

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

河川形貌動力之實驗與模式研究 研究成果報告(精簡版)

計畫類別：個別型
計畫編號：NSC 95-2221-E-002-108-
執行期間：95年08月01日至96年10月31日
執行單位：國立臺灣大學生物環境系統工程學系暨研究所

計畫主持人：吳富春

計畫參與人員：博士後研究：卓庭毅
研究生：劭允銓

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 97年01月31日

河川形貌動力之實驗與模式研究

Experimental and modeling studies on fluvial morphodynamics

計畫編號：NSC 95-2221-E-002-108

執行期限：95/08/01 ~ 96/10/31

主持人：吳富春 國立台灣大學生物環境系統工程學系

研究人員：邵允銓、卓庭毅

中文摘要：本研究針對增量礫石(Gravel augmentation)與沖淤水流(Flushing flow)對河川形貌所造成之影響進行水槽實驗與數值模式建立。數值模式驗證及比較結果顯示本研究發展之模式最大改善之處在於納入表層與副表層中混合粒徑的底床架構，因此能較為準確地模擬其粒徑分布之變化。水槽實驗結果顯示高強度沖淤水流讓床面產生全運移，但並不一定具有較高之副表層清淤能力；而增益礫石加入後在床面上逐漸形成甲護層，降低有效剪應力，使床面運動變為部份運移，與其說增益礫石能有效降低床面含砂量，不如說是增益礫石盤據原有床面。本研究建議若欲進一步評估應用增益礫石方式改善棲地環境之效果，細顆粒之入滲作用實為不可忽略的一環。

關鍵詞：增量礫石，沖淤水流，數值模式，水槽實驗，河川形貌動力。

Abstract: In this study we conducted flume experiments and developed numerical model to investigate the effects of gravel augmentation and flushing flows on fluvial geomorphology. The results indicated that the proposed numerical model incorporates the modified framework of surface/subsurface mixed-size sediment and thus is able to accurately simulate the change of grain size distribution induced by flushing flows. Flume experimental results revealed that high-intensity flushing flows led to full transport of surface sediment but was not necessarily associated with a high efficiency of subsurface flushing. A surface armor formed following gravel augmentation, which reduced the effective shear stress and resulted in partial transport. It was the augmented gravels that occupied the bed surface rather than they reduced the sand content in the surface layer. The results also suggested that sand infiltration should not be overlooked if the effect of gravel augmentation on habitat restoration is to be further assessed.

Keywords: Gravel augmentation, flushing flow, numerical model, flume experiment, fluvial morphodynamics.

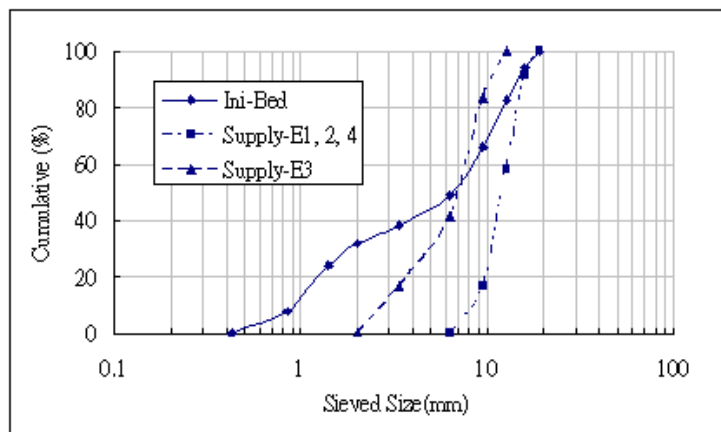
一、前言

本研究針對增量礫石(Gravel augmentation)與沖淤水流(Flushing flow)對河川形貌所造成之影響進行水槽實驗與數值模式建立。此議題為目前全世界河川復育科技領域非常新穎熱門之研究主題，研究成果可做為預測河川形貌動態變化及優選河川復育策略之有效工具(Wu and Chou, 2004)。本研究今年度建立一通用之河川形貌動力數值模擬架構，其主要特色為混合粒徑多分區輸砂演算及納入底床表層與副表層之交互作用，此一通用模式架構可做為不同復育措施河川形貌動力模擬之基礎。本研究並以不同沖淤水流與增

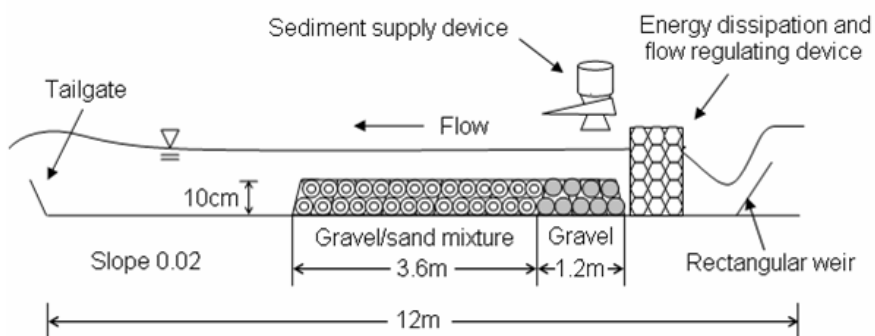
益礫石供應條件進行水槽實驗，探討沖淤水流與增益礫石聯合運用對於遭受細砂污染之河川棲地形貌及其底床粒徑變化之影響。

二、實驗設置

為探討沖淤水流(Flushing Flow)與增益礫石(Gravel Augmentation)聯合應用對於遭受細砂污染之河川棲地形貌及其底床粒徑變化之影響，本研究設計四組不同沖淤水流與增益礫石供應條件進行實驗室渠道試驗。實驗場址位於國立台灣大學水工試驗所，渠道尺寸為 12 m 長，40 cm 寬。實驗材料為粒徑 0.45 mm ~ 19.1 mm 之砂礫，粒徑小於 2 mm 為細砂分區，為模擬細砂污染之河川棲地，於渠道中鋪設厚 0.1 m、長 3.6 m 含砂量 32% 之混合砂礫作為起始實驗觀察段，詳細實驗材料粒徑分布如圖一所示，觀察段上游並延伸鋪設 1.2 m 由平均粒徑 21.8 mm 礫石所組成的替代河床，確保水流進入觀察段時已發展完全，替代河床上方備有可調整供砂率之加砂器，以穩定速度供應增益礫石，整體實驗設置圖如圖二所示。



