

[illegible]

執行期間： 89 年 8 月 1 日至 90 年 7 月 31 日

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- ☐赴國外出差或研習心得報告一份
- ☐赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- ☐出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- ☐國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：國立台灣大學電信工程學研究所

中華民國九十年十月三十一日

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 波導結構光電元件及相關介觀材料結構研究—子計畫二： 光波導結構的有限元素分析

### Finite Element Analysis of Optical Waveguide Structures

計畫編號：NSC 89-2218-E-002-096

執行期限：89 年 8 月 1 日至 90 年 7 月 31 日

主持人：張宏鈞 台灣大學電機系、光電所暨電信所教授

計畫參與人員：李岱威(台大電機系) 蔡宙融(台大電信所)

于欽平(台大電信所) 李進發(台大電信所)

#### 一、中文摘要

本計畫基於已建立的一套有效且精準，引進不均勻元素的技術的三維全向量有限元素法數值模型，繼續推展與應用，詳細計算研究介質波導在介質介面尖角奇點的場量分布，探討其和有效折射率精準計算的關係，並建立適用於分析含有各向異性介質的光波導結構之模型。另外，本研究也探討兩光纖夾一層液晶材料的研磨式光纖方向耦合器的工作特性。

**關鍵詞：**光波導、半導體波導、波導理論、有限元素法、光纖耦合器、液晶

#### Abstract

In this research, based on an efficient and highly accurate three-dimensional full-vectorial finite element numerical model we have established by introducing the technique involving inhomogeneous elements, we continue to explore the generalization and applications of the analysis model. We study in detail field distribution near dielectric corner singularities of the dielectric waveguide, and examine its relation to the precision of the effective index calculation. We have established an finite element numerical model for analyzing optical waveguide structures involving anisotropic media. We have also studied operating characteristics of polished-type fiber-optic couplers with an intermediate liquid crystal layer.

**Keywords:** Optical waveguides, Semiconductor waveguides, Waveguide theory, Finite element method, Fiber-optic couplers, Liquid crystals

#### 二、計畫緣由與目的

利用有限元素法解析介質或光波導至少有二十年以上的歷史[1]，但更佳的法則持續被提出。在光波導的問題中，介質不連續及尖角不連續的處理對於數值解的準確度亦影響甚大。最近我們建立了一項有效的方法[2]，在有限元素法模式中引入非均勻元素，以一個非均勻元素處理不同介質的介面，發現只要介面上的不均勻元素取得夠細，數值準確度即可提高，等效的減少了總分割數，或是計算矩陣的大小。我們應用此一方法於矩形介質波導以及脊形波導的精確分析，在這些波導的直角不連續採用不均勻元素，並與文獻上的其他數值結果比較，證明本方法的有效性。

對於具有尖角的介質波導或光波導，由於在尖角附近電場分布存在有奇點，因此準確的全波模態分析是一個困難的問題[3]。新近的一項研究係在有限差分法分析中，在尖角處引入奇點場型解析式，以獲得更進一步的全波分析[4]。我們認為非均勻元素處理的有限元素法應可足夠解析尖角問題，為分析尖角附近的電場分布，在本計畫中，我們採用 Ex-Ey 法的有限元素分析程式，同樣引進非均勻元素以處理不同介質的介面以及尖角，以獲得尖角附近的模態電場分布，與[3]和[4]的結果比較。

許多光波導的材質具有各向異性(anisotropy)，早已有學者應用有限元素法於此類波導的研究[5]。先前我們著重於各向同性光波導的研究，在本年度的研究中我們建立了以有限元素法分析各向異性光波導的模式，並成功應用於埋入式波導結構。

本研究也探討兩光纖夾一層液晶材料的研磨式光纖方向耦合器的工作特性。研磨式耦合器的製作方式是將去皮的光纖微曲埋入刻有凹槽的石英基座，經過機械研磨的程序，使纖芯露出或幾乎露出於空氣中。將兩塊磨好的基座適當結合，即可造成兩個纖芯互相接近而產生耦合。研磨式耦合器可在接合面加上一層折射率匹配液，具有潤滑作用，使兩基座相對位置易於調整，形成可調式的耦合器。當匹配液層改為具各向異性的液晶時[6]，光波在液晶介質中傳播時，其偏極化平行或垂直於液晶之 director，所對應之折射率各不相同，而外加電場可改變 director 的方向，因之改變光波所看到的等效折射率。因此如果以外加電場控制耦合器中之液晶層，可以改變研磨式耦合器的耦合率，達到功率可調或信號調制的作用。本研究建立分析相關結構的電磁數值模型，可計算耦合器的耦合功率。

