

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

軌道車輛之動態分析及實車測試驗證(2/2) 研究成果報告(完整版)

計畫類別：個別型
計畫編號：NSC 95-2221-E-002-229-
執行期間：95年08月01日至96年10月31日
執行單位：國立臺灣大學機械工程學系暨研究所

計畫主持人：吳文方

計畫參與人員：碩士班研究生-兼任助理：何鴻翔、韋鐘豪
臨時工：張耀文、陳予涵

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 96 年 12 月 13 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 ☒ 成果報告
☐ 期中進度報告

軌道車輛動態模擬分析與實車振動試驗(2/2)

Dynamic Analysis of Railway Vehicles and Its Verification through
Full-Scale Field Tests (2/2)

計畫類別：☒ 個別型計畫 ☐ 整合型計畫

計畫編號：NSC 95-2212-E-002-229

執行期間：95 年 8 月 1 日至 96 年 7 月 31 日(申請並獲准延期至 96/10/31)

計畫主持人：吳文方 國立台灣大學機械工程學系

共同主持人：

計畫參與人員：何鴻翔、韋鐘豪 國立台灣大學機械工程學系

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)：☐ 精簡報告 ☒ 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

☐ 赴國外出差或研習心得報告一份

☐ 赴大陸地區出差或研習心得報告一份

☒ 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份(另檔繳交)

☐ 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

☐ 涉及專利或其他智慧財產權，☐ 一年☐ 二年後可公開查詢

執行單位：國立台灣大學機械工程學系

中 華 民 國 96 年 12 月 12 日

摘要

在以往的研究中，有許多學者建立過不同的軌道車輛動態分析模型，但這些模型往往過於簡易，導致所算出的動態特性與列車的實際行駛狀況有所差異，本研究不考慮車輛縱向加速度及上下顛簸的情況，但考慮車輪圓錐度、軌道不平整與潛滑力等因素，提出了一具 28 個自由度的軌道車輛動態分析模型，並以美國聯邦鐵路局所訂定的軌道不平整能量頻譜密度函數為主要輸入，模擬軌道車輛於各種不同的行駛條件下的動態響應，並特別探討車輛於高承載狀況下，在直軌和彎軌行駛時，動態響應的不同，同時以 Nadal ratio 與輪軸減重率兩種指標來進行安全評估。本研究以台北捷運系統所使用的列車為分析的對象，研究結果顯示，列車於高承載並行駛於彎軌時，輪軸組的橫向位移量較無承載時大了數倍，且隨著曲率的增加而增大；而軌道等級的不同也影響橫向位移的大小，其中一級軌道狀況對輪軸組所造成的位移量幾為其他軌道等級的數倍；此外，高承載下的行駛，會使得輪軸組的橫向位移量較低承載時，提早超出規定的上限值 6 mm，並增加出軌的風險。

關鍵詞：軌道車輛、動態分析、軌道不平整、出軌

ABSTRACT

A 28-degree-of-freedom dynamical model is established in the present study to simulate the responses of rapid transit vehicles. The model takes wheel conicity, creep force, track irregularity, etc. into consideration. Among them, the power spectral density function of track irregularity proposed by US Federal Railroad Administration (FRA) is considered the major input. Dynamical simulation of rapid transit vehicles under various suspensions, vehicle velocities, loads, wheel flats, and track irregularities are performed and compared. The investigation also covers situations when the vehicle is fully loaded with passengers and moves on either straight or curved tracks. Both Nadal ratio and wheel-load reduction ratio are used to evaluate the possibility of vehicle derailment. Through the study, it is found that, when the railway vehicle is fully loaded with passengers and runs at curved tracks, the lateral displacement of the wheelset is several-time greater than that of the empty train. The displacement increases as the curvature increases. The degree of track irregularity also affects the lateral displacement of the wheelset. In particular, the displacement caused by track irregularity of level one is several-time greater than that caused by track irregularities of other levels. It may exceed the limit value of 6 mm set by Taipei Rapid Transit Corporation when the vehicle is fully loaded with passengers.

Keywords: Rail Vehicle, Dynamic Analysis, Track Irregularity, Derailment.

目錄

摘要.....	I
ABSTRACT.....	II
目錄.....	III
表目錄.....	VI
圖目錄.....	VII
List of Notations.....	XIII
第一章 導論.....	1
1-1 前言.....	1
1-2 文獻回顧.....	1
1-3 本報告架構.....	2
第二章 軌道車輛之建模分析.....	4
2-1 座標設定.....	4
2-2 輪軸組受力關係式.....	4
2-3 轉向架受力關係式.....	7
2-4 車體受力關係式.....	8
2-5 懸吊系統平衡關係式.....	9
2-6 潛滑力.....	12
2-7 運動方程式.....	12
第三章 數值模擬與安全指標探討.....	28
3-1 軌道不平整輸入.....	28
3-2 振幅分析.....	29
3-3 安全指標.....	30
3-3-1 Nadal ratio.....	30
3-3-2 輪軸減重率.....	31
3-4 數值模擬.....	31
第四章 懸吊系統設計與車輛穩定度分析.....	42
4-1 懸吊設計.....	42

4-1-1 次懸吊系統設計.....	42
4-1-2 主懸吊系統設計.....	43
4-2 軌道車輛穩定度分析.....	43
4-2-1 數值模擬結果.....	44
4-2-2 實車測試.....	45
第五章 鋼輪磨平下的動態效應.....	60
5-1 鋼輪磨平.....	60
5-2 鋼輪磨平的出軌評比.....	60
5-3 影響衝擊力的參數研究.....	61
5-3-1 負重和列車速度的影響.....	61
5-3-2 軌道不平整的影響.....	61
5-3-3 鋼輪磨平深度的影響.....	61
5-3-4 軌道勁度的影響.....	62
5-3-5 主懸吊系統勁度的影響.....	62
5-4 鋼輪磨平對橫向力的影響.....	62
5-4-1 鋼輪磨平對主懸吊系統垂直作用力的影響.....	62
5-4-2 鋼輪磨平對次懸吊系統垂直作用力的影響.....	63
5-4-3 鋼輪磨平對次懸吊系統橫向作用力的影響.....	63
5-4-4 鋼輪磨平對出軌比的影響.....	64
第六章 高承載下的安全評估.....	79
6-1 承載狀況與彎軌.....	79
6-2 動態分析與安全評估.....	79
6-3 不同軌道等級下的行駛狀況.....	81
第七章 軌道車輛遇地震時之模擬探討.....	106
7-1 自由度的改變.....	106
7-2 地震輸入.....	106
7-3 遇地震時之直軌動態分析與安全評估.....	107
第八章 結論.....	117

8-1 結論.....	117
參考文獻.....	119
計畫成果自評.....	122

表目錄

表2-1	軌道車輛運動模型各自由度代表變數.....	16
表2-2	自訂係數表(輪軸組).....	17
表2-3	自訂係數表(轉向架).....	19
表2-4	自訂係數表(車體).....	21
表3-1	軌道不平整能量頻譜密度函數表(PSD).....	33
表3-2	輪軸組與軌道不平整之位移與速度變數表.....	34
表3-3	世界各國軌道車輛系統所設定之Nadal ratio (出軌比).....	35
表3-4	台北捷運局軌道車輛標準參數表.....	36
表3-5	潛滑係數與輪軌接觸參數表.....	37
表4-1	動態穩定性之模擬結果.....	47
表4-2	車體橫向位移量之模擬結果.....	48
表4-3	轉向架之最大橫向加速度.....	49
表5-1	鋼輪磨平深度1mm下Nadal ratio變化值.....	65
表5-2	時速 80 km/hr 下，不同軌道等級與鋼輪磨平深度之 Nadal ratio.....	66
表7-1	世界各國震度分級表.....	108
表7-2	地震輸入之位移與速度變數表.....	109

圖目錄

圖2-1	軌道車輛模型示意圖.....	23
圖2-2	軌道車輛運動座標系.....	23
圖2-3	第一組輪軸組自由體圖.....	24
圖2-4	第二組輪軸組自由體圖.....	24
圖2-5	第三組輪軸組自由體圖.....	25
圖2-6	第四組輪軸組自由體圖.....	25
圖2-7	前轉向架自由體圖.....	26
圖2-8	後轉向架自由體圖.....	26
圖2-9	車體之自由體圖.....	27
圖2-10	輪軌接觸力示意圖.....	27
圖3-1	高低不整與方向不整示意圖.....	38
圖3-2	水平與方向軌道不平整能量頻譜密度函數 (車速80 km/h).....	38
圖3-3	軌道之勁度係數與阻尼係數示意圖.....	39
圖3-4	軌道車輛行駛於彎軌示意圖.....	39
圖3-5	軌道車輛行駛之衝擊角示意圖.....	40
圖3-6	爬上型出軌之過程圖.....	40
圖3-7	輪軌接觸受力示意圖.....	41
圖3-8	滾動接觸示意圖.....	41
圖4-1	次懸吊橫向勁度係數與次懸吊橫向振幅關係圖.....	50
圖4-2	次懸吊垂向勁度係數與次懸吊垂向作用力關係圖.....	50
圖4-3	主懸吊橫向勁度係數與主懸吊橫向振幅關係圖.....	51
圖4-4	主懸吊橫向勁度係數與主懸吊橫向作用力關係圖.....	51
圖4-5	主懸吊垂向勁度係數與主懸吊垂向作用力關係圖.....	52
圖4-6	一級軌道狀況下轉向架之橫向加速度關係圖 (車速80 km/h).....	52
圖4-7	一級軌道狀況下轉向架之橫向加速度關係圖 (車速90 km/h).....	53
圖4-8	一級軌道狀況下轉向架之橫向加速度關係圖 (車速145km/h).....	53

圖4-9	一級軌道狀況下轉向架之橫向加速度關係圖 (車速148 km/h).....54
圖4-10	六級軌道狀況下轉向架之橫向加速度關係圖 (車速150 km/h).....54
圖4-11	一級軌道狀況下車體之橫向位移量關係圖 (車速148 km/h).....55
圖4-12	六級軌道狀況下車體之橫向位移量關係圖 (車速150 km/h).....55
圖4-13	一級軌道狀況下輪軸組之橫向位移量關係圖 (車速145 km/h).....56
圖4-14	一級軌道狀況下輪軸組之橫向位移關係圖 (車速150 km/h).....56
圖4-15	六級軌道狀況下輪軸組之橫向位移關係圖 (車速150 km/h).....57
圖4-16	六級軌道狀況下輪軸組之橫向位移關係圖 (車速160 km/h).....57
圖4-17	感測器裝置位置示意圖.....58
圖4-18	空空車重量下軌道車輛之穩定度測試結果 (車速80 km/h).....59
圖4-19	空車重量下軌道車輛之穩定度測試結果 (車速90 km/h).....59
圖5-1	鋼輪磨平示意圖.....67
圖5-2	有鋼輪磨平之Nadal ratio變化圖 (車速80 km/h).....67
圖5-3	有鋼輪磨平之Nadal ratio變化圖 (車速150 km/h).....68
圖5-4	不同負重且有無鋼輪磨平時之衝擊力對速度變化圖.....68
圖5-5	不同軌道等級之衝擊力對速度變化圖 (考慮W1負重且無鋼輪磨平).....69
圖5-6	不同軌道等級之衝擊力對速度變化圖 (考慮W1負重且有鋼輪磨平).....69
圖5-7	不同鋼輪磨平深度之衝擊力對速度變化圖 (W1負重).....70
圖5-8	不同鋼輪磨平深度之衝擊力對軌道勁度係數變化圖 (考慮 W1 負重且時速 80 km/h).....70
圖5-9	不同鋼輪磨平深度之衝擊力對主懸吊勁度係數變化圖 (考慮 W1 負

	重且時速 80 km/h).....71
圖5-10	不同軌道等級之輪軸組橫向力對速度變化圖 (W1負重).....71
圖5-11	不同軌道等級之輪軸組橫向力對速度變化圖 (W3負重).....72
圖5-12	不同軌道等級之主懸吊系統垂向力對速度變化圖 (考慮W1負重且無鋼輪磨平無鋼輪).....72
圖5-13	不同軌道等級之主懸吊系統垂向力對速度變化圖 (考慮 W1 負重且有鋼輪磨平).....73
圖5-14	不同軌道等級之次懸吊系統垂向力對速度變化圖 (考慮 W1 負重且無鋼輪磨平).....73
圖5-15	不同軌道等級之次懸吊系統垂向力對速度變化圖 (考慮 W1 負重且有鋼輪磨平).....74
圖5-16	不同鋼輪磨平深度之次懸吊系統垂向力對速度變化圖 (W1負重).....74
圖5-17	次懸吊系統垂向力對鋼輪磨平深度變化圖 (考慮不同負重且時速80 km/h).....75
圖5-18	不同鋼輪磨平深度之次懸吊系統垂向力對軌道勁度變化圖 (考慮 W1 負重與時速 80 km/h).....75
圖5-19	不同軌道等級之次懸吊系統橫向力對速度變化圖 (考慮不同負重且時速 80 km/h).....76
圖5-20	不同軌道等級之次懸吊系統橫向力對鋼輪磨平深度變化圖 (考慮不同負重且時速 80 km/h).....76
圖5-21	不同軌道等級之前 15 秒 Nadal ratio 對速度變化圖 (考慮 W1 負重且無鋼輪磨平).....77
圖5-22	不同軌道等級之前 15 秒 Nadal ratio 對速度變化圖 (考慮 W1 負重且有鋼輪磨平).....77
圖5-23	不同鋼輪磨平深度之Nadal ratio對速度變化圖 (W1負重).....78
圖6-1	直軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖.....83
圖6-2	直軌高承載下第四輪軸組之橫向位移關係圖.....83

圖6-3	直軌高承載下第一輪軸組之垂向位移關係圖.....84
圖6-4	直軌高承載下第四輪軸組之垂向位移關係圖.....84
圖6-5	直軌高承載下輪軸組之橫向加速度關係圖.....85
圖6-6	直軌高承載下輪軸組之垂向加速度關係圖.....85
圖6-7	直軌高承載下前轉向架之橫向位移關係圖.....86
圖6-8	直軌高承載下車身之橫向位移關係圖.....86
圖6-9	直軌高承載下前轉向架之垂向位移關係圖.....87
圖6-10	直軌高承載下車身之垂向位移關係圖.....87
圖6-11	直軌高承載下之Nadal ratio變化圖.....88
圖6-12	直軌高承載下之輪軸減重率變化圖.....88
圖6-13	彎軌無承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑3,500 m).....89
圖6-14	彎軌無承載下之Nadal ratio變化圖 (曲率半徑3,500 m).....89
圖6-15	彎軌無承載下之輪軸減重率變化圖 (曲率半徑3,500 m).....90
圖6-16	彎軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑3500 m).....90
圖6-17	彎軌高承載下之Nadal ratio變化圖 (曲率半徑3,500 m).....91
圖6-18	彎軌高承載下之輪軸減重率變化圖 (曲率半徑3,500 m).....91
圖6-19	彎軌無承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑1,500 m).....92
圖6-20	彎軌無承載下之Nadal ratio變化圖 (曲率半徑1,500 m).....93
圖6-21	彎軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑1,500 m).....94
圖6-22	彎軌高承載下之Nadal ratio變化圖 (曲率半徑1,500

	m).....95
圖6-23	彎軌無承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑 200 m).....96
圖6-24	彎軌無承載下之 Nadal ratio 變化圖 (曲率半徑 200 m).....97
圖6-25	彎軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑 200 m).....98
圖6-26	彎軌高承載下之 Nadal ratio 變化圖 (曲率半徑 200 m).....99
圖6-27	直軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (class 3).....100
圖6-28	直軌高承載下轉向架、車身之橫向位移關係圖 (class 3).....100
圖6-29	直軌高承載下第一輪軸組之垂向位移關係圖 (class 3).....101
圖6-30	直軌高承載下轉向架、車身之垂向位移關係圖 (class 3).....101
圖6-31	直軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (class 6).....102
圖6-32	直軌高承載下轉向架、車身之橫向位移關係圖 (class 6).....102
圖6-33	直軌高承載下第一輪軸組之垂向位移關係圖 (class 6).....103
圖6-34	直軌高承載下轉向架、車身之垂向位移關係圖 (class 6).....103
圖6-35	彎軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (class 3, 曲率半徑 3,500 m).....104
圖6-36	彎軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (class 6, 曲率半徑 3,500 m).....104
圖6-37	彎軌高承載下不同軌道等級之輪軸組橫向位移關係圖 (曲率半徑 1,500 m).....105
圖6-38	彎軌高承載下不同軌道等級之輪軸組橫向位移關係圖 (曲率半徑 200 m).....105

圖7-1	前半車體的轉向架之橫向加速度關係圖 (車速80 km/h).....110
圖7-2	TAP005橫向地表加速度歷程.....110
圖7-3	TAP005垂向地表加速度歷程.....111
圖7-4	TAP005橫向地表位移歷程.....111
圖7-5	TAP005垂向地表位移歷程.....112
圖7-6	考慮地震與軌道不平整下前輪軸組之橫向位移關係圖 (車速80 km/h).....112
圖7-7	考慮地震與軌道不平整下前輪軸組之垂向位移關係圖 (車速80 km/h).....113
圖7-8	四級地震輸入之Nadal ratio (車速80 km/h).....113
圖7-9	四級地震輸入之輪軸減重率 (車速80 km/h).....114
圖7-10	僅考慮橫向地震與軌道不平整下前輪軸組之橫向位移關係圖 (車速80 km/h).....114
圖7-11	僅考慮橫向地震與軌道不平整下前輪軸組之垂向位移關係圖 (車速80 km/h).....115
圖7-12	僅考慮垂向地震與軌道不平整下前輪軸組之橫向位移關係圖 (車速80 km/h).....115
圖7-13	僅考慮垂向地震與軌道不平整下前輪軸組之垂向位移關係圖 (車速80 km/h).....116

List of Notations

Symbol	Meaning
a	Half gauge-length of rail track
A_d	Roughness constant of alignment
A_c	Roughness constant of cross-level
c	Cant
$\mathbf{C}$	Damping matrix
C_{px}	Longitudinal damping of primary suspension
C_{py}	Lateral damping of primary suspension
C_{pz}	Lateral damping of primary suspension
C_{ry}	Lateral damping of rail
C_{rz}	Vertical damping of rail
C_{sx}	Longitudinal damping of secondary suspension
C_{sy}	Lateral damping of secondary suspension
C_{sz}	Vertical damping of secondary suspension
d_B	Half clearance of primary suspension at bogie side
d_{Bs}	Half clearance of secondary suspension at bogie side
d_{cs}	Half clearance of secondary suspension at carbody side
d_w	Half clearance of primary suspension at wheelset side
f_{11}	Lateral creep force coefficient
f_{12}	Lateral/Spin creep force coefficient
f_{22}	Spin creep force coefficient
f_{33}	Longitudinal creep force coefficient
F_{ey}	Lateral force due to earthquake
F_{ez}	Vertical force due to earthquake
F_{lcy}	Lateral creep force at contact point of left wheelset

F_{lfy}	Lateral flange contact force at left wheel
F_{lfz}	Vertical flange contact force at left wheel
F_{rcy}	Lateral creep force at contact point of right wheelset
F_{rfy}	Lateral flange contact force at right wheel
F_{rfz}	Vertical flange contact force at right wheel
F_{liy1}	Lateral force of first wheelset due to left rail irregularity
F_{liy2}	Lateral force of second wheelset due to left rail irregularity
F_{liy3}	Lateral force of third wheelset due to left rail irregularity
F_{liy4}	Lateral force of fourth wheelset due to left rail irregularity
F_{liz1}	Vertical force of first wheelset due to left rail irregularity
F_{liz2}	Vertical force of second wheelset due to left rail irregularity
F_{liz3}	Vertical force of third wheelset due to left rail irregularity
F_{liz4}	Vertical force of fourth wheelset due to left rail irregularity
F_{lpwy1}	Lateral force of primary suspension of left first wheelset
F_{lpwy2}	Lateral force of primary suspension of left second wheelset
F_{lpwy3}	Lateral force of primary suspension of left third wheelset
F_{lpwy4}	Lateral force of primary suspension of left fourth wheelset
F_{lpwz1}	Vertical force of primary suspension of left first wheelset
F_{lpwz2}	Vertical force of primary suspension of left second wheelset
F_{lpwz3}	Vertical force of primary suspension of left third wheelset
F_{lpwz4}	Vertical force of primary suspension of left fourth wheelset
F_{lsBy1}	Lateral force of secondary suspension of left front bogie
F_{lsBy2}	Lateral force of secondary suspension of left rear bogie
F_{lsBz1}	Vertical force of secondary suspension of left front bogie
F_{lsBz2}	Vertical force of secondary suspension of left rear bogie
F_{riy1}	Lateral force of first wheelset due to right rail irregularity

F_{riy2}	Lateral force of second wheelset due to right rail irregularity
F_{riy3}	Lateral force of third wheelset due to right rail irregularity
F_{riy4}	Lateral force of fourth wheelset due to right rail irregularity
F_{riz1}	Vertical force of first wheelset due to right rail irregularity
F_{riz2}	Vertical force of second wheelset due to right rail irregularity
F_{riz3}	Vertical force of third wheelset due to right rail irregularity
F_{riz4}	Vertical force of fourth wheelset due to right rail irregularity
F_{rpy1}	Lateral force of primary suspension of right first wheelset
F_{rpy2}	Lateral force of primary suspension of right second wheelset
F_{rpy3}	Lateral force of primary suspension of right third wheelset
F_{rpy4}	Lateral force of primary suspension of right fourth wheelset
F_{rpwz1}	Vertical force of primary suspension of right first wheelset
F_{rpwz2}	Vertical force of primary suspension of right second wheelset
F_{rpwz3}	Vertical force of primary suspension of right third wheelset
F_{rpwz4}	Vertical force of primary suspension of right fourth wheelset
F_{rsBy1}	Lateral force of secondary suspension of right front bogie
F_{rsBy2}	Lateral force of secondary suspension of right rear bogie
F_{rsBz1}	Vertical force of secondary suspension of right front bogie
F_{rsBz2}	Vertical force of secondary suspension of right rear bogie
g	Acceleration of gravity
h_B	Vertical distance from bogie's center of mass to primary suspension
h_{Bs}	Vertical distance from bogie's center of mass to secondary suspension
h_{cs}	Vertical distance from car body's center of mass to secondary suspension
I_{B_x1}	Rolling moment of inertia of front bogie
I_{B_x2}	Rolling moment of inertia of rear bogie
I_{B_z1}	Yawing moment of inertia of front bogie

