

傾斜滲漏含水層地下水位之解析及 最佳線性化參數之研究

Analytical Solution of the Water Table Fluctuations with Copes the Optimum Linear Factor on an Inclined Leaky Layer

蘭陽技術學院土木系講師
台灣大學生工系博士生

洪 堅 仁

Chien-Jen Hung

中國技術學院
土木系教授

陳 主 惠

Chu-Hui Chen

台灣大學生工系教授
兼水工所主任

譚 義 績

Yih-Chi Tan

蘭陽技術學院土木系
兼任助理教授

林 允 斌

Yun-Bin Lin

摘 要

本研究以線性化之 Boussinesq 方程式之解析解探討傾斜滲漏含水層之地下水位的變化情形。考慮地表降雨穩定補注，利用變數轉換將控制方程式變成熱傳方程式求出解析解，線性化的過程出現一個線性化參數，本研究考慮三個與線性化因子相關的參數，利用線性迴歸的方法求出最佳線性化因子。本研究之解析解以數值法作為比較的工具，結果與數值解十分吻合。

關鍵詞：補注，傾斜滲漏含水層，Boussinesq 方程式。

ABSTRACT

The water table fluctuation on an inclined leaky layer is predicted by obtaining an analytical solution of the linearized Boussinesq equation. Consider with the surface recharge is constant and use variation of parameters to transform the governing equation to the heat equation. This study consider three parameters be related and use linear regression analysis method to find the optimum linear factor. The results of analytical solution was used to compare with the numerical method.

Keywords: Recharge, Inclined leaky layer, Boussinesq equation.

一、前言

地下含水層的地質參數、含水層底層之滲漏狀況及含水層底層之傾角均是影響地下水補注效率的因素。當含水層底層為滲漏底層時，含水層之滲漏率根據達西定律可知與滲漏層上下含水層之水位有關，亦即上含水層水位高相對的滲漏量也會高，所以上含水層的水位除了受天然補注的影響外，底層滲漏量的滲漏能力亦是影響水位高低的重要因子。本文以穩定地表降雨之補注方式，探討傾斜滲漏含水層地下水水位變動之變動情形，將方程式線性化並轉換成熱傳方程式求解。求解的過程線性化參數是一個未知數，且線性化參數隨時間、降雨補注量、含水層特性、等參數不同而變化。

研究傾斜地下含水層問題大都將 Boussinesq 方程式線性化再解出其解析解，Koussis (1992) 探討地下逕流的線性化概念模式，提及 Boussinesq 方程式線性化後與線性延散-擴散方程式(linear advection-diffusion) (LAD) 形式一樣，找出穩態解的無因次線性化因子，且與入滲補注量有關。Brutsaert (1994) 探討坡地地下水的出流量，將 Boussinesq 方程式線性化後再以拉普拉斯轉換法 (Laplace Transform) 解之，並提及將 Boussinesq 方程式線性化的線性化因子 pD ，其中 p 為一漸增常數， D 為含水層水位高度，且介於 0 到 1 之間。Zissis et al. (2001) 考慮含水層為一半無限長之傾斜不透水底層之含水層配合因降雨造成邊界變動，以拉普拉斯轉換法解出線性化後之 Boussinesq 方程式，邊界之模擬採指數型之函數模擬河川水位上漲。Upadhyaya 和 Chauhan (2001) 以變數轉換的方法解線性化之 Boussinesq 方程式探討水平含水層受地表非穩定補注與邊界溝渠入滲補注的影響，地下水位的變化情形。

本文探討地下水水位線在地表變動入滲補注率及滲漏底層的出滲影響下之地下水水位變化情形，如圖 1。圖中分成三個部分，分別為上含水層，傾斜滲漏底層及下含水層，本文不考慮下含水層之水位狀況且假設下含水層之水頭為

