

行政院國家科學委員會專題研究計劃成果報告

水庫優養控制優選模式之發展與應用

A Study on Optimal Control of Eutrophication for Reservoirs

計劃編號：87-2211-E-002-053

執行期限：86 年 8 月 1 日至 87 年 7 月 31 日

主持人：郭振泰 教授

國立臺灣大學土木系

一、中文摘要

本研究首先應用了微分動態規劃的方法，解決了時變性的非線性的優養控制的優選問題。並以翡翠水庫為案例研究，研究結果顯示此優選方法於解決動態的水庫優養控制問題之可行性。

模式之目標式為最小的所需污染整治規模，水質模式的條件為等號限制條件，加上物理上的不等號限制。本研究採用零維水質模式[1]，考慮六項水質參數，生化反應式為非線性並考慮時變性因素，模式為動態的、非穩態，優選結果可求得污染源所需之處理效率，以使得湖泊內之葉綠素-a 濃度可以在某種水準以下。因模式為時變性，故求得的控制方案為時間的函數，因此可隨時間變化做經濟而有效的調整。

關鍵詞：優選模式、微分動態規劃、翡翠水庫、水質模式、優養控制

Abstract

This research first applied DDP, Dynamic Differential Programming method, to solve the problem of time-variant, nonlinear optimization for reservoir eutrophication control. The Feitsui Reservoir is the case for the research and the result indicates the feasibility of solving the dynamics of reservoir eutrophication optimal control problems. The objective of the model is to minimize the required treatment of pollutants. The conditions of the water quality model are the equality constraints and in addition there is the nonequality physical restriction. This research adopted zero-dimensional water quality model [1] and six water quality variables has been taken into consideration. The bio-chemical reaction is nonlinear; considering the time-variant factor, the model is dynamic and unsteady. The required treatment efficiency of

pollution source can then be derived from the result of optimization. This enables the concentration of chlorophyll-a in the lake to be under a certain level. As the model is time-variant, the control variable obtained is a function of time. Therefore the control policy can be effectively adjusted according to the change of time.

Keywords: optimization model, dynamic differential programming, Feitsui Reservoir, water quality model, eutrophication control

二、計劃緣由與目的

水庫優養已經成為台灣水資源利用的障礙，使水庫的水質問題亮起了紅燈。根據環保署的調查，台灣半數以上的水庫均面臨優養的威脅。水庫優養的主要原因乃集水區的過度開發以及超限利用，包括觀光遊憩活動和蔬果、茶葉的種植，使大量的營養源（氮、磷等）流入水庫，造成藻類過度生長、繁殖，使溶氧耗竭，水質趨劣。

本研究的目的是在利用微分動態規劃的優選方法，考慮藻類季節的變化及非線性的水質模式，發展一優養控制優選模式，並以國內之翡翠水庫為例，驗證模式之可行性，提供水庫水質管理、水污染防治之參考。

本研究採用直接解法(embedding approach)來解決水庫優養控制問題。優選法應用於水質規劃管理，可分為反應矩陣法以及直接解法。前者將複雜的水力、水質模式先行應用，求得各種污染負荷及水質反應關係，這些反應函數式成為優選模式中的限制式，可大大簡化問題，尤其可大量降低計算；而後者則直解考慮水力、水質模式於優選模式中，故計算量往往十分龐大，且求解較為困難，故直接解法常常必須簡化非線性問題及優選工具。

到目前為止文獻上大多數的水質管理優選模

式所探討的水質對象為傳統性污染物，如溶氧（DO）及生化需氧量（BOD），而在優養方面的模式較少[2]，主要因為模擬水中的藻類生長水質模式為複雜的非線性反應系統，且往往必須使用動態的時變性模式，才能達到一定的準確度。

本研究即針對動態非線性的模式採用 DDP 來求解。DDP 的方法在地下水水量、水質管理上，已被應用[3,4]，但在地面水水質的管理規劃上的應用，仍不多。

三、水庫優養管理優選模式

本研究主要考慮零維的水庫、湖泊優養水質模式，基於以下假設

- (1) 水庫、湖泊視為完全混合體。
- (2) 模擬葉綠素 a、磷及氮三項水質生化系統。
- (3) 視水庫、湖泊為一整體，不分層的零維水質模式。
- (4) 各項水質生化系統遵守質量守恆定律。