$I_{B_z 2}$	Yawing moment of inertia of rear bogie
I_{c_x}	Rolling moment of inertia of carbody
I_{c_z}	Yawing moment of inertia of carbody
$I_{w_x 1}$	Rolling moment of inertia of first wheelset
$I_{w_x 2}$	Rolling moment of inertia of second wheelset
$I_{w_x 3}$	Rolling moment of inertia of third wheelset
$I_{w_x 4}$	Rolling moment of inertia of fourth wheelset
$I_{w_y 1}$	Spinning moment of inertia of first wheelset
$I_{w_y 2}$	Spinning moment of inertia of second wheelset
$I_{w_y 3}$	Spinning moment of inertia of third wheelset
$I_{w_y 4}$	Spinning moment of inertia of fourth wheelset
$I_{w_z 1}$	Yawing moment of inertia of first wheelset
$I_{w_z 2}$	Yawing moment of inertia of second wheelset
$I_{w_z 3}$	Yawing moment of inertia of third wheelset
$I_{w_z 4}$	Yawing moment of inertia of fourth wheelset
$\mathbf{K}$	Stiffness matrix
K	Safety factor for Nadal criteria
K_{px}	Longitudinal stiffness of primary suspension
K_{py}	Lateral stiffness of primary suspension
K_{pz}	Vertical stiffness of primary suspension
K_{ry}	Lateral stiffness of rail
K_{rz}	Vertical stiffness of rail
K_{sx}	Longitudinal stiffness of secondary suspension
K_{sy}	Lateral stiffness of secondary suspension
K_{sz}	Vertical stiffness of secondary suspension
l_B	Half of distance between centers of wheelset

l_{cs}	Distance between center of bogie and center of carbody
$\mathbf{M}$	Inertia matrix
m_{B1}	Mass of front bogie
m_{B2}	Mass of rear bogie
m_c	Mass of carbody
m_{w1}	Mass of first wheelset
m_{w2}	Mass of second wheelset
m_{w3}	Mass of third wheelset
m_{w4}	Mass of fourth wheelset
M_{lcx}	Rolling creep moment at contact point of left wheelset
M_{lcz}	Yawing creep moment at contact point of left wheelset
M_{rcx}	Rolling creep moment at contact point of right wheelset
M_{rcz}	Yawing creep moment at contact point of right wheelset
M_{lxBx1}	Rolling moment of secondary suspension of left front bogie
M_{lxBx2}	Rolling moment of secondary suspension of left rear bogie
M_{lsBz1}	Yawing moment of secondary suspension of left front bogie
M_{lsBz2}	Yawing moment of secondary suspension of left rear bogie
M_{rsBx1}	Rolling moment of secondary suspension of right front bogie
M_{rsBx2}	Rolling moment of secondary suspension of right rear bogie
M_{rsBz1}	Yawing moment of secondary suspension of right front bogie
M_{rsBz2}	Yawing moment of secondary suspension of right rear bogie
M_{lpwx1}	Rolling moment of primary suspension of left first wheelset
M_{lpwx2}	Rolling moment of primary suspension of left second wheelset
M_{lpwx3}	Rolling moment of primary suspension of left third wheelset
M_{lpwx4}	Rolling moment of primary suspension of left fourth wheelset
M_{lpwz1}	Yawing moment of primary suspension of left first wheelset

M_{lpwz2}	Yawing moment of primary suspension of left second wheelset
M_{lpwz3}	Yawing moment of primary suspension of left third wheelset
M_{lpwz4}	Yawing moment of primary suspension of left fourth wheelset
M_{rpwx1}	Rolling moment of primary suspension of right first wheelset
M_{rpwx2}	Rolling moment of primary suspension of right second wheelset
M_{rpwx3}	Rolling moment of primary suspension of right third wheelset
M_{rpwx4}	Rolling moment of primary suspension of right fourth wheelset
M_{rpwz1}	Yawing moment of primary suspension of right first wheelset
M_{rpwz2}	Yawing moment of primary suspension of right second wheelset
M_{rpwz3}	Yawing moment of primary suspension of right third wheelset
M_{rpwz4}	Yawing moment of primary suspension of right fourth wheelset
N	Normal force
N_{l1}	Normal force at left first wheel contact point
N_{l2}	Normal force at left second wheel contact point
N_{l3}	Normal force at left third wheel contact point
N_{l4}	Normal force at left fourth wheel contact point
N_{r1}	Normal force at right first wheel contact point
N_{r2}	Normal force at right second wheel contact point
N_{r3}	Normal force at right third wheel contact point
N_{r4}	Normal force at right fourth wheel contact point
P	Wheel load
Q	Total vertical force
R	Curving radius of rail track
r_0	Nominal radius of wheel
$S_a(\phi)$	Alignment power spectral density
$S_c(\phi)$	Cross-level power spectral density
T	Tangent force

V	Forward speed of rail vehicle
Y	Total lateral force
α	Flange angle
λ	Wheel conicity
μ	Friction coefficient between wheelset and rail
ζ_x	Longitudinal creepage
ζ_y	Lateral creepage
ζ_{sp}	Spin creepage
ϕ	Spatial frequency
ϕ_1	Break frequencies
ϕ_2	Break frequencies
ϕ_{ct}	Angle of rail cant

第一章 導論

1-1 前言

交通運輸建設為許多國家努力的目標，它可以帶動一個國家的經濟發展，就歷史的軌跡而言，軌道車輛的發展，影響交通運輸最深。軌道運輸系統藉著導軌誘導軌道車輛，其包含的範圍非常廣泛，有台灣現有的台鐵、捷運及已通車的高鐵等，以及木柵線膠輪捷運、單軌鐵路、磁浮鐵路、輕軌捷運等皆是軌道運輸系統的一種。如最近中國的青藏鐵路，不僅能為當地帶來觀光商機，提升經濟效益外，也讓全球的人都能更近一步的了解當地的人文；還有我國目前正在施工與測試的高捷，以及已經營運的高鐵，皆讓往來人口運輸便捷許多。

交通運輸系統，在台灣已大致成熟，陸地上的運輸也呈現了現代化的風貌，它屬於積極性的投資，能反映出我國對提升技術層面及持續經濟發展的重心；長程運輸方面以高速鐵路為主，中短程運輸則為一般的傳統鐵路，都會區的運輸則靠捷運，也就是說，融合了高速鐵路、傳統鐵路與捷運，接駁大量人潮。捷運車輛的優點在於污染性低、節省能源、載客量多，因此，提高捷運車輛的技術水準、運營時效、縮短等車時間、緩解都市交通阻塞等，皆是各國致力發展的目標，但在發展同時，對於捷運車輛的要求也日亦增加，有關捷運車輛的設計，多朝安全、快速、可靠、舒適等多方面研究，雖然現今的捷運車輛已具有良好的穩定性與舒適性，但精益求精下，追求更優良的乘車品質仍是大家努力的目標，而在這些技術突破之前，捷運車輛的動態特性研究、穩定性分析以及安全評估更是不容忽視。

以現今捷運的載客數來區分，有中運量電聯車和高運量電聯車兩種；中運量電聯車乃採用膠輪電車，由電腦全自動操控列車，導軌導引方式運行，必要時可採人工方式駕駛，以雙車為一組，兩組聯結，即四車的模式營運，最高時速 70 km/h；而高運量電聯車係由二組車組所組成，每組三車，每一車組包括一節駕駛動力車(DM1)、一節拖車(T)及一節調車動力車(M2)，不論尖峰或離峰時段均以六車固定編組方式營運，每車最高載客量為 370 人，最高時速為 80 km/h，而本研究欲模擬的對象則以高運量電聯車為主。

1-2 文獻回顧

過去，許多學者對軌道車輛作過各方面的探討，對本研究皆有相當的助益，經過筆者的涉獵後，整理出相關之文獻如下：

Hertz 的接觸力學理論中，提到當兩彈性體接觸時，兩接觸面為一橢圓[1]；Wickens 曾提出軌道車輛動力學的發展過程，Carter 曾依Hertz 的接觸力學理論，提出輪軌間潛滑力(creep force)之觀念及車輪圓錐度(conicity)對軌道車輛的影響，並且定義縱向及橫向潛滑率[2]；Kalker 曾提出線性潛滑理論，說明縱向、橫向潛滑力和自旋潛滑力矩，此觀念可廣泛地應用於模擬軌道車輛之橫向穩定度，以及建立彎軌行駛時之彎軌作用力，但此理論只適用於小潛滑率之情況的線性接觸力理論[3]；Han 曾應用非線性接觸力探討軌道車輛在平直軌道行駛時之穩定性[4]；Hague and Lieh 曾應用線性接觸力理論和車輪圓錐度參數之非線性變化，求解臨界速度的穩定邊界[5]；Ahmedian and Yang 曾探討橫向懸吊系統的改變，對轉向架臨界速度的影響[6]；Richard 曾探討車輪圓錐度和車輛穩定性之關係[7]；Delfosse 曾量測法國高速鐵路(TGV)轉向架穩定度、車輛舒適度、輪軌作用力等數據，並得

到與模擬計算值相接近之結果[8]；台北捷運局范揚材博士建立全車體的28個自由度模型來模擬列車行駛的穩定度與舒適度以及輪緣磨平與行經轉轍器對列車的影響[9]；Chang 等人曾以軌道不平整為動態輸入，探討主懸吊系統勁度和阻尼係數改變時，在時間域下線性系統和非線性系統響應的比較[10]；Yang and AppaRao 曾探討軌道車輛之橫向動態響應，並與實驗結果作一比較[11]；Law and Cooperrider 曾對軌道車輛的動態響應做實際測量與研究[12]；Zhai 等人曾提出車輪與軌道系統的交互作用模式，並考慮車輪與軌道的側向交互作用力，建立耦合的垂直和側向交互作用之模型，以分析車輛與軌道間之動態交互作用[13]；李千運曾探討列車與軌道系統之垂直振動，以分析系統振動動態反應[14]；Bell 等人曾探討軌道車輛行經曲線軌道時，曲率半徑、車輪圓錐度等幾何參數對臨界速度的影響[15,16]；Gilchrist and Brickle 曾探討潛滑力對出軌可能性之影響，並建議納入出軌的力學模式[17]；Cherchas 等人曾利用Nadal公式探討出軌可能性[18]；Elkins and Carter 曾比較北美、英國和歐洲各國對出軌性能的安全性評估[19]；Miyamoto 曾歸納出三種可能出軌的模式，並對出軌現象作完整的討論[20]；張家豪曾探討轉向架之各個參數對臨界速度及出軌係數之關係，及軌道車輛於曲線軌道行駛時之出軌行為與穩定性[21]；Steenbergen 曾探討單點和多點的輪軌接觸對軌道列車鋼輪衝擊力的影響[22]；Pombo 等人曾利用卡克線性化理論探討輪軌間的接觸情形，並模擬轉向架與輪軸組的橫向位移和橫向力[23]；陳水可曾運用拉格蘭吉的原理導出軌道車輛的運動微分方程式，並藉由動態反應的分析，來研究軌道車輛線性與非線性的動態行為[24]。

學術界裡，許多軌道車輛的研究是以車輛的製造技術和土木方面的軌道研究為主，就軌道車輛本身的系統分析並不常見，或是建立的車輛模型太過簡易以致無法完整的顯示出它的動態特性。本研究的目的，在於建立一個完整的捷運車輛模型，考慮各種不同的行駛條件下，探討車輛本身的各種動態響應，並討論其特性；首先我們建立一個28自由度的軌道車輛動態分析模型，並模擬列車行駛於平面段時，所呈現的各種動態響應，研究內容包括懸吊系統的設計和鋼輪磨平的深淺對軌道車輛本身有何影響，還有列車在高承載時，行駛於直軌與彎軌的動態響應與安全評估，最後，針對台北捷運局規定捷運列車行駛時突遇四級地震，是否必須停駛的這項措施做探討。

1-3 本報告架構

本報告總共分為八章：

第一章為導論，介紹軌道車輛之發展，相關文獻回顧和本研究的重點。

第二章為軌道車輛之建模分析，依多自由度系統動力學，先建立軌道車輛運動模型，並導出各子系統和懸吊系統之受力關係式，而後考慮以軌道不平整為輸入。

第三章為數值模擬與安全指標探討，針對模擬內容作一概述，包括動態響應及安全評估，再針對模擬的軟體、方程式的降階與軌道不平整輸入作一介紹。

第四章為懸吊系統設計與車輛穩定度分析，探討列車的懸吊系統勁度係數強弱，對捷運軌道車輛動態效應的影響，並探討列車在不同時速、不同軌道等級下的穩定度，也介紹實車測試。

第五章為鋼輪磨平下捷運軌道車輛的各種動態效應，針對鋼輪磨平對軌道列車衝擊力的影響，並考慮多項和衝擊力有關的因素，如軌道不平整、負重等，再進行相關的模擬，並分析出軌比。

第六章為高承載下捷運軌道車輛之安全評估，探討捷運在尖峰時刻，乘車人數達最大數量370人下，不同過彎半徑對軌道車輛所造成的影響，並作安全評估，另有在不同的軌道等級下，高承載列車所呈現的輪軸組橫向位移。

第七章為軌道車輛遇地震時之模擬探討，在軌道不平整輸入外，再加上四級地震的輸入，探討捷運軌道車輛在正常行駛中，突然遭遇四級地震時所呈現的動態響應與安全評估。

第八章為報告總結。

第二章 軌道車輛之建模分析

2-1 座標設定

捷運軌道車輛是由許多子系統所構成，子系統包括車身、轉向架、輪軸組等等，若缺少任何一個子系統，則此車輛視為不完全。本章首先探討軌道車輛各子系統間的受力關係式，並且考慮軌道不平整的輸入，模擬的對象為台北捷運局的無動力客車廂，包括一個全車體(carbody)、二個無動力轉向架(conventional bogie)和四組輪軸組(wheelset)。

在受力探討之前，須先建立座標系統，如圖 2-1 所示[9]，定義行車方向為正，圖中的 A 點、B 點和 C 點分別為車體、轉向架和輪軸組的質心，共有七個相對座標系，每一個座標系的定義如圖 2-2 所示，以卡氏座標右手定則為基準，x 方向為行車方向，y 方向為橫向，z 方向則為垂向，除此三個方向外，尚有繞 x 軸旋轉的滾動(rolling)、繞 y 軸旋轉的上下顛簸(pitching)和繞 z 軸旋轉的擺動(yawing)，共有六個自由度[25]。由於只探討車輛穩態行駛的狀況，不考慮縱向加速度，故 x 方向的考量忽略不計，並且繞 y 軸旋轉的上下顛簸也不列入考慮，因此七個座標系各考慮四個自由度，共有二十八個自由度，各自由度代表的變數如表 2-1 所示。

2-2 輪軸組受力關係式

在座標系統設定後，接著探討軌道車輛各子系統的受力關係式，本節首先考慮輪軸組。輪軸組包含了一根鋼軸和兩個鋼輪，鋼輪直接與鋼軌接觸，材料的選用與設計須配合車輛及軌道的特性，才能表現出優良的運轉品質、節省維修費用；車軸方面，為了避免車軸的疲勞破壞，須儘量減少形狀上的局部不連續性，即降低應力集中的機會，而在高速運轉時，負荷溫度及可靠度上，皆要有嚴格的規定與限制。

軌道列車在模擬直軌行駛時，因鋼輪輪緣不會和軌道面接觸，所以不考慮輪緣接觸力，而在模擬彎軌時，則將之列入計算，我們首先探討軌道車輛在直軌段穩態行駛之受力情形，以建立運動方程式[26]。

輪軸組的受力和力矩內容如下，其中下標1代表1號輪軸組，下標2代表2號輪軸組，下標3代表3號輪軸組，下標4代表4號輪軸組：

A. 作用於質心處的四組輪軸組質量

m_{w1} 、 m_{w2} 、 m_{w3} 、 m_{w4} （本研究所模擬的模型假設四組輪軸組質量相同）。

B. 左右主懸吊系統的力與力矩，四組輪軸組的四個自由度各分別為

F_{lpwy1} 、 F_{rpwy1} 、 F_{lpwz1} 、 F_{rpwz1} 、 M_{lpwx1} 、 M_{rpwx1} 、 M_{lpwz1} 、 M_{rpwz1} 、

F_{lpwy2} 、 F_{rpwy2} 、 F_{lpwz2} 、 F_{rpwz2} 、 M_{lpwx2} 、 M_{rpwx2} 、 M_{lpwz2} 、 M_{rpwz2} 、

$$F_{lpwy3}、F_{rpwy3}、F_{lpwz3}、F_{rpwz3}、M_{lpwx3}、M_{rpwx3}、M_{lpwz3}、M_{rpwz3}、$$

$$F_{lpwy4}、F_{rpwy4}、F_{lpwz4}、F_{rpwz4}、M_{lpwx4}、M_{rpwx4}、M_{lpwz4}、M_{rpwz4}。〇$$

下標英文符號中， l 代表左邊， p 代表主懸吊系統， w 代表輪軸組。

C. 軌道不平整

$$F_{liy1}、F_{riy1}、F_{liz1}、F_{riz1}、F_{liy2}、F_{riy2}、F_{liz2}、F_{riz2}、$$

$$F_{liy3}、F_{riy3}、F_{liz3}、F_{riz3}、F_{liy4}、F_{riy4}、F_{liz4}、F_{riz4}。〇$$

D. 輪軌接觸點的正向力

$$N_{l1}、N_{r1}、N_{l2}、N_{r2}、N_{l3}、N_{r3}、N_{l4}、N_{r4}。〇$$

E. 潛滑力與潛滑力矩

$$F_{lcy}、F_{rcy}、M_{lcy}、M_{rcy}、M_{lcz}、M_{rcz}（四組輪軸組設為相同）。〇$$

F. 輪緣接觸力

$$F_{lfy}、F_{rfy}、F_{lfz}、F_{rfz}（直軌模型不討論，四組輪軸組視為相同）。〇$$

G. 前後轉向架的一半重量和車體的四分之一重量

$$\frac{1}{2}m_{B1}、\frac{1}{2}m_{B2}、\frac{1}{4}m_c。〇$$

四組輪軸組的自由體圖如圖2-3 ~圖2-6所示，行駛方向為圖中的 x 軸方向，而 y 軸和 z 軸方向則依卡氏右手定則來定義，綜合以上的力與力矩，所導出四組輪軸組質心處的力與力矩平衡方程式如下(r_0 代表鋼輪滾動半徑， a 代表二分之一軌距， V 代表列車行駛速度)：

第一輪軸組：

1. y 橫向 (lateral)：

$$m_{w1}\ddot{y}_{w1} = F_{lpwy1} + F_{rpwy1} + F_{lcy} + F_{rcy} + F_{liy1} + F_{riy1} + F_{lfy} + F_{rfy} \quad (2-1)$$

2. z 垂直向 (vertical)：

$$m_{w1}\ddot{z}_{w1} = F_{lpwz1} + F_{rpwz1} + N_{l1} + N_{r1} + F_{liz1} + F_{riz1} + F_{lfz} + F_{rfz} \quad (2-2)$$

3. ϕ 滾動向 (roll)：

$$I_{w_x1}\ddot{\phi}_{w1} - I_{w_y1}\frac{V}{r_0}\dot{\psi}_{w1} = M_{lpwx1} + M_{rpwx1} + M_{lcy} + M_{rcy} + a(F_{liz1} - F_{riz1} + N_{l1} - N_{r1}) \quad (2-3)$$

4. ψ 擺動向 (yaw)：

$$I_{w_z1}\ddot{\psi}_{w1} + I_{w_y1}\frac{V}{r_0}\dot{\phi}_{w1} = M_{lpwz1} + M_{rpwz1} + M_{lcz} + M_{rcz} + a\psi_{w1}(F_{riy1} - F_{liy1} + F_{rcy} - F_{lcy}) \quad (2-4)$$

I 分別為繞其下標所指第一輪軸組之轉動慣量。

第二輪軸組：

1. y 橫向 (lateral)：

$$m_{w2}\ddot{y}_{w2} = F_{lpwy2} + F_{rpwy2} + F_{lcy} + F_{rcy} + F_{liy2} + F_{riy2} + F_{lfy} + F_{rfy} \quad (2-5)$$

2. z 垂直向 (vertical)：

$$m_{w2}\ddot{z}_{w2} = F_{lpwz2} + F_{rpwz2} + N_{l2} + N_{r2} + F_{liz2} + F_{riz2} + F_{lfz} + F_{rfz} \quad (2-6)$$

3. ϕ 滾動向 (roll)：

$$I_{w_x2}\ddot{\phi}_{w2} - I_{w_y2}\frac{V}{r_0}\dot{\psi}_{w2} = M_{lpwx2} + M_{rpwx2} + M_{lcx} + M_{rcx} + a(F_{liz2} - F_{riz2} + N_{l2} - N_{r2}) \quad (2-7)$$

4. ψ 擺動向 (yaw)：

$$I_{w_z2}\ddot{\psi}_{w2} + I_{w_y2}\frac{V}{r_0}\dot{\phi}_{w2} = M_{lpwz2} + M_{rpwz2} + M_{lcz} + M_{rcz} + a\psi_{w2}(F_{riy2} - F_{liy2} + F_{rcy} - F_{lcy}) \quad (2-8)$$

I 分別為繞其下標所指第二輪軸組各座標軸之轉動慣量。

第三輪軸組：

1. y 橫向 (lateral)：

$$m_{w3}\ddot{y}_{w3} = F_{lpwy3} + F_{rpwy3} + F_{lcy} + F_{rcy} + F_{liy3} + F_{riy3} + F_{lfy} + F_{rfy} \quad (2-9)$$

2. z 垂直向 (vertical)：

$$m_{w3}\ddot{z}_{w3} = F_{lpwz3} + F_{rpwz3} + N_{l3} + N_{r3} + F_{liz3} + F_{riz3} + F_{lfz} + F_{rfz} \quad (2-10)$$

3. ϕ 滾動向 (roll)：

$$I_{w_x3}\ddot{\phi}_{w3} - I_{w_y3}\frac{V}{r_0}\dot{\psi}_{w3} = M_{lpwx3} + M_{rpwx3} + M_{lcx} + M_{rcx} + a(F_{liz3} - F_{riz3} + N_{l3} - N_{r3}) \quad (2-11)$$

4. ψ 擺動向 (yaw)：

$$I_{w_z3}\ddot{\psi}_{w3} + I_{w_y3}\frac{V}{r_0}\dot{\phi}_{w3} = M_{lpwz3} + M_{rpwz3} + M_{lcz} + M_{rcz} + a\psi_{w3}(F_{riy3} - F_{liy3} + F_{rcy} - F_{lcy}) \quad (2-12)$$

I 分別為繞其下標所指第三輪軸組各座標軸之轉動慣量。

第四輪軸組：

1. y 橫向 (lateral)：

$$m_{w4}\ddot{y}_{w4} = F_{lpwy4} + F_{rpwy4} + F_{lcy} + F_{rcy} + F_{liy4} + F_{riy4} + F_{lfy} + F_{rfy} \quad (2-13)$$

2. z 垂直向 (vertical)：

$$m_{w4}\ddot{z}_{w4} = F_{lpwz4} + F_{rpwz4} + N_{l4} + N_{r4} + F_{liz4} + F_{riz4} + F_{lfz} + F_{rfz} \quad (2-14)$$

3. ϕ 滾動向 (roll)：

$$I_{w_x4}\ddot{\phi}_{w4} - I_{w_y4}\frac{V}{r_0}\dot{\psi}_{w4} = M_{lpwx4} + M_{rpwx4} + M_{lcx} + M_{rcx} + a(F_{liz4} - F_{riz4} + N_{l4} - N_{r4}) \quad (2-15)$$

4. ψ 擺動向 (yaw) :

$$I_{w_z4}\ddot{\psi}_{w4} + I_{w_y4}\frac{V}{r_0}\dot{\phi}_{w4} = M_{lpwz4} + M_{rpwz4} + M_{lcx} + M_{rcx} + a\psi_{w4}(F_{riy4} - F_{liy4} + F_{rcy} - F_{lcy}) \quad (2-16)$$

