

二相懸浮流中懸浮微粒的聚結研究

Study of the coagulation of small particles in two-phase suspension flow

計畫編號：NSC 89-2212-E-002-048

執行期限：88 年 8 月 1 日至 89 年 7 月 31 日

主持人：李雨 研究生：黃家增 執行機構及單位：國立臺灣大學應用力學研究所

一、中文摘要

本計劃以數值計算方法研究二相懸浮流(氣膠體)中微粒因聲波的作用所引發的微粒聚結問題，本文同時考慮微粒間的正動力作用(orthokinetic interaction)及流力作用(hydrodynamic interaction)，以釐清二者的機制。前人文獻中並無深入考慮後者，因而導致相同大小的微粒在聲波作用下並不會引致聚結的結果。本研究除顯示流力作用在相同大小微粒的聚結問題扮演關鍵角色外，在下列四種情況下也不應忽略，分別為：(1)微粒間的平均距離較小(即微粒顆數濃度變大)，(2)懸浮微粒的體積較大，(3)聲波強度較低，及(4)聲波頻率較強等四種狀況。另本文對不同初始粒徑分佈及不同參數的影響亦作了詳細探討。

關鍵詞：微粒聚結，聲波，正動力作用，流力作用

Abstract

This project aims to study the coagulation of small particles in a two-phase suspension flow (aerosol) under the action of a traveling sound wave via numerical method. Both the orthokinetic and hydrodynamic interaction are included in the kernel of the coagulation equation in order to study the mechanisms of these two effects. The latter is usually neglected in the previous study, which leads to the result that there is no

particle coagulation in a mono-dispersed suspension flow. The present result indeed shows that the hydrodynamic interaction is crucial for the particle agglomeration in a mono-dispersed suspension flow, and is significant when: (1) the number density of the suspended particles is large, (2) the size of the suspended particles is large, (3) the amplitude of the sound wave is low, and (4) the frequency of the sound wave is large. Effects of different initial distributions of particles and different parameters are also studied in details.

Keywords: coagulation of small particles, sound wave, orthokinetic interaction, hydrodynamic interaction

二、緣由與目的

在大氣環境中，常存在數量甚多的固態及液態懸浮微粒，以一般都市受空氣污染的空氣為例，其微粒數目濃度約為 10^5 顆/ cm^3 ，粒徑範圍在 $0.01-100 \mu m$ 間，以 $0.01-1 \mu m$ 為主。其中 $0.1-1 \mu m$ 範圍的微粒，就擴散(diffusion)機制而言因粒徑太大而效率不高，但就慣性(inertia)機制而言卻因粒徑太小而效果不彰，因此 $0.1-1 \mu m$ 範圍的微粒為最難以自空氣中移除者(見 Friedlander, 1977)。再者， $0.1-1 \mu m$ 範圍的微粒，其對光的散射(scattering)效率亦最

大，為造成大氣中能見度下降的主因，因此實有必要去研究移除 $0.1-1\ \mu\text{m}$ 微粒的方法。在眾多前人提出的方法中，有一項有趣而有效的方法，乃是利用聲波在二相懸浮流中傳播引致微粒聚結成較大顆微粒，再用傳統方法將大顆微粒移除。相關文獻可參考 Mednikov (1965), Chou et al. (1981), Temkin (1981) 及 Foster & Pflaum (1988)。

要使微粒聚結，首要使微粒發生碰撞，音波即為提供兩微粒間碰撞所需的相對速度。至於兩類不同大小的微粒間的碰撞機率與碰撞頻率函數(collision frequency function)有關；在音波強度 160db 以下，紊流效應可以忽略(見 Chou et al., 1981)，碰撞頻率函數與微粒間的相對速度成正比。如單一微粒在音波中的速度可用來估算懸浮流中微粒的速度，則所獲者稱為正動力作用(orthokinetic interaction)下的碰撞頻率函數；如相鄰微粒對待求微粒的週遭音波流場造成干擾，則所獲微粒速度將與單一微粒在音波中的速度不同，而因此所算出者稱為流力作用(hydrodynamic interaction)下的碰撞頻率函數。近日 Temkin (1994) 在只考慮正動力作用下的微粒聚結現象作了詳細的數值模擬，但由碰撞函數的數學形態觀察(見下節之(2)式)，只在正動力作用下，同樣大小的微粒並不會發生碰撞及聚結，此與實驗結果不符，故本文將加入流力作用的考慮，以期正確了解微粒的聚結現象。

