後，傳統集合論僅能提供之二值邏輯觀念為之拓展。由於模糊集合論觀念之發展，使過去形容事件之發生與否，從「絕對性質」之單一肯定狀態，可因藉著給定之特殊從屬 (隸屬) 函數 (Membership function) 來對應出從屬性 (程度)，進而表達出非絕對性之「程度效應」 (Grade effect)，其如圖1所示；所以，這種有別以往之模糊集觀念在推求模糊事物之數學模式時，可較具體的描述實際情況 [1]。

1974年倫敦大學瑪麗皇后分校E. H. Mamdam教授，則是結合模糊集與邏輯條件述句 (Logical conditional expression)，以「若~則~」之呼應方式，建立所謂模糊推論法則 (Fuzzy production rule)，並實際應用於引擎控制上，使模糊數學得以推廣至控制問題上 [2]。



(a)傳統集合論：

A,B集合，非屬「此」即屬「彼」區。
 (「此」、「彼」表為特徵函數)



(b)模糊集合論：

A,B集合，既屬「此」區，亦屬「彼」區，其分際在於程度之不同 (數字表隸屬程度)；且A,B集合之虛線邊界可更動。(「此」、「彼」表隸屬函數)

圖1 傳統集合論與模糊集合論之示意圖

而自1980年之近十幾年來，Bandler & Kohout [3,4]，Cao & Kandel [5]，Fukami [6] 與 Mizumoto [7-11] 等多位學者，則針對不同定義下之模糊推論運算子 (Fuzzy implication operator)，於不同模糊推論系統設計時，各定義可否充分反應

其重要性來進行研究。

所以，自模糊集理論提出至今，事實上已結合了甚多它種理論及運作法則，並自成一套有系統的學問。而其應用及推廣，除美、加、西歐外；在亞洲以日本、中國大陸為主。日本方面將之實用在工程應用，並於商品實例開發上佔相當份量；中國大陸則以數學理論為主，從而發展出診斷、選擇、預報等方面之專家系統。國內方面則停留在各大學院校之學術研究上，並以電機、機械、資訊、控制等領域為主，相關論文如交通大學控制學系「模糊控制理論應用於倒單擺控制之研究」(鄭應嶼、歐陽盟、鄭文泉, 1991) [14]；於土木水利方面則有台灣大學農工學系「利用模糊集理論推估河川流量之研究」(張斐章、徐國麟, 1990) [15]、「專家系統及其在水資源經營之應用」(張斐章、陳莉, 1992) [16] 等文。

三、理論架構

1. 基本原理及演算

(1) 推論式之組合

模糊模式是由數個模糊推論組合而成，其個數多寡與模糊子集欲劃分之程度有關，而每一模糊推論均是以前述邏輯條件述句「IF \sim , then \sim 」來表示。其中，前段描述「IF \sim 」為推論之前提 (premise)；後半「then \sim 」則是各推論之結論 (consequence)，兩相連接則可構成如下標準格式：

$$\begin{aligned} R^i &: \text{IF } f^i (X_1 \text{ is } A_1, X_2 \text{ is } A_2, \dots, X_k \text{ is } A_k) \\ &\text{then } y^i = g^i (X_1, X_2, \dots, X_k) \end{aligned} \quad (1)$$

其中，各重要因子分別為：

- ① 模糊變數 ($X_1 \sim X_k$)：通常是指所欲描述之系統輸入項；在推論之前提內，並非所有輸入變數均列入考量；而結論部份，則所有輸入變數項均須使用。
- ② 模糊集 (合) ($A_1 \sim A_k$)：乃是模糊變數 (X) 被劃分為若干區段時，各區所對應之非傳統集合。而不同區段 (模糊子集) 同時容納 (重疊) 相同模糊變數之情況容許發生，而且每一模糊子集，均賦與一從屬函數 (Membership function) 相對應。
- ③ 前提邏輯函數 (f^i)：為第 i 個推論中用以串聯前提中各建議 (proposition) 「 X is A 」之函數。
- ④ 輸出函數 (g^i)：為一滿足第 i 個推論中特定輸入變數組合所對應之輸出變數函數；在此，本文設定其為線性方程式函數。
- ⑤ 結論變數 (y^i)：模擬系統模式中，第 i 個推論之輸出項。

以上五項要素組成本模式之主要架構—模糊推論式 (Fuzzy inference expression)。由於各模糊子集所對應從屬函數型式甚多；為求簡便起見，本研究僅設定從屬函數型態為值域落於 $[0, 1]$ 區間之簡單線性函數。

(2) 推論運算子 (implication operator) 之定義：

前節論述中，推論前提之邏輯函數 (f) 內，可能同時存在相當數目之獨立建議 (proposition) 「 X is A 」；故如何使結論中輸出函數 (g) 得到足以反應各輸入資料組在架構模式時之重要性 (權重)，則有待推論運算子定義之釐清；本文將運算子之表示 (notation) 以 「 $A_1 (X_1) \wedge \dots \wedge A_k (X_k)$ 」 (K 為輸入變數或其對應之模糊集種類) 代之；故當一邏輯函數 (f) 為 「 X_1 is A_1, X_2 is A_2 」時，其「值」 (true value) $|f|$ 求算如下：

$$|f| = |X_1 \text{ is } A_1, X_2 \text{ is } A_2| = A_1 (X_1) \wedge A_2 (X_2) \quad (2)$$