I 分別為繞其下標所指第四輪軸組各座標軸之轉動慣量。

2-3 轉向架受力關係式

轉向架為捷運軌道車輛高速行駛之關鍵設備，它提供列車之主要支撐及穩定，是一種車身承載裝置，在舒適性及穩定性方面，轉向架更居於重要地位。轉向架有各種不同型式，以車軸數來區分的話，有單軸、二軸及三軸轉向架三種型式；而若要考慮軸重的限制及達到列車的最佳過彎性能，二軸轉向架為最佳的選擇；若以車種來區分時，則有客車轉向架及動力車轉向架兩種，此兩種轉向架的差別在於動力車轉向架有牽引馬達與相關之配備，而客車轉向架則有較多的減震系統，轉向架框架大部分是由鋼板焊接而成，以外觀而言，通常有 H 形及日字形二種[27]。

轉向架的受力和力矩內容如下，其中下標 1 代表前轉向架，下標 2 代表後轉向架：

A. 作用於質心處的二組轉向架質量

m_{B1} 、 m_{B2} （本研究所模擬的二組轉向架質量設為相同）。

B. 左右主懸吊系統的反作用力和反作用力矩。

C. 次懸吊系統的力和力矩，二組轉向架的四個自由度分別為

F_{lsBy1} 、 F_{rsBy1} 、 F_{lsBz1} 、 F_{rsBz1} 、 M_{lsBx1} 、 M_{rsBx1} 、 M_{lsBz1} 、 M_{rsBz1} 、

F_{lsBy2} 、 F_{rsBy2} 、 F_{lsBz2} 、 F_{rsBz2} 、 M_{lsBx2} 、 M_{rsBx2} 、 M_{lsBz2} 、 M_{rsBz2} 。

D. 車體重量的一半， $\frac{1}{2}m_c$ 。

其前後二組轉向架的自由體圖如圖 2-7、圖 2-8 所示，行駛方向為圖中的 x 軸方向，而 y 軸和 z 軸方向則依卡氏右手定則來定義，綜合以上的力與力矩，導出前後轉向架質心處的平衡方程式如下：

前轉向架：

1. y 橫向 (lateral) :

$$m_{B1}\ddot{y}_{B1} = F_{lsBy1} + F_{rsBy1} - F_{lpwy1} - F_{rpwy1} - F_{lpwy2} - F_{rpwy2} \quad (2-17)$$

2. z 垂直向 (vertical) :

$$m_{B1}\ddot{z}_{B1} = F_{lsBz1} + F_{rsBz1} - F_{lpwz1} - F_{rpwz1} - F_{lpwz2} - F_{rpwz2} \quad (2-18)$$

3. ϕ 滾動向 (roll) :

$$I_{B_x 1} \ddot{\phi}_{B1} = M_{lsBx1} + M_{rsBx1} - M_{lpwx1} - M_{rpwx1} - M_{lpwx2} - M_{rpwx2} \quad (2-19)$$

4. ψ 擺動向 (yaw) :

$$I_{B_z 1} \ddot{\psi}_{B1} = M_{lsBz1} + M_{rsBz1} - M_{lpwz1} - M_{rpwz1} - M_{lpwz2} - M_{rpwz2} \quad (2-20)$$

I 分別為繞其下標所指前轉向架各座標軸之轉動慣量。

後轉向架：

1. y 橫向 (lateral) :

$$m_{B2} \ddot{y}_{B2} = F_{lsBy2} + F_{rsBy2} - F_{lpwy3} - F_{rpwy3} - F_{lpwy4} - F_{rpwy4} \quad (2-21)$$

2. z 垂直向 (vertical) :

$$m_{B2} \ddot{z}_{B2} = F_{lsBz2} + F_{rsBz2} - F_{lpwz3} - F_{rpwz3} - F_{lpwz4} - F_{rpwz4} \quad (2-22)$$

3. ϕ 滾動向 (roll) :

$$I_{B_x 2} \ddot{\phi}_{B2} = M_{lsBx2} + M_{rsBx2} - M_{lpwx3} - M_{rpwx3} - M_{lpwx4} - M_{rpwx4} \quad (2-23)$$

4. ψ 擺動向 (yaw) :

$$I_{B_z 2} \ddot{\psi}_{B2} = M_{lsBz2} + M_{rsBz2} - M_{lpwz3} - M_{rpwz3} - M_{lpwz4} - M_{rpwz4} \quad (2-24)$$

I 分別為繞其下標所指後轉向架各座標軸之轉動慣量。

2-4 車體受力關係式

軌道車輛的車體結構為車上所有的設備及旅客之載重提供支撐，與轉向架及聯結器連接。車體結構包含了車頂、車底架、車體側面及車端，主要結構連接處利用鎖緊螺栓(Huck lock bolts)連接，特性為高強度、簡易、安裝快速、抗震與牢固等優點。

車體的受力和力矩內容如下：

A. 作用於質心的車體質量 m_c 。

B. 左右次懸吊系統的反作用力和反作用力矩。

其車體的自由體圖如圖2-9所示，行駛方向為圖中的 x 軸方向，而 y 軸和 z 軸方向則依卡氏右手定則來定義，綜合以上的力與力矩，導出車體質心處的力與力矩平衡方程式如下：

1. y 橫向 (lateral) :

$$m_c \ddot{y}_c = -F_{lsBy} - F_{rsBy} \quad (2-25)$$

2. z 垂直向 (vertical) :

$$m_z \ddot{z}_c = -F_{lsBz} - F_{rsBz} \quad (2-26)$$

3. ϕ 滾動向 (roll) :

$$I_{c_x} \ddot{\phi}_c = -M_{lsBx} - M_{rsBx} \quad (2-27)$$

4. ψ 擺動向 (yaw) :

$$I_{c_z} \ddot{\psi}_c = -M_{lsBz} - M_{rsBz} \quad (2-28)$$

I 分別為繞其下標所指車體各座標軸之轉動慣量。

2-5 懸吊系統平衡關係式

捷運軌道車輛的懸吊系統有主懸吊系統和次懸吊系統兩種，除了支撐車身的重量外，還有降低行駛時的振動，以及提高車輛行駛的操控性能等功用。主懸吊系統共有四組，為第一、第二、第三和第四主懸吊系統，分別和下方的四個輪軸組連接，用的是錐形彈簧，吸收因軌道不平整而造成的振動；次懸吊系統則有兩組，為前次懸吊系統和後次懸吊系統，分別連接前後轉向架與車身，用的是空氣彈簧，藉由自動控制充氣放氣，來吸收轉向架於行駛時的振動，也可在左右重量不平均時，平衡車身。

我們將模擬的懸吊系統簡化，視為一組彈簧和阻尼，並將左右的勁度係數和阻尼係數設為相同，主懸吊系統的縱向、橫向和垂向阻尼係數分別為為 C_{px} 、 C_{py} 、

C_{pz} ，勁度係數為 K_{px} 、 K_{py} 、 K_{pz} ，而次懸吊系統縱向、橫向和垂向阻尼係數則為

C_{sx} 、 C_{sy} 、 C_{sz} ，勁度係數為 K_{sx} 、 K_{sy} 、 K_{sz} ，所導出的懸吊系統關係式如下：

第一主懸吊系統：

1. y 橫向 (lateral) :

$$F_{lpwy1} + F_{rpwy1} = -2K_{py}(y_{w1} - y_{B1} - l_B \psi_{B1} - h_B \phi_{B1}) - 2C_{py}(\dot{y}_{w1} - \dot{y}_{B1} - l_B \dot{\psi}_{B1} - h_B \dot{\phi}_{B1}) \quad (2-29)$$

2. z 垂直向 (vertical) :

$$F_{lpwz1} + F_{rpwz1} = 2K_{pz}(z_{B1} - z_{w1}) + 2C_{pz}(\dot{z}_{B1} - \dot{z}_{w1}) \quad (2-30)$$

3. ϕ 滾動向 (roll) :

$$M_{lpwx1} + M_{rpwx1} = -2K_{pz}d_w(d_w \phi_{w1} - d_B \phi_{B1}) - 2C_{pz}d_w(\dot{d}_w \phi_{w1} - \dot{d}_B \phi_{B1}) \quad (2-31)$$

4. ψ 擺動向 (yaw) :

$$M_{lpwz1} + M_{rpwz1} = -2d_w^2 K_{px}(\psi_{w1} - \psi_{B1}) - 2d_w^2 C_{px}(\dot{\psi}_{w1} - \dot{\psi}_{B1}) \quad (2-32)$$

式子中， $2l_B$ 代表第一、第二輪軸組或第三、第四輪軸組之間的質心距離， h_B 代表轉向架質心到主懸吊系統質心的垂直距離， $2d_B$ 代表左右兩垂向主懸吊質心的距離、 $2d_w$ 代表左右兩橫向主懸吊系統質心的距離。

第二主懸吊系統：

1. y 橫向 (lateral)：

$$F_{lpwy2} + F_{rpwy2} = -2K_{py}(y_{w2} - y_{B1} + l_B\psi_{B1} - h_B\phi_{B1}) - 2C_{py}(\dot{y}_{w2} - \dot{y}_{B1} + l_B\dot{\psi}_{B1} - h_B\dot{\phi}_{B1}) \quad (2-33)$$

2. z 垂直向 (vertical)：

$$F_{lpwz2} + F_{rpwz2} = 2K_{pz}(z_{B1} - z_{w2}) + 2C_{pz}(\dot{z}_{B1} - \dot{z}_{w2}) \quad (2-34)$$

3. ϕ 滾動向 (roll)：

$$M_{lpwx2} + M_{rpwx2} = -2K_{pz}d_w(d_w\phi_{w2} - d_B\phi_{B1}) - 2C_{pz}d_w(d_w\dot{\phi}_{w2} - d_B\dot{\phi}_{B1}) \quad (2-35)$$

4. ψ 擺動向 (yaw)：

$$M_{lpwz2} + M_{rpwz2} = -2d_w^2K_{px}(\psi_{w2} - \psi_{B1}) - 2d_w^2C_{px}(\dot{\psi}_{w2} - \dot{\psi}_{B1}) \quad (2-36)$$

第三主懸吊系統：

1. y 橫向 (lateral)：

$$F_{lpwy3} + F_{rpwy3} = -2K_{py}(y_{w3} - y_{B2} - l_B\psi_{B2} - h_B\phi_{B2}) - 2C_{py}(\dot{y}_{w3} - \dot{y}_{B2} - l_B\dot{\psi}_{B2} - h_B\dot{\phi}_{B2}) \quad (2-37)$$

2. z 垂直向 (vertical)：

$$F_{lpwz3} + F_{rpwz3} = 2K_{pz}(z_{B2} - z_{w3}) + 2C_{pz}(\dot{z}_{B2} - \dot{z}_{w3}) \quad (2-38)$$

3. ϕ 滾動向 (roll)：

$$M_{lpwx3} + M_{rpwx3} = -2K_{pz}d_w(d_w\phi_{w3} - d_B\phi_{B2}) - 2C_{pz}d_w(d_w\dot{\phi}_{w3} - d_B\dot{\phi}_{B2}) \quad (2-39)$$

4. ψ 擺動向 (yaw)：

$$M_{lpwz3} + M_{rpwz3} = -2d_w^2K_{px}(\psi_{w3} - \psi_{B2}) - 2d_w^2C_{px}(\dot{\psi}_{w3} - \dot{\psi}_{B2}) \quad (2-40)$$

第四主懸吊系統：

1. y 橫向 (lateral)：

$$F_{lpwy4} + F_{rpwy4} = -2K_{py}(y_{w4} - y_{B2} + l_B\psi_{B2} - h_B\phi_{B2}) - 2C_{py}(\dot{y}_{w4} - \dot{y}_{B2} + l_B\dot{\psi}_{B2} - h_B\dot{\phi}_{B2}) \quad (2-41)$$

2. z 垂直向 (vertical)：

$$F_{lpwz4} + F_{rpwz4} = 2K_{pz}(z_{B2} - z_{w4}) + 2C_{pz}(\dot{z}_{B2} - \dot{z}_{w4}) \quad (2-42)$$

3. ϕ 滾動向 (roll)：

$$M_{lpwx4} + M_{rpwx4} = -2K_{pz}d_w(d_w\phi_{w4} - d_B\phi_{B2}) - 2C_{pz}d_w(d_w\dot{\phi}_{w4} - d_B\dot{\phi}_{B2}) \quad (2-43)$$

4. ψ 擺動向 (yaw) :

$$M_{lpwz4} + M_{rpwz4} = -2d_w^2 K_{px} (\psi_{w4} - \psi_{B2}) - 2d_w^2 C_{px} (\dot{\psi}_{w4} - \dot{\psi}_{B2}) \quad (2-44)$$

前次懸吊系統：

1. y 橫向 (lateral) :

$$F_{lsBy1} + F_{rsBy1} = 2K_{sy} (y_c - y_{B1} + h_{cs}\phi_c + l_{cs}\psi_c + h_{Bs}\phi_{B1}) + 2C_{sy} (\dot{y}_c - \dot{y}_{B1} + h_{cs}\dot{\phi}_c + l_{cs}\dot{\psi}_c + h_{Bs}\dot{\phi}_{B1}) \quad (2-45)$$

2. z 垂直向 (vertical) :

$$F_{lsBz1} + F_{rsBz1} = 2K_{sz} (z_c - z_{B1}) + 2C_{sz} (\dot{z}_c - \dot{z}_{B1}) \quad (2-46)$$

3. ϕ 滾動向 (roll) :

$$M_{lsBx1} + M_{rsBx1} = 2d_{Bs} (K_{sz} d_{cs}\phi_c + C_{sz} d_{cs}\dot{\phi}_c) - 2h_{Bs} (K_{sy}y_c + C_{sy}\dot{y}_c + K_{sy}h_{cs}\phi_c + C_{sy}h_{cs}\dot{\phi}_c - K_{sy}y_{B1} - C_{sy}\dot{y}_{B1} + K_{sy}l_{cs}\psi_c + C_{sy}l_{cs}\dot{\psi}_c) \quad (2-47)$$

4. ψ 擺動向 (yaw) :

$$M_{lsBz1} + M_{rsBz1} = -2d_{Bs}^2 (K_{sx}\psi_{B1} + C_{sx}\dot{\psi}_{B1}) \quad (2-48)$$

式子中， l_{cs} 代表轉向架質心到車體質心的水平距離， h_{cs} 代表車體質心到次懸吊系統質心的垂直距離， h_{Bs} 代表轉向架質心到次懸吊系統質心的垂直距離， $2d_{cs}$ 代表左右兩橫向次懸吊系統質心的距離， $2d_{Bs}$ 代表左右兩垂向次懸吊系統質心的距離。

後次懸吊系統：

1. y 橫向 (lateral) :

$$F_{lsBy2} + F_{rsBy2} = 2K_{sy} (y_c - y_{B2} + h_{cs}\phi_c - l_{cs}\psi_c + h_{Bs}\phi_{B2}) + 2C_{sy} (\dot{y}_c - \dot{y}_{B2} + h_{cs}\dot{\phi}_c - l_{cs}\dot{\psi}_c + h_{Bs}\dot{\phi}_{B2}) \quad (2-49)$$

2. z 垂直向 (vertical) :

$$F_{lsBz2} + F_{rsBz2} = 2K_{sz} (z_c - z_{B2}) + 2C_{sz} (\dot{z}_c - \dot{z}_{B2}) \quad (2-50)$$

3. ϕ 滾動向 (roll) :

$$M_{lsBx2} + M_{rsBx2} = 2d_{Bs} (K_{sz} d_{cs}\phi_c + C_{sz} d_{cs}\dot{\phi}_c) - 2h_{Bs} (K_{sy}y_c + C_{sy}\dot{y}_c + K_{sy}h_{cs}\phi_c + C_{sy}h_{cs}\dot{\phi}_c - K_{sy}y_{B2} - C_{sy}\dot{y}_{B2} + K_{sy}l_{cs}\psi_c + C_{sy}l_{cs}\dot{\psi}_c) \quad (2-51)$$

4. ψ 擺動向 (yaw) :

$$M_{lsBz2} + M_{rsBz2} = -2d_{Bs}^2 (K_{sx}\psi_{B2} + C_{sx}\dot{\psi}_{B2}) \quad (2-52)$$

2-6 潛滑力

輪軌之間的交互作用力影響著軌道車輛的動態特性，軌道車輛於行駛時，鋼輪和鋼軌是為兩剛性體，而在此兩剛性體的接觸面，切線方向上的接觸力，我們稱為潛滑力。有關潛滑力，鋼輪或軌道的材料性質扮演著重要的角色，兩剛體間的接觸面積也是影響的關鍵要素，根據 Hertz 的接觸理論[1]，輪軌接觸面是呈橢圓分布，如圖 2-10 所示，而 Carter 是第一位將潛滑力的觀念應用在輪軌接觸的人，他定義的縱向潛滑率(Longitudinal creepage) ζ_x 、橫向潛滑率(Lateral creepage) ζ_y 和

自旋潛滑率(Spin creepage) ζ_{sp} 如下：

$$\zeta_x = \frac{\text{actual forward velocity} - \text{pure rolling forward velocity}}{\text{forward velocity due to rolling}} \quad (2-53)$$

$$\zeta_y = \frac{\text{actual lateral velocity} - \text{pure rolling lateral velocity}}{\text{forward velocity due to rolling}} \quad (2-54)$$

$$\zeta_{sp} = \frac{\text{angular velocity of upper body} - \text{angular velocity of lower body}}{\text{nominal rolling velocity}} \quad (2-55)$$

縱向潛滑率和橫向潛滑率並無單位，自旋潛滑率的單位為 $[L^{-1}]$ ，潛滑率的分母為純滾動前進速度，分子為行駛速度與輪軸轉速差，亦即各種潛滑率與各子系統所設座標系質心的行駛速度或者角速度有關。另一個和潛滑力有關的參數為潛滑係數，與材料的性質與接觸面積有關，本模型將它簡化為定值，其代表意義如下：

f_{11} : lateral creep force coefficient

f_{12} : lateral/spin creep force coefficient

f_{22} : spin creep force coefficient

f_{33} : longitudinal creep force coefficient

將上述潛滑率和潛滑係數相乘即為潛滑力和潛滑力矩[22]。

2-7 運動方程式

將以上所導出的懸吊系統平衡關係式、潛滑力等結果，代入 2.2 節 ~ 2.4 節的子系統的受力關係式中，可整理出以下的動態微分方程式，其中，新符號 λ 為圓錐度(conicity)，因軌道車輛行駛時，輪緣踏面和軌道的接觸有一斜度，此斜度即為圓錐度，模擬時將之考慮進去，以下整理出的式子中，以自訂的係數表示各項數值[26,29]，如表(2-2)、表(2-3)、和表(2-4)所示，其運動方程式如下：

第一輪軸組：

1. y 橫向 (lateral)：

$$\ddot{y}_{w1} = a_{w1}y_{w1} + a_{w2}\dot{y}_{w1} + a_{w3}\phi_{w1} + a_{w4}\dot{\phi}_{w1} + a_{w5}\psi_{w1} + a_{w6}\dot{\psi}_{w1} + a_{w7}y_{B1} + a_{w8}\dot{y}_{B1} + a_{w11}\psi_{B1} \\ + a_{w12}\dot{\psi}_{B1} + a_{w9}\phi_{B1} + a_{w10}\dot{\phi}_{B1} + a_{w13}y_{r1} + a_{w14}\dot{y}_{r1}$$

(2-56)

2. z 垂直向 (vertical) :

$$\ddot{z}_{w1} = a_{w15} \dot{z}_{w1} + a_{w16} \dot{z}_{w1} + a_{w17} \dot{z}_{B1} + a_{w18} \dot{z}_{B1} + a_{w19} \dot{z}_{r1} + a_{w20} \dot{z}_{r1} \quad (2-57)$$

3. ϕ 滾動向 (roll) :

$$\ddot{\phi}_{w1} = a_{w21} \dot{\psi}_{w1} + a_{w22} \dot{\psi}_{w1} + a_{w25} \dot{\psi}_{w1} + a_{w26} \dot{\psi}_{w1} + a_{w23} \dot{\phi}_{w1} + a_{w24} \dot{\phi}_{w1} + a_{w27} \dot{\phi}_{B1} + a_{w28} \dot{\phi}_{B1} \quad (2-58)$$

4. ψ 擺動向 (yaw) :

$$\ddot{\psi}_{w1} = a_{w29} \dot{\psi}_{w1} + a_{w30} \dot{\psi}_{w1} + a_{w31} \dot{\psi}_{w1} + a_{w32} \dot{\psi}_{w1} + a_{w35} \dot{\phi}_{w1} + a_{w33} \dot{\psi}_{B1} + a_{w34} \dot{\psi}_{B1} \quad (2-59)$$

第二輪軸組 :

5. y 橫向 (lateral) :

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{w2} = & a_{w1} \dot{y}_{w2} + a_{w2} \dot{y}_{w2} + a_{w3} \dot{\phi}_{w2} + a_{w4} \dot{\phi}_{w2} + a_{w5} \dot{\psi}_{w2} + a_{w6} \dot{\psi}_{w2} + a_{w7} \dot{y}_{B1} + a_{w8} \dot{y}_{B1} + a_{w11} \dot{\psi}_{B1} \\ & + a_{w12} \dot{\psi}_{B1} + a_{w9} \dot{\phi}_{B1} + a_{w10} \dot{\phi}_{B1} + a_{w13} \dot{y}_{r2} + a_{w14} \dot{y}_{r2} \end{aligned} \quad (2-60)$$

6. z 垂直向 (vertical) :

$$\ddot{z}_{w2} = a_{w15} \dot{z}_{w2} + a_{w16} \dot{z}_{w2} + a_{w17} \dot{z}_{B1} + a_{w18} \dot{z}_{B1} + a_{w19} \dot{z}_{r2} + a_{w20} \dot{z}_{r2} \quad (2-61)$$

7. ϕ 滾動向 (roll) :

$$\ddot{\phi}_{w2} = a_{w21} \dot{\psi}_{w2} + a_{w22} \dot{\psi}_{w2} + a_{w25} \dot{\psi}_{w2} + a_{w26} \dot{\psi}_{w2} + a_{w23} \dot{\phi}_{w2} + a_{w24} \dot{\phi}_{w2} + a_{w27} \dot{\phi}_{B1} + a_{w28} \dot{\phi}_{B1} \quad (2-62)$$

8. ψ 擺動向 (yaw) :

$$\ddot{\psi}_{w2} = a_{w29} \dot{\psi}_{w2} + a_{w30} \dot{\psi}_{w2} + a_{w31} \dot{\psi}_{w2} + a_{w32} \dot{\psi}_{w2} + a_{w35} \dot{\phi}_{w2} + a_{w33} \dot{\psi}_{B1} + a_{w34} \dot{\psi}_{B1} \quad (2-63)$$

第三輪軸組 :

9. y 橫向 (lateral) :

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{w3} = & a_{w1} \dot{y}_{w3} + a_{w2} \dot{y}_{w3} + a_{w3} \dot{\phi}_{w3} + a_{w4} \dot{\phi}_{w3} + a_{w5} \dot{\psi}_{w3} + a_{w6} \dot{\psi}_{w3} + a_{w7} \dot{y}_{B2} + a_{w8} \dot{y}_{B2} + a_{w11} \dot{\psi}_{B2} \\ & + a_{w12} \dot{\psi}_{B2} + a_{w9} \dot{\phi}_{B2} + a_{w10} \dot{\phi}_{B2} + a_{w13} \dot{y}_{r3} + a_{w14} \dot{y}_{r3} \end{aligned} \quad (2-64)$$