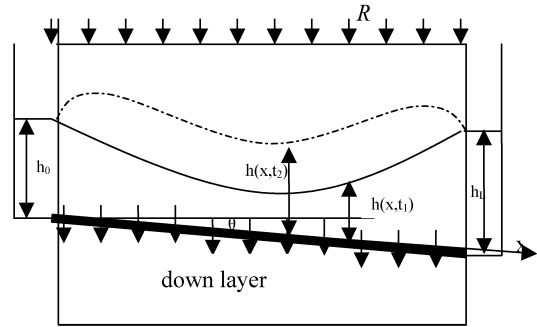


圖 1 滲漏含水層系統模擬示意圖

0，並假設含水層為均質(homogeneous)、等向性(isotropic)，上含水層之補注水分只來自兩邊河渠的固定水位及降雨，水分損失由傾斜滲漏底層滲漏損失忽略地下水面線的毛細現象與蒸發現象，水流現象符合達西定律(Darcy's law)與 Dupuit's 假設。本研究選取時間、降雨補注量、含水層特性三個參數作為影響因子，線性化迴歸出最佳之線性化參數與以往文獻 Marino (1974)、Mustafa(1987)、Upadhyaya 和 Chauhan (2001)、Kim 和 Ann(2001)之文獻採線性化參數 \bar{h} 為一個定值不同。

二、理論推導

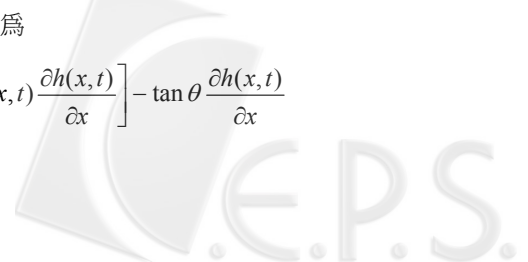
Zissis et al. (2001) 指出傾斜底層之地下水水位一維控制方程式如下：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[h(x,t) \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} \right] - \tan \theta \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} = \frac{S}{K \cdot \cos^2 \theta} \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} - \frac{R}{K \cdot \cos^2 \theta} \quad \dots \dots \dots (1)$$

其中 $h(x,t)$ 為時間 t 距離河渠為 x 位置的水位高， x 軸平行傾斜底層， R 為地表補注率(rate of recharge)， θ 為傾斜底層與水平之傾角， K 為水力傳導係數(hydraulic conductivity)， S 為含水層之蓄水係數(specific yield of the aquifer)，以上均考慮為常數。

考慮傾斜滲漏底層且地表補注為 R 時，則方程式可改寫為

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[h(x,t) \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} \right] - \tan \theta \frac{\partial h(x,t)}{\partial x}$$



$$= \frac{S}{K \cdot \cos^2 \theta} \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} - \frac{R}{K \cdot \cos^2 \theta} + \frac{R'(x,t)}{K \cdot \cos^2 \theta} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$R'(x,t)$ 為時間 t 距河渠 x 位置的滲漏率。當下含水層的水頭為 0 時則可利用達西定率導出 $R'(x,t)$ 如下

$$R'(x,t) = \frac{h(x,t)+b}{b} K^* \quad \dots\dots\dots(3)$$

b 是傾斜滲漏底層的厚度， K^* 是傾斜滲漏底層的水力傳導係數，則方程式(2)可寫成

$$\frac{\partial^2 h^2(x,t)}{\partial x^2} - 2 \tan \theta \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} = \frac{2S}{K \cdot \cos^2 \theta} \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} - \frac{2R}{K \cdot \cos^2 \theta} + \frac{2K^*}{b \cdot K \cdot \cos^2 \theta} h(x,t) + \frac{2K^*}{K \cdot \cos^2 \theta} \quad \dots\dots\dots(4)$$