其中 X 表模糊輸入變數

A 表對應于各模糊輸入變數之模糊子集

A(X)表各模糊子集相應之從屬函數

Δ 表取最小值之數學運算

③模糊推論之演算法 (algorithm)

針對完整模式之個別模糊推論 (如式(1)) 來求算模擬之推估輸出時, 其推理演算可示如下:

①投入一組輸入資料 (X_1', X_2', \dots, X_k') 於模式中, 並由推論中相對稱之線性方程式得若干對應于該推論之局部輸出值 (y^i):

$$y^i = P_0^i + P_1^i X_1' + P_2^i X_2' + \dots + P_k^i X_k' \quad (3)$$

; P 為各變數之係數

i 表第 i 個模糊推論

②求算各推論前提邏輯函數之「值」 (true value) 以便求出 a 項中局部輸出值之加權因子 (weight factor) Wy^i :

$$\begin{aligned} |f^i| &= |(X_1' \text{ is } A_1^i, X_2' \text{ is } A_2^i, \dots, X_k' \text{ is } A_k^i)| \\ &= A_1^i(X_1') \Delta A_2^i(X_2') \Delta \dots \Delta A_k^i(X_k') \end{aligned}$$

假設各推論於完整模式之架構中, 均具相同貢獻; 則各推論式相對於模式之加權「值」 ($|R^i|$), 在此均設為 1, 故局部輸出值之權重 Wy^i 表示如下:

$$\begin{aligned} Wy^i &= |f^i| \Delta |R^i| \\ &= (A_1^i(X_1') \Delta A_2^i(X_2') \Delta \dots \Delta A_k^i(X_k')) \Delta 1 \\ &= A_1^i(X_1') \Delta A_2^i(X_2') \Delta \dots \Delta A_k^i(X_k') \end{aligned} \quad (4)$$

③由①和②兩項結果可知, 最終模式之對應單一輸出值, 為兩者綜合之所得。故於此, 引入一質心式非模糊化轉置機制 (centroid defuzzifier) 來處理, 其計算式如下:

$$\hat{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (Wy^i * y^i)}{\sum_{i=1}^n Wy^i}$$

為求進一步說明運算流程, 本文舉一多項式 $Y = Y(X)$ 為例:

$$Y = \left(\frac{X}{100}\right)^4 - \left(\frac{X}{100}\right)^3 + \left(\frac{X}{100}\right)^2 - \left(\frac{X}{100}\right)$$

上式中, Y 為 X 之高次多項式, 吾人之目的為利用二模糊子集之線性架構, 以模擬此一高度非線性系統; 假設二個模糊子集 {小, 大} 之區段邊界分別訂定為 [1, 157] 與 [75, 200], 而推論組合處理如后:

$$R^1 : \text{IF } f^1(x \text{ 落於 } \{\text{小}\}) \text{ then } y^1 = -0.4749 + 0.0073x$$

$$R^2 : \text{IF } f^2(x \text{ 落於 } \{\text{大}\}) \text{ then } y^2 = -11.2217 + 0.0943x$$

當投入值 $X = 80$ 時, 其計算步驟則列如下表 1; 而對此一連續函數之自變數 X, 取其落于值域 [0, 200] 內之 100 個整數資料組 (含 $X = 80$) 來對前述模式架構進行演算時, 可得如圖 2 之結果。