三、物理模式與數值計算

本研究的相關理論推導及數值計算方法的詳細情形可參考黃家增(2000)。考慮一固定的空間中存在有不同體積大小的懸浮微粒，或因外力的作用、或因載運微粒的流體運動，微粒間會作相對運動而產生碰

撞。因為一般微粒的碰撞速度不會太高，在凡德瓦爾力(van der Waals force)的作用下，我們假設兩顆微粒碰撞後會黏結在一迅，成為一顆較大的微粒(體積為碰撞前兩顆微粒體積的總和)。因此隨著時間的演變，空間中微粒的總數目會因碰撞而下降，但微粒粒徑變大(以保持微粒總體積守恒)。令 n_v 為體積為 v 的微粒數目濃度(number density)，也就是說單位體積內體積為 v 的微粒共有 $n_v dv$ 顆。 n_v 為 v 的函數，其隨時間的演變滿足(見 Friedlander, 1977)

$$\frac{dn_v}{dt} = \frac{1}{2} \int_0^v K(v-w, w) n_{v-w} n_w dw - n_v \int_0^\infty K(v, w) n_w dw \quad (1)$$

上式稱為聚合方程式(coalescence equation)，其中 $K(u, w)$ 代表體積為 v 的微粒和體積為 w 的微粒的碰撞頻率函數， $K(v-w, w)$ 代表體積為 v 以外的懸浮微粒和其他“適當”體積的微粒碰撞、而產生體積為 v 的懸浮微粒的碰撞頻率函數。

在正動力作用下，Temkin (1994) 作了週詳的回顧，並建議採用

$$K(v, w) \equiv K_{OK}(v, w) = \pi(r_v + r_w)^2 u_{vw} = 2(r_v + r_w)^2 E_{OK} \frac{U_0 \omega |\tau_v - \tau_w|}{\sqrt{1 + (\omega \tau_v)^2} \sqrt{1 + (\omega \tau_w)^2}} \quad (2)$$

其中 r_v 及 r_w 分別為體積為 v 及 w 微粒的半徑， τ_v 及 τ_w 分別為體積為 v 及 w 微粒的鬆馳時間(relaxation time)， U_0 及 ω 分別為聲波的速度振幅和頻率， E_{ok} 為碰撞效率參數(collision efficiency)，Chou et al. (1981) 曾討論如何給定此一參數，本文及 Temkin (1994) 均取為 1，而在史篤氏阻力(Stokes drag)的條件下，鬆馳時間 $\tau_p = 2\rho_p r_p^2 / (9\rho_g \nu)$ ，下

標 p 可代表(2)式中的 v 或 w ， v 為載運流體的運動黏滯係數(kinematic viscosity)， ρ_p 及

ρ_g 分別為微粒及流體的密度。按(2)式，對於同樣大小的微粒， $\tau_v = \tau_w$ ，即 $K_{OK}(v, v) = 0$ ，微粒並不會產生聚結，因此本文中加入了如下流力作用的考慮，

按 Dianov et al. (1968)的分析，流力作用下的碰撞頻率函數可表示為

$$K(v, w) = K_{HI}(v, w) = \pi(r_v + r_w)^2 Q \quad (3)$$

其中

$$Q = \frac{3U_0}{2\pi d} \left[r_v l_v + r_w l_w + \frac{U_0}{\pi v} (r_v^2 l_v^2 + r_w^2 l_w^2) \right] - \frac{6v}{\pi^2 d^2} (r_v + r_w) - \frac{9U_0}{16\pi d^2} (r_v^2 l_v + r_w^2 l_w) + \frac{3U_0^2}{8d^2 \omega} l_v l_w (l_v q_w - l_w q_v) (r_v - r_w) \quad (3a)$$

$$l_p = \frac{\mu_g}{1 + h_p \mu_g^2}, \quad q_p = \frac{\mu_p + h_p \mu_g^2}{1 + h_p \mu_g^2},$$

$$h_p = \frac{9\rho_g U_0}{2\pi\rho_p \omega r_p} = \frac{R_p}{\pi\omega\tau_p}, \quad R_p = \frac{U_0 r_p}{v}$$

$$\mu_p = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_p^2}}, \quad \mu_g = \frac{\omega\tau_p}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_p^2}}$$