將方程式(4)線性化轉成 h^2 的型式，以 \bar{h} 為線性化參數代入得

$$\frac{\partial^2 h^2(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\tan \theta}{\bar{h}} \frac{\partial h^2(x,t)}{\partial x} = \frac{S}{\bar{h} \cdot K \cdot \cos^2 \theta} \frac{\partial h^2(x,t)}{\partial t} + \frac{2K^*}{\bar{h} \cdot b \cdot K \cdot \cos^2 \theta} h^2(x,t) + \frac{2(K^* - R)}{K \cdot \cos^2 \theta} \quad \dots\dots\dots(5)$$

設起始水位為任意函數 $h_{ic}(x)$ ，即

$$h(x,0) = h_{ic}(x) \quad \dots\dots\dots(6)$$

且假設邊界條件如圖 1，可表示如下

$$h(0,t) = h_0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$h(L,t) = h_L \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\text{令 } H(x,t) = h^2(x,t) \quad \dots\dots\dots(9)$$

定義參數 B, C, D, Q 皆為常數，如下所示

$$-\frac{\tan \theta}{\bar{h}} = B, \quad -\frac{2K^*}{\bar{h} \cdot b \cdot K \cdot \cos^2 \theta} = C, \quad \frac{S}{\bar{h} \cdot K \cdot \cos^2 \theta} = D, \quad \frac{2(K^* - R)}{K \cdot \cos^2 \theta} = Q$$

則(5)式可寫成(10)式

$$\frac{\partial^2 H(x,t)}{\partial x^2} + B \frac{\partial H(x,t)}{\partial x} + CH = D \frac{\partial H(x,t)}{\partial t} + Q \quad \dots\dots\dots(10)$$

則起始條件可寫為

$$H(x,0) = h_{ic}^2(x) \quad \dots\dots\dots(11)$$

邊界條件可寫為

$$H(0) = h_0^2 \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$H(L) = h_L^2 \quad \dots\dots\dots(13)$$

假設一個轉換參數如下(O'Neil, 1995)

$$V(x,t) = [H(x,t) - \omega] \cdot e^{-(\alpha x + \beta t)} \quad \dots\dots\dots(14)$$

則(10)式各偏微分項可寫成

$$\begin{aligned} \frac{\partial H(x,t)}{\partial x} &= \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} + V(x,t) \cdot \alpha \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} \\ \frac{\partial H^2(x,t)}{\partial x^2} &= \frac{\partial V^2(x,t)}{\partial x^2} \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} + 2 \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} \cdot \alpha \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} \\ &\quad + \alpha^2 \cdot V \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} \\ \frac{\partial H(x,t)}{\partial t} &= \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} + V(x,t) \cdot \beta \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(15)$$

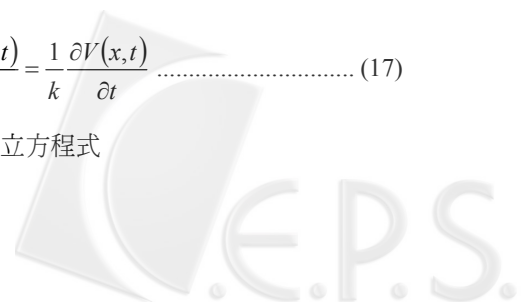
將(15)式帶入(10)式，可寫成

$$\begin{aligned} &\frac{\partial V^2(x,t)}{\partial x^2} \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} + 2 \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} \cdot \alpha \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} \\ &+ \alpha^2 \cdot V \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} \\ &+ B \cdot \left(\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} + V(x,t) \cdot \alpha \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} \right) \\ &+ C \cdot (V(x,t) \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} + \omega) \\ &= D \cdot \left(\frac{\partial V(x,t)}{\partial t} \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} + V(x,t) \cdot \beta \cdot e^{(\alpha x + \beta t)} \right) + Q \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(16)$$

將(16)式與熱傳方程式(17)比較

$$\frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} \quad \dots\dots\dots(17)$$