10. z 垂直向 (vertical) :

$$\ddot{z}_{w3} = a_{w15} \dot{z}_{w3} + a_{w16} \dot{z}_{w3} + a_{w17} \dot{z}_{B2} + a_{w18} \dot{z}_{B2} + a_{w19} \dot{z}_{r3} + a_{w20} \dot{z}_{r3} \quad (2-65)$$

11. ϕ 滾動向 (roll) :

$$\ddot{\phi}_{w3} = a_{w21} \dot{\psi}_{w3} + a_{w22} \dot{\psi}_{w3} + a_{w25} \dot{\psi}_{w3} + a_{w26} \dot{\psi}_{w3} + a_{w23} \dot{\phi}_{w3} + a_{w24} \dot{\phi}_{w3} + a_{w27} \dot{\phi}_{B2} + a_{w28} \dot{\phi}_{B2} \quad (2-66)$$

12. ψ 擺動向 (yaw) :

$$\ddot{\psi}_{w3} = a_{w29} \dot{\psi}_{w3} + a_{w30} \dot{\psi}_{w3} + a_{w31} \dot{\psi}_{w3} + a_{w32} \dot{\psi}_{w3} + a_{w35} \dot{\phi}_{w3} + a_{w33} \dot{\psi}_{B2} + a_{w34} \dot{\psi}_{B2} \quad (2-67)$$

第四輪軸組 :

13. y 橫向 (lateral) :

$$\begin{aligned}\ddot{y}_{w4} = & a_{w1}y_{w4} + a_{w2}\dot{y}_{w4} + a_{w3}\dot{\phi}_{w4} + a_{w4}\dot{\phi}_{w4} + a_{w5}\psi_{w4} + a_{w6}\dot{\psi}_{w4} + a_{w7}y_{B2} + a_{w8}\dot{y}_{B2} + a_{w11}\psi_{B2} \\ & + a_{w12}\dot{\psi}_{B2} + a_{w9}\phi_{B2} + a_{w10}\dot{\phi}_{B2} + a_{w13}y_{r4} + a_{w14}\dot{y}_{r4}\end{aligned}\quad (2-68)$$

14. z 垂直向 (vertical) :

$$\ddot{z}_{w4} = a_{w15}z_{w4} + a_{w16}\dot{z}_{w4} + a_{w17}z_{B2} + a_{w18}\dot{z}_{B2} + a_{w19}z_{r4} + a_{w20}\dot{z}_{r4}\quad (2-69)$$

15. ϕ 滾動向 (roll) :

$$\ddot{\phi}_{w4} = a_{w21}y_{w4} + a_{w22}\dot{y}_{w4} + a_{w25}\psi_{w4} + a_{w26}\dot{\psi}_{w4} + a_{w23}\phi_{w4} + a_{w24}\dot{\phi}_{w4} + a_{w27}\phi_{B2} + a_{w28}\dot{\phi}_{B2}\quad (2-70)$$

16. ψ 擺動向 (yaw) :

$$\ddot{\psi}_{w4} = a_{w29}y_{w4} + a_{w30}\dot{y}_{w4} + a_{w31}\psi_{w4} + a_{w32}\dot{\psi}_{w4} + a_{w35}\dot{\phi}_{w4} + a_{w33}\psi_{B2} + a_{w34}\dot{\psi}_{B2}\quad (2-71)$$

前轉向架 :

1. y 橫向 (lateral) :

$$\begin{aligned}\ddot{y}_{B1} = & a_{b1}y_{w1} + a_{b2}\dot{y}_{w1} + a_{b3}y_{w2} + a_{b4}\dot{y}_{w2} + a_{b5}y_{B1} + a_{b6}\dot{y}_{B1} + a_{b9}\psi_{B1} + a_{b10}\dot{\psi}_{B1} + a_{b7}\phi_{B1} \\ & + a_{b8}\dot{\phi}_{B1} + a_{b11}y_c + a_{b12}\dot{y}_c + a_{b13}\phi_c + a_{b14}\dot{\phi}_c + a_{b15}\psi_c + a_{b16}\dot{\psi}_c\end{aligned}\quad (2-72)$$

2. z 垂直向 (vertical) :

$$\ddot{z}_{B1} = a_{b23}z_c + a_{b24}\dot{z}_c + a_{b21}z_{B1} + a_{b22}\dot{z}_{B1} + a_{b17}z_{w1} + a_{b18}\dot{z}_{w1} + a_{b19}z_{w2} + a_{b20}\dot{z}_{w2}\quad (2-73)$$

3. ϕ 滾動向 (roll) :

$$\begin{aligned}\ddot{\phi}_{B1} = & a_{b25}y_{w1} + a_{b26}\dot{y}_{w1} + a_{b27}y_{w2} + a_{b28}\dot{y}_{w2} + a_{b29}\phi_{w1} + a_{b30}\dot{\phi}_{w1} + a_{b31}\phi_{w2} + a_{b32}\dot{\phi}_{w2} \\ & + a_{b33}y_{B1} + a_{b34}\dot{y}_{B1} + a_{b35}\phi_{B1} + a_{b36}\dot{\phi}_{B1} + a_{b37}y_c + a_{b38}\dot{y}_c + a_{b39}\phi_c + a_{b40}\dot{\phi}_c \\ & + a_{b41}\psi_c + a_{b42}\dot{\psi}_c\end{aligned}\quad (2-74)$$

4. ψ 擺動向 (yaw) :

$$\begin{aligned}\ddot{\psi}_{B1} = & a_{b43}y_{w1} + a_{b44}\dot{y}_{w1} + a_{b45}y_{w2} + a_{b46}\dot{y}_{w2} + a_{b47}\psi_{w1} + a_{b48}\dot{\psi}_{w1} + a_{b49}\psi_{w2} + a_{b50}\dot{\psi}_{w2} \\ & + a_{b51}\psi_{B1} + a_{b52}\dot{\psi}_{B1} + a_{b53}\psi_c + a_{b54}\dot{\psi}_c\end{aligned}\quad (2-75)$$

後轉向架 :

5. y 橫向 (lateral) :

$$\begin{aligned}\ddot{y}_{B2} = & a_{b1}y_{w3} + a_{b2}\dot{y}_{w3} + a_{b3}y_{w4} + a_{b4}\dot{y}_{w4} + a_{b5}y_{B2} + a_{b6}\dot{y}_{B2} + a_{b9}\psi_{B2} + a_{b10}\dot{\psi}_{B2} + a_{b7}\phi_{B2} \\ & + a_{b8}\dot{\phi}_{B2} + a_{b11}y_c + a_{b12}\dot{y}_c + a_{b13}\phi_c + a_{b14}\dot{\phi}_c + a_{b15}\psi_c + a_{b16}\dot{\psi}_c\end{aligned}\quad (2-76)$$

6. z 垂直向 (vertical) :

$$\ddot{z}_{B2} = a_{b23}z_c + a_{b24}\dot{z}_c + a_{b21}z_{B2} + a_{b22}\dot{z}_{B2} + a_{b17}z_{w3} + a_{b18}\dot{z}_{w3} + a_{b19}z_{w4} + a_{b20}\dot{z}_{w4}\quad (2-77)$$

7. ϕ 滾動向 (roll) :

$$\begin{aligned}\ddot{\phi}_{B2} = & a_{b25}y_{w3} + a_{b26}\dot{y}_{w3} + a_{b27}y_{w4} + a_{b28}\dot{y}_{w4} + a_{b29}\phi_{w3} + a_{b30}\dot{\phi}_{w3} + a_{b31}\phi_{w4} + a_{b32}\dot{\phi}_{w4} \\ & + a_{b33}y_{B2} + a_{b34}\dot{y}_{B2} + a_{b35}\phi_{B2} + a_{b36}\dot{\phi}_{B2} + a_{b37}y_c + a_{b38}\dot{y}_c + a_{b39}\phi_c + a_{b40}\dot{\phi}_c \\ & + a_{b41}\psi_c + a_{b42}\dot{\psi}_c\end{aligned}\quad (2-78)$$

8. ψ 擺動向 (yaw) :

$$\begin{aligned}\ddot{\psi}_{B2} = & a_{b43}y_{w3} + a_{b44}\dot{y}_{w3} + a_{b45}y_{w4} + a_{b46}\dot{y}_{w4} + a_{b47}\psi_{w3} + a_{b48}\dot{\psi}_{w3} + a_{b49}\psi_{w4} + a_{b50}\dot{\psi}_{w4} \\ & + a_{b51}\psi_{B2} + a_{b52}\dot{\psi}_{B2} + a_{b53}\psi_c + a_{b54}\dot{\psi}_c\end{aligned}\quad (2-79)$$

車體 :

1. y 橫向 (lateral) :

$$\ddot{y}_c = a_{c1}y_{B1} + a_{c2}\dot{y}_{B1} + a_{c3}y_{B2} + a_{c4}\dot{y}_{B2} + a_{c5}y_c + a_{c6}\dot{y}_c + a_{c7}\phi_c + a_{c8}\dot{\phi}_c + a_{c9}\quad (2-80)$$

2. z 垂直向 (vertical) :

$$\ddot{z}_c = a_{c14}z_c + a_{c15}\dot{z}_c + a_{c10}z_{B1} + a_{c11}\dot{z}_{B1} + a_{c12}z_{B2} + a_{c13}\dot{z}_{B2}\quad (2-81)$$

3. ϕ 滾動向 (roll) :

$$\ddot{\phi}_c = a_{c20}y_c + a_{c21}\dot{y}_c + a_{c16}y_{B1} + a_{c17}\dot{y}_{B1} + a_{c18}y_{B2} + a_{c19}\dot{y}_{B2} + a_{c22}\phi_c + a_{c23}\dot{\phi}_c + a_{c24}\quad (2-82)$$

4. ψ 擺動向 (yaw) :

$$\begin{aligned}\ddot{\psi}_c = & a_{c25}y_{B1} + a_{c26}\dot{y}_{B1} + a_{c27}y_{B2} + a_{c28}\dot{y}_{B2} + a_{c29}\phi_c + a_{c30}\dot{\phi}_c + a_{c31}\psi_c + a_{c32}\dot{\psi}_c + a_{c35}\psi_{B1} \\ & + a_{c36}\dot{\psi}_{B1} + a_{c37}\psi_{B2} + a_{c38}\dot{\psi}_{B2} + a_{c39}\psi_c + a_{c40}\dot{\psi}_c\end{aligned}\quad (2-83)$$

建立了完整的軌道車輛動態微分方程式之後，將其寫入程式中，並代入捷運軌道車輛的相關參數，即可模擬出各種所需的軌道列車動態響應，本研究採用的模擬軟體為 MATLAB，此軟體在輸入時較為簡易，編輯時也容易看出錯誤而進行除錯，圖表介面也能根據自己的喜好來更改，是一個容易上手且非常實用的工具，有關此軟體在捷運軌道車輛方面的應用，將於下一章討論。

表2-1 軌道車輛運動模型各自由度代表變數

Vehicle Component	Type of Motion			
	Lateral	Vertical	Roll	Yaw
Front Bogie, wheelset1	y_{w1}	z_{w1}	ϕ_{w1}	ψ_{w1}
Front Bogie, wheelset2	y_{w2}	z_{w2}	ϕ_{w2}	ψ_{w2}
Rear Bogie, wheelset3	y_{w3}	z_{w3}	ϕ_{w3}	ψ_{w3}
Rear Bogie, wheelset4	y_{w4}	z_{w4}	ϕ_{w4}	ψ_{w4}
Front Bogie	y_{B1}	z_{B1}	ϕ_{B1}	ψ_{B1}
Rear Bogie	y_{B2}	z_{B2}	ϕ_{B2}	ψ_{B2}
Carbody	y_c	z_c	ϕ_c	ψ_c

表 2-2 自訂係數表（輪軸組）

$a_{w1} = \frac{1}{m_w}(-2K_{py} - 2K_{ry})$	$a_{w2} = \frac{1}{m_w} \left(-\frac{2f_{11}}{V} - 2C_{py} - 2C_{ry} \right)$
$a_{w3} = \frac{-(m_w + 0.5m_B + 0.25m_c)}{m_w} g$	$a_{w4} = \frac{1}{m_w} \left(-\frac{2f_{11}r_0}{V} \right)$
$a_{w5} = \frac{2f_{11}}{m_w}$	$a_{w6} = \frac{1}{m_w} \left(-\frac{2f_{12}}{V} \right)$
$a_{w7} = \frac{2K_{py}}{m_w}$	$a_{w8} = \frac{2C_{py}}{m_w}$
$a_{w9} = \frac{2K_{py}h_B}{m_w}$	$a_{w10} = \frac{2C_{py}h_B}{m_w}$
$a_{w11} = \frac{2K_{py}l_B}{m_w}$	$a_{w12} = \frac{2C_{py}l_B}{m_w}$
$a_{w13} = \frac{2K_{ry}}{m_w}$	$a_{w14} = \frac{2C_{ry}}{m_w}$
$a_{w15} = \frac{-2K_{pz} - 2K_{rz}}{m_w}$	$a_{w16} = \frac{-2C_{pz} - 2C_{rz}}{m_w}$
$a_{w17} = \frac{2K_{pz}}{m_w}$	$a_{w18} = \frac{2C_{pz}}{m_w}$
$a_{w19} = \frac{2K_{rz}}{m_w}$	$a_{w20} = \frac{2C_{rz}}{m_w}$
$a_{w21} = \frac{1}{I_{w_x}} \left(\frac{2f_{12}\lambda^2}{r_0} \right)$	$a_{w22} = \frac{1}{I_{w_x}} \left(\frac{-2f_{11}(r_0 + a\lambda)}{V} \right)$
$a_{w23} = \frac{1}{I_{w_x}} \left(\frac{2f_{12}a\lambda}{r_0} + 2K_{pz}d_w^2 \right)$	$a_{w24} = \frac{1}{I_{w_x}} \left(2C_{pz}d_w^2 - \frac{2f_{11}r_0(r_0 + a\lambda)}{V} \right)$
$a_{w25} = \frac{1}{I_{w_x}} \left[2f_{11}(r_0 + a\lambda) + \frac{2f_{22}\lambda^2}{r_0} \right]$	$a_{w26} = \frac{1}{I_{w_x}} \left(\frac{I_{w_y}V}{r_0} - \frac{2f_{12}(r_0 + a\lambda)}{V} \right)$
$a_{w27} = \frac{1}{I_{w_x}} (-2K_{pz}d_Bd_w)$	$a_{w28} = \frac{1}{I_{w_x}} (-2C_{pz}d_Bd_w)$
$a_{w29} = \frac{1}{I_{w_z}} \left(\frac{-2f_{33}a\lambda}{r_0} \right)$	$a_{w30} = \frac{1}{I_{w_z}} \left(\frac{2f_{12}}{V} \right)$
$a_{w31} = \frac{1}{I_{w_z}} [-2f_{12} + a\lambda(0.5m_B + m_w + 0.25m_c)g - 2K_{px}d_w^2]$	

$a_{w32} = \frac{1}{I_{w_z}} \left(\frac{-2a^2 f_{33}}{V} - \frac{2f_{22}}{V} - 2C_{px} d_w^2 \right)$	
$a_{w33} = \frac{1}{I_{w_z}} (2K_{px} d_w^2)$	$a_{w34} = \frac{1}{I_{w_z}} (2C_{px} d_w^2)$
$a_{w35} = \frac{1}{I_{w_z}} \left(\frac{2r_0 f_{12}}{V} - \frac{I_{w_y} V}{r_0} \right)$	

表 2-3 自訂係數表（轉向架）

$a_{b1} = \frac{2K_{py}}{m_B}$	$a_{b2} = \frac{2C_{py}}{m_B}$
$a_{b3} = \frac{2K_{py}}{m_B}$	$a_{b4} = \frac{2C_{py}}{m_B}$
$a_{b5} = \frac{-4K_{py} - 2K_{sy}}{m_B}$	$a_{b6} = \frac{-4C_{py} - 2C_{sy}}{m_B}$
$a_{b7} = \frac{-4K_{py}h_B + 2K_{sy}h_{Bs} - (m_B + 0.5 * m_c)g}{m_B}$	$a_{b10} = \frac{-4C_{py}h_B + 2C_{sy}h_{Bs}}{m_B}$
$a_{b9} = 0$	$a_{b10} = 0$
$a_{b11} = \frac{2K_{sy}}{m_B}$	$a_{b12} = \frac{2C_{sy}}{m_B}$
$a_{b13} = \frac{2K_{sy}h_{cs}}{m_B}$	$a_{b14} = \frac{2C_{sy}h_{cs}}{m_B}$
$a_{b15} = \frac{2K_{sy}l_{cs}}{m_B}$	$a_{b16} = \frac{2C_{sy}l_{cs}}{m_B}$
$a_{b17} = \frac{2K_{pz}}{m_B}$	$a_{b18} = \frac{2C_{pz}}{m_B}$
$a_{b19} = \frac{2K_{pz}}{m_B}$	$a_{b20} = \frac{2C_{pz}}{m_B}$
$a_{b21} = \frac{-2K_{sz} - 4K_{pz}}{m_B}$	$a_{b22} = \frac{-2C_{sz} - 4C_{pz}}{m_B}$
$a_{b23} = \frac{2K_{sz}}{m_B}$	$a_{b24} = \frac{2C_{sz}}{m_B}$
$a_{b25} = \frac{2K_{py}h_B}{I_{B_x}}$	$a_{b26} = \frac{2C_{py}h_B}{I_{B_x}}$
$a_{b27} = \frac{2K_{py}h_B}{I_{B_x}}$	$a_{b28} = \frac{2C_{py}h_B}{I_{B_x}}$
$a_{b29} = \frac{2K_{pz}d_B^2}{I_{B_x}}$	$a_{b30} = \frac{2C_{pz}d_B^2}{I_{B_x}}$
$a_{b31} = \frac{2K_{pz}d_B^2}{I_{B_x}}$	$a_{b32} = \frac{2C_{pz}d_B^2}{I_{B_x}}$

$a_{b33} = \frac{-4K_{py}h_B + 2K_{sy}h_{Bs}}{I_{B_x}}$	$a_{b34} = \frac{-4C_{py}h_B + 2C_{sy}h_{Bs}}{I_{B_x}}$
$a_{b35} = \frac{-4K_{pz}d_B^2 - 4K_{py}h_B^2}{I_{B_x}}$	$a_{b36} = \frac{-4C_{pz}d_B^2 - 4C_{py}h_B^2}{I_{B_x}}$
$a_{b37} = \frac{-2K_{sy}h_{Bs}}{I_{B_x}}$	$a_{b38} = \frac{-2C_{sy}h_{Bs}}{I_{B_x}}$
$a_{b39} = \frac{2K_{sz}d_{Bs}d_{cs} - 2K_{sy}h_{Bs}h_{cs}}{I_{B_x}}$	$a_{b40} = \frac{2C_{sz}d_{Bs}d_{cs} - 2C_{sy}h_{Bs}h_{cs}}{I_{B_x}}$
$a_{b41} = \frac{-2K_{sy}h_{Bs}l_{cs}}{I_{B_x}}$	$a_{b42} = \frac{-2C_{sy}h_{Bs}l_{cs}}{I_{B_x}}$
$a_{b43} = \frac{2K_{py}l_B}{I_{B_z}}$	$a_{b44} = \frac{2C_{py}l_B}{I_{B_z}}$
$a_{b45} = \frac{-2K_{py}l_B}{I_{B_z}}$	$a_{b46} = \frac{-2C_{py}l_B}{I_{B_z}}$
$a_{b47} = \frac{2K_{px}d_B^2}{I_{B_z}}$	$a_{b48} = \frac{2C_{px}d_B^2}{I_{B_z}}$
$a_{b49} = \frac{2K_{px}d_B^2}{I_{B_z}}$	$a_{b50} = \frac{2C_{px}d_B^2}{I_{B_z}}$
$a_{b51} = \frac{-4K_{py}l_B^2 - 4K_{px}d_B^2 - 2K_{sx}d_{Bs}^2}{I_{B_z}}$	$a_{b52} = \frac{-4C_{py}l_B^2 - 4C_{px}d_B^2 - 2C_{sx}d_{Bs}^2}{I_{B_z}}$
$a_{b53} = \frac{2K_{sx}d_{Bs}^2}{I_{B_z}}$	$a_{b54} = \frac{2C_{sx}d_{Bs}^2}{I_{B_z}}$

表 2-4 自訂係數表（車體）

$a_{c1} = \frac{2K_{sy}}{m_c}$	$a_{c2} = \frac{2C_{sy}}{m_c}$
$a_{c3} = \frac{2K_{sy}}{m_c}$	$a_{c4} = \frac{2C_{sy}}{m_c}$
$a_{c5} = \frac{-4K_{sy}}{m_c}$	$a_{c6} = \frac{-4C_{sy}}{m_c}$
$a_{c7} = \frac{(-4K_{sy}h_{cs} + m_c g)}{m_c}$	$a_{c8} = \frac{-4C_{sy}h_{cs}}{m_c}$
$a_{c9} = g\phi_{ct}$	
$a_{c10} = \frac{2K_{sz}}{m_c}$	$a_{c11} = \frac{2C_{sz}}{m_c}$
$a_{c12} = \frac{2K_{sz}}{m_c}$	$a_{c13} = \frac{2C_{sz}}{m_c}$
$a_{c14} = \frac{-4K_{sz}}{m_c}$	$a_{c15} = \frac{-4C_{sz}}{m_c}$
$a_{c16} = \frac{2K_{sy}h_{cs}}{I_{c_x}}$	$a_{c17} = \frac{2C_{sy}h_{cs}}{I_{c_x}}$
$a_{c18} = \frac{2K_{sy}h_{cs}}{I_{c_x}}$	$a_{c19} = \frac{2C_{sy}h_{cs}}{I_{c_x}}$
$a_{c20} = \frac{-4K_{sy}h_{cs}}{I_{c_x}}$	$a_{c21} = \frac{-4C_{sy}h_{cs}}{I_{c_x}}$
$a_{c22} = \frac{-4K_{sz}d_{cs}^2 - 4K_{sy}h_{cs}^2 + m_c gh_{cs}}{I_{c_x}}$	$a_{c23} = \frac{-4C_{sz}d_{cs}^2 - 4C_{sy}h_{cs}^2}{I_{c_x}}$
$a_{c24} = \frac{m_c gh_{cs}\phi_{ct}}{I_{c_x}}$	
$a_{c25} = \frac{2K_{sy}l_{cs}}{I_{c_z}}$	$a_{c26} = \frac{2C_{sy}l_{cs}}{I_{c_z}}$
$a_{c27} = \frac{-2K_{sy}l_{cs}}{I_{c_z}}$	$a_{c28} = \frac{-2C_{sy}l_{cs}}{I_{c_z}}$