圖一 實驗材料粒徑分布



圖二 整體實驗設置圖

實驗條件如表一所列，四組實驗之起始福祿數(Fr)皆大於 1.4，其流況足以到達深層沖淤(Depth Flushing)之條件。將礫石上色做為增益礫石之供應材料可明確與未上色之起始河床礫石相區隔，其中 E1、E2、E4 採用 6.35 mm ~ 19.1 mm 相同粒徑分布之材料以不同供應率釋放，E3 為 2 mm ~ 12.7 mm 較細之粒徑分布，為進一步了解增益礫石延時

釋放所影響觀察段床面粒徑分布改變之機制，E4 之供應材料依釋放順序分別染以白色、藍色及紅色，其增量礫石延時釋放之供應率與供應時間列於表二。

表一 實驗條件

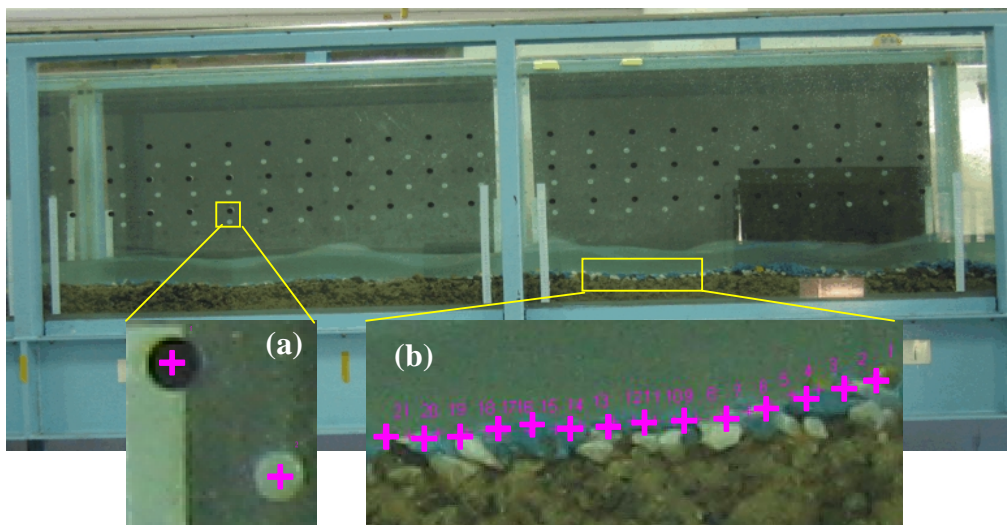
Exp. No.	Duration (hr)	Slope	Discharge (cms)	Supply (kg/m/s)	Fr
E1	1.0	0.02	2.2400E-02	2.7322E-02	1.43
E2	1.0	0.02	2.6712E-02	4.3503E-02	1.47
E3	1.5	0.02	2.3672E-02	1.7497E-02	1.44
E4	1.5	0.02	2.5178E-02	1.7304E-02	1.46

表二 增量礫石延時釋放之供應率與供應時間

	White	Blue	Red
Supply Rate (kg/m/s)	1.429E-02	2.277E-02	1.2973E-02
Release Time (min)	35	35	20

三、實驗方法與步驟

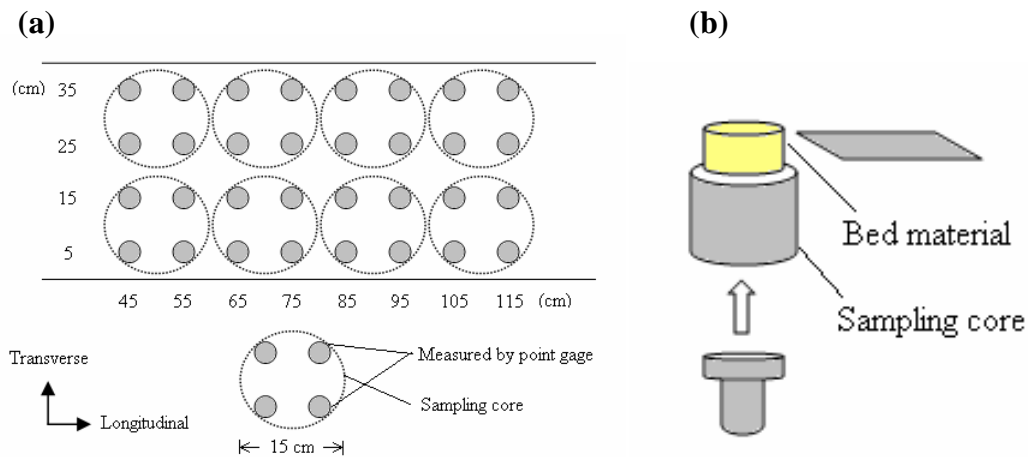
實驗觀察段與替代河床鋪設完成後，抬高下游尾水板，以不破壞觀察段床面之小流量蓄水，蓄水量達尾水板高度時，逐漸加大流量至預設值，緩慢降低尾水板高度使觀察段水流脫離尾水板影響，此一步驟是為避免觀察段床面遭受未達穩定之水流衝擊。實驗量測分為三部分：第一部分是利用自動影像記錄器固定每隔五分鐘紀錄觀察段床剖面之變化，實驗結束後以影像分析程式擷取床剖面數值高程資料。影像分析需先以已知座標點建立影像與實際座標轉換關係，如圖三(a)所示，之後便可用滑鼠擷取床剖面影像轉換成實際物理高程，如圖三(b)所示。



圖三 (a)利用檢定點建立影像座標轉換關係；(b)床剖面影像擷取

第二部分是在實驗結束後以針尺(Point gauge)量測床面高程並對觀察段床面粒徑進行採樣，針尺量測間距與粒徑採樣位置如圖四(a)所示。針尺量測床面高程可用以驗證影像分析之結果，床面粒徑採樣器為直徑 15 cm、高 15 cm 之空心壓克力圓柱，其厚度 5mm，採樣方法如圖四(b)所示，以起始床面 D_{90} 為單位，取出採樣器中兩單位深度之床面組成作為表層與副表層之粒徑採樣，將其烘乾後分篩秤重。