及 d 為兩微粒間的距離，在本文中取 $d = N^{-1/3}$ ，其中 N 為微粒的瞬時總顆數濃度。上述各式中下標 p 可代表(3)及(3a)式中 v 或 w ，表示微粒相的量。

本研究將同時考慮正動力作用及流力作用兩項引致微粒聚結的效應，也就是在(1)式中的 $K = K_{OK} + K_{HI}$ 。(1)式中所示的微-積分方程式並無分析解，也不能透過相似轉換(見 Friedlander, 1977 之第七章)將之轉換為積分方程式，故本研究將基本上採用

Temkin (1994)的計算方法進行分析。首先我們將(1)式無因次化，再將無因次方程式的積分項離散化，也就是將(1)式所示的連續微粒顆數濃度分佈改採離散形式分佈，最後可得一組非線性常微分聯立方程式組，在給定始起狀態的微粒濃度分佈下，我們採用朗次-庫他(Runge-Kutta)算則進行求解。由方程式組知除了始起條件外，本問題共受四個無因次參數統御，分別為雷諾數， $R = U_0(D_1/2)/v$ ；計算域中最小微粒直徑 D_1 與初始微粒間平均距離的比值， $Q = D_1 N_0^{1/3}$ (N_0 為初始時懸浮微粒的總顆數濃度)；索荷數 (Strouhal number)， $S = \omega D_1 / U_0$ ；及無因次頻率， $T = \omega\tau_1$ (τ_1 為以 $D_1/2$ 為半徑所得之鬆馳時間)。在計算時需要注意的是隨著時間的演進，微粒分佈範圍因聚結效應會在體積(或粒徑)軸上往大的方向移動，也就是說待解方程式會隨著時間的演進而有所改變，在本計算中，我們在初始時即設定足夠大的體積範圍來進行計算。

四、結果與討論

首先我們就只考慮正動力作用下，以本研究所撰寫的程式所獲結果與 Temkin(1994)結果相互比較驗證。再藉始起時總微粒數目濃度的時變率初步探討各參數的效應，在懸浮微粒呈對數常態分佈(lognormal distribution)初始條件下，結果顯示在工程應用範圍內， T 為主要影響參數， Q 的影響較弱， R 及 S 的影響可以忽略。在純動力作用下 T 亦為主要參數(統御參數只有 T 及 Q)，但其與本研究同時考慮正動力及流力作用的函數關係不同。以下為不同始起條件下的部分代表性結果，詳細見果可參考黃家增(2000)。

(1)始起時微粒大小為對數常態分佈：這是

一般狀態下空氣中氣膠體的分佈狀況。對不同初始粒徑範圍、不同初始微粒顆數濃度、不同幾何標準差、不同聲波強度、及不同聲波頻率下，我們就只考慮正動力作用及同時考慮正動力及流力作用兩種狀況均作了詳細的計算分析，結果顯示當粒徑較大(見圖一)及聚合後期(愈後期愈聚結出較多大顆粒)時流力作用會有較大的影響，其他狀況下流力作用並不明顯。這是因為空間中粒徑分佈範圍寬廣，有利正動力作用。至於粒徑較大時流力作用較明顯，乃是因為較大粒徑時之雷諾數較大，對週遭流場的干擾增加，因而流力作用較強。

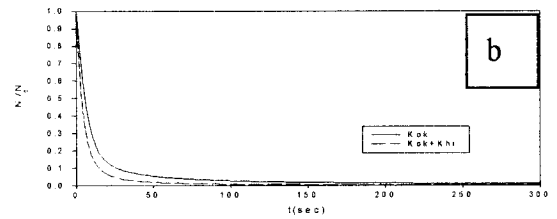
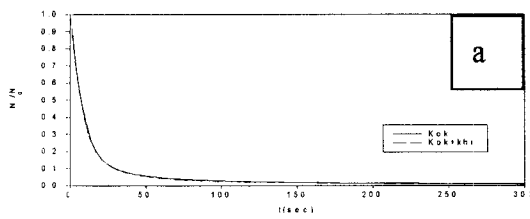
(2) 始起時空間中僅有兩種不同大小(各佔一半)的微粒：開始時因空間中微粒粒徑的分佈範圍集中，正動力作用減弱，流力作用的重要性相對增加。圖二、三及四分別顯示在不同 N_0 、不同聲波強度及不同聲波頻率下，只考慮正動力作用及同時考慮正動力與流力的計算結果均有所差異，且在較大微粒顆數濃度、較低聲波強度及較高聲波頻率下，流力作用的效果更為顯著。在圖二中，當 N_0 增加時，流力作用在較早時即讓聚結效應加速(N 下降較快)。圖五(a)顯示聚結效果隨聲波頻率上升(4-10kHz)而增加，但圖五(b)(10-300kHz)卻顯示相反的趨勢，這表示在一適中的頻率下會有最佳的聚結效果，Temkin(1994)及本研究在初始對數常態分佈下亦獲相似結果。圖六顯示在聚結過程中詳細粒徑分佈的演變，開始時只有 1 及 2 μm 兩種微粒，但隨著聚結現象的發生，長時間後會(見 1800 s 的結果)演變成對數常態分佈狀況。在過度期間(201-300s)會出現一波浪狀的有趣分佈。