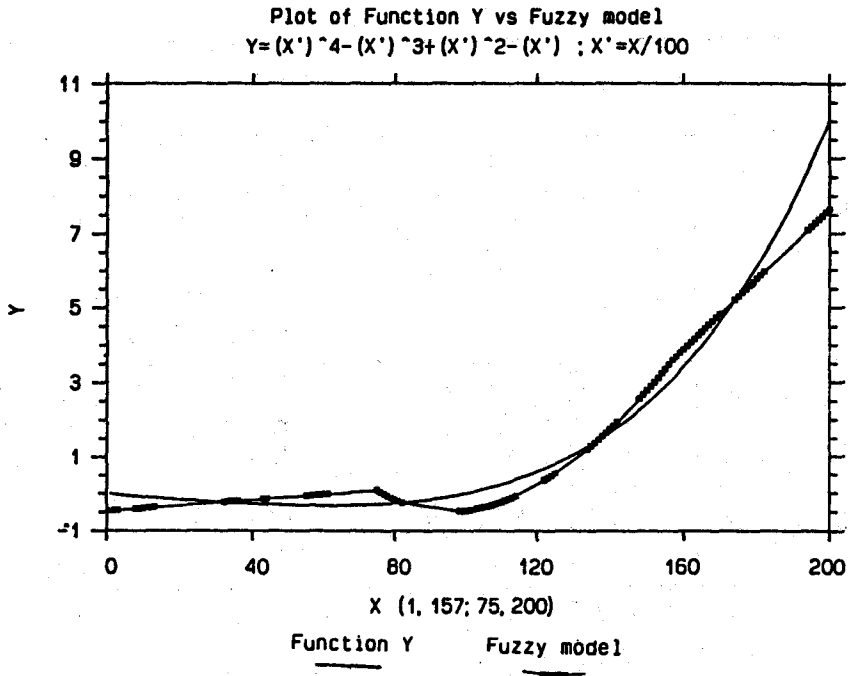


圖2 模糊集 {小、大} 區間邊界為 [1, 157] , [75, 200] 時模式架構模擬值與原函數之比較

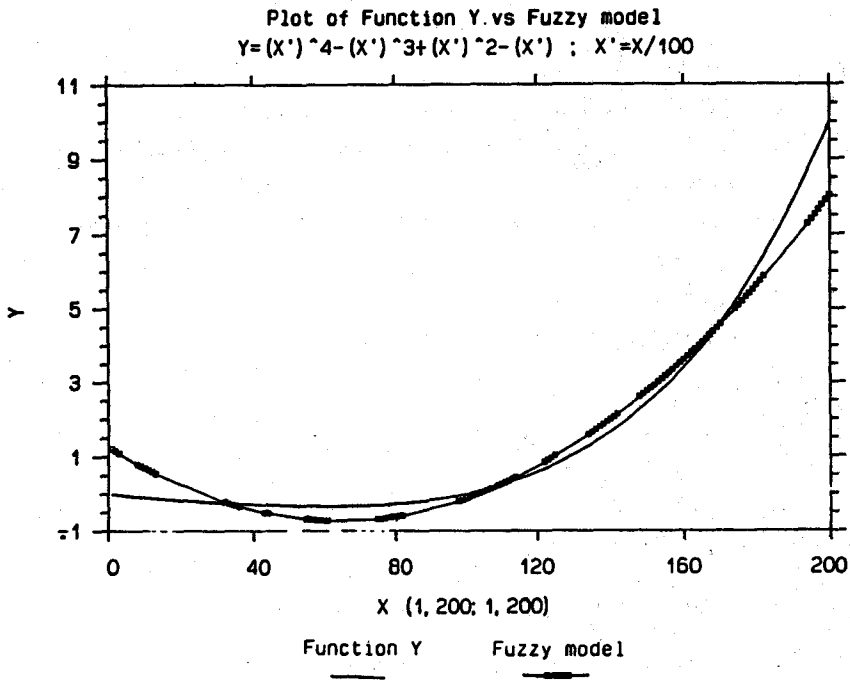


圖3 模糊集 {小、大} 區間邊界為 [1, 200] , [1, 200] 時模式架構模擬值與原函數之比較

表1 模糊模式演算表

X = 80 ↓		
推 論 別	R ¹	R ²
模糊子集(X)	小	大
從 屬 性	$\frac{(157 - 80)}{(157 - 1)} = 0.4935$	$\frac{(80 - 75)}{(200 - 75)} = 0.04$
局 部 輸 出	$y^1 = 0.1091$	$y^2 = -3.677$
權重因子Wy ⁱ :	0.4935 \wedge 1 = 0.4935	0.04 \wedge 1 = 0.04
單 一 輸 出 推 估	$\hat{Y} = \frac{(0.4935 * 0.1091) + (0.04 * (-3.677))}{0.4935 + 0.04} = -0.17$	

(4)特性討論

當更改模糊子集 {大, 小} 區間邊界均為 [1, 200] 時, 可得另一全新之架構。相同投入前述100組資料時, 另一模式架構, 其演算輸出示如圖3; 由圖2、3, 我們可以發現不同模糊子集區段邊界之確立, 將使本身建構之線性方程式, 藉由提供之輸入資料達到以線性架構模擬高度非線性系統的目的, 這將使往常單純迴歸造成之大量線性關係需求與片斷 (piecewise) 相連之缺點, 獲得顯著的改善。

2. 模式架構之鑑定 (identification)

完整模糊推論模式建構時, 其基本組成 (如式(1)、(3)) 中, 計有三項因子需要詳加探討; 其分別為(一)、模糊輸入變數 (X₁ ~ X_k), 亦稱前提變數; (二)、從屬函數A(X)之區隔邊界 (U_a, L_a), 亦稱前提參數; 及(三)、結論參數 (P₀ ~ P_k)。前兩項因子可經由不同組合而對模式產生優化之改善, 第三項因子則可因應前二者固定組成時, 而訂出各推論式伴隨之線性方程。在模式建立時, (一)、(二)、(三)為一正常循序之演算流程, 為求詳細說明, 以下用一反推流程來對結構鑑定作剖析:

(一)結論參數 (P₀ ~ P_k)之推求:

假設一系統可由下列n個模糊推論代表之:

$$\begin{aligned}
 R^1 &: \text{If } (X_1 \text{ is } A_1^1, \dots, X_k \text{ is } A_k^1) \\
 &\text{then } y^1 = P_0^1 + P_1^1 X_1 + \dots + P_k^1 X_k \\
 &\quad \vdots \\
 R^n &: \text{If } (X_1 \text{ is } A_1^n, \dots, X_k \text{ is } A_k^n) \\
 &\text{then } y^n = P_0^n + P_1^n X_1 + \dots + P_k^n X_k
 \end{aligned}$$