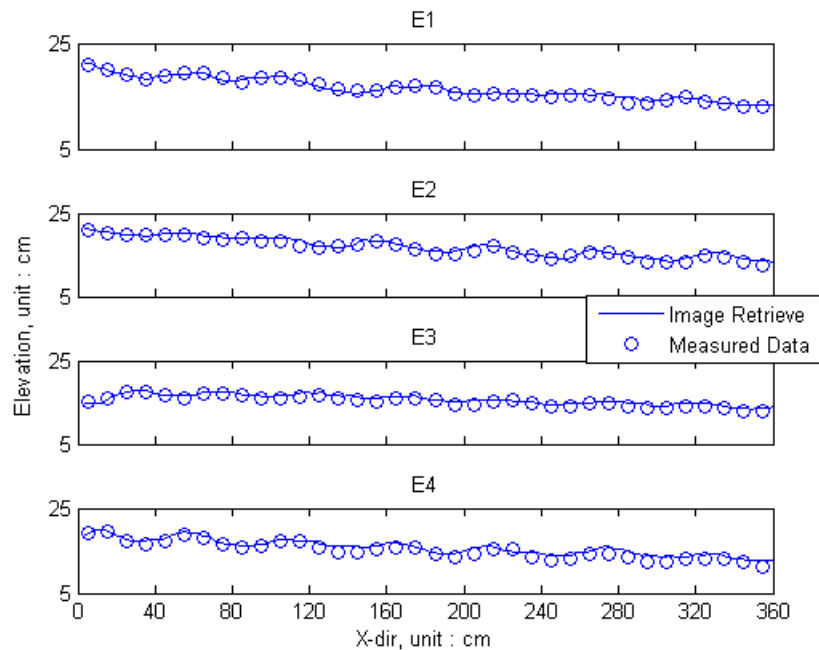
第三部分為記錄實驗段下游沖積三角洲之演變位置，實驗結束後將不同時間堆積的三角洲烘乾後分篩秤重。



圖四 (a)針尺量測間距與粒徑採樣位置；(b)床面粒徑採樣器及採樣方法

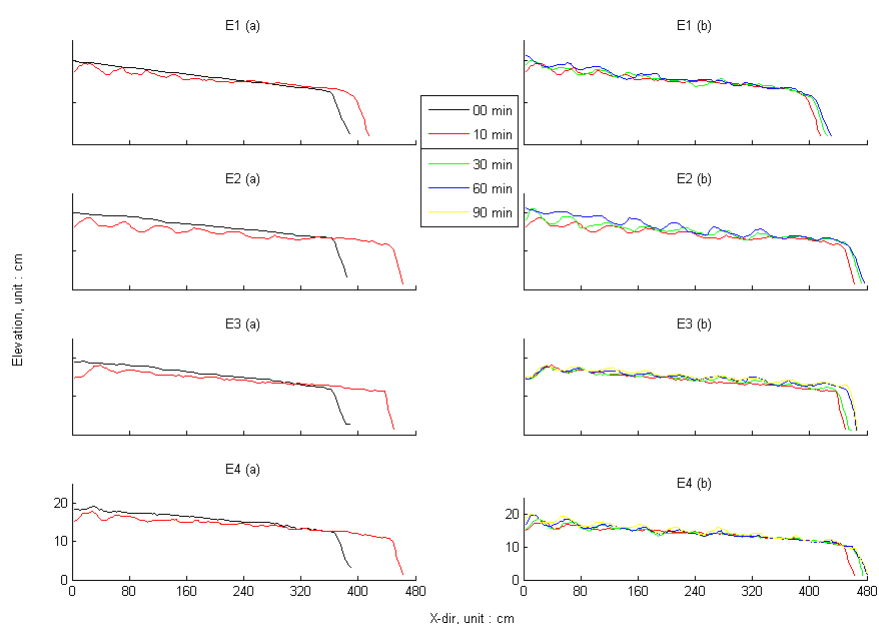
四、實驗結果與討論

4.1 沖淤水流與增益礫石之交互作用



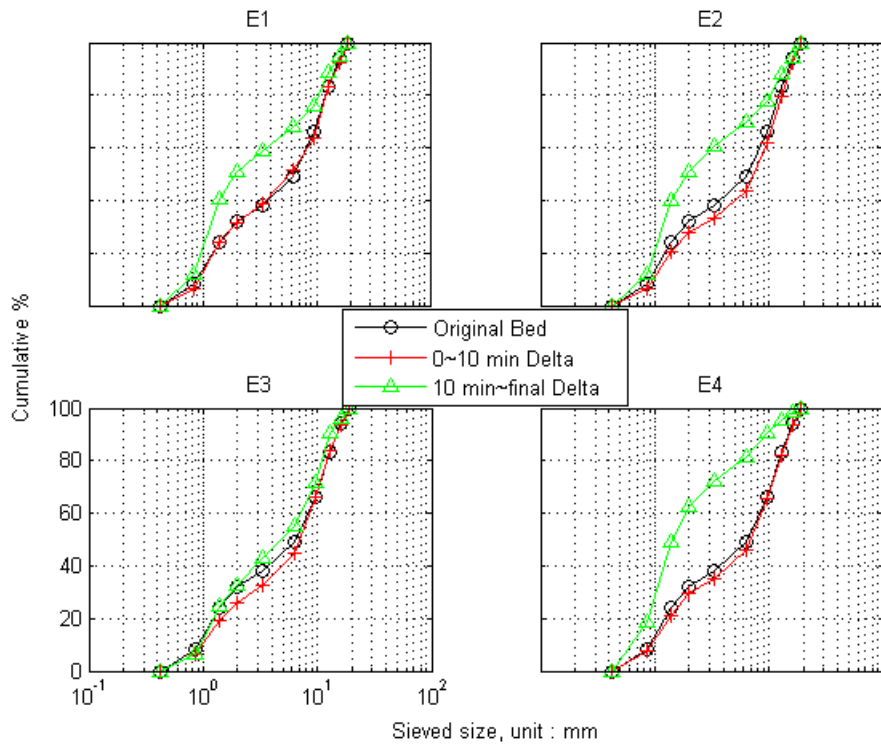
圖五 針尺量測之最終床剖面高程與影像分析結果比較

為驗證應用影像分析方法擷取床剖面數值高程資料之準確性，以針尺所量測之最終床剖面高程與影像分析數據比較如圖五所示，兩種方法所得結果非常相近，可驗證影像分析方法擷取床剖面高程具有足夠可信度。圖六所示為床剖面之時間演變，其中(a)為 0 至 10 分鐘、(b)為 10 分鐘之後的床剖面演變。圖六(a)顯示觀察段受到沖淤作用影響較大，這段時間裡上游床面產生大量沖刷，淤積三角洲大幅度往下游延伸，在沖刷過程中觀察段尚有波形床貌逐漸由上游往下游生成，圖六(b)顯示 10 分鐘之後的床面沖刷減緩，淤積三角洲延伸速度大幅減慢，取而代之的是觀察段中波形床貌的局部發展，底床砂礫在波形床貌的上坡面堆積，下坡面由於局部剪應力較大，相對而言堆積較少，E1、E3 及 E4 三組實驗結束時，其波形床貌皆還處於發展階段，E2 由於沖淤水流及增益礫石供應率皆較大，上游波形床貌逐漸被填平回淤。