(3) 始起時空間中僅有一種微粒：在本狀況下開始時正動力作用為零(因 $K_{ok} = 0$)，而由流力作用來主導，待空間漸次聚結出不同大小的微粒後，正動力作用效應逐漸顯

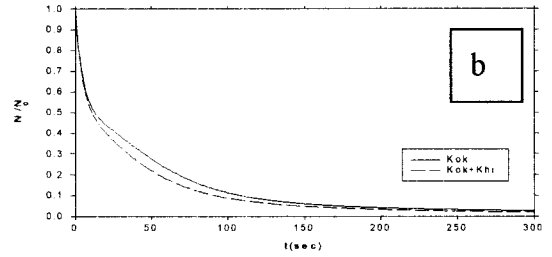
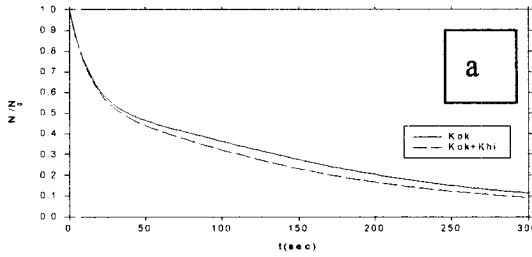
現，而最後主導聚結的發展，圖七與八中各曲線出現反曲形狀(與圖一至五的指數下降方式不同)正是此等現象的表徵。圖七顯示聚結效果隨著聲波強度增加而增強，圖八顯示聲波在一適中值時會獲致最快的聚結效果，這些均與不同始起粒徑分佈時的結果相同(見圖三與五)。圖九顯示詳細粒徑分佈的發展情形，如同圖六，長時間後聚結效應亦會使空間微粒由單一粒徑分佈發展成對數常態分佈的狀況。比較圖一、圖二至五、及圖七與八，我們可發現初始時微粒分佈範圍愈廣者，其在聲波作用下聚結愈快。

五、 參考文獻

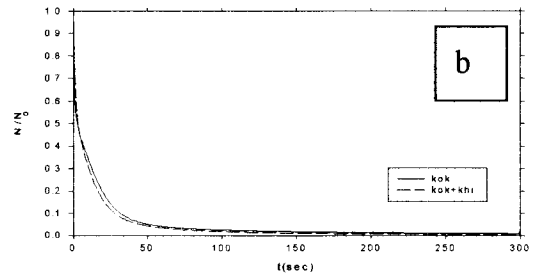
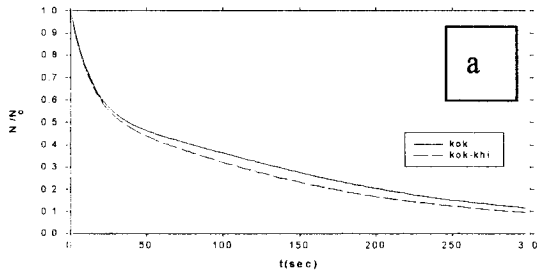
1. Dianov, D. B., A. A. Podol'skii and V. I. Turubarov, Soviet Physics – Acoustics, V.13, No.3, pp.314-319 (1968),
2. Mednikov, E. P., “Acoustic coagulation and precipitation of aerosols,” Consultants Bureau, New York (1965).
3. Chou, K. H., P. S. Lee and D. T. Shaw, J. Colloid Interface Sci., V.83, No.2, pp.335-353 (1981).
4. Foster, M. P. and J. C. Pflaum, J. Geophys. Res., V.93, No.D1, pp.747-758 (1988).
5. Friedlander, S. K., “Smoke, dust and haze – Fundamentals of aerosol behavior,” John Wiley & Sons (1977).
6. Temkin, S., “Elements of acoustics,” Wiley, New York (1981).
7. Temkin, S., Phys. Fluids, V.6, pp.2294-2303 (1994).
8. 黃家增, “聲波引致氣體中懸浮微粒的聚集研究,” 國立臺灣大學應用力學研究所碩士論文(2000)