使用之目標式為最小整治規模，即處理率的平方和為最小：

$$\min \sum_{t=1}^N u_{p,t}^2 + u_{n,t}^2 \quad (1)$$

其中， t 為時間， $u_{n,t}$ ：對於外界總氮負荷量的去除率； $u_{p,t}$ ：對於外界總磷負荷量的去除率。

或考慮總磷和總氮處理成本的高低差異：

$$\min \sum_{t=1}^N 3u_{p,t}^3 + u_{n,t}^3 \quad (2)$$

貧養標準的葉綠素-a 濃度小於 4 mg/l ，處理（去除）率的範圍

$$0 \leq u_{p,t}, u_{n,t} \leq u_{\max} \quad (3)$$

$u_{\max}$ ：去除效率的上限值。

本研究採用微分動態規劃法(DDP)，DDP 相對於傳統 DP 的優點乃在於 DDP 不需要將狀態及控制變數切成格子點，所以計算量並不會隨維度或狀態及決策變數的增加而成指數的增加，因此避免了維度的困擾(curse of dimensionality)。大致上分為以下四個步驟，

步驟一：初始條件

步驟二：後掃過程

步驟三：前掃過程

步驟四：停止標準

束制微分動態規劃演算法與非束制的微分動態規劃演算法類似，差別在於引進了處罰函數，目標函數需略作修正。DDP 的方法中，乃強調對轉換方程式的二次微分作解析的計算。理論上，DDP 有二次收斂速度。而當系統方程式為線性的時候，或在最佳化的過程中對系統的非線性方程式作線性化的運算時，此時的 DDP 就是線性平方法。

四、研究成果

本研究以民國 84 年的翡翠水庫為例，考慮一整年，每天為一階段的最佳控制，利用 DDP 尋找出全年的最佳處理方案。水庫日平均入流量歷線圖如圖一所示；模式中考慮上游河川為流動的水體， A_m 假設為 0；有機氮、氨氮、硝酸氮之負荷量以 0.3、0.1、0.6 的比例來估計，有機磷、無機磷之負荷量以各佔總磷的 0.3、0.7 倍估算。外界總磷及硝酸氮的污染量考慮水庫主流及主要支流的污染物負荷量，以翡翠局的資料[5]來迴歸。迴歸式的相關係數約在 0.8-0.9 左右。其中，總磷的外界負荷量另乘上不確定修正因子，以考慮底泥的釋放和其他被忽略的因素，外界總磷、總氮污染物日負荷量歷線如圖二、圖三所示。另外，水庫出流量及水域平均水溫，於每個階段（天）讀入年報的資料值。水庫體積則以簡單的質量平衡式來估計。

利用 DDP，考慮一整年，以每天為一階段的最佳化結果顯示，若目標式為最小的整治規模，即目標式為 $\sum u_{p,t}^2 + u_{n,t}^2$ 時，最佳方案是以總磷處理為優先考量（圖四），這與翡翠水庫的藻類生長為磷控制的情形相符；若進一步考慮總磷處理成本和總氮處理成本的差異性，假設總磷的處理成本較總氮的處理成本為高，目標式加入成本因素而假設成為 $\sum 3u_{p,t}^2 + u_{n,t}^2$ 時，先考慮總磷處理仍較為有效率，但因為在總磷處理成本較高的影響之下，相對較為便宜的總氮處理也會漸被考慮在最佳方案中（圖五）。此外，與水庫日入流量歷線圖（圖一）或總磷污染物日負荷量歷線圖（圖二）的比較發現，最佳處理方案和水庫入流量或污染物負荷量有緊密的關係，因為當高入流量時伴隨較高的外界污染物負荷量，因此需要較高的

處理率；而下半年度已漸趨向不需處理即符合要求，表示在上半年度的控制下，水體已趨於穩定。以目標式為 $\sum u_{p,t}^2 + u_{n,t}^2$ 的情形為例，經過最佳控制後，水庫內的總磷濃度減少，葉綠素 a 濃度則控制在低於 4mg/l 。（圖六、圖七）