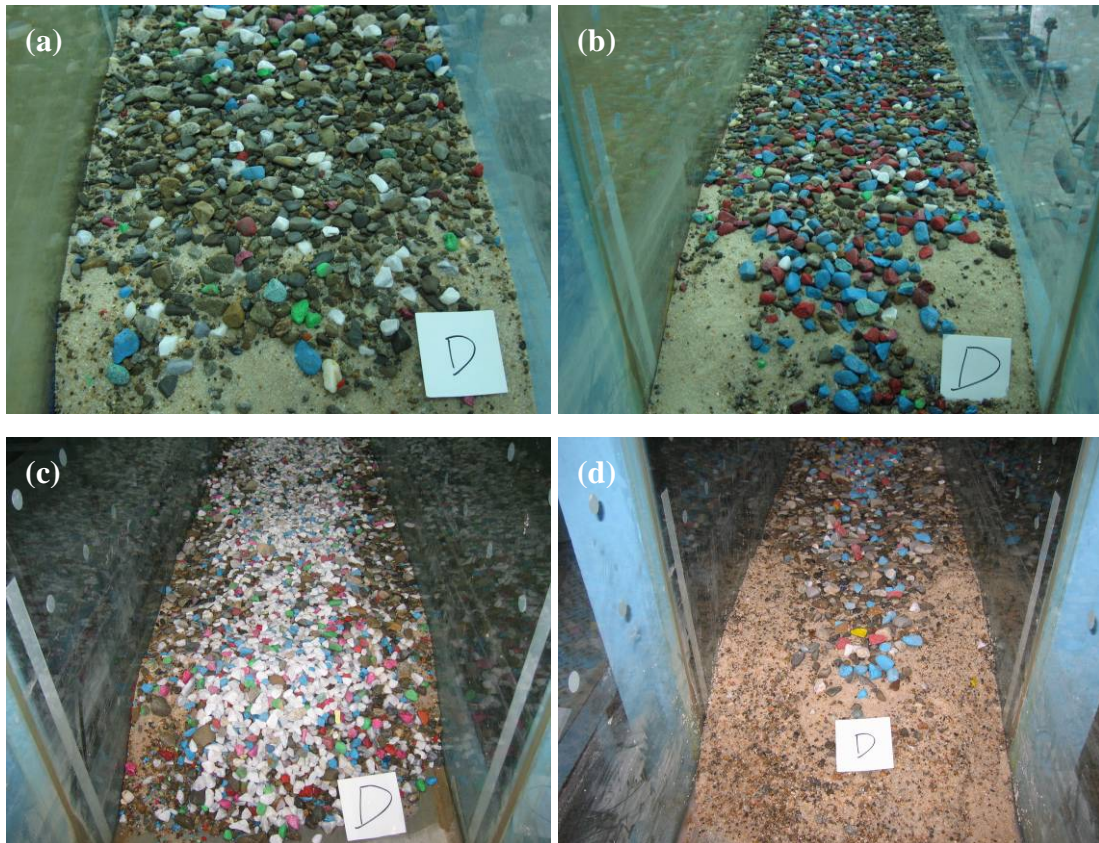


圖六 床剖面之時間演變 (a) 0 至 10 分鐘；(b) 10 分鐘之後

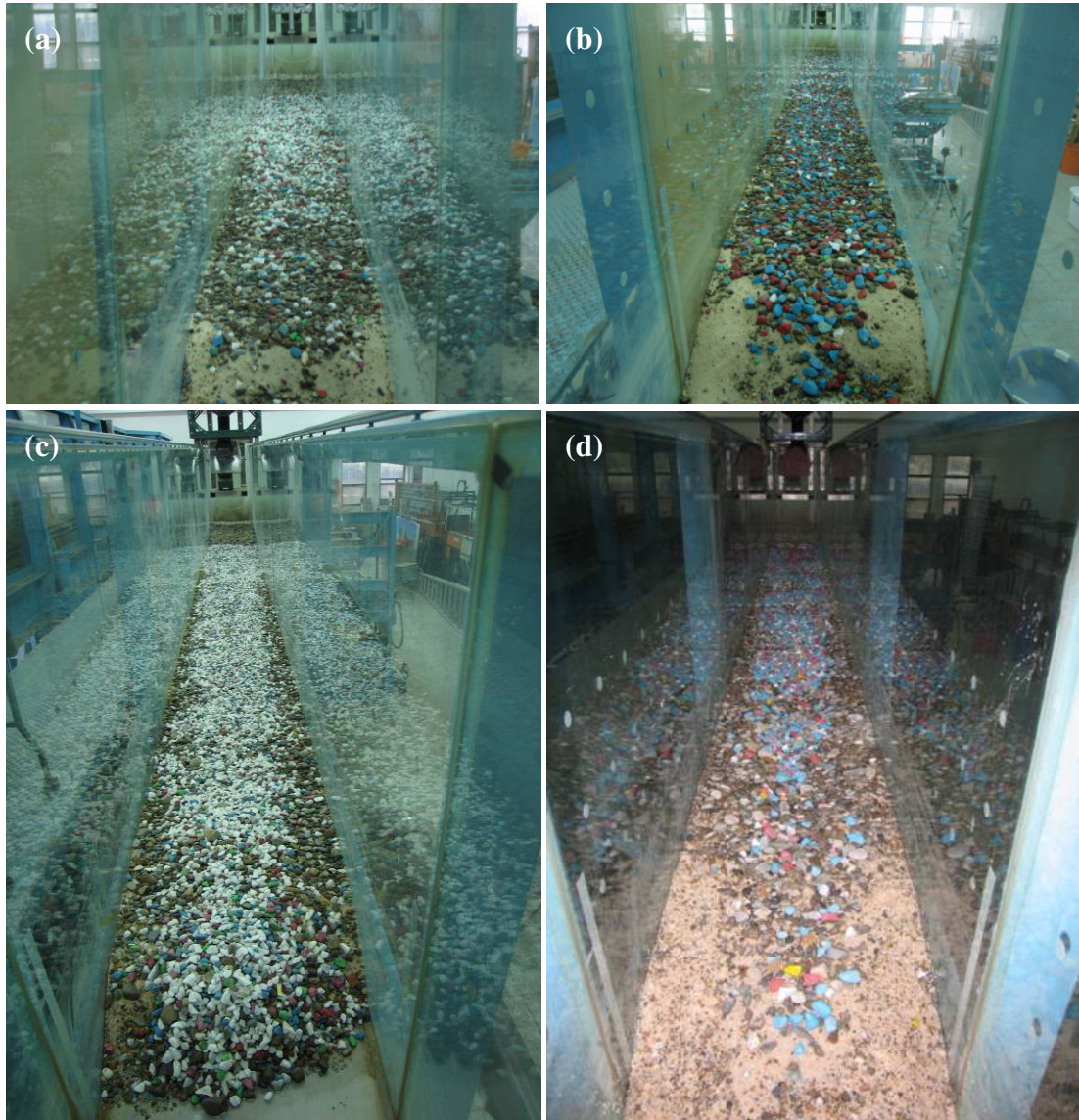
為進一步比較沖淤水流與增益礫石改善底床組成之效果，將圖六(a)、(b)兩段時間所生成之淤積三角洲粒徑分布與起始河床比較如圖七所示。此四組實驗在 0 至 10 分鐘所生成之淤積三角洲粒徑分布與起始河床組成極為接近，此結果顯示以高強度沖淤水流清除觀察段之細砂，僅是製造高強度剪應力使床面砂礫產生全運移，造成大量沖刷並改變原河床形貌，對床面細砂之清淤效果並不顯著。10 分鐘之後增益礫石之主導性漸增，所供應之增益礫石逐漸在床面形成甲護層而降低床面有效剪應力，床面運動由全運移轉變成部分運移，因此這段時間所生成之淤積三角洲粒徑分布較起始河床細小許多。比較 E1、E2 與 E4 三組實驗發現，由於 E1 與 E2 實驗時間相同，其沖淤三角洲粒徑分布較為相似，E4 實驗時間較長，其粒徑分布較 E1 與 E2 為細，而 E3 之沖淤三角洲粒徑分布並無太大變化(參見照片一與照片二)，推論這是由於 E3 所供應的增量礫石粒徑較小，致使觀察段床面甲護作用較為緩慢，部分運移作用較不顯著(Wu and Yang, 2004)。