而從前節演算流程知, 經由非模糊化轉置機制化簡後之單一輸出值為:

$$\hat{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (Wy^i) * (P_0^i + P_1^i X_1^i + \dots + P_k^i X_k^i)}{\sum_{i=1}^n Wy^i} \tag{6}$$

其中 $W_{y^i} = A_1^i(X_1) \wedge \dots \wedge A_k^i(X_k)$

$$\text{將上式(6)中 } \frac{W_{y^i}}{\sum_{i=1}^n W_{y^i}} \text{ 定義為 } \beta^i \quad (7)$$

(6)式可改寫成：

$$\hat{Y} = \sum_{i=1}^n \beta^i (P_0^i + P_1^i X_1 + \dots + P_k^i X_k) \quad (8)$$

此時，將系統之m組輸入—輸出 ($X_{1j}, X_{2j}, \dots, X_{kj}, Y_j; j=1, \dots, m$) 資料組投入模式時，式(8)可表為如下形態：

$$R^i : \begin{matrix} \hat{Y}_1 = \sum_{i=1}^n \beta^i (P_0^i + P_1^i X_1 + \dots + P_k^i X_k) \\ \vdots \\ \hat{Y}_m = \sum_{i=1}^n \beta_m^i (P_0^i + P_1^i X_1 + \dots + P_k^i X_k) \end{matrix} \quad (9)$$

是以，針對式(9)內相同之結論參數 ($P_0^i \sim P_k^i$)，即可由最小平方法 (least square method) 一一求得；倘以矩陣表之，可列出如下：

$$Y = XP + \varepsilon \quad (10)$$

其中：

$$Y_{m \times 1} = [Y_1 \mid \dots \mid Y_m]^T$$

$$P_{n(k+1) \times 1} = [P_0^1 \dots P_0^n \mid P_1^1 \dots P_1^n \mid \dots \mid P_k^1 \dots P_k^n]^T$$

$$X_{m \times n(k+1)} = \left(\begin{array}{c|c|c|c} \beta_1^1, \dots, \beta_1^n & X_{11}\beta_1^1, \dots, X_{11}\beta_1^n & \dots & X_{k1}\beta_1^1, \dots, X_{k1}\beta_1^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_m^1, \dots, \beta_m^n & X_{1m}\beta_m^1, \dots, X_{1m}\beta_m^n & \dots & X_{km}\beta_m^1, \dots, X_{km}\beta_m^n \end{array} \right)$$

$$\varepsilon_{m \times 1} = [e_1 \mid \dots \mid e_m]^T$$

$$\beta_j^i = \frac{A_1^i(X_{1j}) \wedge \dots \wedge A_k^i(X_{kj})}{\sum_{i=1}^n A_1^i(X_{1j}) \wedge \dots \wedge A_k^i(X_{kj})}$$

$$\text{假設(1) } A = X^T X \quad (11)$$

$$\text{(2) } g = X^T Y \quad (12)$$

故由最小平方法 (Least square method) 所得之正規方程組 (Normal equations)，其矩陣求算型態可推導如下：

$$AP = g \quad (13)$$

而(13)式中，當A為非奇異 (nonsingular) 矩陣時P即可解出：

$$\begin{aligned} \therefore P &= A^{-1} g \\ &= (X^T X)^{-1} X^T Y \end{aligned}$$

(-)前提參數之界定 (Ua, La)

由於前提變數須先行界定模糊區隔，所以任意模糊子集相應之從屬函數型式及其區隔邊界對模式造成之影響頗為重要。為求利用線性函數之簡易特質，建議採用簡單線性從屬函數參與組織模式；是故值域落於[0, 1]

從屬函數邊界，每經適當調整，各推論式中之權重因子隨即產生修正模式之效果；至於何種內部區隔邊界為最佳設定，則須視經評判指標（如Root Mean Square Error, RMSE值）所得之比較結果而定；此外，極端區隔模糊邊界則須事先固定。

(二)前提變數 ($X_1 \sim X_k$) 選取及其最佳之組合：

模式架構運作時，此階段為首要之步驟。由於模式之輸入變數個數，可能相當繁多；是以在某一階段分析中，將敏感度 (sensitivity) 較佳之輸入變數擇定可避免模式過於龐雜。而在不同階段相結合之分析中，若某輸入變數之敏感度極高，則需採再將從屬子集細分之步驟；反之，則使其另與其他輸入變數組合之，此方法稱為啟發式 (heuristic) 架構法，其流程如下圖4：

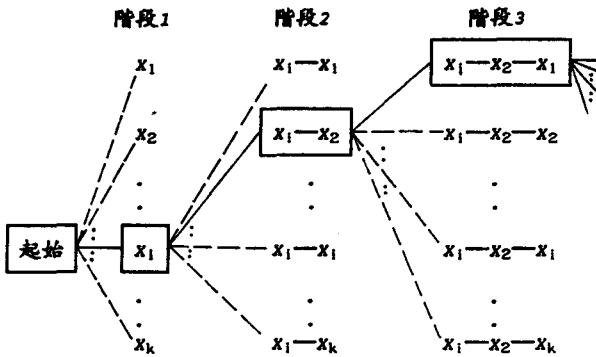


圖4 前提變數之優選流程

其中，每一狀況之最優決策均以評斷指標來作決定。為進一步說明上述運算程序，茲舉一具有二輸入變數及單輸出變數之系統為例；假設原系統函數為：

$$Z = \sin\left(\frac{X}{10}\right) - \cos\left(\frac{Y}{10}\right)$$

其中：X、Y均為落於 [0, 100] 之強度量

其函數關係繪如圖5，以模糊推論模式對其輸入變數進行優選組合時，其說明如后：

步驟1：因為對函數可能造成影響之自變數均須列入考量；故基此原則下所行之模糊變數優選，若欲不失效率，其第一階段中之模式建構，除將收集之觀測值盡行投入外，尚須分別對所投入觀測資