可以得出聯立方程式



$$\begin{aligned} C \cdot \omega &= Q \\ 2\alpha + B &= 0 \\ \alpha^2 + B \cdot \alpha + C &= D \cdot \beta \dots\dots\dots(18) \\ D &= \frac{1}{k} \end{aligned}$$

$$\text{解出 } \alpha = -\frac{B}{2}, \beta = \frac{C - \frac{1}{4}B^2}{D}, \omega = \frac{Q}{C} \text{ and } k = 1/D$$

根據(14)式，令

$$H(x, t) = V(x, t) \cdot e^{(-\frac{B}{2}x + \frac{C - \frac{1}{4}B^2}{D}t)} + \frac{Q}{C} \dots\dots\dots(19)$$

可將(10)式轉換成(17)式，再將上式帶入方程式(11)-(13)可轉換初始條件與邊界條件如下所示：

$$V(x, 0) = \left[h_{ic}^2(x) - \frac{Q}{C} \right] \cdot e^{\frac{B}{2}x} = f(x) \dots\dots\dots(20)$$

$$V(0, t) = \left[h_0^2 - \frac{Q}{C} \right] \cdot e^{-\frac{c-B^2}{4}t} = \phi_1 \dots\dots\dots(21)$$

$$V(L, t) = \left[h_L^2 - \frac{Q}{C} \right] \cdot e^{-\left(\frac{BL}{2} - \frac{C}{D} \right) t} = \phi_2 \dots\dots\dots(22)$$

其中 $k=1/D$ ，

式(17)、(20)、(21)、(22)可解出通解如下(Upadhyaya、Chauhan, 2001)：

$$\begin{aligned} V(x, t) &= \frac{2}{L} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} e^{-k \cdot \beta_m^2 t} \cdot \sin(\beta_m \cdot x) \cdot \int_0^L f(x') \cdot \sin(\beta_m \cdot x') dx' \\ &+ \left(1 - \frac{x}{L}\right) \cdot \phi_1(t) + \frac{x}{L} \cdot \phi_2(t) \\ &- \frac{2}{L} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin(\beta_m \cdot x)}{\beta_m} \cdot \left[\phi_1(0) \cdot e^{-k \cdot \beta_m^2 t} + \int_0^t e^{-k \cdot \beta_m^2 (t-\tau)} d\phi_1(\tau) \right] \\ &+ \frac{2}{L} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \cdot \frac{\sin(\beta_m \cdot x)}{\beta_m} \\ &\cdot \left[\phi_2(0) \cdot e^{-k \cdot \beta_m^2 t} + \int_0^t e^{-k \cdot \beta_m^2 (t-\tau)} d\phi_2(\tau) \right] \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

$$\text{其中 } \beta_m = \frac{m \cdot \pi}{L},$$

將上式帶回(19)及(9)式即可求得 $h(x, t)$ 。

本文探討傾斜滲漏底層之地下水面線，其初始條件在時間為零且降雨補注量為零的情況下，方程式(10)可寫為

$$\frac{\partial^2 H(x, t)}{\partial x^2} + B \frac{\partial H(x, t)}{\partial x} + CH = D \frac{\partial H(x, t)}{\partial t} + Q' \dots\dots\dots(24)$$

$$\text{其中 } Q' = \frac{2K^*}{K \cos^2 \theta}$$

其邊界條件為(12)及(13)式
則其穩態解為(25)

$$h(x, 0) = (c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x} + \frac{Q'}{C})^{1/2} \dots\dots\dots(25)$$

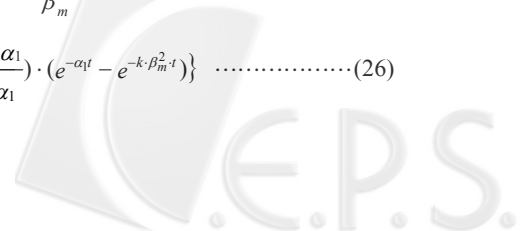
$$\text{其中 } r_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4C}}{2}, r_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4C}}{2},$$

$$c_1 = \frac{e^{r_2 L} (h_0^2 - \frac{Q'}{C}) - (h_L^2 - \frac{Q'}{C})}{e^{r_2 L} - e^{r_1 L}},$$

$$c_2 = \frac{(h_L^2 - \frac{Q'}{C}) - e^{r_1 L} (h_0^2 - \frac{Q'}{C})}{e^{r_1 L} - e^{r_2 L}}$$