圖七 淤積三角洲與起始河床之粒徑分布比較



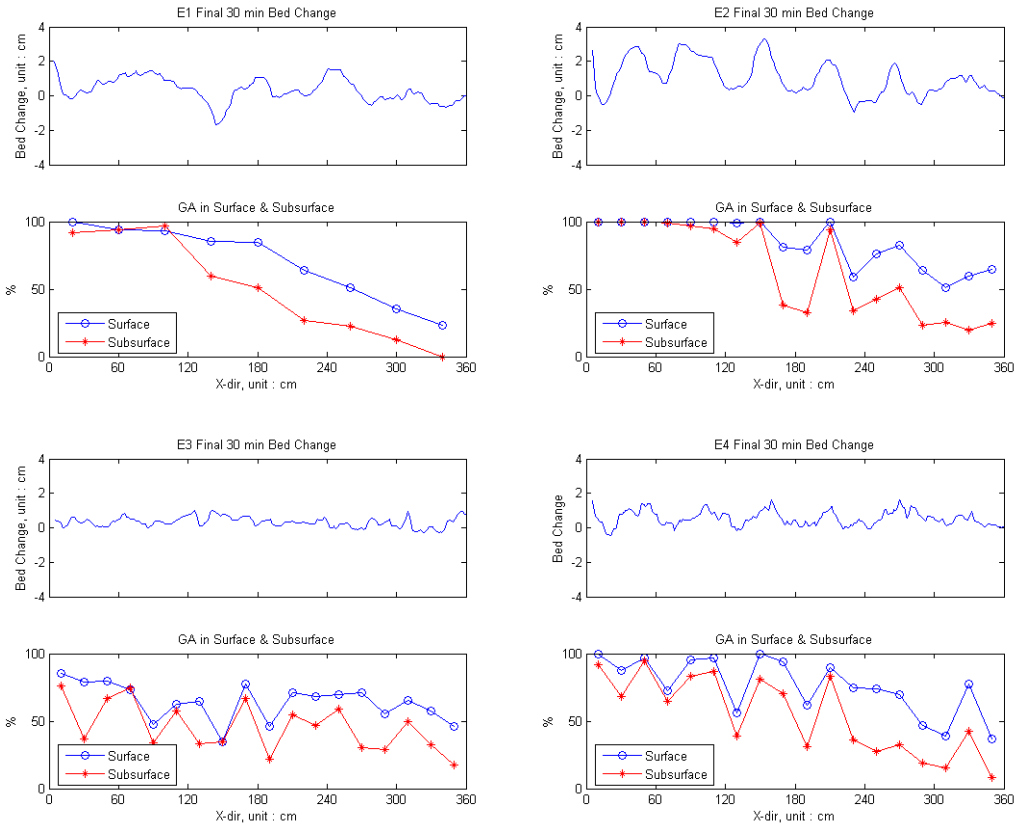
照片一 四組實驗之淤積三角洲(a)E1；(b)E2；(c)E3；(d)E4



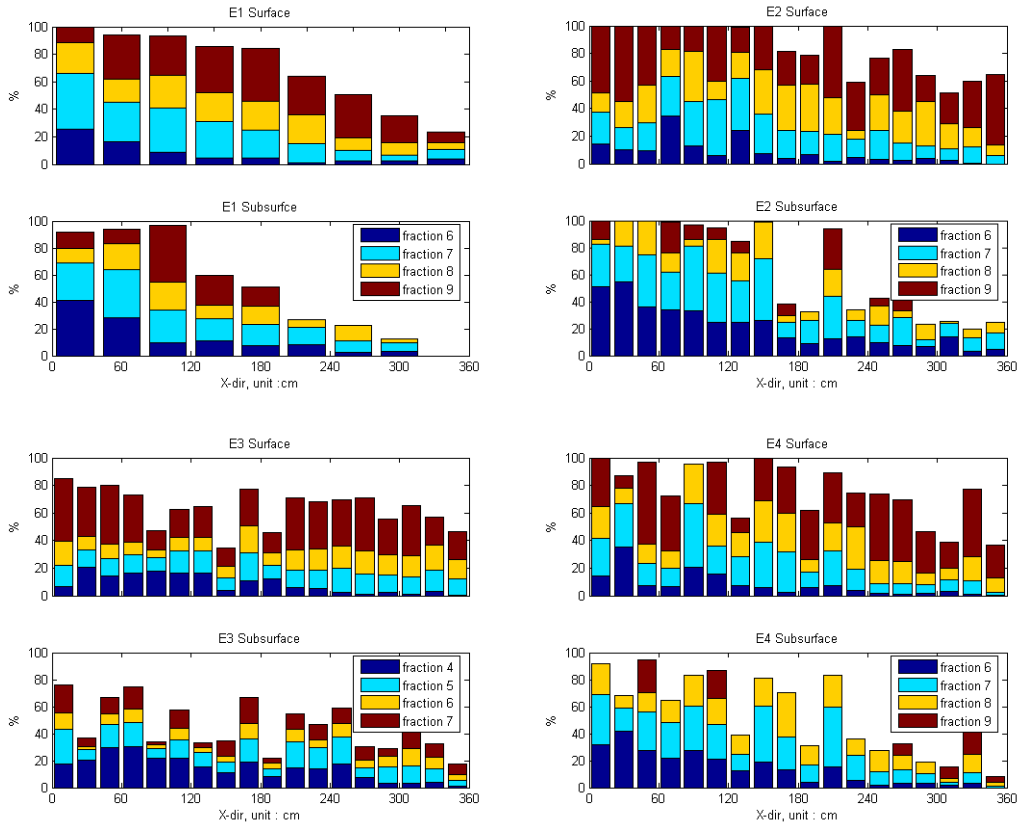
照片二 四組實驗之最終床面(a)E1；(b)E2；(c)E3；(d)E4

4.2 表層與副表層之粒徑分布特性

由於增益礫石於觀察段之堆積會直接反應在床貌變化上，因此取出各組實驗最後 30 分鐘之床剖面變化與表層、副表層增益礫石所佔比例進行比較，如圖八所示。增益礫石在表層中所佔比例大於副表層，在最上游回淤較明顯處，表層與副表層幾乎全被增益礫石所盤據。E1 之採樣解析度較粗，可看到增益礫石由上游往下游推演的趨勢；在 E2 與 E4 中，增益礫石於副表層中所佔比例受到波形床貌影響甚大，下波面床面變化較小的地方，增益礫石在表層與副表層中所佔比例差異甚大，但在上坡面床面變化較大的地方，增益礫石所佔比例較為接近，這是由於水流在波形床貌下坡面有較大的局部剪應力，致使增益礫石在此處較難堆積。圖九中進一步呈現表層與副表層中增益礫石之粒徑組成，可發現在副表層中較小粒徑分區所佔比例遠較表層中為高，且多集中在上游副表層，顯示在增益礫石進入觀察段的過程中，一開始時較小顆粒便向下入滲，導致床面上多留下較粗粒徑分區之顆粒，也因此四組實驗的下游表層採集到較多大粒徑之增益礫石。此結果顯示，增益礫石過程之主導機制中，入滲現象也是不可忽略的一環。

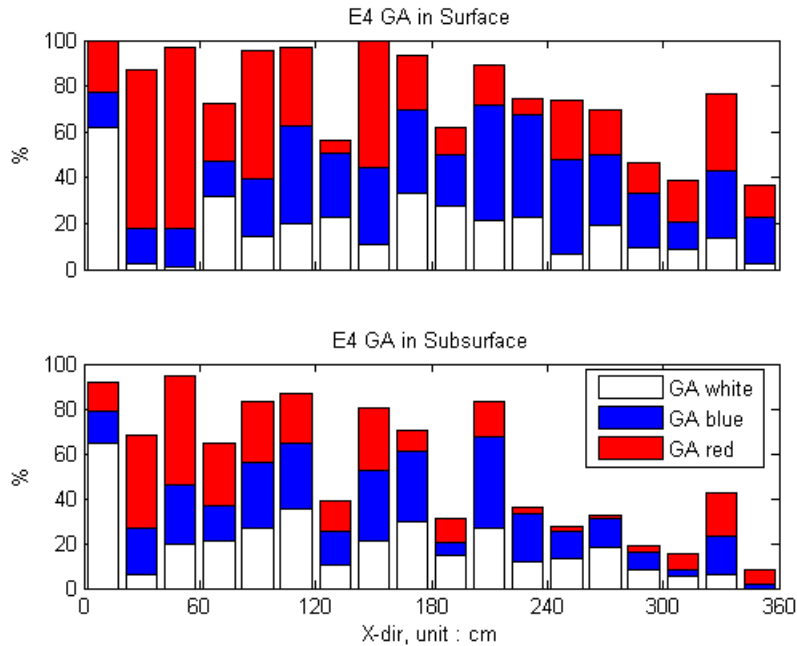


圖八 各組實驗最後 30 分鐘床剖面變化與表層、副表層增益礫石比較



圖九 表層與副表層中增益礫石之粒徑組成