料之X或Y分量（任一自變數）提取出相應於各自線性從屬函數之隸屬性，以做為貢獻於模式建構時之加權；圖6、7即是表示模式建構及演算時，單獨考量單一自變數X或Y，所能提供之模式趨勢模擬能力。很顯然的，調整Y可以較X提供較明顯變化之模擬效果（此特點亦可由RMSE計算得到）。

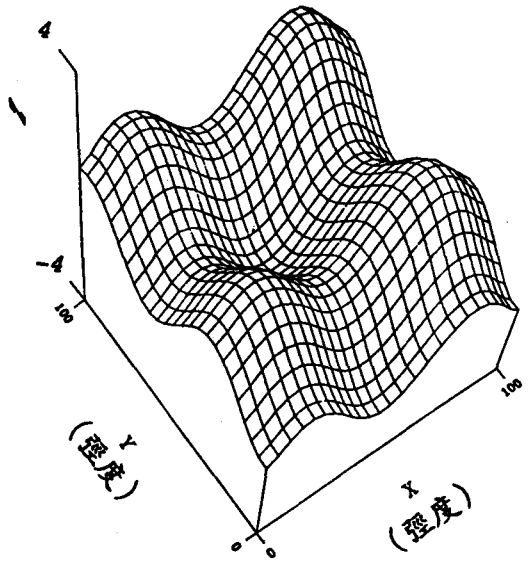


圖5 原系統函數 $Z = f(X, Y)$ 輸出圖

$$Z = \sin\left(\frac{X}{10}\right) - \cos\left(\frac{Y}{10}\right)$$

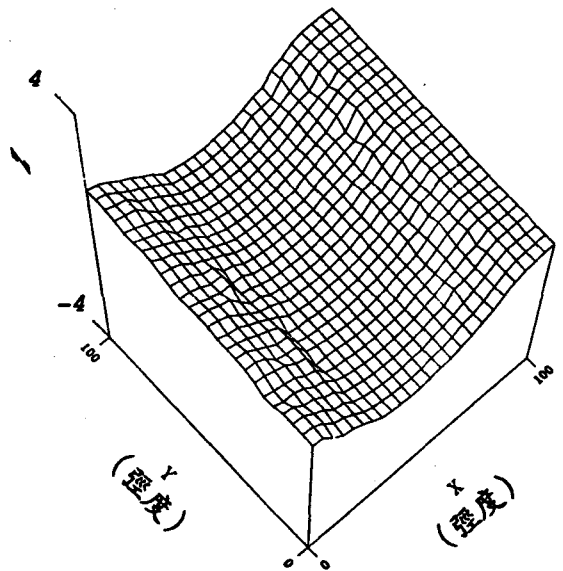


圖6 模式建構與演算中，單獨考量X加權效益之模式輸出圖

如此，反覆上述二步驟，將可使本優選程序通用至一般多重輸入系統上。而上述各部份中提及之評判指標，並無一定之標準，一般常用誤差均方根值 (RMSE)；所以結合上(一)、(二)、(三)部份可知，模糊模式之結構鑑定流程可示如圖9。

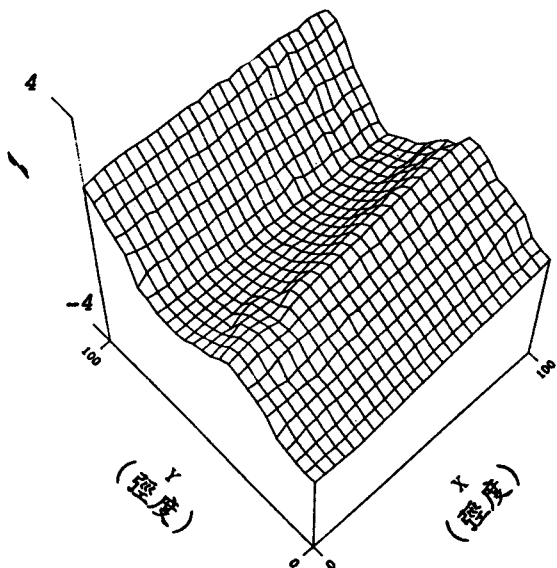


圖7 模式建構與演算中，單獨考量Y加權效益之模式輸出圖

步驟2：第一階段優勝者，成為模式架構之必然參與者，第二階段優選程序則加入另一輸入變數；為簡化運算過程，第一階段中各輸入變數劃分是以「小」及「大」二模糊子集來處理，故第二階段中加入之另一輸入變數亦以如此型態區分如圖8；經續行同步驟1之工作，而最後各狀況於不同輸入變數組合之決選法則，則同前步驟描述般，可由RMSE等評判引數 (index) 來篩選之。