五、討論與建議

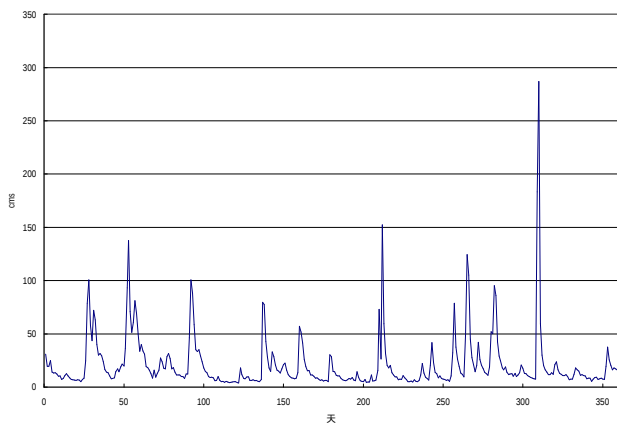
1. 本研究探討優選方法應用於水庫優養控制之可行性，微分動態規劃可用於解決動態的水庫優養之控制問題。
2. 本研究以天為時間階段，考慮一整年的動態優選問題，為處理優養動態多階段問題上的突破。過去，由於電腦的計算速度限制以及維度的困擾問題，水庫優養控制優選模式的研究停留在處理與時間變化無關的穩態模式，而避免處理隨時間變化的動態模式。
3. 本研究首先應用了 DDP 的方法解決動態的優養控制的優選問題。避免了傳統 DP 的維度困擾。可處理非線性的模式，在運算的過程中，不需將系統作線性化的轉換，並且目標函數也沒有二次形式的限制。因此，處理的範圍極廣，將來可應用於研究不同的模式或案例上。
4. 本案例優選分析求得污染源的最佳處理方案以總磷處理為優先考慮；若加入成本因素於目標條件中，假設總磷處理的成本較高時，最佳處理方案中總氮的處理也將漸被考慮。本案例的最佳處理率或去除的百分比最大值約在 35% 左右，可使得水質從原來葉綠素-a 濃度為最高約為 8mg/l 的情況，達到貧養的標準，即葉綠素-a 濃度皆低於 4mg/l 。因模式為時變性，故求得的控制變數為時間的函數，表示污水處理設施或最佳管理作業的處理效率可隨時間的變化作最經濟的調整。
5. 優養模式方面，本研究考慮零維不分層的模式。就翡翠水庫而言，水質濃度隨空間的變化影響顯著，未來可考慮採用一維或二維水庫湖泊優養模式，甚至加入河川污染傳輸模式，應有較佳的模擬結果。
6. DDP 可以處理非線性的動態優選問題，且目標函數也不需要為二次形式，但必須保證 C_i 矩陣為正定。對於此一問題，首先，通常在最佳解的附近時， C_i 為正定的，因此，初始

值的預測極為重要。另外，有一些的技巧可以用來改善這個情形，但是會降低收斂速率或使過程複雜許多[6]。

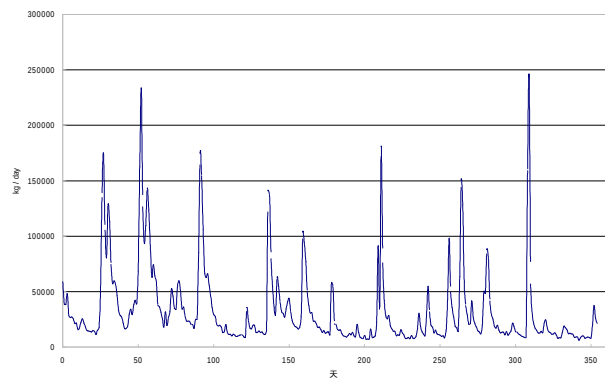
7. 本研究採用懲罰函數來解除問題中的不等號限制式，但此法在懲罰權重因子的試誤過程上花費時間。未來可考慮嘗試使用積極集合法(active-set method)或可行解集合概念(feasible set)，此法乃是在後掃的過程中，透過系統動態轉換函數，把對下一個階段的影響考慮進來。雖然，他們都僅使用在線性系統的問題上，但未來應可嘗試應用在非線性系統的問題。
8. 本研究結果應用在實際的污水處理操作上可能有些困難，但若配合自動控制設備及軟體，如此的時變性操作可能變得實用而有效率。

參考文獻

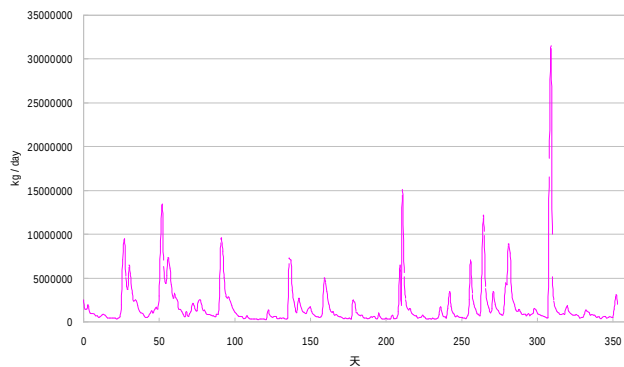
- [1] Thomann, R.V. and Mueller J.A., *Principles of surface water quality modeling and control*, Harper Collins Publishers, New York, 1987.
- [2] Somlyódy, L., and R. Wets, J-B., "Stochastic optimization models for lake eutrophication management", *Operations Research*, vol. 36, no. 5, pp.660-681, 1988.
- [3] Jones, L., Willis R., and Yeh, W. W-G, "Optimal control of nonlinear groundwater hydraulics using differential dynamic programming", *Water Resources Research*, vol. 23, no. 11, pp.2097-2106, 1987.
- [4] Culver, T.B. and Shoemaker C.A., "Optimal control for groundwater remediation by differential dynamic programming with quasi-Newton approximations", *Water Resources Research*, vol. 29, no. 4, pp.823-831, 1993.
- [5] 翡翠水庫管理局，「翡翠水庫操作年報」，民國 80-85 年。
- [6] Liao, L-Z. and Shoemaker, C.A., "Convergence in unconstrained discrete-time differential dynamic programming", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 36, no. 6, June 1991.