圖十所示為 E4 中增益礫石延時釋放對於表層、副表層粒徑分布之影響，依釋放順序分別為白色、藍色與紅色。白色顆粒除了在上游 10 cm 處的表層、副表層佔有 60% 比例外，在其他各處所佔比例皆小於 40%，藍色顆粒則是在中下游的表層副表層佔有較高比例，紅色顆粒則主要分布在上游之表層、副表層，由此一分布趨勢可以推測增益礫石進入觀察段後，會先在上游堆積再逐步往下游移動，而較晚添加之礫石會覆蓋在前一批添入的礫石上，此時較早添入之礫石被掩蓋在下方而無法繼續往下游推移，床面運動被較晚釋放之礫石所盤據，因此在下游的表層處仍可採到一定數量的紅色礫石。



圖十 增益礫石延時釋放對表層、副表層粒徑分布之影響

4.3 實驗結論

高強度沖淤水流並不一定具有較高之副表層清淤能力，因為高強度沖淤水流所造成的高剪應力讓床面產生全運移，床面上細砂與礫石一起被帶往下游，因此床面除了產生較大程度的沖刷與床面形貌改變外，其粒徑組成並無顯著的改變，而增益礫石加入後在床面上逐漸形成甲護層，降低有效剪應力，使床面運動變為部份運移，床面細砂的可動性大於礫石，而增益礫石的堆積也使得原先受細砂污染的床面被覆蓋在副表層下方。因此，與其說增益礫石能有效降低床面含砂量，倒不如說是增益礫石盤據原有床面。若欲進一步評估應用增益礫石方式改善棲地環境之效果，細顆粒之入滲作用實為不可忽略的一環。

五、數值模式

數值模式架構主要分為四個步驟，第一步係利用迴水方程式計算底床剪應力，第二步利用底床剪應力計算混合粒徑輸砂率，再以擬擴散方程式計算副表層至表層的泥砂向上通量，第三步利用泥砂連續方程式計算底床高程變化，第四步是以各層間連續方程式更新表層與副表層之粒徑分布。

5.1 水流方程式

以一維淺水波方程式(Shallow water equation)描述水流運動，包括水流連續方程式與動量方程式：

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} u^2 + gh + gz \right) + \frac{\tau}{\rho h} = 0 \quad (1b)$$