$a_{c29} = \frac{-4K_{sy}h_{cs}l_{cs}}{I_{c_z}}$	$a_{c30} = \frac{-4C_{sy}h_{cs}l_{cs}}{I_{c_z}}$
$a_{c31} = \frac{-4K_{sy}l_{cs}^2}{I_{c_z}}$	$a_{c32} = \frac{-4C_{sy}l_{cs}^2}{I_{c_z}}$
$a_{c33} = 0$	$a_{c34} = \frac{C_{sz}}{m_c}$
$a_{c35} = \frac{2K_{sx}d_{Bs}^2}{I_{c_z}}$	$a_{c36} = \frac{2C_{sx}d_{Bs}^2}{I_{c_z}}$
$a_{c37} = \frac{2K_{sx}d_{Bs}^2}{I_{c_z}}$	$a_{c38} = \frac{2C_{sx}d_{Bs}^2}{I_{c_z}}$
$a_{c39} = \frac{-4K_{sx}d_{Bs}^2}{I_{c_z}}$	$a_{c40} = \frac{-4C_{sx}d_{Bs}^2}{I_{c_z}}$

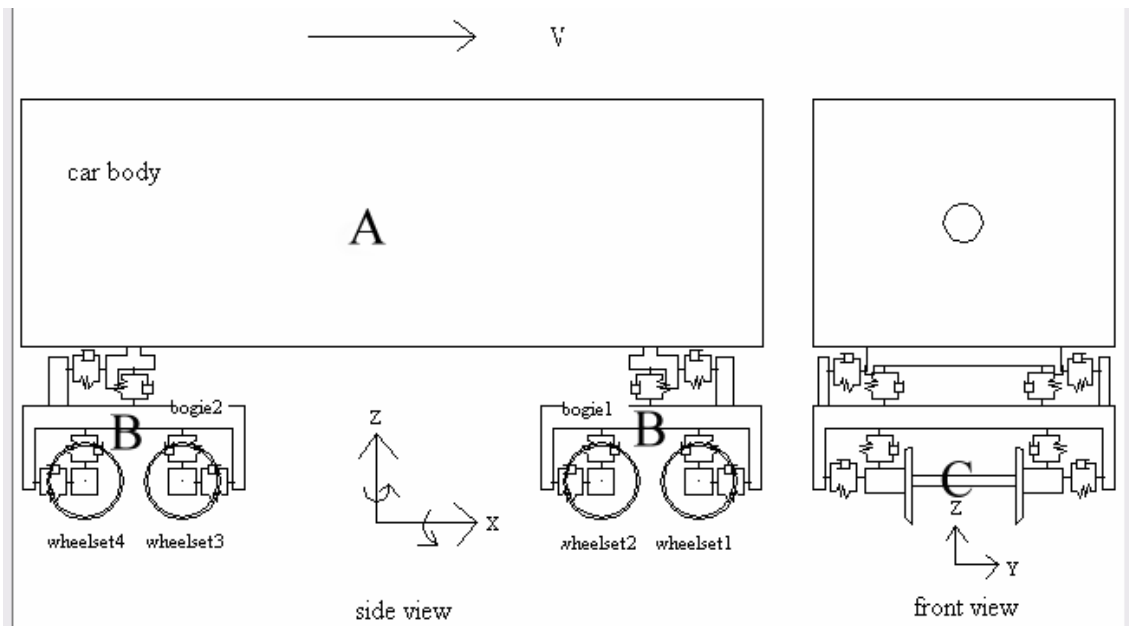


圖2-1 軌道車輛模型示意圖[9]