將初始條件(25)式代入(20)式，再將(20)式及邊界條件(21)、(22)式代入(23)式，則可解出 $V(x, t)$

$$\begin{aligned} V(x, t) &= \frac{2}{L} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} e^{-k \cdot \beta_m^2 t} \sin(\beta_m \cdot x) (-\beta_m) \\ &\cdot \left\{ c_1 \cdot \left(\frac{1}{(\gamma_1 + \frac{B}{2})^2 + \beta_m^2} \right) \cdot (e^{(\gamma_1 + \frac{B}{2})L} \cdot \cos(m\pi) - 1) \right. \\ &+ c_2 \cdot \left(\frac{1}{(\gamma_2 + \frac{B}{2})^2 + \beta_m^2} \right) \cdot (e^{(\gamma_2 + \frac{B}{2})L} \cdot \cos(m\pi) - 1) \\ &+ \left(\frac{Q'}{C} \right) \cdot \left(\frac{1}{(\frac{B}{2})^2 + \beta_m^2} \right) \cdot (e^{\frac{B}{2}L} \cdot \cos(m\pi) - 1) \left. \right\} \\ &+ \left(1 - \frac{x}{L}\right) [h_0^2 - \frac{Q}{C}] \cdot e^{-\alpha_1 t} + \frac{x}{L} [h_L^2 - \frac{Q}{C}] \cdot e^{\frac{1}{2}BL - \alpha_1 t} \\ &- \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin(\beta_m \cdot x)}{\beta_m} \left\{ (Q'_{1,0}) \cdot e^{-k \cdot \beta_m^2 t} \right. \\ &- \left(\frac{Q'_{1,0} \cdot \alpha}{k \cdot \beta_m^2 - \alpha_1} \right) \cdot (e^{-\alpha_1 t} - e^{-k \cdot \beta_m^2 t}) \left. \right\} \\ &+ \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{\sin(\beta_m \cdot x)}{\beta_m} \left\{ Q'_{1,L} \cdot e^{-\alpha_2 - k \cdot \beta_m^2 t} \right. \\ &- \left(\frac{e^{\alpha_2} \cdot Q'_{1,L} \cdot \alpha_1}{k \cdot \beta_m^2 - \alpha_1} \right) \cdot (e^{-\alpha_1 t} - e^{-k \cdot \beta_m^2 t}) \left. \right\} \dots\dots\dots(26) \end{aligned}$$



其中

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{B^2 - 4C}{4}}, \alpha_2 = \frac{C - \frac{1}{4}B^2}{D}, \alpha_3 = \frac{B \cdot L}{2},$$

$$\dot{Q}_{1,0} = h_0^2 - \frac{Q}{C}, \dot{Q}_{1,L} = h_L^2 - \frac{Q}{C}$$

將(26)式代入(19)式及(9)式則可得到 $h(x,t)$ 。

三、數值計算與驗證

在暫態的數值解析方面可將方程式(4)可寫成有限差分隱性法之計算式為

$$(h_i^{n+1})_{m+1} = \frac{(h_{i+1}^{n+1})_m^2 - 2(h_i^{n+1})_m^2 + (h_{i-1}^{n+1})_m^2}{2\Delta x^2}$$

$$- \tan \theta \frac{(h_{i+1}^{n+1})_m - (h_i^{n+1})_m}{\Delta x} - \frac{K^*}{bK \cos^2 \theta} (h_i^{n+1})_m$$

$$+ \frac{R - K^*}{K \cos^2 \theta} \cdot \frac{K \cos^2 \theta \cdot \Delta t}{S} + h_i^n$$