由於水流反應時間遠比底床變化快，因此可採用擬穩定流況(Quasi-steady flow) 假設，將淺水波方程式簡化為迴水方程式(Backwater equation)，計算流況時可分亞臨界流($Fr < 0.8$)與超臨界流($Fr > 0.8$)兩種情況處理：

$$\frac{dh}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \quad \text{for } Fr \leq 0.8 \quad (2a)$$

$$S_f = S_0 \quad \text{for } Fr > 0.8 \quad (2b)$$

式中

$$S_f = \frac{\tau}{\rho gh}, \quad S_0 = \frac{-\partial z}{\partial x}$$

$$Fr = \frac{Q}{Bh\sqrt{gh}}, \quad Q = uh$$

式(2)中尚需要應用底床阻抗(Bed resistance)關係式計算底床剪應力 τ ，其關係式如下：

$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \left(\frac{11h}{k_s} \right) \quad (3)$$

式中

$$u = Q / Bh$$

$$u_* = \sqrt{\tau / \rho}$$

$$\tau = \rho gh S_f$$

$$k_s = 2.5 D_s^{Fs} D_g^{1-Fs}$$

將式(3)代入式(2)展開後得到水深 h 之函數如下，利用疊代法可求得水深 h ：

$$h = f(Q, B, S_f, k_s) = \left(\frac{Q}{2.5B\sqrt{gS_f} \ln \left(\frac{11h}{k_s} \right)} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4)$$

然後利用關係式 $\tau = \rho gh S_f$ 即可計算底床剪應力。

5.2 泥砂演算

以泥砂連續方程式(Exner equation)計算床面高程變化：

$$(1-\lambda)\frac{\partial z}{\partial t} = \left(-\frac{\partial q_T}{\partial x} + \frac{q_{sub,T}}{\rho_s} \right) \quad (5)$$

孔隙率 λ 在混合粒徑情況下，當含砂量較低時底床結構是由礫石所搭建起來，細砂分布於礫石的空隙當中(Matrix-supported bed)，當含砂量高時細砂填滿礫石間空隙並撐開礫石之間的碰觸(Framework-supported bed)，此兩種底床結構計算孔隙率的方法各異。細砂剛好填滿礫石間孔隙時為臨界含砂比例 f_c ，其定義為：

$$f_c = n_g(1-n_s)/(1-n_g n_s) \quad (6)$$

式中 n_s 與 n_g 分別為細砂與礫石之孔隙率，混合粒徑砂礫之孔隙率計算如下：

$$\begin{aligned} f_s \geq f_c & \quad \lambda = n_s f_s / [1 - n_s(1 - f_s)] \\ f_s < f_c & \quad \lambda = (n_g - f_s) / (1 - f_s) \end{aligned} \quad (7)$$

當含砂比例大於 f_c 時，計算床面高程變化需考慮細砂與礫石的影響。當含砂比例小於 f_c 時，床面高程變化僅與礫石有關； ρ_s = 砂礫密度； q_T = 總輸砂率 = $\sum_i q_{b,i}$ ， $q_{b,i}$ = 第 i 分區輸砂率(volume/width/time)；

$q_{sub,T}$ = 副表層細砂向上通量(mass/area/time) = $\sum_i q_{sub,i}$ ；

分區輸砂率 $q_{b,i}$ 採用底床表層混合粒徑輸砂方程式(Wilcock and Crowe, 2003)計算，其特色為納入表層含砂比例對砂礫啟動之影響，各粒徑分區無因次輸砂率表示如下：

$$W_i^* = \begin{cases} 0.002\phi^{7.5} & \text{for } \phi < 1.35 \\ 14\left(1 - \frac{0.894}{\phi^{0.5}}\right)^{4.5} & \text{for } \phi \geq 1.35 \end{cases} \quad (8)$$

式中 W_i^* = 無因次分區輸砂率 = $(\rho_s / \rho - 1)gq_{b,i} / F_i u_*^3$ ； $\phi = \tau_0 / \tau_{r,i}$ ， $\tau_{r,i}$ = 第 i 分區參考剪應力，可以下式求得：

$$\frac{\tau_{r,i}}{\tau_{r,s50}} = \left(\frac{D_i}{D_{s50}} \right)^b, \quad b = \frac{0.67}{1 + \exp(1.5 - D_i / D_{s50})} \quad (9)$$

式中 D_{s50} = 表層中值粒徑； $\tau_{r,s50}$ = 表層中值粒徑之參考剪應力，計算如下：

$$\frac{\tau_{r,s50}}{(\rho_s - \rho)gD_{s50}} = 0.021 + 0.015 \exp(-20F_s) \quad (10)$$

副表層細砂上揚至表層的主要機制是由於表層礫石受水流影響翻動後，使副表層泥砂得

以暴露水流而被帶起至表層，此現象可以擴散方程式來描述，副表層細砂向上通量 $q_{sub,i}$

可以下式求得：

$$q_{sub,i} = C_{u,i} \left(\frac{f_i - F_i}{f_i} \right) \frac{M_i}{t_{ex}} \quad (11)$$

式中

$$M_i = L_{ss} \rho_s f_i$$

$$t_{ex} = 5L_b D_a / q_T$$

M_i 為單位面積副表層中第 i 分區粒徑質量； t_{ex} 為表層全部礫石翻動一次所需要的時間，為反應流況之參數，流況愈劇烈則 t_{ex} 值越小，向上通量也越大，流況愈緩和則 t_{ex} 值越大，向上通量則越小。以擴散方程式描述副表層向上通量，並不代表副表層泥砂向上運動機制為擴散，僅是以此方程式做為合理計算的工具； $C_{u,i}$ = 第 i 分區上揚係數；本模

式採用表層之 D_{90} 為表層厚度 (L_s) 與副表層厚度 (L_{ss})。

本研究採用改良版泥砂連續方程式 (Modified Exner equation) 計算表層粒徑分布之時間變化：

$$(1 - \lambda) \frac{\partial L_s F_i}{\partial t} = - \frac{\partial q_{b,i}}{\partial x} - E_i (1 - \lambda) \frac{\partial (z - L_s)}{\partial t} \quad (12)$$

式中 E_i = 第 i 分區粒徑在交換量 $\Delta(z - L_s)$ 中所佔比例，底床淤積 ($\Delta(z - L_s) > 0$) 時， $E_i = F_i(t)$ ；底床沖刷 ($\Delta(z - L_s) < 0$) 時， $E_i = f_i(t)$ 。式(5)代入式(12)可得

$$(1 - \lambda) \frac{\partial L_s F_i}{\partial t} = - \frac{\partial q_{b,i}}{\partial x} + E_i \left[\frac{\partial q_T}{\partial x} - \frac{q_{sub,T}}{\rho_s} + (1 - \lambda) \frac{\partial L_s}{\partial t} \right] \quad (13)$$