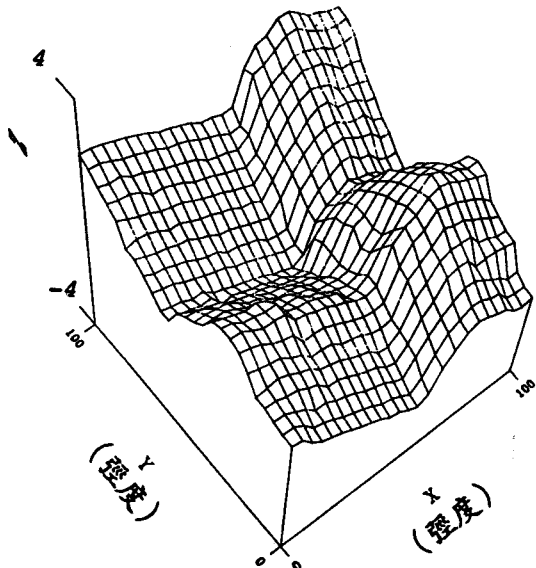


圖8 模式建構與演算中，同時考量X, Y加權效益之模式輸出圖

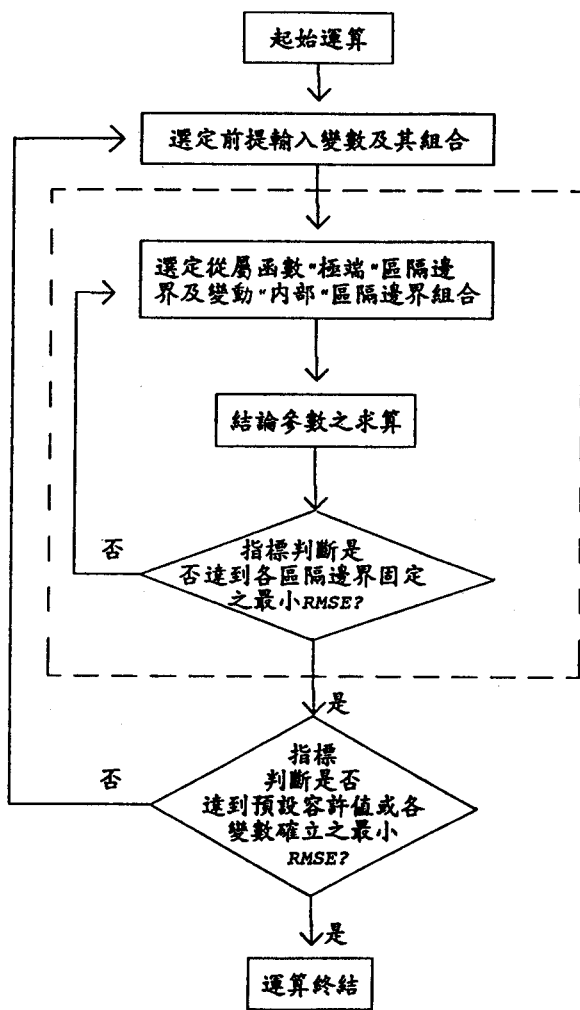


圖9 模式結構之鑑定流程

四、實例應用

為探討模糊推論模式應用於水文系統之可行性，本文乃針對本省河川之流域降雨量及面積，以架構其年逕流量之模糊模式並評估其優缺點。

眾所周知，對一缺乏河川流量記錄之集水區，若欲初步推估其逕流量；通常藉由簡易的合理化公式法（Rational formula； $Q=CIA$ ， C 為逕流係數， I 為降雨強度， A 為流域面積）或傳統迴歸分析方法行之。但實際之應用結果，其精確度、地域性及經驗法則等方面的考量，卻又常常困擾著水文學家。本研究為尋求改善往常逕流量推估模式之缺失，乃引用模糊模式之架構，綜合組織本省十九條河川年逕流量特性之數個推論式，並與同條件下之複迴歸模式相比較。

基於本文僅為研究性質及便於模式之探討與說明，故以簡化參數使用及輸入資料易於收集為模式建構之先決條件，我們選定本省十九條河川之年平均降雨量（ R ）及流域面積（ A ）為模式之輸入資料組；而其年逕流量觀測值則為相應之系統輸出，其如表2所示。考慮表2內各河川流域之流域面積與平均降雨量資料群落可知，主要介於340~3256平方公里及1899~3409公釐；為使投入之輸入資料不因落於模式模糊區隔邊界，而降低了模式可提供之權重效益，本文對 A 、 R 分別採用〔200, 3400〕及〔1800, 3500〕之邊界規範，再加上簡便之雙模糊子集{大, 小}；即可架構出如圖10之 A 、 R 模糊區段：