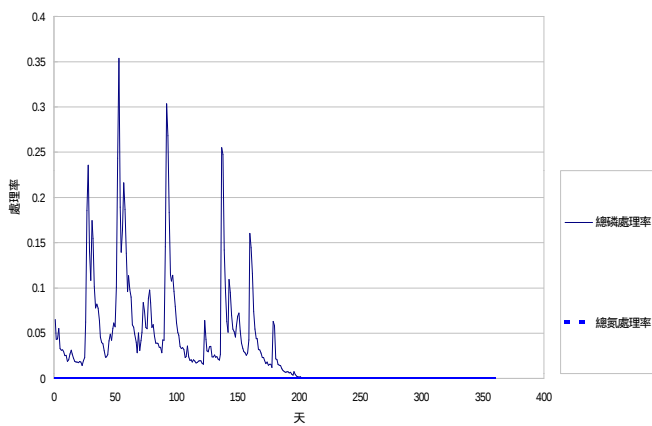
圖一 水庫日平均入流量歷線圖(民 84 年)



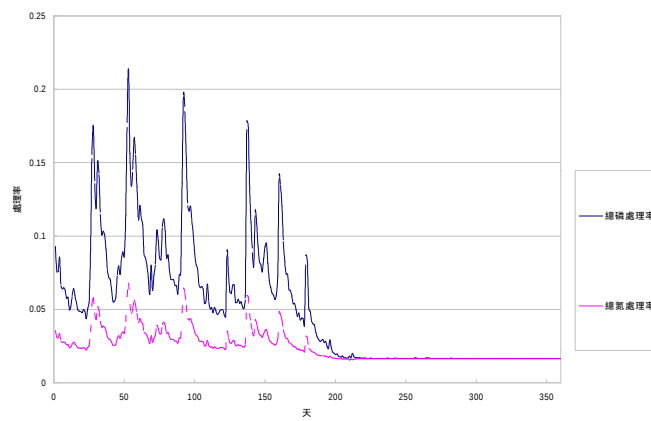
圖二 外界總磷污染物日負荷量歷線圖



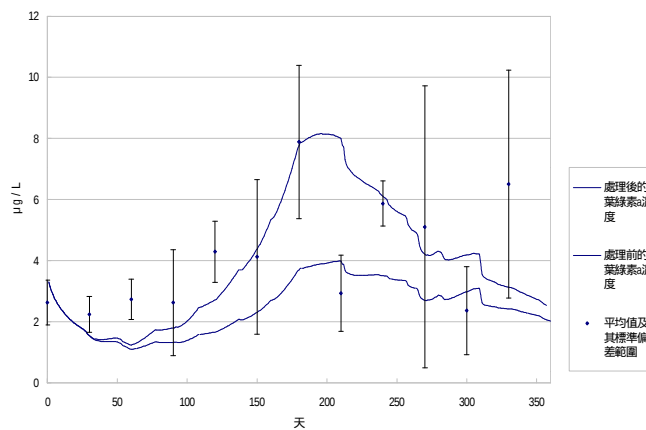
圖三 外界總氮污染物日負荷量歷線圖



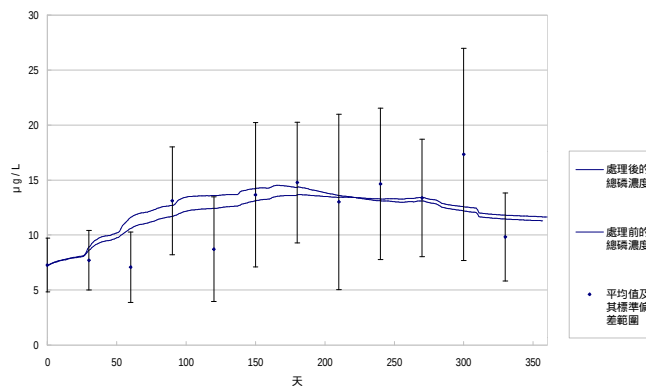
圖四 最佳處理率(成本函數 $\sum u_{p,t}^2 + u_{n,t}^2$)



圖五 最佳處理率(成本函數為 $\sum 3u_{p,t}^2 + u_{n,t}^2$)



圖六 處理前後水庫葉綠素-a 濃度比較圖



圖七 處理前後水庫總磷濃度比較圖