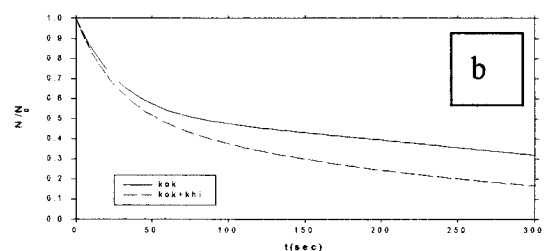
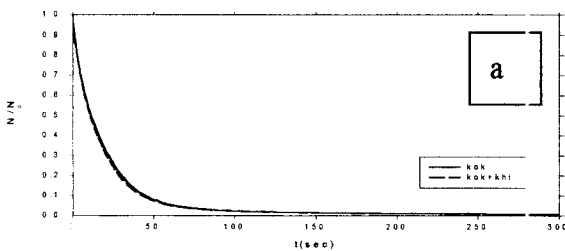
圖一：純正動力作用(Kok)及兼顧正動力與流力作用(Kok+Khi)對無因次總顆數濃度隨時間發展的影響。聲波強度 160db，頻率 60kHz；初始顆粒呈對數常態分佈， $N_0=10^5$ 顆/cm³，範圍：(a) 0.35-2μm，(b) 1-5:μm。



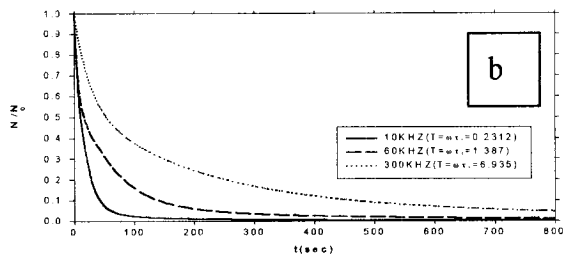
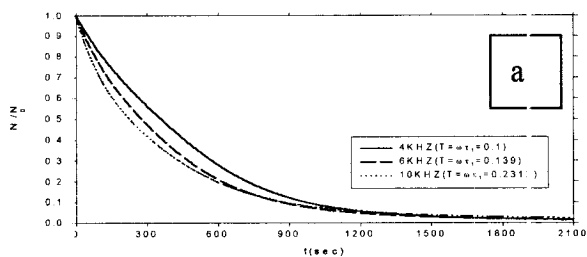
圖二：純正動力作用(Kok)及兼顧正動力與流力作用(Kok+Khi)對無因次總顆數濃度隨時間發展的影響。聲波強度 140db，頻率 60kHz；初始時 1μm 及 2μm 微粒各佔 50%，(a) $N_0=10^5$ 顆/cm³，(b) $N_0=3*10^5$ 顆/cm³。



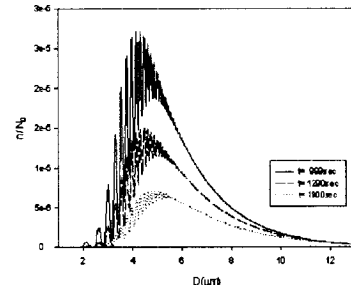
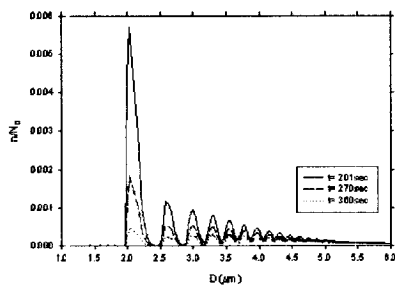
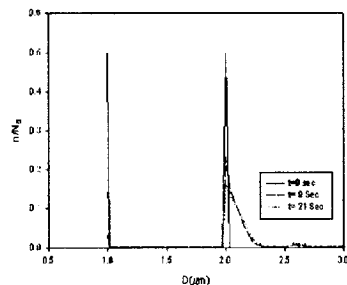
圖三：純正動力作用(Kok)及兼顧正動力與流力作用(Kok+Khi)對無因次總顆數濃度隨時間發展的影響。初始時 $N_0=10^5$ 顆/cm³，1μm 及 2μm 微粒各佔 50%；聲波頻率 60kHz。(a) 140db，(b) 160db。