河川流域類別	流域面積 (平方公里)	年平均雨量 (公釐)	年逕流量 (百萬立方米)
1. 淡水河	2725.82	2966.1	6978.92
2. 蘭陽溪	978.63	3170.8	2859.45
3. 頭前溪	565.97	2135.5	936.15
4. 後龍溪	536.59	1962.6	891.81
5. 大安溪	758.47	2476.9	1526.39
6. 大甲溪	1235.73	2370.5	2532.68
7. 烏溪	2025.60	2092.3	3755.65
8. 濁水溪	3155.21	2442.0	6084.37
9. 北港溪	645.21	1899.6	1065.30
10. 朴子溪	426.60	1928.2	546.40
11. 八掌溪	474.74	2336.2	757.37
12. 急水溪	378.77	1974.2	536.39
13. 曾文溪	1176.64	2726.6	2396.16
14. 二仁溪	350.04	1931.4	492.20
15. 高屏溪	3256.85	3130.3	8675.10
16. 林邊溪	343.97	3409.4	889.62
17. 花蓮溪	1507.09	2883.1	3884.61
18. 秀姑巒溪	1790.46	2714.0	4313.70
19. 卑南溪	1603.21	2760.3	3775.29

(註) 引自〔17〕

表2 本省十九條河川之流域面積、年平均雨量及年逕流量資料

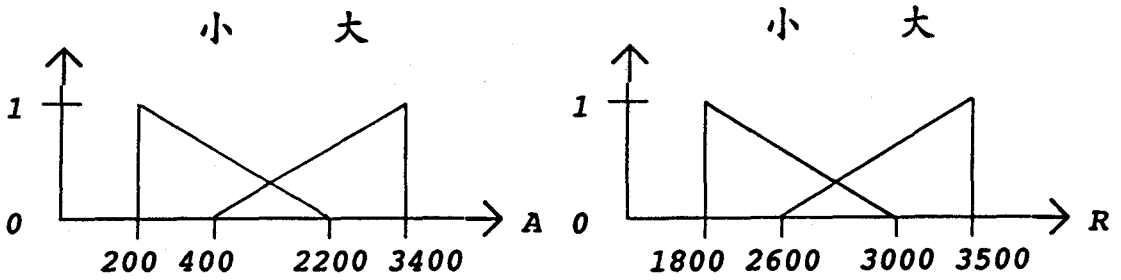
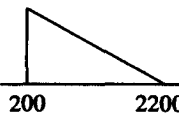
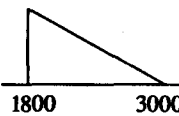
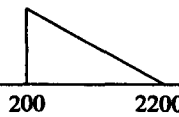
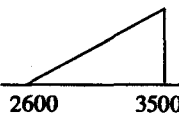


圖10 流域面積(A)與降雨量(R)於不同模糊集 {小、大} 所對應之從屬函數

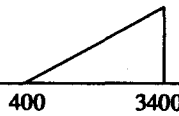
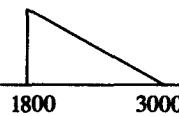
而輸入變數A、R均以雙模糊子集形態參與模式之組織時，推論式個數將有 $2*2=4$ 種，其內容如下：

R^1 : 若 (A is  and R is )

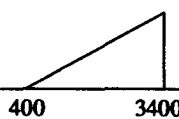
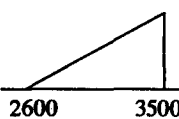
則 $Q^1 = -106.1167 + 1.8413(A) - 0.0278(R)$

R^2 : 若 (A is  and R is )

則 $Q^2 = -29169.67 + 7.4238(A) + 8.0676(R)$

R^3 : 若 (A is  and R is )

則 $Q^3 = -3031.945 + 1.4645(A) + 1.8408(R)$

R^4 : 若 (A is  and R is )

則 $Q^4 = -2191.098 + 3.6571(A) + 1.7336(R)$

同樣地，利用同一輸入輸出資料組來行傳統複迴歸模式之架構時，其迴歸方程式為：

$$Q = 3.08068 * 10^{-4} * (A)^{1.072782} * (R)^{1.059437}$$

當擲以相同資料透過模糊模式及複迴歸模式加以運算後，可得出表3之結果。在全省十九條河川之年逕流量平均值為2784.04百萬立方米之情形下，由本模糊模式所得之誤差平均值僅為迴歸模式之誤差結果的十分之一；由此可知，模糊模式之模擬效果相當優異。

河川流域類	系統年逕流量 (百萬立方米)	模糊模式 年逕流量	線性迴歸模式 年逕流量
1.淡水河	6978.92	6978.919	7124.377
2.蘭陽溪	2859.45	2859.449	2547.973
3.頭前溪	936.15	937.324	931.510
4.後龍溪	891.81	855.311	804.460
5.大安溪	1526.39	1526.39	1492.188
6.大甲溪	2532.68	2483.529	2404.56
7.烏溪	3775.65	3755.65	3579.715
8.濁水溪	6084.37	6084.371	6783.33
9.北港溪	1065.30	1065.30	947.061
10.朴子溪	546.40	530.856	617.299
11.八掌溪	757.37	757.37	848.444
12.急水溪	536.39	536.39	557.108
13.曾文溪	2396.16	2396.16	2646.068
14.二仁溪	492.20	484.679	500.154
15.高屏溪	8675.10	8675.098	9129.87
16.林邊溪	889.62	889.618	896.249
17.花蓮溪	3884.61	3883.709	3660.995
18.秀姑巒溪	4313.70	4313.70	4131.05
19.卑南溪	3775.29	3843.378	3735.749