### 三、結果與討論

對於折射率為二維分布的介質波導，我們所發展的全向量有限元素法係採用 Hx-Hy 法或 Ex-Ey 法，引入 Ez 及 Hz 連續的限制，並使用八點矩形元素。在本研究中我們特別探討如圖一所示波導尖角附近電場分布及其奇點特性。考慮一正方形介質波導，我們的元素分割如圖二所示(利用四分之一幾何對稱性)，跨過介質界面以及直角不連續處的較小的元素即為不均勻元素，而  $W_i$  為尖角非均勻元素的寬度。在各個不均勻元素內，仔細處理邊界條件，是得以達成數值精準的原因。以折射率對比為 1.5 比 1 之正方形波導為數值實例，我們在圖三比較了不同方法在計算基模傳播常數隨不同的未知量數目的收斂情形，其中  $N_x=N_y$  為結點的數目，FEM-I 代表我們所提

出的引入非均勻元素的有限元素法( $W_i$  選定為 0.00002 微米)，FEM 代表未採用非均勻元素的方法，E8 代表使用八點矩形元素的 Ex-Ey 法，H4 代表使用四點矩形元素的 Hx-Hy 法，FDM 代表有限差分法。圖三顯示 FEM-I-E8 以及 FEM-I-H8 之優越性，且兩者準確度相近，同時優於 E4 以及 H4，FEM-I 則優於 FEM 及 FDM。我們發現若以 FEM-E8 計算場型，必須考慮電場在尖角附近的奇點行為，同時修改尖角附近的計算法則。根據[7]，尖角附近的場分量應以下式修正： $E_x(r, \varphi = 0) = [(n_c + 1)/2] E_x(r, \varphi = \pi)$ ， $E_y(r, \varphi = \pi/2) = [(n_c + 1)/2] E_y(r, \varphi = 3\pi/2)$ 。圖四(a), (b), (c)分別為以 FEM-I-E8 法(79 x 79 網格)，FEM-E8 法(161 x 161 網格)，以及修正之 FEM-E8 法(161 x 161 網格)所算出之波導尖角附近的  $E_y$  分量場型分布，請注意圖四(b)雖是以較密的網格計算，但有一局部最大值出現在遠離尖角的介面上，修正後的圖四(c)則為接近圖四(a)的場型。圖四(d)展示  $E_y$  在尖角附近沿著波導對角線(圖一中  $\varphi = \pi/4$ )的變化，FEM-I-E8 法的結果具有最高的峰值。由於圖三顯示 FEM-I-E8 法所求得的基模傳播常數有最佳的收斂性，我們認為該法所求得的場值應具最佳的收斂性，因此最接近奇點分布特性。另外，在本研究中我們亦試著在我們的 FEM-I 法中引進奇點場型解析式，瞭解其效果，發現引入此解析並無必要。事實上[3]與[4]的結果尚無法判定為絕對準確的結果，因此以我們所採用的不同方法與之比較，在學術上甚具貢獻。

其次討論各向異性光波導的研究。我們考慮材質之介電常數張量除了對角線上外均為零的情況，我們建立了有限元素法以分析各向異性光波導的模態，圖五為計算一埋入式鋁酸鋰波導基模傳播常數的結果，結構參數示於圖中，所得結果與[5]相當吻合。

最後，圖六為兩光纖夾一層液晶材料的研磨式光纖方向耦合器的計算結果。圖六之插圖顯示所考慮之研磨式耦合器的截面，兩纖芯間夾有一層具各向異性的液晶，在波長為 1.3 微米時液晶對應於 TE 與 TM 波的折射率隨溫度的變化如圖七所示，而所求得的元件耦合功率隨溫度的變

化示於圖六，其中纖芯的半徑令為 2.5 微米，而液晶層厚度令為 2 微米。圖六的結果顯示所考慮的耦合器在波長為 1.3 微米時甚具各向異性，TM 波幾乎沒有耦合作用。