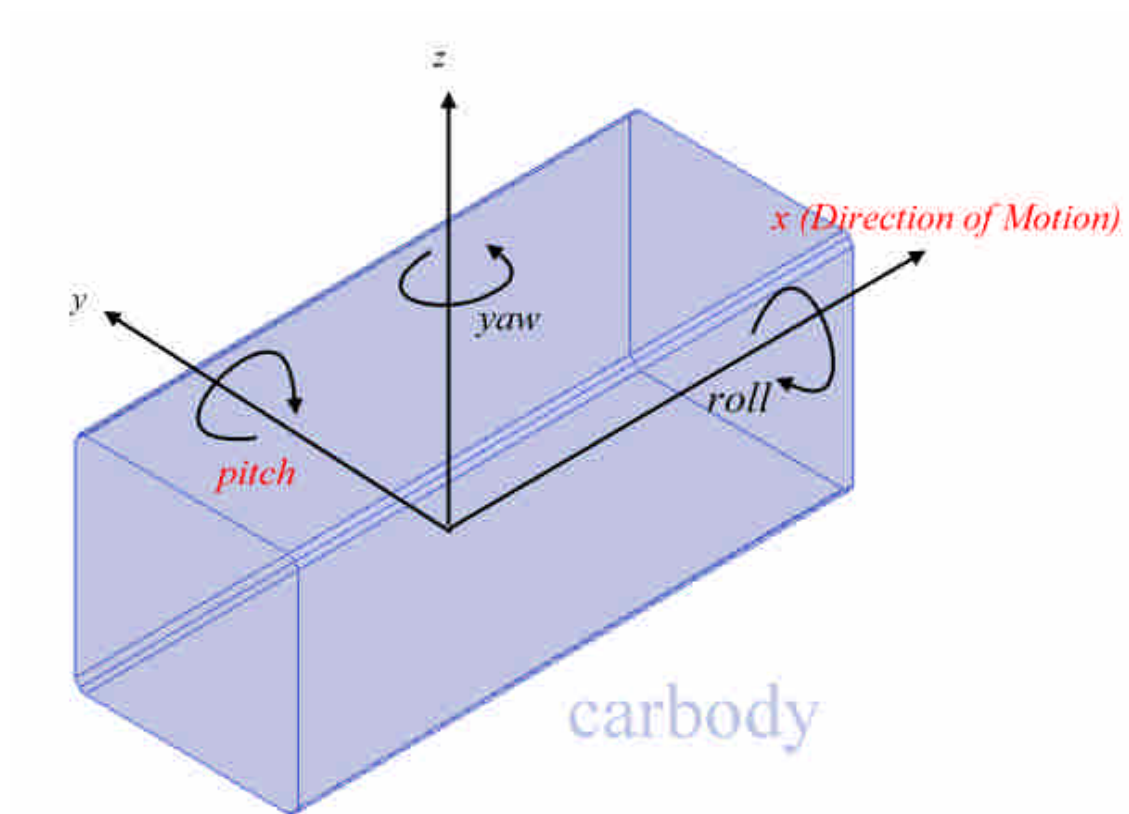


圖2-2 軌道車輛運動座標系

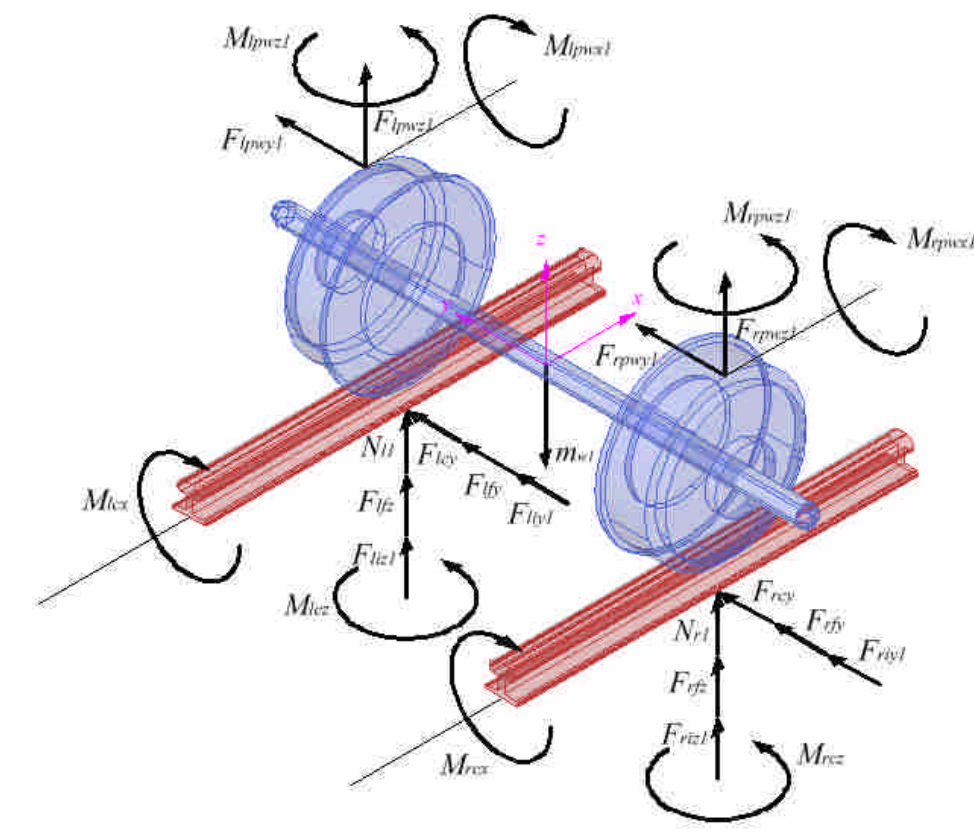


圖2-3 第一組輪軸組自由體圖

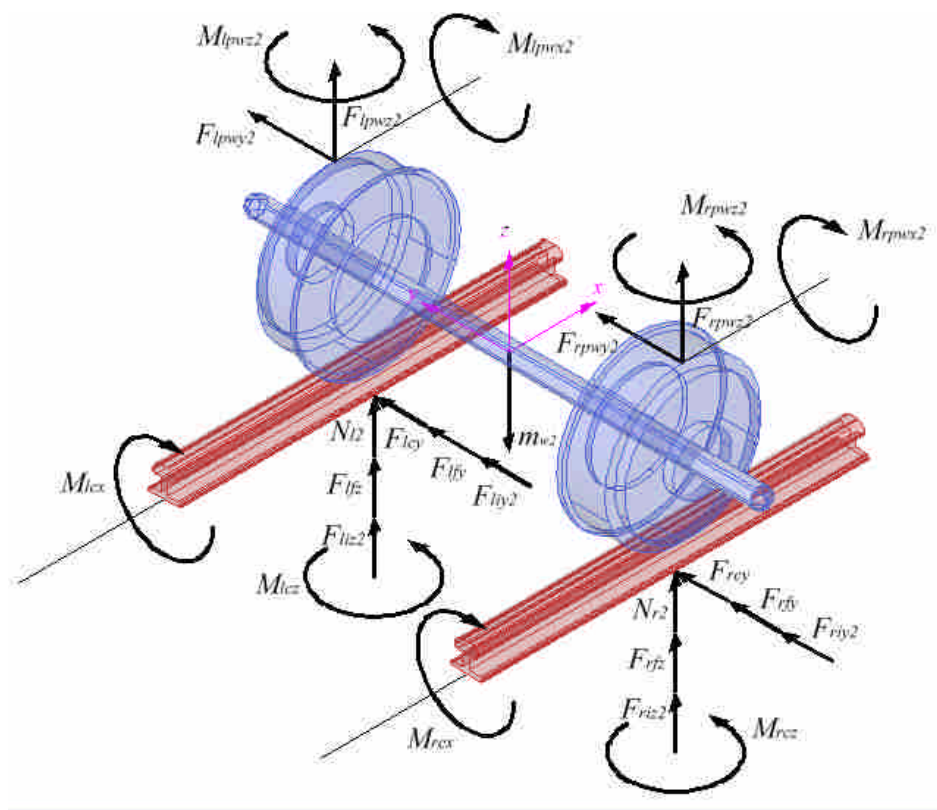


圖2-4 第二組輪軸組自由體圖

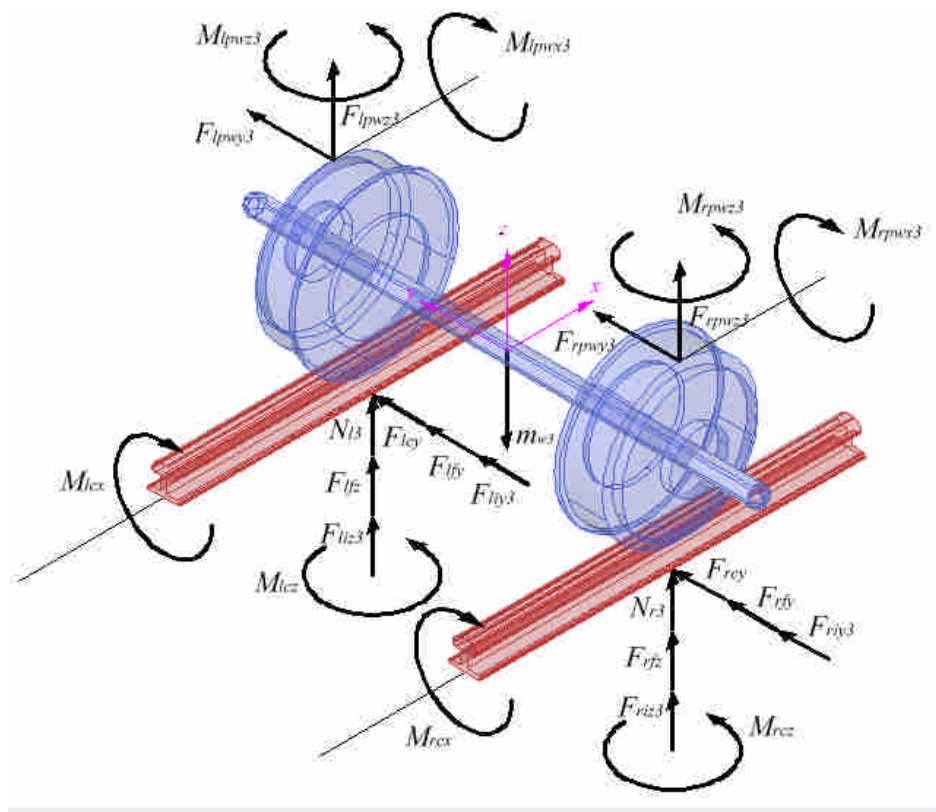


圖2-5 第三組輪軸組自由體圖

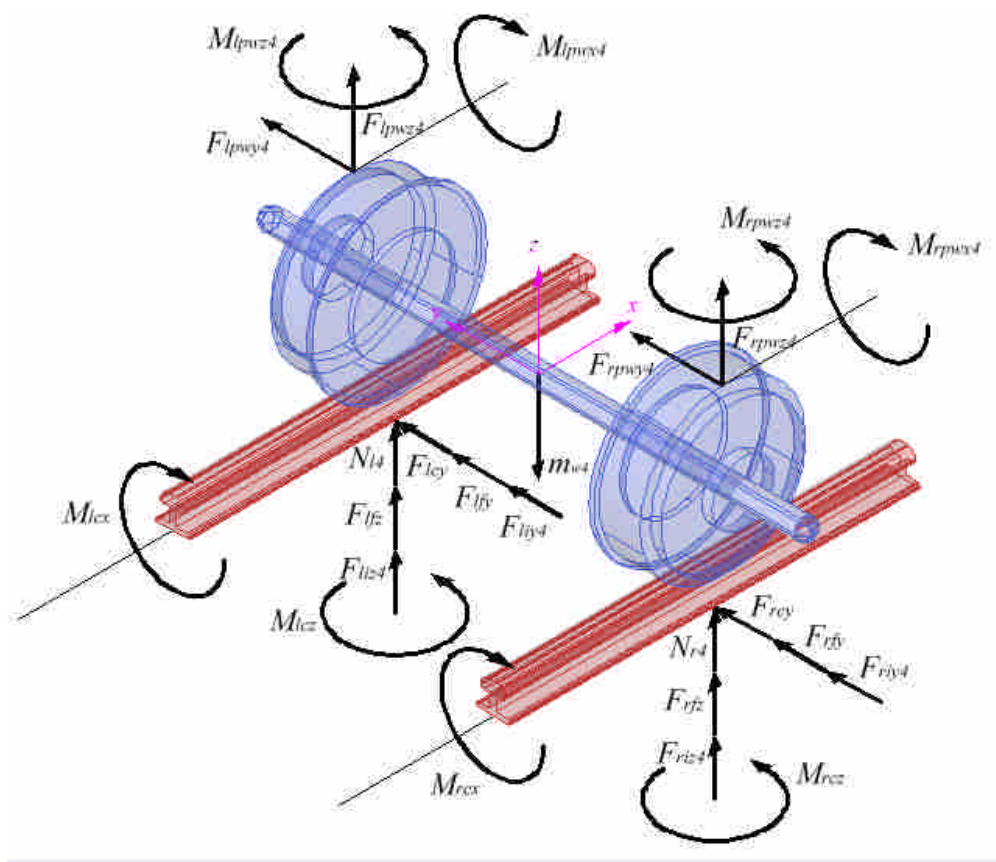


圖2-6 第四組輪軸組自由體圖

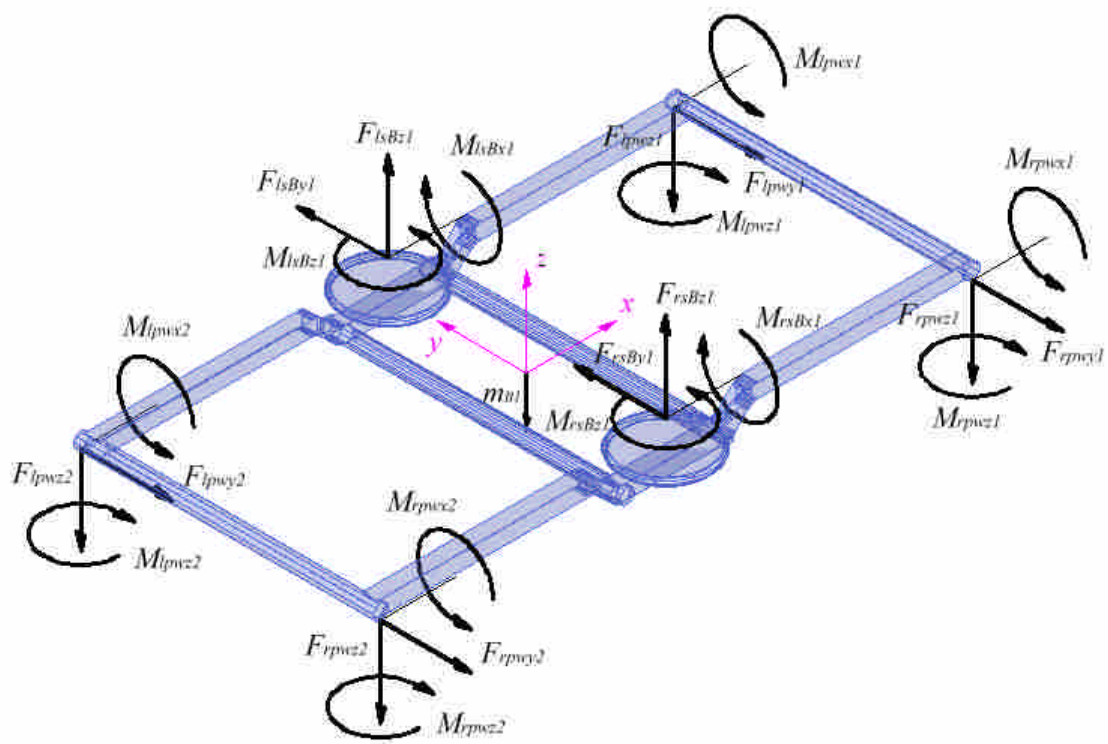


圖2-7 前轉向架自由體圖

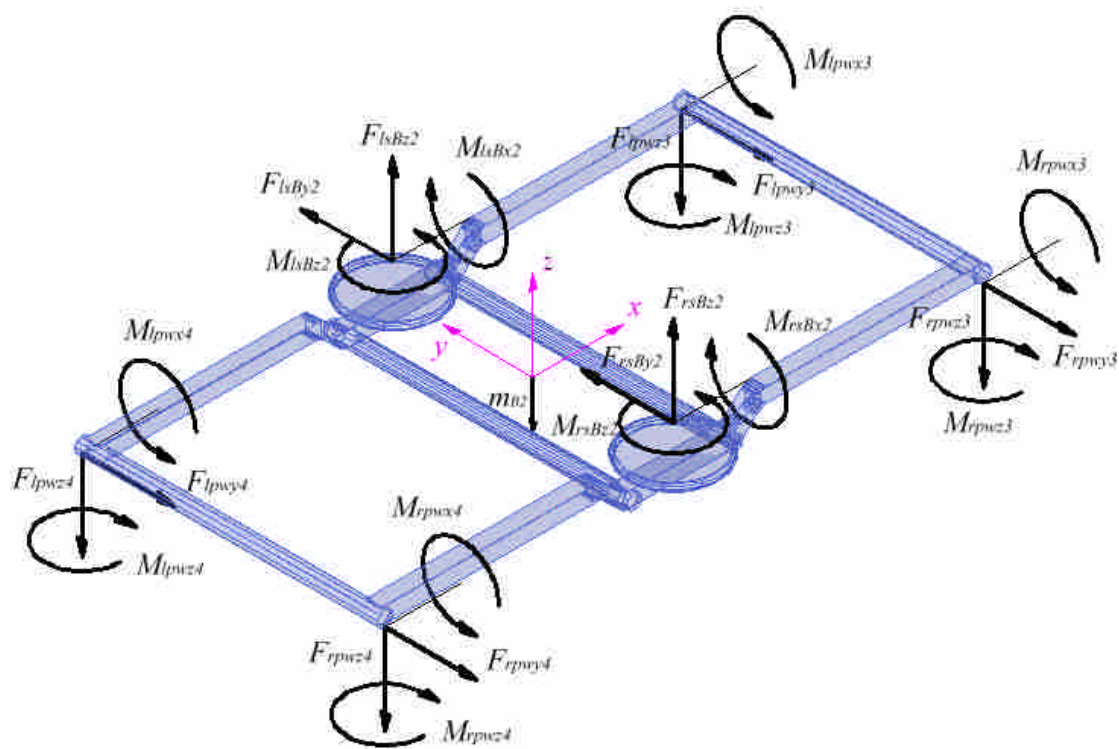


圖2-8 後轉向架自由體圖

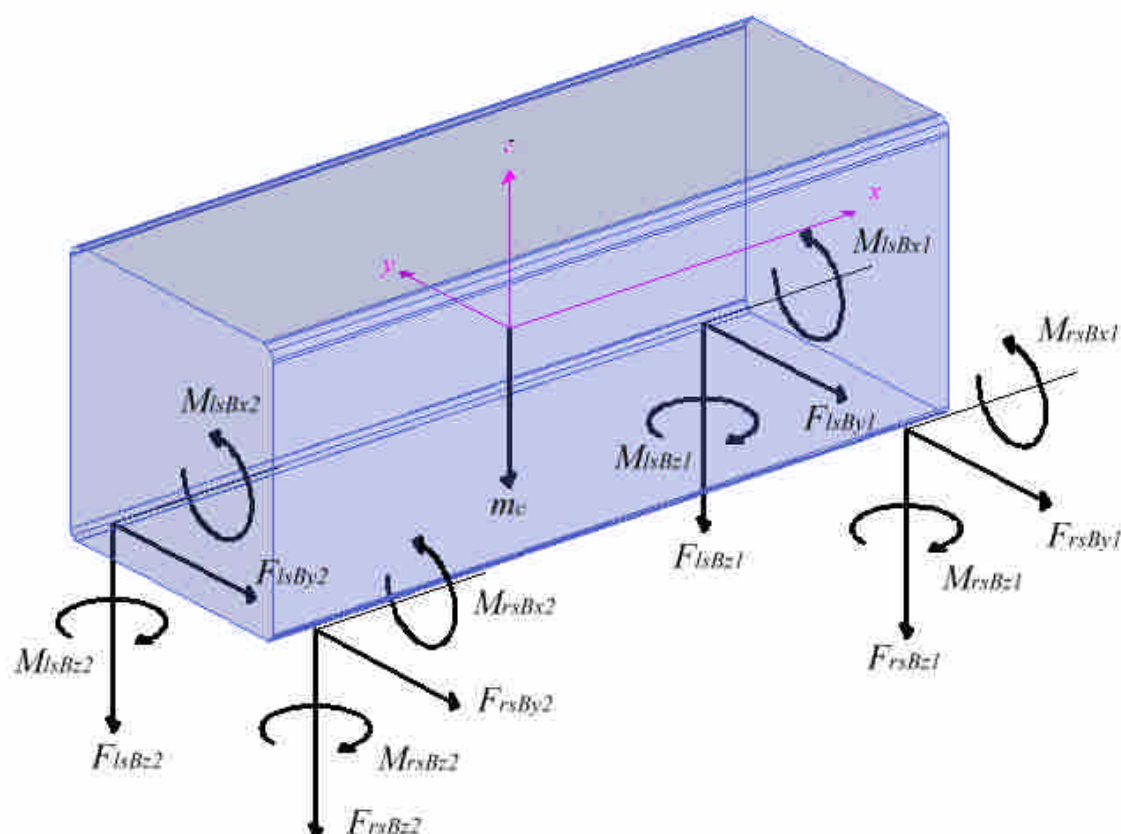


圖2-9 車體之自由體圖

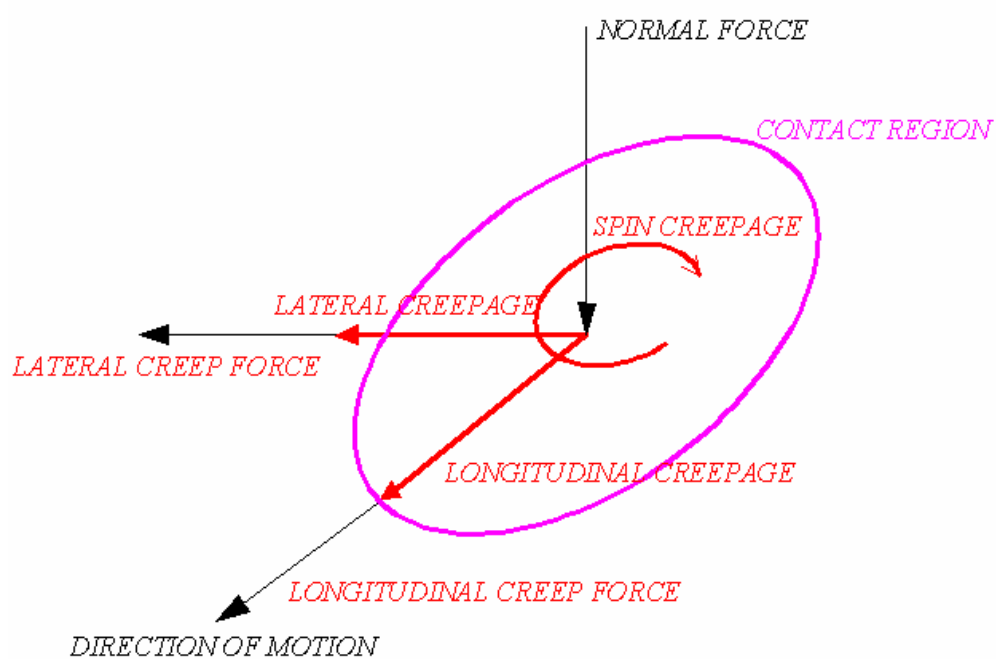


圖2-10 輪軌接觸力示意圖[25]

第三章 數值模擬與安全指標探討

3-1 軌道不平整輸入

軌道列車於行駛時，鋼輪和軌道間持續保持著交互作用，包括磨耗、撞擊等等，不僅造成鋼輪和鋼軌的品質下降，行車的安全性也因此大打折扣，因此軌道不平整的作用，實為模擬時不可缺少的關鍵要素之一。軌道列車於行駛時，會遭遇到各種不同的軌道狀況，總括來說，軌道的不平整狀況包括以下四種[28]：

1. 軌距(gage)不整：標準的軌距為左右兩條軌道的鋼軌面往下 14 mm 處相距的最短距離，台北捷運公司的標準軌距為 1,435 mm，軌距不整則指軌道的左右兩鋼軌未保持標準軌距之距離。
2. 水平(cross-level)不整：水平不整為左右兩側鋼軌未保持在正規高度，即直軌段的兩鋼軌未保持水平齊高，彎軌段未保持在規定的超高斜面，在此為超高(cant)作一說明，因軌道車輛不像一般的車輛有差速器，一般的車輛於過彎時，內外輪所走的距離不一樣，但平面道路的狀況卻是千百種，所以一般的車輛用差速器來矯正；而軌道車輛過彎時，是利用左右兩側的高低不同，即軌道超高(rail cant)來過彎，當列車行經彎軌時，未依規定的速度來過彎，重量會加重於內軌，造成對軌道的損壞；反之，軌道的超高不足(cant deficiency)也會對鋼軌造成損壞，而導致出軌。
3. 高低(prolife)不整：左右任一側的鋼軌表面發生凹凸的現象，即為高低不整。道床、路基的下沉，或於軌條接頭處，因列車的衝擊，導致下沉，為凹凸較大者的現象；凹凸較小者的現象則為輪軌間之波狀磨耗。
4. 方向(alignment)不整：為同一側軌條左右橫向歪扭，即直軌段不直，彎軌段未保持正規之正矢，此狀況發生時，會對軌道產生動態衝擊力。

圖 3-1 則為高低不整和方向不整的示意圖[25]。

上述的四種軌道不整狀況，其中方向不整和水平不整會相互影響且有加成的作用，因此我們模擬時，將以此兩種軌道不平整為輸入的依據。美國聯邦鐵路局(Federal Railroad Administration, FRA)訂定的軌道不平整激振程度(分為六級)和軌道不平整的能量頻譜密度函數(PSD)，如表 3-1 所示[25]，表中的式子各為水平不

整及方向不整的函數表示式，其中 ϕ 代表波數($\phi = \frac{f}{V}$)，單位為 cycle/feet，以 cpf

表示， f 為頻率， V 為速度，由於台北捷運局規定電聯車的最高營運時速為 80 km/h，故上式的 V 主要以此值為優先代入，但在模擬不同速度下的各種動態響應時，在此所代入的速度值也將隨之改變。而本研究採用的軌道狀況也以最差的狀況，即第一級的參數為優先來模擬，但若有模擬不同軌道等級的動態響應時，所代入的等級參數也會隨之改變。我們先將表 3-1 中的第一級軌道參數代入水平及方向不平整函數表示式，另將 $S(\phi)$ 轉換成 $S(f)$ ，而繪出圖 3-2 之水平與方向軌道不平整

能量頻譜密度圖，再經過一連串的傅利葉轉換處理後[9]，形成疊加的位移函數，微分此位移函數即可得軌道不平整的速度函數，而在第一輪軸組後面的第二、第三及第四輪軸組則各加入時間延遲項，最後，位移與速度函數分別乘上軌道的勁度係數與阻尼係數，可整理出軌道不平整的式子如下：

$$1. F_{liy1} + F_{riy1} = 2K_{ry}(y_{r1} - y_{w1}) + 2C_{ry}(\dot{y}_{r1} - \dot{y}_{w1}) \quad (3-1)$$

$$2. F_{liy2} + F_{riy2} = 2K_{ry}(y_{r2} - y_{w2}) + 2C_{ry}(\dot{y}_{r2} - \dot{y}_{w2}) \quad (3-2)$$

$$3. F_{liy3} + F_{riy3} = 2K_{ry}(y_{r3} - y_{w3}) + 2C_{ry}(\dot{y}_{r3} - \dot{y}_{w3}) \quad (3-3)$$

$$4. F_{liy4} + F_{riy4} = 2K_{ry}(y_{r4} - y_{w4}) + 2C_{ry}(\dot{y}_{r4} - \dot{y}_{w4}) \quad (3-4)$$

$$5. F_{liz1} + F_{riz1} = 2K_{rz}(z_{r1} - z_{w1}) + 2C_{rz}(\dot{z}_{r1} - \dot{z}_{w1}) \quad (3-5)$$

$$6. F_{liz2} + F_{riz2} = 2K_{rz}(z_{r2} - z_{w2}) + 2C_{rz}(\dot{z}_{r2} - \dot{z}_{w2}) \quad (3-6)$$

$$7. F_{liz3} + F_{riz3} = 2K_{rz}(z_{r3} - z_{w3}) + 2C_{rz}(\dot{z}_{r3} - \dot{z}_{w3}) \quad (3-7)$$

$$8. F_{liz4} + F_{riz4} = 2K_{rz}(z_{r4} - z_{w4}) + 2C_{rz}(\dot{z}_{r4} - \dot{z}_{w4}) \quad (3-8)$$

式子中， K_{ry} 、 K_{rz} 、 C_{ry} 、 C_{rz} 為軌道的橫向與垂向勁度係數和阻尼係數，

如圖 3-3 所示，而勁度係數乘上的相對位移，分別為四組輪軸組的質心相對於軌道不平整的位移；阻尼係數乘上的相對速度，則為四組輪軸組的質心相對於軌道不平整的速度，其代號如表 3-2 所示。

3-2 振幅分析

以台北捷運電聯車的設計規範為準，最高時速為 90 km/h，最高營運時速為 80 km/h，模擬時，以最高營運時速為優先，時間項的方面，因台北捷運電聯車於各區站間的平均行駛時間約為一分多鐘左右，故模擬時間採 90 秒，強制力的輸入則為軌道不平整，台北捷運電聯車規定輪軸組的橫向位移 6 mm 為輪緣極限值[9]，若超過此極限值，就會有輪緣磨耗和橫向力產生的情形。

軌道車輛行駛於彎軌時，由於離心力的作用，許多不同的運動型態也跟著產生，諸如車廂滾動、側向力增加等等。軌道車輛於彎軌時的情形如圖 3-4 所示，由於軌道車輛沒有差速器，而是藉由軌道超高來過彎，其目的是要使列車行駛於彎軌時，合力和軌道面垂直而定的，但由於許多原因限制了超高的最大值，當通過曲線段的速度太高時，以致超高無法抵消離心力，即所謂的超高不足量，圖中的 c

即為超高， ϕ_{ct} 則為超高角(Angle of rail cant)， a 為二分之一軌距， m 為軌道車輛平均分配於外軌鋼輪之質量， W 為軌道車輛平均分配於外軌鋼輪之重量， R 為彎軌段之曲率半徑， F_{rf} 則為輪緣接觸力，作用於右輪的接觸點，以台北捷運局的標準參數，最小曲率半徑 200 m，最大超高值 130 mm，標準軌距 1,435 mm 的情況下，可得 ϕ_{ct} 為 5.19 度，模擬彎軌時則以上述的標準參數為準，代入模擬。

3-3 安全指標

在振幅分析方面做一介紹之後，本節再針對安全指標作一概述，模擬時，先以振幅的分析為首要，再探討安全指標。

安全的評估包括 Nadal ratio 和輪軸減重率兩種指標；Nadal ratio 為爬上型出軌的安全指標，亦稱出軌比；輪軸減重率則為跳上型出軌的安全指標，在此為這兩種出軌型式作一介紹[28]。

1. 爬上型出軌：

軌道列車行駛於彎軌時，或者因為軌道不平整的影響，產生車輪衝擊角，造成鋼輪輪緣轉動爬上軌肩，如圖3-5所示，內側車輪趨向順著鋼輪方向前行而產生橫向力，當輪軸所受橫向力與垂向力之比值超過某一個值，車輪就邊旋轉邊從鋼軌側面往上爬，最後形成出軌，此情況即為爬上型出軌，如圖3-6所示。

2. 跳上型出軌：

軌道車輛的輪軸組因橫向力增加，而使相對於鋼軌的左右方向速度變大，產生車輪衝擊鋼軌而跳起來之現象，此現象連續產生超過一定的次數後，就可能導致跳上型出軌。

3-3-1 Nadal ratio

從上述兩種形式的出軌可以得知，皆是因橫向力的產生所致，而Nadal ratio為橫向力與垂向力的比值，是最常被當作安全評估的指標，圖3-7可以幫助我們對Nadal ratio有更深入的了解：

$$Y = N \sin \alpha - T \cos \alpha \quad (3-9)$$

$$Q = N \cos \alpha + T \sin \alpha \quad (3-10)$$

上式中， Y 為橫向力， Q 為垂向力， N 為正向力， T 為切線力， α 為輪緣角，將(3-9)式、(3-10)式相除，可得(3-11)式如下：

$$\frac{Y}{Q} = \frac{\tan \alpha - \left(\frac{T}{N}\right)}{1 + \left(\frac{T}{N}\right) \tan \alpha} \quad (3-11)$$

Kalker 曾用線性化理論來描述潛滑力，鋼輪的滾動接觸如圖3-8所示[29]，此理論必須假設在潛滑率很小時才適用，由圖可知，潛滑力必小於輪軌間之摩擦力，

故以摩擦力代表上限值， $\frac{T}{N}$ 則以動摩擦係數 μ 代表之，如下式所示：

$$\frac{Y}{Q} \leq \frac{k(\tan \alpha - \mu)}{1 + \mu \tan \alpha} \quad (3-12)$$

其中， K 為安全係數，此(3-12)式即為Nadal 式， $\frac{Y}{Q}$ 的上限值，即Nadal ratio的上限值，也是世界各國軌道車輛系統定義安全標準的出軌比(derailment quotient)，表3-3為世界各國所訂定的出軌比[19]，其數值多介於0.8至1.2之間，本研究則採用表格中台灣的標準1.0，此項安全性指標適用於爬上型出軌，超過此上限值，則將有爬上型出軌的危險。

3-3-2 輪軸減重率

另一種安全指標為輪軸減重率，適用於跳上型出軌，但較少人以它為安全指標的基準，本研究則以Nadal ratio 為第一安全考量，輪軸減重率為第二安全考量。輪軸減重率為跳上型出軌的安全指標，當軌道列車靜止時，軸重(車重平均分配於輪軸組的重量)的一半與列車行駛於彎軌時外側鋼輪受到的垂向力的差值，和列車靜止時軸重的一半相除，所得到的比值即為輪軸減重率，即為 $\frac{\Delta P}{P_0}$ ，而台北捷運局對此安全指標並無相關參數，日本的國鐵訂定其標準指數為0.8，因此本研究也以此指數為基準，若超過此上限值，則將有跳上型出軌的危險發生。

3-4 數值模擬

由於龐大的公式與數值難以計算，因此艱難過程交由電腦軟體來進行運算及繪圖，本研究採用的模擬軟體為MATLAB，我們將二階的微分方程式降為一階後，寫入程式中進行模擬，即可運算出軌道車輛的各種動態響應，因此式子 $M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F$ 寫成state-space form如下[30,31]：

$$\dot{p} = Ap + B \quad (3-13)$$

其中

$$p_1 = [y_{w1} \quad z_{w1} \quad \phi_{w1} \quad \psi_{w1}]^T \quad (3-14)$$

$$p_2 = [y_{w2} \quad z_{w2} \quad \phi_{w2} \quad \psi_{w2}]^T \quad (3-15)$$

$$p_3 = [y_{w3} \quad z_{w3} \quad \phi_{w3} \quad \psi_{w3}]^T \quad (3-16)$$

$$p_4 = [y_{w4} \quad z_{w4} \quad \phi_{w4} \quad \psi_{w4}]^T \quad (3-17)$$

$$\mathbf{p}_5 = [y_{B1} \quad z_{B1} \quad \phi_{B1} \quad \psi_{B1}]^T \quad (3-18)$$

$$\mathbf{p}_6 = [y_{B2} \quad z_{B2} \quad \phi_{B2} \quad \psi_{B2}]^T \quad (3-19)$$

$$\mathbf{p}_7 = [y_c \quad z_c \quad \phi_c \quad \psi_c]^T \quad (3-20)$$

上式中，上標 T 表示轉置矩陣。而 $\mathbf{p}$ 與 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 定義如下：

$$\mathbf{p} = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4, \mathbf{p}_5, \mathbf{p}_6, \mathbf{p}_7, \dot{\mathbf{p}}_1, \dot{\mathbf{p}}_2, \dot{\mathbf{p}}_3, \dot{\mathbf{p}}_4, \dot{\mathbf{p}}_5, \dot{\mathbf{p}}_6, \dot{\mathbf{p}}_7]^T \quad (3-21)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{28 \times 28} & \mathbf{I}_{28 \times 28} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{28 \times 1} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

上式中， $\mathbf{O}$ 為零矩陣， $\mathbf{I}$ 為單位矩陣。將governing equation $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F}$ 轉換成state-space form的式子，可為電腦軟體MATLAB所接受，進而解得(3-21)式的動態響應，代入的參數為台北捷運局的軌道車輛標準參數，如表3-4、表3-5所示[9]。

表 3-1 軌道不平整能量頻譜密度函數表(PSD)

Process track geometry	Model	Parameter		Value of parameters by track class					
		Symbol	Unit	6	5	4	3	2	1
Stationary random									
Gage	$S_c(\phi)=\frac{A_c\phi_2^2}{(\phi^2+\phi_1^2)(\phi^2+\phi_2^2)}$	A_g	$10^4\text{in.}^2/\text{cpf}$	0.3	0.5	0.9	1.6	2.8	5.0
		ϕ_1	10^3Cpf	8.9	8.9	8.9	8.9	8.9	8.9
		ϕ_2	10^2Cpf	7.1	7.1	7.1	7.1	7.1	7.1
Cross level	$S_c(\phi)=\frac{A_c\phi_2^2}{(\phi^2+\phi_1^2)(\phi^2+\phi_2^2)}$	A_c	$10^4\text{in.}^2/\text{cpf}$	0.3	0.5	0.7	1.1	1.6	2.3
		ϕ_1	10^3Cpf	7.1	7.1	7.1	7.1	7.1	7.1
		ϕ_2	10^2Cpf	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0
Profile	$S_a(\phi)=\frac{A_a\phi_2^2(\phi^2+\phi_1^2)}{\phi^4(\phi^2+\phi_2^2)}$	A_p	$10^4\text{in.}^2/\text{cpf}$	0.5	0.8	1.4	2.5	4.5	7.9
		ϕ_1	10^2Cpf	7.1	7.1	7.1	7.1	7.1	7.1
		ϕ_2	10^2Cpf	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0
Alignment	$S_a(\phi)=\frac{A_a\phi_2^2(\phi^2+\phi_1^2)}{\phi^4(\phi^2+\phi_2^2)}$	A_a	$10^4\text{in.}^2/\text{cpf}$	0.3	0.5	0.9	1.6	2.8	5.0
		ϕ_1	10^3cpf	10	10	10	10	10	10
		ϕ_2	10^2cpf	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6
Periodic									
Profile	$y(x)=Ae^{-k(x)}$	A_p	in.	0.11	0.14	0.19	0.25	0.33	0.45
		k	ft ⁻¹	0.25	0.20	0.15	0.14	0.13	0.13
Alignment	Same as profile	A_a	in	0.08	0.11	0.15	0.20	0.27	0.35
		k	ft ⁻¹	0.57	0.46	0.35	0.20	0.15	0.12

$S_a(\phi)$: alignment power spectral density

$S_c(\phi)$: cross-level power spectral density

A_a : roughness constant of alignment

A_c : roughness constant of cross-level

ϕ : spatial frequency

ϕ_1 、 ϕ_2 : break frequencies

表 3-2 輪軸組與軌道不平整之位移與速度變數表

	Lateral Displacement	Lateral Velocity	Vertical Displacement	Vertical Velocity
Wheelset 1	y_{w1}	$\dot{y}_{w1}$	z_{w1}	$\dot{z}_{w1}$
Wheelset 2	y_{w2}	$\dot{y}_{w2}$	z_{w2}	$\dot{z}_{w2}$
Wheelset 3	y_{w3}	$\dot{y}_{w3}$	z_{w3}	$\dot{z}_{w3}$
Wheelset 4	y_{w4}	$\dot{y}_{w4}$	z_{w4}	$\dot{z}_{w4}$
Rail Irregularity	y_{r1} 、 y_{r2} y_{r3} 、 y_{r4}	$\dot{y}_{r1}$ 、 $\dot{y}_{r2}$ $\dot{y}_{r3}$ 、 $\dot{y}_{r4}$	z_{r1} 、 z_{r2} z_{r3} 、 z_{r4}	$\dot{z}_{r1}$ 、 $\dot{z}_{r2}$ $\dot{z}_{r3}$ 、 $\dot{z}_{r4}$

表3-3 世界各國軌道車輛系統所設定之Nadal ratio (出軌比)[19]

Derailment Quotient (出軌比)	Taiwan	Japan	North America	Europe	Mainland China
Y/Q	1.0	0.8~1.0	1.0	0.8	1.0~1.2

表 3-4 台北捷運局軌道車輛標準參數表[9]

Model parameter	Value	Unit
Carbody mass(without passengers)	24180	kg
Roll moment of inertia of carbody	44720	kgm ²
Pitch moment of inertia of carbody	899740	kgm ²
Yaw moment of inertia of carbody	899740	kgm ²
Bogie mass	4,118	kg
Roll moment of inertia of bogie	1,960	kgm ²
Pitch moment of inertia of bogie	6,230	kgm ²
Yaw moment of inertia of bogie	6,230	kgm ²
Wheelset mass	1,731	kg
Roll moment of inertia of wheelset	1,026	kgm ²
Pitch moment of inertia of wheelset	107	kgm ²
Yaw moment of inertia of wheelset	1,026	kgm ²
Nominal radius of wheel	0.425	m
Half of track gauge	0.7175	m
Wheel conicity	0.03	
Longitudinal stiffness of primary suspension	7.2	kN/mm
Longitudinal damping of primary suspension	17.2	kNs/mm
Lateral stiffness of primary suspension	5.51	kN/mm
Lateral damping of primary suspension	17.2	kNs/mm
Vertical stiffness of primary suspension	1.48	kN/mm
Vertical damping of primary suspension	6.0	kNs/mm
Longitudinal stiffness of secondary suspension	0.164	kN/mm
Longitudinal damping of secondary suspension	0.0322	kNs/mm
Lateral stiffness of secondary suspension	0.164	kN/mm
Lateral damping of secondary suspension	0.0322	kNs/mm
Vertical stiffness of secondary suspension	0.285	kN/mm
Vertical damping of secondary suspension	0.0229	kNs/mm
Half clearance of primary suspension at bogie side	1.05	m
Half clearance of primary suspension at wheelset side	1.05	m
Half clearance of secondary suspension at bogie side	1.05	m
Half clearance of secondary suspension at carbody side	1.05	m