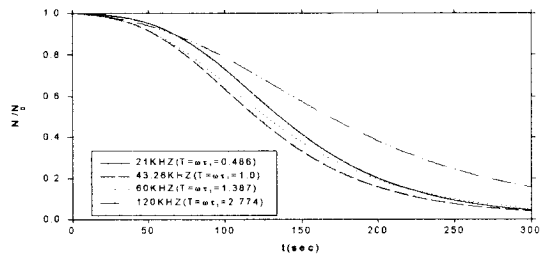
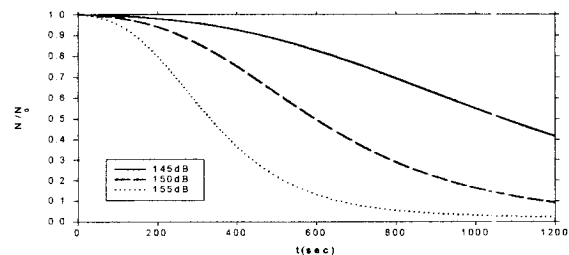
圖四：純正動力作用(Kok)及兼顧正動力與流力作用(Kok+Khi)對無因次總顆數濃度隨時間發展的影響。初始時微粒總顆數濃度 $N_0=2*10^5$ 顆/cm³，1μm 及 2μm 微粒各佔 50%；聲波強度 140db。(a) 10kHz，(b) 300kHz。



圖五：不同聲波頻率對無因次總顆數濃度演變的影響。初始時 $1\mu\text{m}$ 及 $2\mu\text{m}$ 微粒各佔50%；聲波強度140db。(a) $10^4/\text{cm}^3$ ，(b) $N_0=2*10^5/\text{cm}^3$ 。

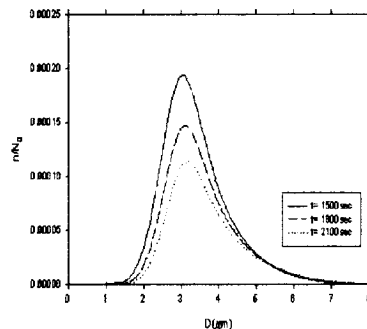
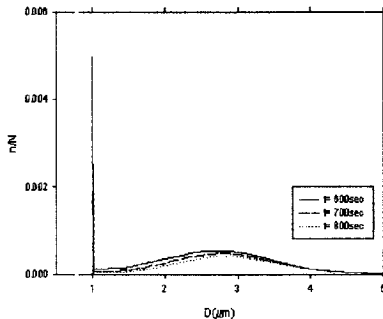
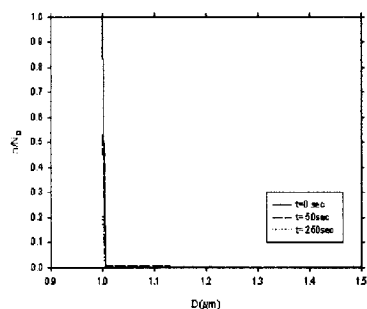


圖六：初始時微粒總顆數濃度 $2*10^5/\text{cm}^3$ ， $1\mu\text{m}$ 及 $2\mu\text{m}$ 微粒各佔50%；在聲波強度140db及聲波頻率60kHz作用下，不同時間時微粒粒徑的分佈。



圖七：不同聲波強度對微粒聚結的影響。初始時微粒總顆數濃度 $2*10^4/\text{cm}^3$ ，均為 $1\mu\text{m}$ 微粒；聲波頻率120kHz。

圖八：不同聲波頻率對微粒聚結的影響。初始時微粒總顆數濃度 $2*10^5/\text{cm}^3$ ，均為 $1\mu\text{m}$ 微粒；聲波強度140db。



圖九：初始時微粒總顆數濃度 $2*10^4/\text{cm}^3$ ，均為 $1\mu\text{m}$ 微粒；在聲波強度140db及聲波頻率60kHz作用下。不同時間時微粒粒徑的分佈。