.....(27)

n 為各節點對時間的離散

i 為各節點對空間的離散

m 為隱性法之迭代次數

當 $|(h_i^{n+1})_{m+1} - (h_i^{n+1})_m| < 10^{-6}$ 則再計算 h_i^{n+2} 。

四、案例探討及最佳化參數

本研究以一個長為 100 公尺且兩邊邊界為固定水位為 10 公尺的傾斜滲漏含水層為研究對象，底部滲漏含水層滲透係數為 0.001(cm/min)，厚度為 50 公分，傾斜角度為 5°，探討地下水位線在不同的地表入滲率及不同的底層滲透係數條件下之變動情形，求解解析的過程會有一個線性化參數的選定，本研究考慮線性化參數 \bar{h} 與降雨量 R 比含水層滲透係數(R/K)、含水層滲透係數比滲漏含水層滲透係數(K/K^*)、時間有關，故以這三項為變數因子對線性化參數 \bar{h} 作線性迴歸，步驟如下:取降雨量比含水層滲透係數 (R/K) 為 100、200、400，滲透係數比(K/K^*)為 500、400 分別以數值有限差分法求出 2,3,4,5,6 小時的水位線，再以本研究之解析解求出水位線，且所帶入之線性化參數 \bar{h} 需滿足解析解與數值解之

表 1 (K/K^*)為 500 時、時間、 R/K^* 之最佳線性化參數

TIME(hr)	滲透係數比(K/K^*)	R/K^*	最佳線性化參數
2	500.00	100	90.00
3	500.00	100	101.00
4	500.00	100	112.00
5	500.00	100	123.00
6	500.00	100	135.00
2	500.00	200	59.00
3	500.00	200	71.00
4	500.00	200	85.00
5	500.00	200	100.00
6	500.00	200	116.00
2	500.00	400	44.00
3	500.00	400	60.00
4	500.00	400	78.00
5	500.00	400	99.00
6	500.00	400	122.00

表 2 (K/K^*)為 400 之狀況、時間、 R/K^* 之最佳線性化參數

TIME(hr)	滲透係數比(K/K^*)	R/K^*	最佳線性化參數
2	400.00	100	78.00
3	400.00	100	88.00
4	400.00	100	98.00
5	400.00	100	109.00
6	400.00	100	120.00
2	400.00	200	51.00
3	400.00	200	63.00
4	400.00	200	75.00
5	400.00	200	90.00
6	400.00	200	105.00
2	400.00	400	39.00
3	400.00	400	54.00
4	400.00	400	71.00
5	400.00	400	91.00
6	400.00	400	113.00

含水層中間水位($X=50m$)誤差為最小，則可求出各狀況各時間的最佳線性化參數 \bar{h} 如表 1、表 2，且可迴歸出一個式子如(28)式

$$\bar{h} = 16.457 + 12.556 \times Time(hr) + 0.1 \times \frac{R}{K} - 0.097 \times \frac{K}{K^*}$$

..... (28)

表 3 線性迴歸之最佳線性化參數

TIME(hr)	滲透係數比 (K/K*)	R/K*	迴歸之最佳線性化參數
2	500.00	300	62
3	500.00	300	75
4	500.00	300	88
5	500.00	300	100
6	500.00	300	113
2	400.00	300	52
3	400.00	300	65
4	400.00	300	78
5	400.00	300	90
6	400.00	300	103