表 3-5 潛滑係數與輪軌接觸參數表

Model parameter	Value	Unit
Lumped lateral rail stiffness (including ballast)	14	kN/mm
Lumped vertical rail stiffness (including ballast)	21	kN/mm
Lateral damping of rail	1.72	kNs/mm
Vertical damping of rail	1.72	kNs/mm
Lateral creep force coefficient	800	kN
Lateral / Spin creep force coefficient	1.2	kNm ²
Spin creep force coefficient	1.0	kN
Longitudinal creep force coefficient	800	kN

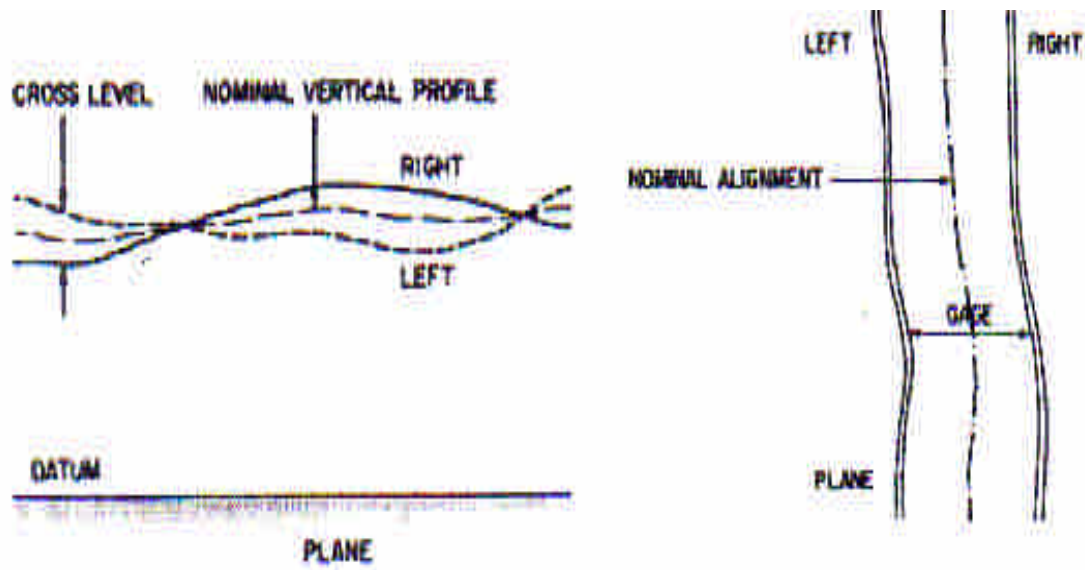


圖 3-1 高低不整與方向不整示意圖[25]

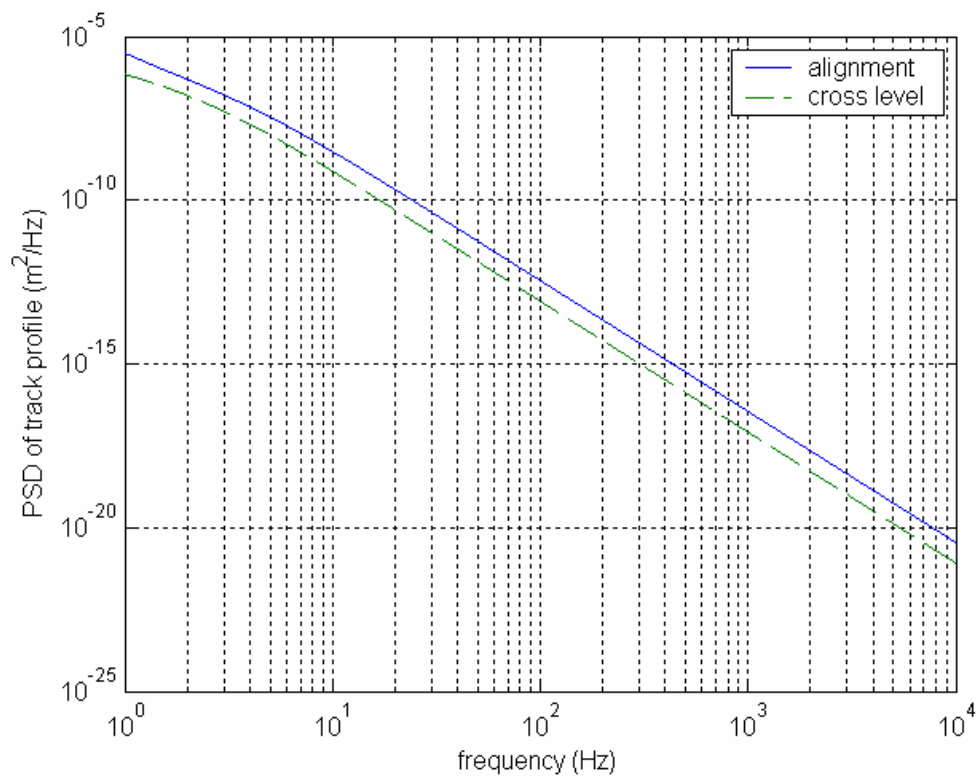


圖3-2 水平與方向軌道不平整能量頻譜密度函數 (車速80 km/h)

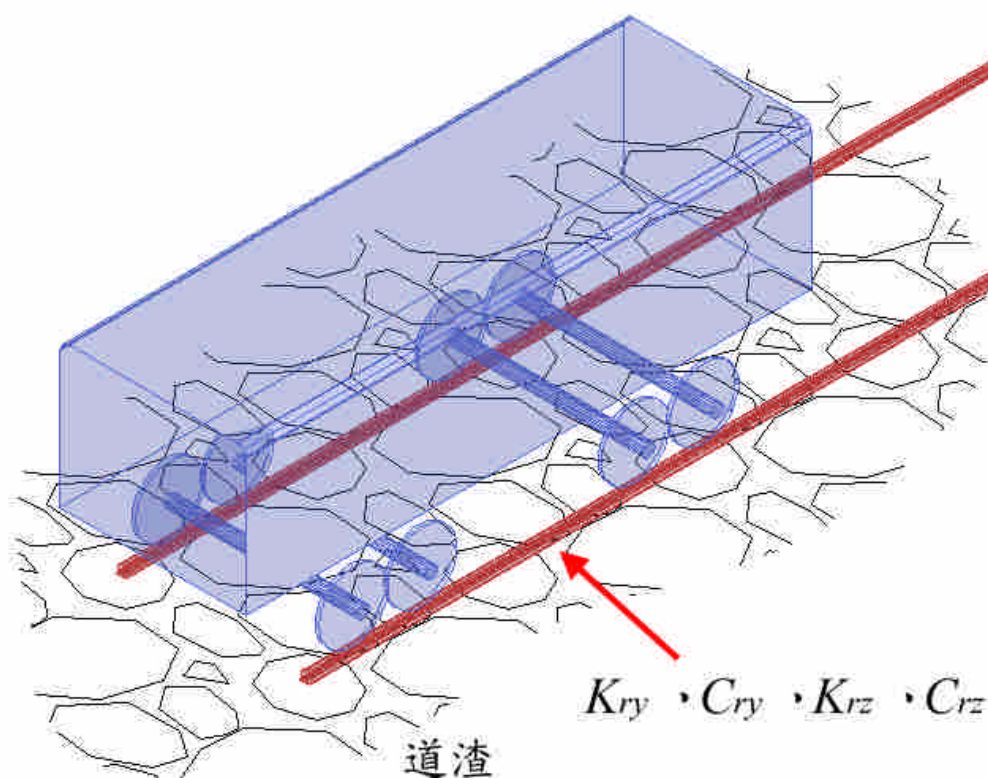


圖 3-3 軌道之勁度係數與阻尼係數示意圖

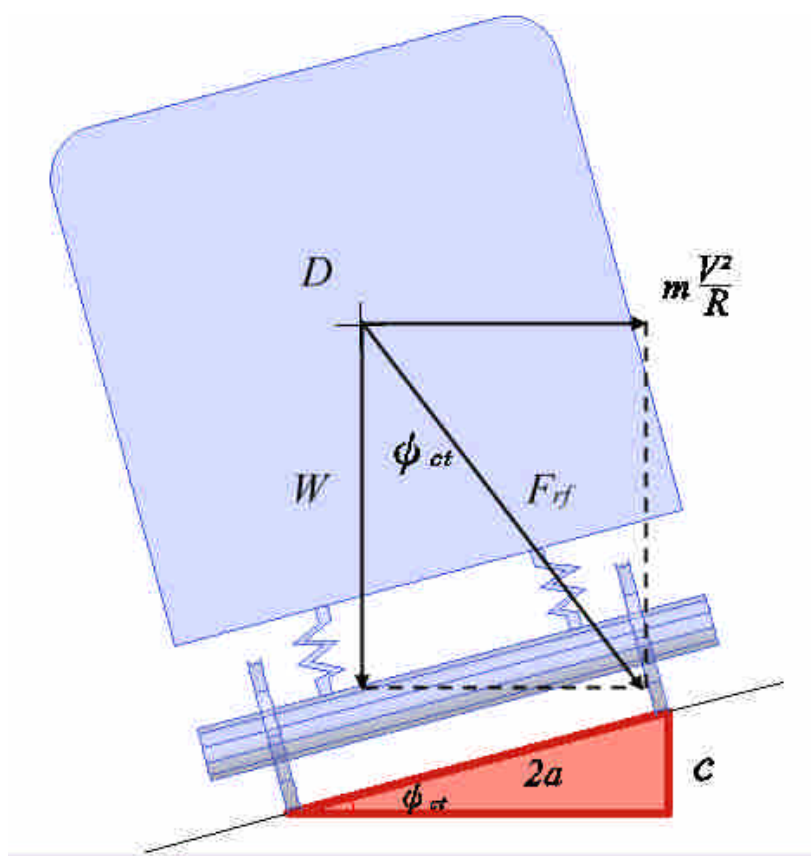


圖 3-4 軌道車輛行駛於彎軌示意圖[32]

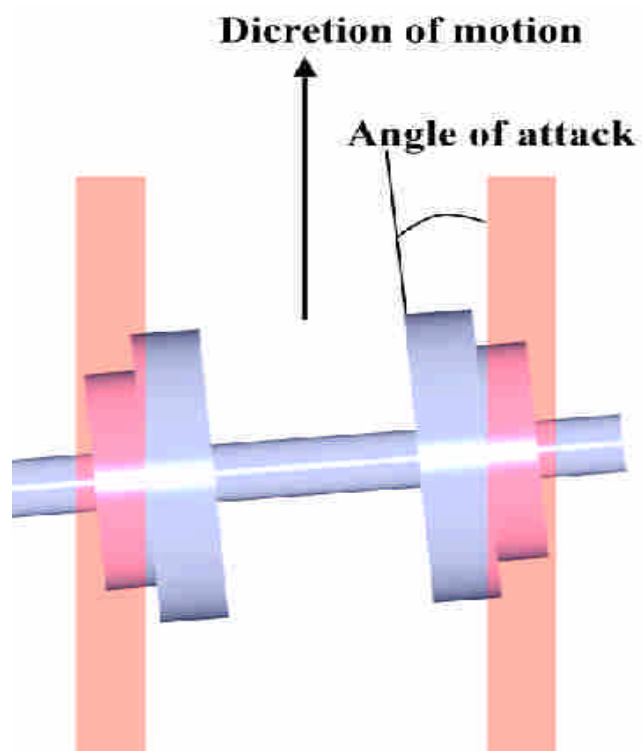


圖 3-5 軌道車輛行駛之衝擊角示意圖[33]

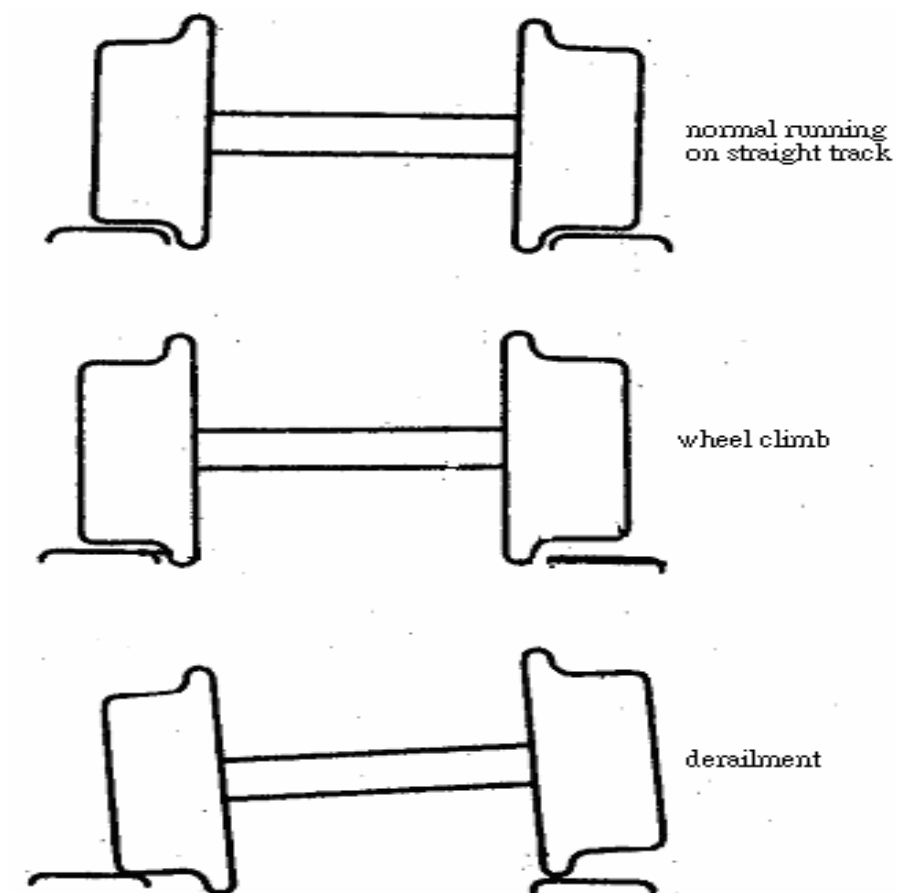


圖3-6 爬上型出軌之過程圖[19]

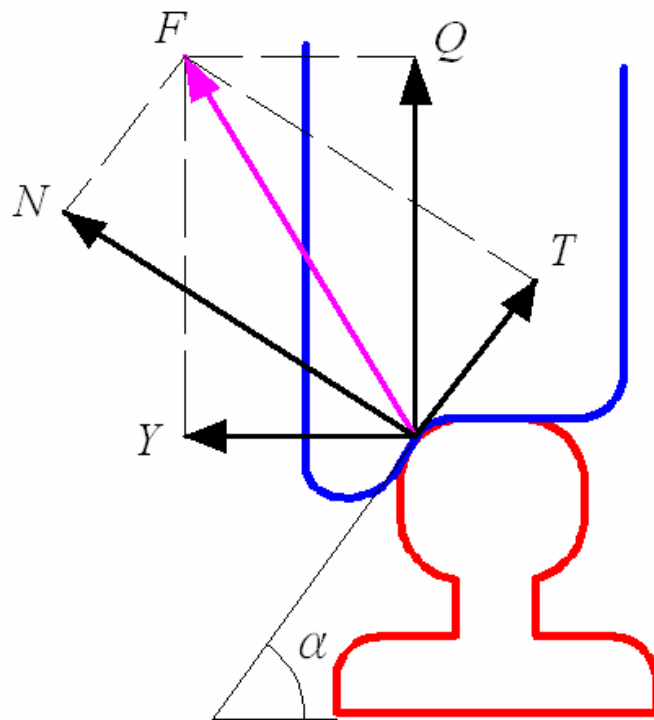


圖 3-7 輪軌接觸受力示意圖[28]

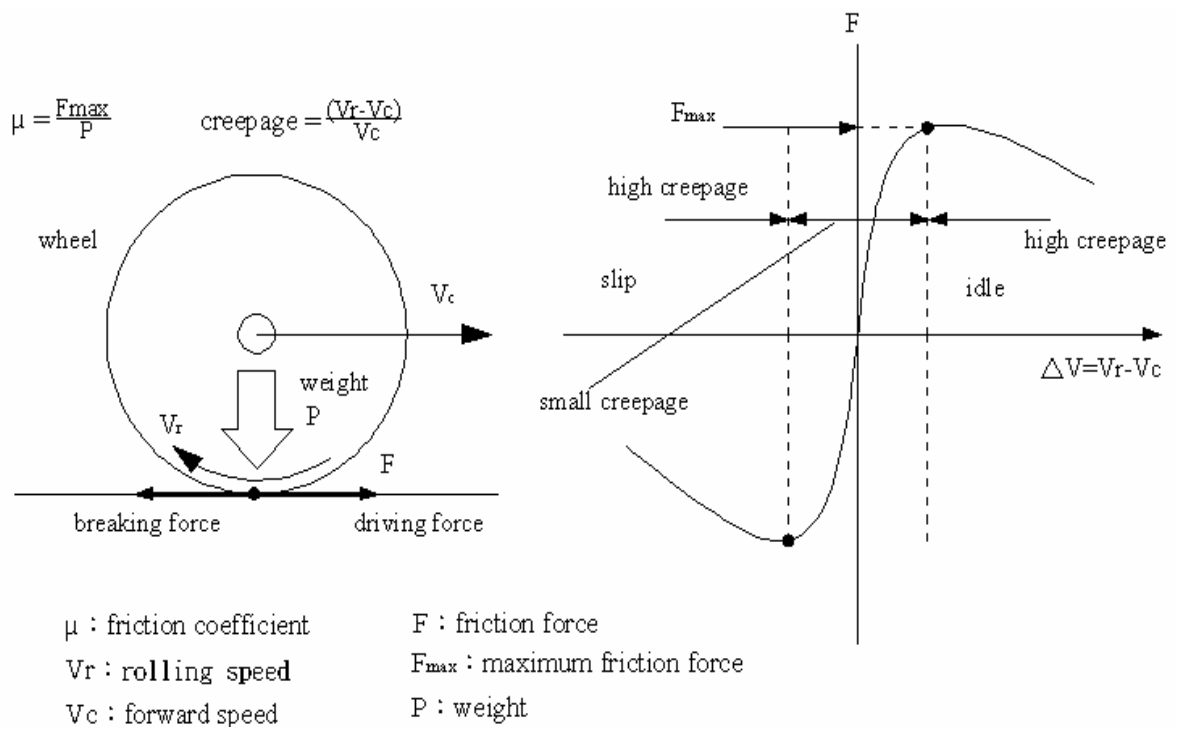


圖 3-8 滾動接觸示意圖[29]

第四章 懸吊系統設計與車輛穩定度分析

4-1 懸吊設計

在之前的章節中，我們已有很明確的描述，利用軌道不平整的輸入，搭配電腦軟體的應用，即可算出 28 個自由度軌道列車的各種動態響應。而本章將針對懸吊系統勁度係數的改變，對捷運軌道車輛所造成的影響，包括懸吊系統的相對橫向位移、懸吊系統作用力以及車輛穩定度分析等，都將是我們探討的內容。

4-1-1 次懸吊系統設計

以台北捷運電聯車而言，它的次懸吊系統為一空氣彈簧，裝置於轉向架的左右兩邊，與車體相連，它可允許車體的橫向、垂向及旋轉運動，利用空氣彈簧的自動充放氣，來減少行車時的振動，以及旅客進出客車廂時，造成車體的左右不平衡。

軌道列車行駛時，次懸吊系統的橫向位移大小(stroke)即轉向架與車體在次懸吊系統上的相對橫向位移，台北捷運局對此次懸吊系統橫向位移有一明確的規範，規定 18 mm 為極限值，以避免捷運列車在進出停靠站時，撞擊到月台，而此橫向位移值和轉向架與車體的橫向位移、滾動及擺動有關，其前、後次懸吊系統的位移關係式如下：

$$\text{Front secondary stroke} = y_C + l_{CS}\psi_C + h_{CS}\phi_C - y_{B1} \quad (4-1)$$

$$\text{Rear secondary stroke} = y_C - l_{CS}\psi_C + h_{CS}\phi_C - y_{B2} \quad (4-2)$$

式子中， l_{CS} 為轉向架質心到車體質心的水平距離， h_{CS} 為車體質心到次懸吊系統質心的垂直距離。

將式子(4-1)、(4-2)代回(3-13)式的 state-space form 中，再利用電腦軟體，即可算出並繪出我們所需的動態響應圖。圖 4-1 為軌道列車在時速 80 km/h 下，改變次懸吊系統的橫向勁度係數，所造成次懸吊系統的橫向位移變化圖，觀察圖中的變化情形，不難發現，在橫向勁度係數小於 130 kN/m 時，次懸吊系統橫向位移的變化較為明顯，但在大於 130 kN/m 後，橫向位移的變化幾乎維持不變，雖然較低的次懸吊橫向勁度係數會造成較大的次懸吊橫向位移，但它的最大值仍未超過規定的 18 mm 極限值。

在同樣速度的行駛條件下，改變次懸吊系統的垂向勁度係數所造成的次懸吊系統作用力如圖 4-2 所示，由圖可知，隨著垂向勁度係數的增加，次懸吊系統的作用力也隨之增加，另外可比較圖中的拉伸力和壓縮力的關係，可看出在受壓時的作用力比拉伸時的作用力要高，這是因為在次懸吊系統的垂直方向上仍有一個車體重量所致。

4-1-2 主懸吊系統設計

主懸吊系統大多裝置於輪軸組與轉向架之間，為一錐形彈簧，主要功能為減少列車在行駛時，所造成的振動。主懸吊系統的橫向位移大小(stroke)即輪軸組與轉向架之間的相對橫向位移，而此位移值的大小和轉向架與輪軸組的橫向位移、滾動及擺動有關，其第一和第四輪軸組上的主懸吊系統位移關係式如下：

$$\text{Primary stroke of first wheelset} = y_{B1} + l_B \psi_{B1} - y_{W1} \quad (4-3)$$

$$\text{Primary stroke of fourth wheelset} = y_{B2} - l_B \psi_{B2} - y_{W4} \quad (4-4)$$

式子中， $2l_B$ 代表第一、第二輪軸組或第三、第四輪軸組之間的質心距離。

將式子(4-3)、(4-4)代回(3-13)式的 state-space form 中，再利用電腦軟體，即可算出並繪出各種的動態響應圖。圖 4-3 為主懸吊系統橫向勁度係數的改變，所造成主懸吊的橫向位移關係圖，由圖中可觀察到，較低的橫向勁度係數會造成較大的主懸吊橫向位移，另外比較第一和第四輪軸組上的主懸吊系統橫向位移，第四輪軸組上的主懸吊位移值比第一輪軸組的位移值大了約百分之三十。

另外，同樣的行駛速度下，改變主懸吊橫向勁度係數所造成主懸吊系統的橫向作用力如圖 4-4 所示，由圖可知，橫向作用力的大小隨著橫向勁度係數的增加而增加。圖 4-5 則為改變垂向主懸吊勁度係數，所造成主懸吊垂向作用力關係圖，同樣地，作用力的值亦隨著垂向勁度係數的增加而增加，並且在壓縮時的作用力大於拉伸時候的作用力，再比較圖 4-5 與圖 4-2，得知主懸吊系統的垂向作用力比次懸吊系統的垂向作用力要大，這是因為在主懸吊系統的垂直方向上，除了車體的重量外，另外還有一個轉向架的重量所致。