#### 四、計畫成果自評

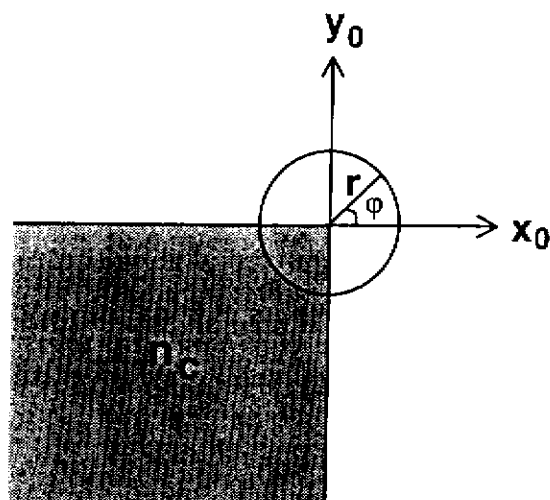
本計畫研究內容與原計畫相符，預期目標大致達成。以所建立的引進不均勻元素的三維全向量有限元素法數值模型，有效地計算波導尖角附近具奇點特性的電場場型，甚具學術價值。而推展所建立有限元素法至各向異性光波導模態的分析，成功應用於埋入式波導結構，使我們有機會探討更多樣的光波導與元件。兩光纖夾一層液晶材料的研磨式光纖方向耦合器為較複雜波導結構之一例。

#### 五、參考文獻

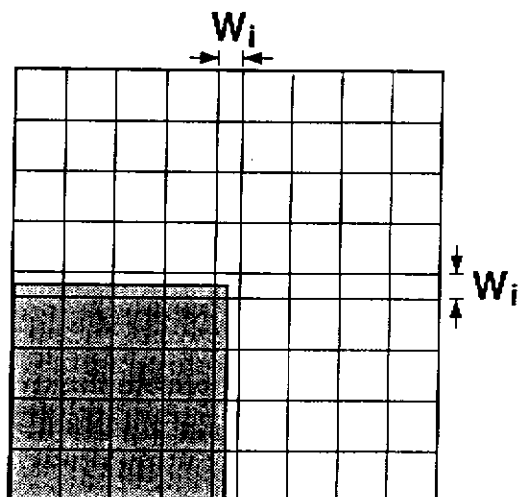
- [1] B. M. A. Rahman and J. B. Davies, "Finite-element analysis of optical and microwave waveguide problems," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-32, pp. 20-28, 1984.
- [2] D. U. Li and H. C. Chang, "An efficient full-vectorial finite-element modal analysis of dielectric waveguides incorporating inhomogeneous elements across dielectric discontinuities," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 36, pp. 1251-1261, 2000.
- [3] A. S. Sudbo, "Why are accurate computations of mode fields in rectangular dielectric waveguides difficult?" *J. Lightwave Technol.*, vol. 10, pp. 418-419, 1992.
- [4] W. W. Lui, C.-L. Xu, W.-P. Huang, K. Yokoyama, and S. Seki, "Full-vectorial mode analysis with considerations of field singularities at corners of optical waveguides," *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, pp. 1509-1513, 1999.
- [5] P. Vandenbulcke and P. E. Lagasse, "Eigenmode analysis of anisotropic optical fibres or integrated optical waveguides," *Electron. Lett.*, vol. 12, pp. 120-122, 1976.

- [6] R.-P. Pan, S.-R. Liou, and C.-K. Lin, "Voltage-controlled optical fiber coupler using a layer of low-refractive-index liquid crystal with positive dielectric anisotropy," *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 34, pp. 6410-6415, 1995..
- [7] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, 2<sup>nd</sup> ed. Oxford, U.K.: Oxford University Press, 1991.