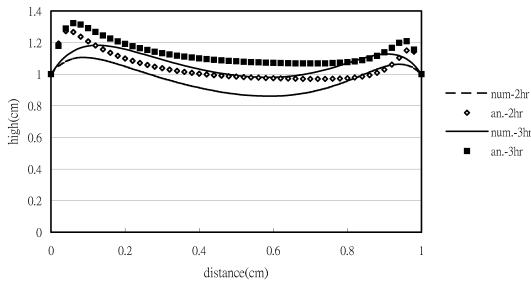


圖 2 R/K*=300, K/K*=500 之 2、3 小時解析解與數值解無因次化比較

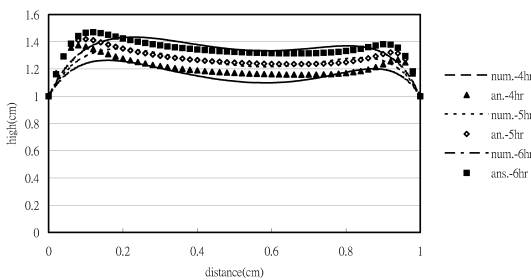


圖 3 R/K*=300, K/K*=500 之 4、5、6 小時解析解與數值解無因次化比較

本研究再以降雨量與含水層滲透係數比 (R/K) 為 300 且滲透係數比 (K/K*) 為 500、400 作為驗證狀況，利用所得線性化參數 \bar{h} 如表 3，將表 3 之 \bar{h} 代入解析解求出地下水位線，再與數值解(23)式比較，滲透係數比 (K/K*) 為 500 之結果，寫成無因次關係如圖 2、圖 3，滲透係數比 (K/K*)

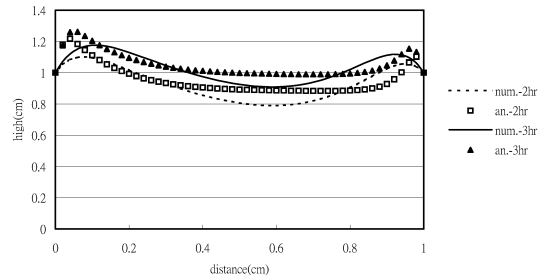


圖 4 R/K*=300, K/K*=400 之 2、3 小時解析解與數值解無因次化比較

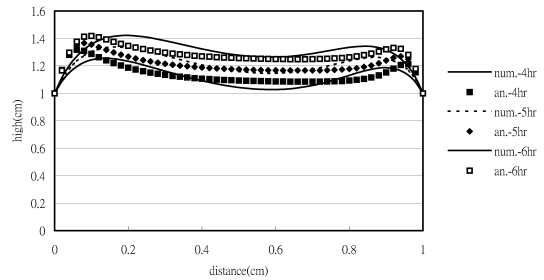


圖 5 R/K*=300, K/K*=400 之 4、5、6 小時解析解與數值解無因次化比較

為 400 之結果，寫成無因次關係如圖 4、圖 5，由結果可知以線性迴歸之方式求取線性化參數，再帶入解析解所求得之地下水位可以模擬出地下水位之變化，由圖 2 發現在補注初期時模擬的狀況尚有較大之誤差，但於圖 3 發現至第四、五、六小時時已能與數值解吻合，圖 4、圖 5 顯示滲透係數比 (K/K*) 為 400 時有較好之模擬結果。

五、結 論

本研究考慮了地下含水層底部為傾斜且為滲漏底層，本研究之貢獻在於找出穩定補注傾斜底部滲漏含水層地下水位之線性化的解析解，理論推導的過程利用一個新的轉換因子，將方程式轉換為熱傳方程式，解出轉換因子後再逆轉換為地下水水理解。影響地下水之水位變化因子很多，諸如邊界之狀況、地下水含水層之幾何情形、地下水之補注情形、地下水之出滲情形等，應多加考慮方能正確掌握地下水的變化情形。

Boussinesq 方程式線性化的過程所出現的線

性化因子，會因地質狀況、地表補注的大小與補注時間不同而不同，本研究利用線性迴歸迴歸出一組最佳線性化因子的方程式，帶入解析解可以使得解析解更確切的描述地下水的變化過程。線性化參數 \bar{h} ，在傾斜滲漏底層的情況下確實是一個隨著不同降雨量、時間與不同地質條件的變動常數，以迴歸之方式找出最佳線性化參數，可以使線性化解析解能準確模擬地下水位之變化。