副表層粒徑分布之時間變化：

$$(1 - \lambda_s) \frac{\partial L_{ss} f_i}{\partial t} = \left(- \frac{q_{sub,i}}{\rho_s} \right) - E_i \left[\left(\frac{\partial q_T}{\partial x} - \frac{q_{sub,T}}{\rho_s} \right) + (1 - \lambda_E) \frac{\partial L_s}{\partial t} \right]$$

$$+ E_{si} \left[\left(\frac{\partial q_T}{\partial x} - \frac{q_{sub,T}}{\rho_s} \right) + (1 - \lambda_{Es}) \frac{\partial L_s}{\partial t} + (1 - \lambda_{Es}) \frac{\partial L_{ss}}{\partial t} \right] \quad (12)$$

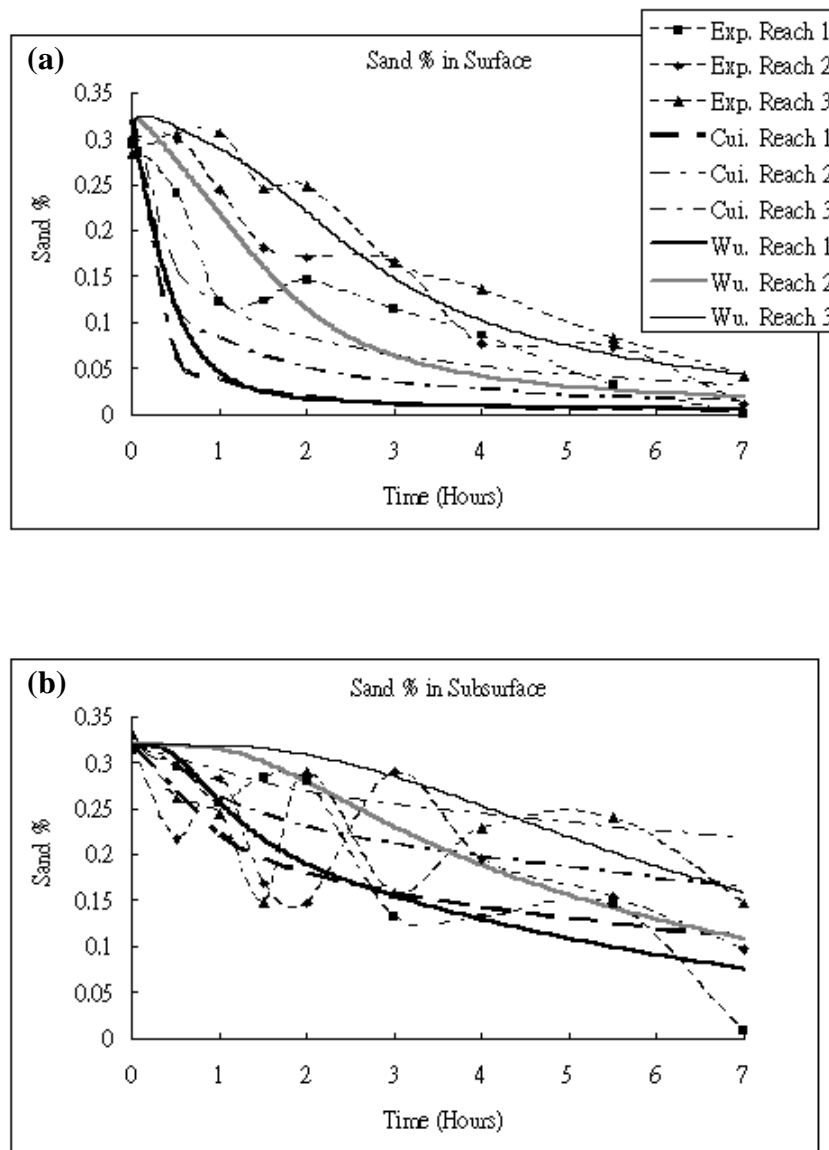
式中等號右手邊第一項為副表層損失之向上通量，第二項為表層與副表層間的交換量，第三項為副表層與底質的交換量，床面高程上升時 $E_{si} = f_i$ 為副表層粒徑分布，床面高程降低時 $E_{si} = f_{si}$ 為底質粒徑分布。床面高程上升或降低時，影響底質層粒徑分布變化如下：

$$\text{Degradation : } f_{si}(t + \Delta t) = f_{si}(t)$$

$$\text{Aggradation : } f_{si}(t + \Delta t) = \frac{\Delta z}{L_{ss}(t + \Delta t)} f_i(t) + \frac{L_{ss}(t + \Delta t) - \Delta z}{L_{ss}(t + \Delta t)} f_{si}(t) \quad (13)$$

六、模擬結果與討論

本研究選用 Wu and Chou (2003)之沖淤實驗結果進行數值模式驗證，並與 Cui (2007)之 TUGS 模式模擬結果進行比較。圖十一(a)所示為表層含砂量之時間變化，圖中顯示 TUGS 模式在前四小時嚴重低估了表層含砂量，本研究所發展之模式僅在上游段會有較大低估；副表層含砂量之時間變化如圖十一(b)所示，圖中顯示 TUGS 模式模擬結果普遍有高估現象，而本研究所發展之模式僅上游段高估，中下游之模擬結果皆非常吻合。比較兩種模式之間的差異，TUGS 模式的底床運動加入了表層細砂入滲至副表層的機制，然其表層與副表層混合粒徑的底床架構並未考慮細砂與礫石之間的結構關係，僅以一常數孔隙率來表示，因此模擬結果雖然能抓到定性的變化趨勢，但在定量的預測上會有較大的誤差。本研究所發展之模式最大改善之處在於納入表層與副表層中混合粒徑的底床架構，因此能較為準確地模擬其粒徑分布之變化。



圖十一 (a)表層含砂量時間變化；(b) 副表層含砂量時間變化

七、參考文獻

- Cui, Y., 2007, The unified gravel-sand (TUGS) model: Simulating sediment transport and gravel/sand grain size distributions in gravel-bedded rivers, *Water Resour. Res.*, 43, W10436, doi:10.1029/2006WR005330.
- Wilcock and Crowe, 2003, Surface-based transport model for mixed-size sediment, *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(2), 120-128.
- Wu, F.-C., and Y.-J. Chou, 2003, Simulation of gravel-sand bed response to flushing flows using a two-fraction entrainment approach: Model development and flume experiment, *Water Resour. Res.*, 39(8), 1211, doi:10.1029/2003WR002184.
- Wu, F.-C., and Y.-J. Chou, 2004, Tradeoffs associated with sediment-maintenance flushing flows: A simulation approach to exploring non-inferior options, *River Research and Applications*, 20(5), 591-604.
- Wu, F.-C., and K.-H. Yang, 2004, A stochastic partial transport model for mixed-size sediment: Application to assessment of fractional mobility, *Water Resour. Res.*, 40(4), W04501, doi:10.1029/2003WR002256.