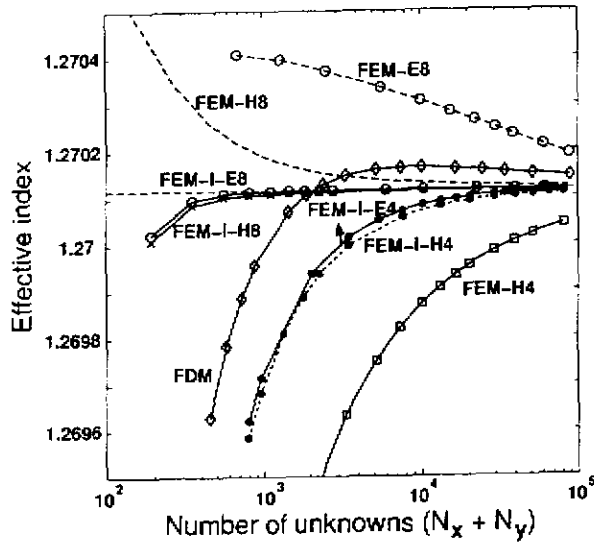
#### 六、圖表



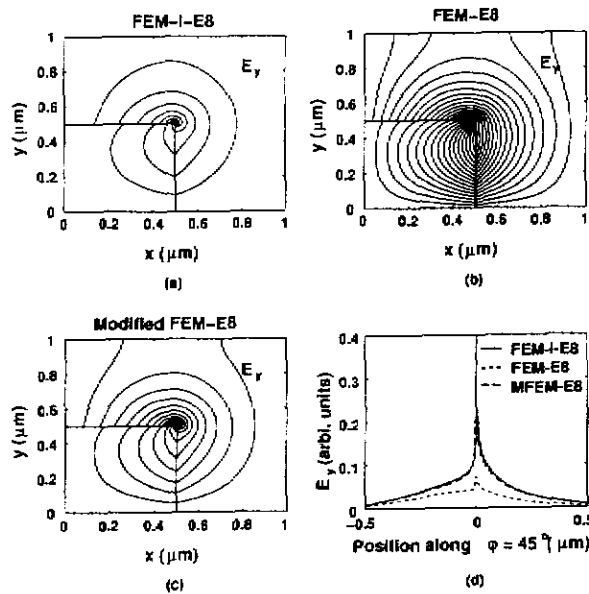
圖一 九十度的介質波導尖角。



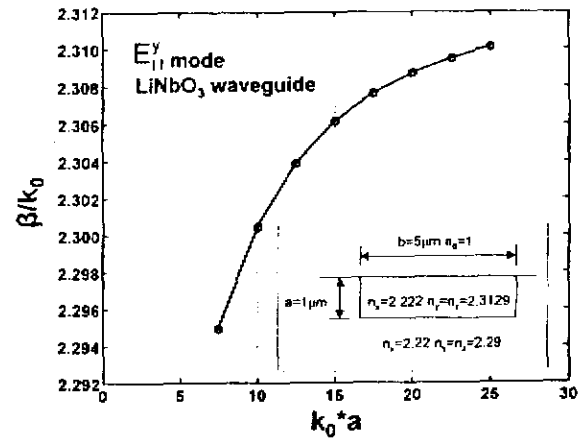
圖二 包含不均勻元素的尖角附近元素分割圖。



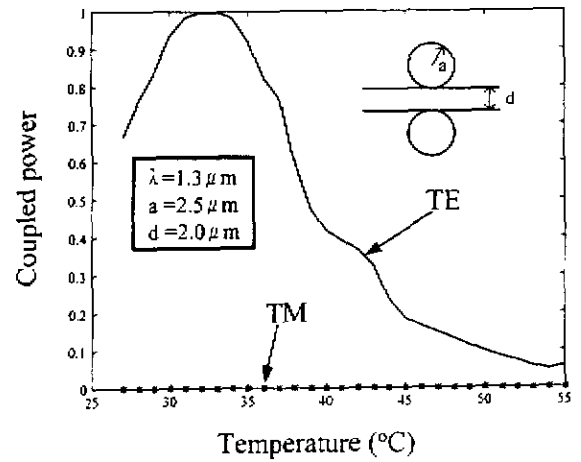
圖三 以不同方法計算正方形波導基模有效隨不同的未知量數目的收斂情形，其中  $N_x=N_y$  為結點的數目。



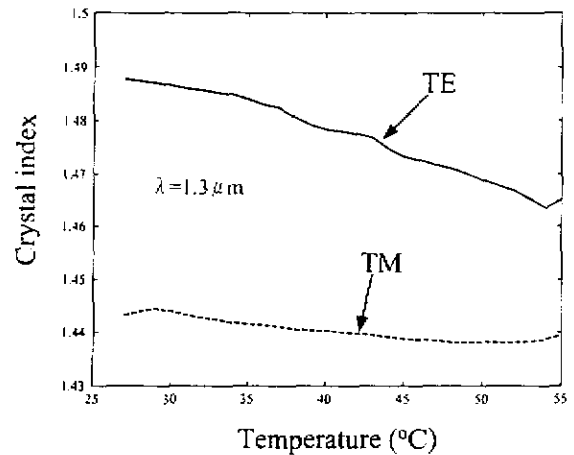
圖四 以不同方法計算正方形波導基模之  $E_y$  分量在尖角附近的分布場型。(a) FEM-I-E8 法。(b) FEM-E8 法。(c) 修正之 FEM-E8 法。(d)  $E_y$  沿著波導對角線的變化。



圖五 埋入式鋰酸鋯波導基模傳播常數的計算結果。



圖六 兩光纖夾一層液晶材料的研磨式光纖方向耦合器結構耦合功率分別在 TE 與 TM 波情況下的計算結果。



圖七 在波長為 1.3 微米時液晶對應於 TE 與 TM 波的折射率隨溫度的變化圖。