參考文獻

1. 洪堅仁、譚義績、賴世寶，坡地滲漏含水層系統自由水面線之數值研究，台灣大學農學院研究報告，33(2)，67 頁-86 頁，1993。
2. 洪堅仁、張博文、陳主惠、譚義績，降雨對坡地滲漏含水層校應影響研究，台灣水利，50(3)，27 頁-34 頁，2002。
3. 洪堅仁、陳主惠、譚義績、張博文，傾斜滲漏含水層之移動邊界理論解析，台灣水利，51(1)，36 頁-41 頁，2003。
4. 張博文、譚義績、洪堅仁，地下水滲漏含水層系統之砂箱模型研究，農工學報，37(3)，48 頁-66 頁，1991。
5. 譚義績、張博文，利用擾動分析法推導滲漏因子之研究，台灣大學農學院研究報告，30(4)，96 頁-105 頁，1990。
6. Brutsaert W. The unit response of groundwater outflow from a hillslope. Water Resour. Res., 30(10): pp. 2759-2763, 1994.
7. Carslaw, H. S., Jaeger, J. C., Conduction of Heat in Solids, 2nd ed., Oxford University Press, London, England. pp. 102-104, 1959.
8. Koussis, A. D., Smith, M. E., Groundwater drainage flow in a soil layer resting on an inclined leaky bed, Water Resour. Res., 34(11), pp. 2879-2887, 1998.
9. Kim DJ, Ann MJ., Analytical solutions of water table variation in a horizontal unconfined aquifer: constant recharge and bounded by parallel streams, Hydrol. Process, 15, pp. 2691-2699, 2001.
10. Marino, M.A., Rise and decline of the water table induced by vertical recharge, Journal of Hydrology, 23, pp. 289-298, 1974.
11. Mustafa, S., Water table rise in a semi-confined aquifer due to surface infiltration and canal recharge. J. Hydrol., 95, pp. 269-276, 1987.
12. O'Neil P.V. Advanced engineering mathematics, 4th edition, an international Thomson publishing company, p. 793, 1995.
13. Sewa, R., Chauhan, H. S., Drainage of Sloping Lands with Constant Replenishment. J. Irrig. Drain. Engng., ASCE Vol.113(2), pp. 212-223, 1986.
14. Singh, R. N., Rai, S. N., Ramana, D. V., Water table fluctuation in a sloping aquifer with transient recharge, J. Hydrol., 126, pp. 315-326, 1991.
15. Upadhyaya A, Chauhan HS. Water table fluctuations due to canal seepage and time varying recharge. J. Hydrol.. 224, pp. 1-8, 2001.
16. Verhoest, N. E. C., Troch, P. A., Some analytical solutions of the linearized Boussinesq equation with recharge for a sloping aquifer, Water Resour. Res., 36(3), pp. 793-800, 2000.
17. Zissis, T. S., Teloglou, I. S., Terzidis, G. A., Response of a Sloping Aquifer to Constant Replenishment and to Stream Varying Water Level, J. of Hydrology, 243, pp. 180-191, 2001.

符號說明

- p : 一漸增常數
 D : 含水層水位高度
 $h(x, t)$: 時間 t 距離河渠為 x 位置的垂直水位高 x 軸平行傾斜底層
 R : 地表補注率(rate of recharge)
 θ : 傾斜底層與水平之傾角
 K : 水力傳導係數(hydraulic conductivity)
 S : 含水層之蓄水係數(specific yield of the aquifer)
 $R'(x, t)$: 時間 t 距河渠 x 位置的滲漏率
 \bar{h} : 線性化參數
 $h_{ic}(x)$: 起始水位函數

收稿日期：民國 94 年 2 月 23 日

修正日期：民國 94 年 3 月 30 日

接受日期：民國 94 年 4 月 11 日