(註)：1.各河流年逕流量平均值為 2784.04百萬立方米
2.模糊迴歸模式誤差平均值為 13.04百萬立方米
3.線性迴歸模式誤差平均值為 137.10百萬立方米

表3 原系統年逕流量觀測值與不同模式推估值之比較

五、結論與討論

本模糊推論模式，基本上為一結合模糊數學與統計簡單迴歸分析發展而成的模式架構。由於引進迥異以往真偽分明之模糊理念，使模式本身具備有因應投入資料特性，而自動調整出最佳模擬狀況之特質，這對原本就充滿不明確影響因子之水文歷程而言，模糊迴歸模式無異提供一屬性相同之可行途徑。

於本省十九條河川之模式建立中，對於全省水文歷程之整個大系統而言，模式匯集了資料內含之本省水文歷程特性，並得出一足資代表全省各水文逕流之關係架構，由於模式中具有：

①前提內可僅含部份輸入變數參與建議之組成，故模式優化極具效率；又因結論須總括所有輸入變數，是以各可能影響因子之微調效用，均可列入考量。

②所有相關於模式之函數型態均以線性表成，但藉由推論運算子適切的結合各建議，使系統內可能存在之高度非線性特性，只需依賴發展完備之線性系統理論，即可達到模擬良好之目的。

故以同一資料而言，傳統復迴歸模式建構效果不及本模式，而且因為模糊模式擷取了全省水文歷程特質，所以對此母體（全省）而言，理論上本省各集水區應可視為母體內具有同一統計特性之樣本，即對我們

感興趣的荒溪逕流來進行推測時，本模式亦可有效的推估 (estimating) 其可能之逕流量，而不再有地域之限。惟因本研究中，採用多屬較大河川之資料；故欲真正用於推估各式河川逕流時，若能收集更完備之資料並考慮更詳盡之地文因子，其效果將更理想。另於模式架構過程及處理上，尚存在某些問題，如：

(1)資料之涵蓋性與確切與否，仍操縱著最後效果之好壞優劣，即模式並無改善系統之功能。

(2)模糊子集極端區隔邊界之界定，仍須倚靠水文學家經驗性判斷來給定優化範圍，方得達到經濟之目的。

(3)矩陣運算上，若存有無解之惡性結構，將使模式之建構陷入盲點。

是以，將上述問題克服並改善，使模式推測效果更臻完善，則需進一步加以探討。

六、參考文獻

1. Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets", Inform. and Contr., Vol.8, pp.338-353, 1965.
2. Mamdani, E. H., "Application of Fuzzy Algorithms for Control of a simple Dynamic Plant", Proc. IEEE, Vol.121, pp.1585-1588, 1974.
3. Bandler, W. and L. Kohout, "Fuzzy Power Sets and Fuzzy Implication Operators", Fuzzy Sets and systems 4, pp.13-30, 1989.
4. Bandler, W. and L. Kohout, "Semantics of Implication Operators and Fuzzy Relational Products", Internal J. Man-Machine Stud. 12, pp.89-116, 1980.
5. Cao, Z. and A. Kandel, "Applicability of Some Fuzzy Implication Operators", Fuzzy Sets and Systems 31, pp.151-186, 1989.
6. Fukami, S., M. Mizumoto, and K. Tanaka, "Some Consideration on Fuzzy Conditional Inference", Fuzzy Sets and Systems 4, pp.243-273, 1980.
7. Mizumoto, M., "Fuzzy Sets and Their Operators II", Inform. and Contr. 50, pp.160-174, 1981.
8. Mizumoto, M., "Note on the Arithmetic Rule by Zadeh for Fuzzy Conditional Inference", Cybernetics and Systems 12, pp.247-306, 1981.
9. Mizumoto, M. and H. J. Zimmermann, "Comparison of Fuzzy Reasoning Methods", Fuzzy Sets and Systems 8, pp.253-283, 1982.
10. Mizumoto, M., "Comparison of Various Fuzzy Reasoning Method", in: Preprints of second IFSA Congress, Tokyo, pp.2-7, 1987.
11. Mizumoto, M., "Fuzzy Controls under Various Approximate Reasoning Methods", in: Preprints of Second IFSA Congress, Tokyo, pp.143-146, 1987.
12. Takagi, T. and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and its Application to Modeling and Control", IEEE Trans. Syst. Man. Cybern., Vol. SMC-15, no.1, pp.116-132, 1985.
13. Park, D., Z. Cao, and A. Kandel, "Investigations on the Applicability of Fuzzy Inference", Fuzzy Sets and Systems 49, pp.151-169, 1992.
14. 鄒應嶼、歐陽盟、鄭文泉，「模糊控制理論應用於倒單擺控制之研究」，Fuzzy研討會—發展工具、發展環境介紹，國科會，資料組，民國81年。
15. 張斐章、徐國麟，「利用模糊集理論推估河川流量之研究」，中國農業工程學報，第36卷，第4期，第1-12頁，民國79年。
16. 張斐章、陳莉，「專家系統及其在水資源經營之應用」，臺灣水利季刊，第40卷，第3期，第34-45頁，民國81年。
17. 須洪熙，「水文與工程」，中國工程師學會，民國73年。

收稿日期：民國82年2月11日

接受日期：民國82年3月18日