4-2 軌道車輛穩定度分析

此一小節主要是討論在不同軌道不平整等級的輸入情況下，軌道車輛的穩定度，分析內容包括車體和輪軸組的橫向位移歷程，並且做實際軌道車輛的現場測試。穩定度分析是研究軌道車輛中一個相當重要的議題，因此我們利用第二章所提到的 28 自由度的軌道車輛動態分析模型進行模擬，其中，鋼輪圓錐度、潛滑力和軌道不平整都是模擬時考慮的要件。

軌道車輛在行駛時，軌道不平整的狀況是不可避免的，其動態響應會根據軌道不平整的等級不同和列車的行駛速度而有所改變，適當的主懸吊系統設計可以減少因軌道不平整、鋼輪圓錐度和潛滑力所造成的高頻率振動；而次懸吊系統又可減少轉向架傳給車體的振動，使車體保持在平衡位置且給旅客良好的乘坐品質。主懸吊系統和次懸吊系統皆有阻尼的作用，若懸吊系統和輪軸組、轉向架與車體之間有良好的匹配關係，就能夠吸收各式各樣的振動，因此，一個優良又可靠的軌道車輛動態分析模型，除了能夠模擬主懸吊與次懸吊系統的動態特性外，還要有能夠檢查它們之間的情形，以防止軌道車輛的機體惡化，並延長車輛的行駛壽命。

本研究是以一個 28 自由度的軌道車輛動態分析模型做模擬，並且對台北捷運局的編號 CP341 車輛做實車測試，考慮不同的軌道狀況對列車的影響，而車體的橫向偏移量和輪軸組的橫向位移大小都將是分析的內容。

4-2-1 數值模擬結果

我們在第三章曾提到，編輯程式時必須將 governing equation 轉換成 state-space form 來輸入，方能為軟體所接受，再將表 3-4 與表 3-5 的捷運軌道車輛及鋼軌參數代入程式中，即可模擬各種的動態響應。根據美國聯邦鐵路局(Federal Railroad Administration, FRA) 所訂定的軌道不平整激振程度，從第一級(最差)到第六級(最好)的軌道狀況，考慮水平和方向的軌道不平整，首先模擬出在時速 80 km/h 和 90 km/h 時轉向架的橫向加速度，如圖 4-6、圖 4-7 所示，由圖可知，軌道車輛在時速 90 km/h 內行駛時，皆相當穩定，而模擬不同時速下列車的動態特性，整理如表 4-1，表格中，Frequency 乃是橫向加速度的頻率，Swing angle 則是轉向架的擺動角(yaw angle)，Unstable hunting motion 表示列車在當時的行駛速度下，是否有輪軌間的撞擊現象發生，表格顯示出輪軸組的橫向位移和轉向架的擺動角度皆隨著車速的增加而變大，但並沒有發生不穩定的現象。接下來同樣在一級的軌道狀況下，增加車速到 145 km/h，皆尚未發生不穩定的現象，而在大於 145 km/h 時，轉向架的不穩定現象已經產生，如圖 4-8、圖 4-9 所示，可以看到在 145 km/h 時，轉向架的橫向加速度仍是穩定，而到了 148 km/h 時，轉向架的橫向加速度已趨於不穩定，因此，本研究提出的 28 個自由度軌道車輛動態分析模型，車速 145 km/h 為它的臨界時速。接下來改變軌道不平整的等級狀況，從原本的第一級(最差)改為第六級(最佳)來進行模擬，發現列車時速達到 150 km/h 時轉向架才有不穩定現象產生，如圖 4-10 所示，其不穩定現象大約在 30 秒後才發生，而且此時的轉向架加速度變化幅度比第一級軌道狀況時的加速度變化幅度要小。

軌道車輛的動態特性通常被當作列車設計的標準，而此動態特性也能作為主懸吊系統、次懸吊系統和轉向架之間相容性的設計參考，如果懸吊系統的剛性太強的話，會影響旅客的乘車品質，但若剛性太弱的话，卻又容易引起不穩定的現象。在車廂的橫向位移方面，它必須能夠使捷運軌道車輛安全的通過停靠站台，而不能有任何的碰觸，對此台北捷運局規定車體的橫向位移量 75 mm 為極限值，車體和轉向架的擺動運動以及懸吊系統造成的橫向位移皆考慮在內，模擬在不同軌道等級下，列車高於臨界時速的橫向位移，如圖 4-11、圖 4-12 所示，圖 4-11 為軌道車輛在第一級的軌道等級，且時速為 148 km/h 時，列車在 60 秒內碰觸了五次停靠站台，可想而知列車的危險性將會大增，而以第一級的軌道等級模擬出各種速度下車體的橫向位移量如表 4-2 所示，車體的橫向位移量隨著速度的增加而變大，而且當列車行駛速度靠近臨界速度時，車體的橫向位移值會遠大於正常時速下的橫向位移值。圖 4-12 則是以最好的軌道等級模擬出車體橫向位移量的結果，在車速 150 km/h 時，雖然車體的橫向位移值有變大的趨勢，但在 60 秒之內都還未

超出規定的極限值 75 mm，由此可知，軌道的等級狀況是捷運軌道車輛安全行駛的關鍵要素。

軌道車輛在直軌正常行駛時，鋼輪和鋼軌的邊緣並不會經常發生接觸，而台北捷運局對列車的輪軸組橫向位移規定 6 mm 為輪緣極限值，超過此值時，會有輪緣接觸的情況產生，使行車的安全性降低，圖 4-13 到圖 4-16 為列車在高於臨界速度且不同軌道等級下，輪軸組的橫向位移關係圖，比較圖 4-13 與圖 4-14，圖 4-15 與圖 4-16，皆可發現當車速增加時，輪軸組的橫向位移也增加了，並且比較圖 4-14 與圖 4-15，可知較差的軌道等級容易發生輪緣接觸的情況，而當輪緣接觸趨於頻繁時，鋼輪和鋼軌之間的相互作用力，就會導致出軌的可能性增加以及不良的乘車品質，但對於正常行駛下的軌道車輛，它的橫向位移皆遠低於台北捷運局規定的標準，因此旅客平時在乘坐捷運時是相當安全的。

4-2-2 實車測試

實車測試的目的除了驗證以上模擬的正確性外，主要是為了了解我們所分析的各種動態響應是否符合國際鐵路協會(International Union of Railways, UIC)的規定，其主要內容為測試軌道車輛在高達 90 km/h 的速度下，必須沒有撞擊的現象發生，測試的對象為台北捷運局編號 CP341 車輛，包含六節客車廂和新的鋼輪組，車上人員除了幾位測試人員外，並無其他乘客，故其車體重量採空車的重量，測試地點為捷運淡水線直軌平面段，從淡水站(R33)行駛至竹圍站(R31)，且是天氣良好和乾燥的軌面，試驗根據國際鐵路協會 UIC 的要求，分別以 50、60、70、80 及 90 km/h 下，測試其運行狀況，測試內容為第一、第三及第六節客車廂的轉向架橫向加速度，測試儀器位置如圖 4-17 所示，感測器裝置於轉向架上方，連接到放大器和國際鐵路協會所要求的能夠過濾 0.5-8 Hz 的濾波器，安裝完畢後即進行實車測試。

測試的結果如圖 4-18、圖 4-19 所示，圖中顯示出有些橫向加速度的值偏大，是因為軌道列車行經轉轍器所致，忽略這些值不計，再將此實測結果和研究時的模擬結果整理如表 4-3，上列為實測的結果，下列為模擬的結果，比較表中上下兩列結果，大致上呈現相符狀態，只是多數模擬的結果，比實車測試的結果小了些，這可能是因為沒有考慮列車的其他系統的振動，如空調裝置、推進系統等，表中也顯示，在最高時速內行駛的捷運軌道車輛，其轉向架的橫向加速度幅度亦隨著車速增加。

本小節的研究結果顯示，我們提出的 28 個自由度軌道車輛模型，其臨界時速大約在 145 km/h 左右，而在此臨界速度下正常行駛時，車體和輪軸組的橫向位移量皆都在台北捷運局規定的範圍之內，且轉向架的橫向加速度也符合國際鐵路協會(UIC)的穩定性標準，但是當列車時速一高於臨界時速後，轉向架就開始發生不穩定現象，鋼輪也開始與鋼軌多次碰撞，這些都會導致車輛出軌與不良的乘坐品質。在比較過表 4-3 後，發現模擬的結果只比實測的結果小了些，因此，本研究所

提出的 28 自由度軌道列車動態分析模型，應可以被用來作為實際捷運軌道車輛的穩定度分析，而在捷運軌道車輛設計之初，為了防止車體損壞、延長車輛壽命及減少維修費用，本研究的軌道車輛模型應是相當理想的選擇。

表 4-1 動態穩定性之模擬結果

Speed (km/h)	50	60	70	80	90
Frequency (Hz)	3.12	3.51	3.51	3.9	4.68
Max. swing angle of bogie (degree)	0.15	0.17	0.20	0.22	0.25
Max. lateral displacement of wheel-set (mm)	2.9	3.5	4.0	4.4	4.9
Unstable hunting motion	Nil	Nil	Nil	Nil	Nil

表 4-2 車體橫向位移量之模擬結果

Speed (km/h)	50	60	70	80	90	145	148
Displacement (mm)	0.84	0.90	1.10	1.50	1.60	60	>75

表 4-3 轉向架之最大橫向加速度

Speed (km/h)	50	60	70	80	90
Test result (m/s ²)	0.37	0.52	0.60	0.64	0.74
Simulation result (m/s ²)	0.40	0.42	0.52	0.62	0.71

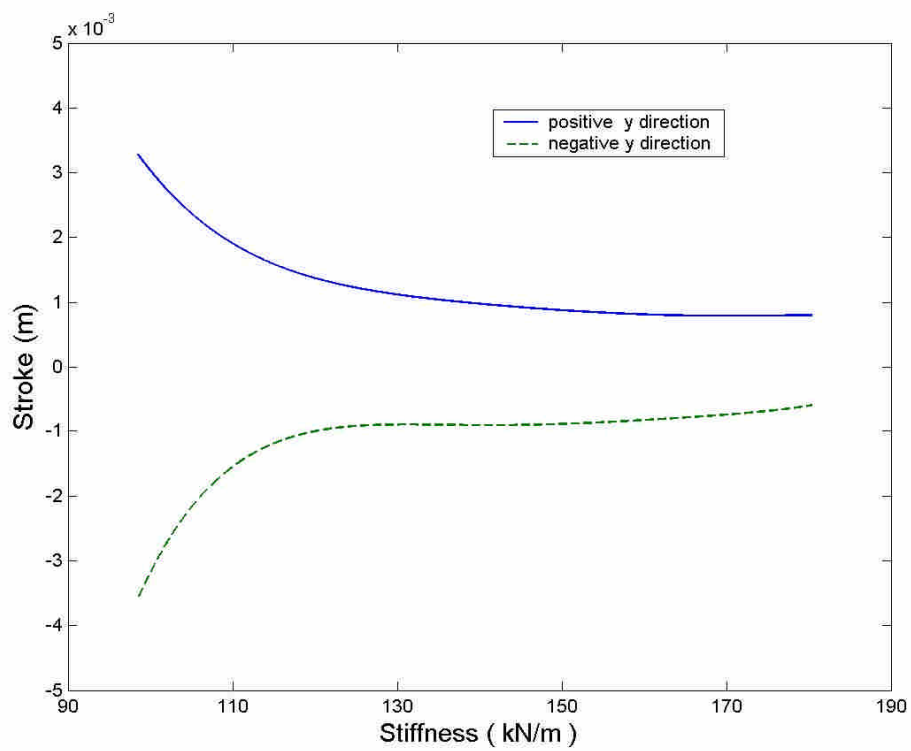


圖 4-1 次懸吊橫向勁度係數與次懸吊橫向位移關係圖

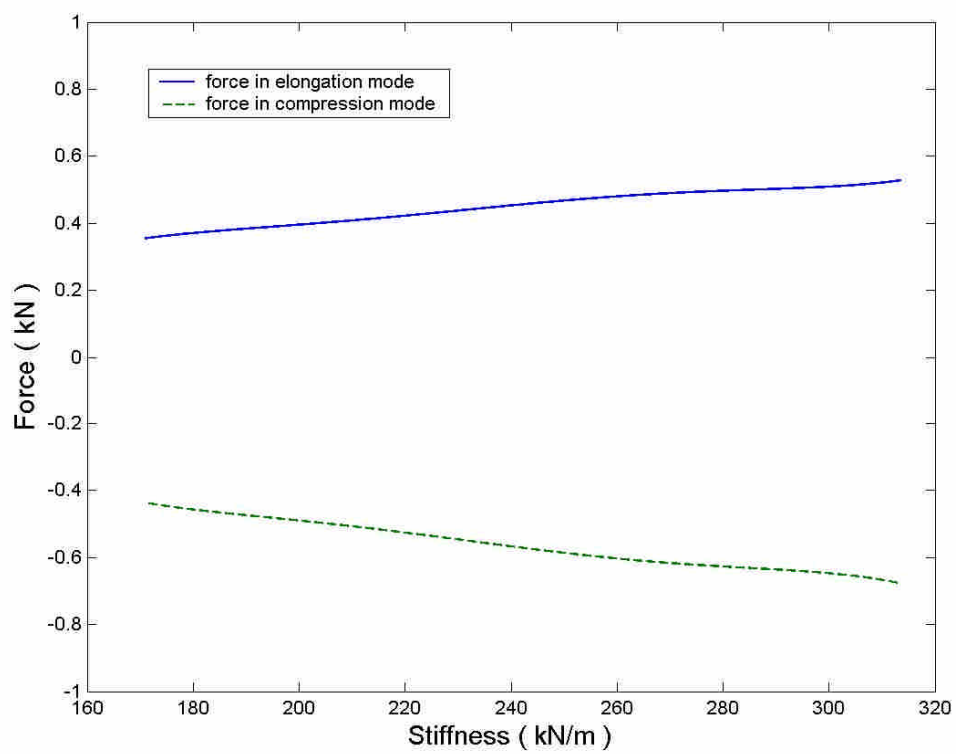


圖 4-2 次懸吊垂向勁度係數與次懸吊垂向作用力關係圖

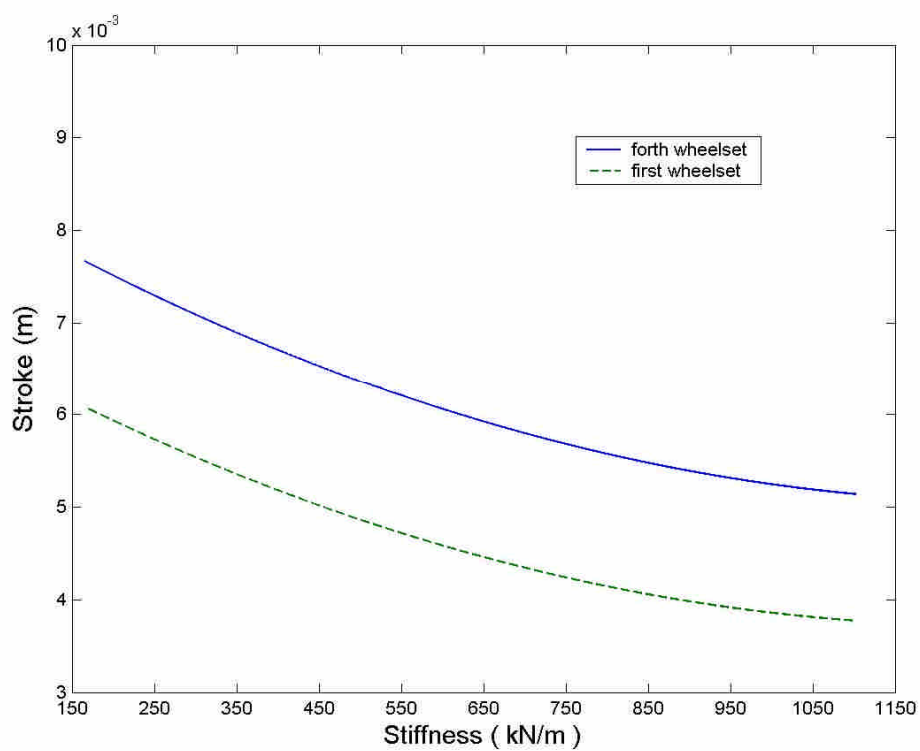


圖 4-3 主懸吊橫向勁度係數與主懸吊橫向位移關係圖

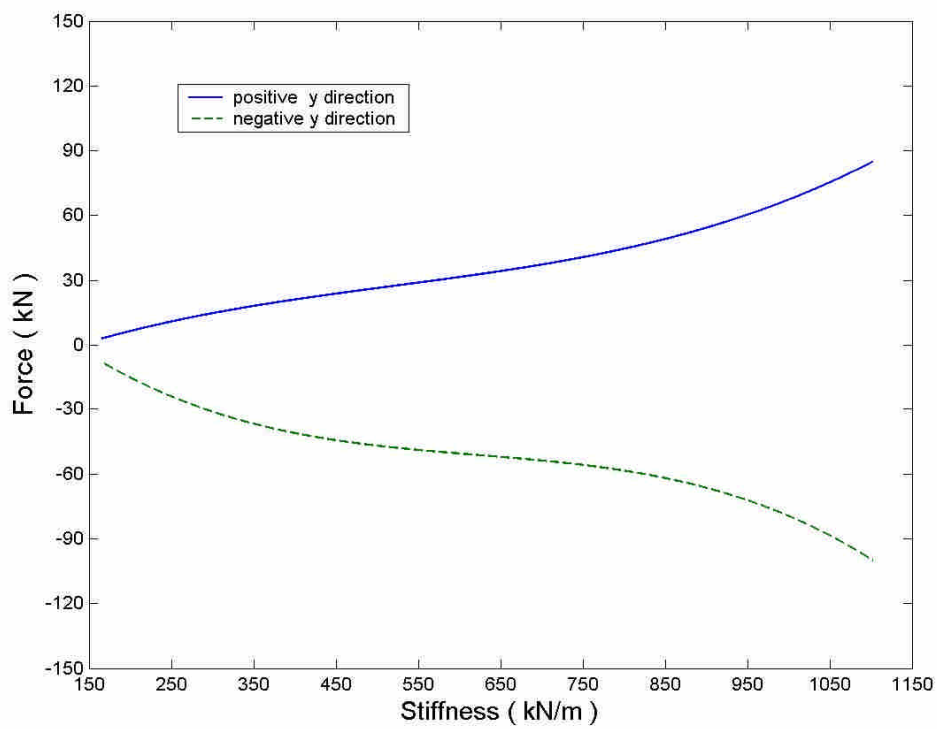


圖 4-4 主懸吊橫向勁度係數與主懸吊橫向作用力關係圖

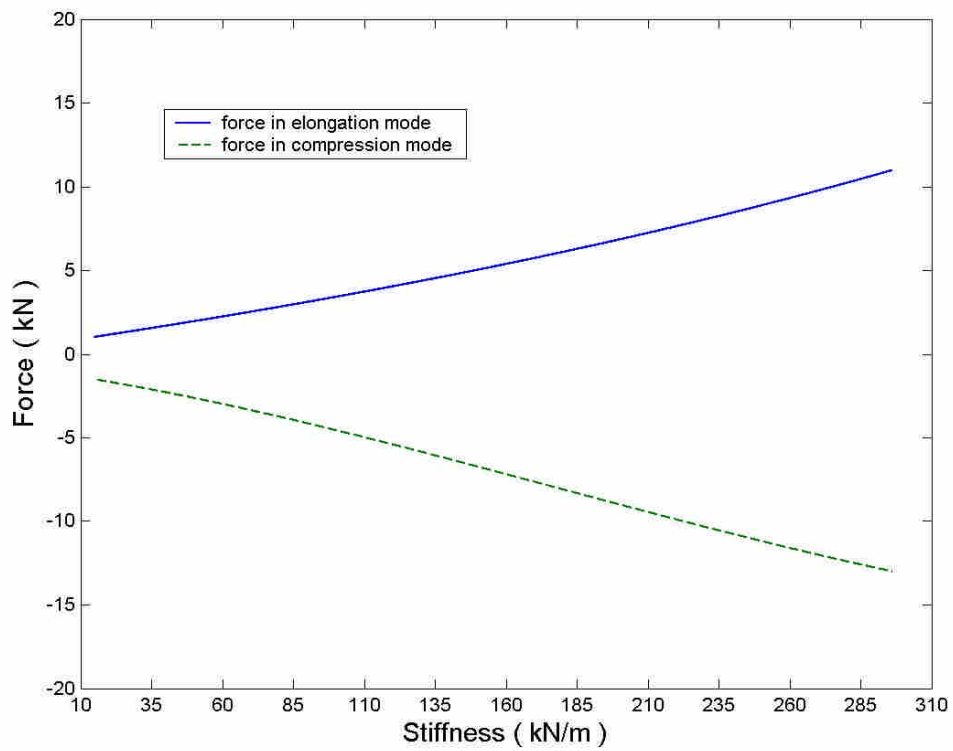


圖 4-5 主懸吊垂向勁度係數與主懸吊垂向作用力關係圖

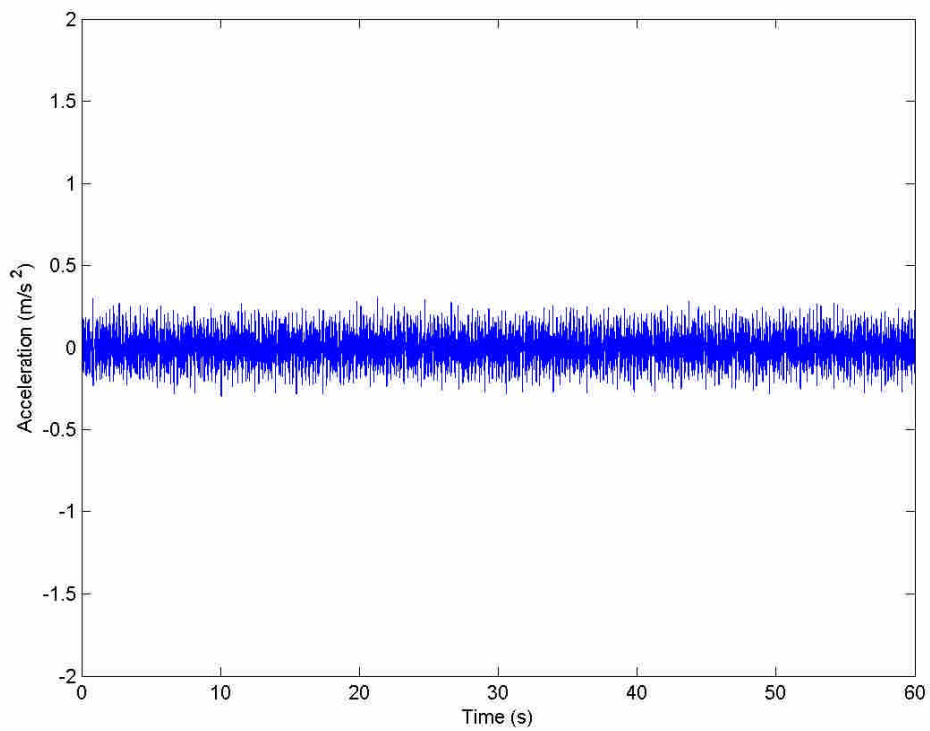


圖 4-6 一級軌道狀況下轉向架之橫向加速度關係圖 (車速 80 km/h)

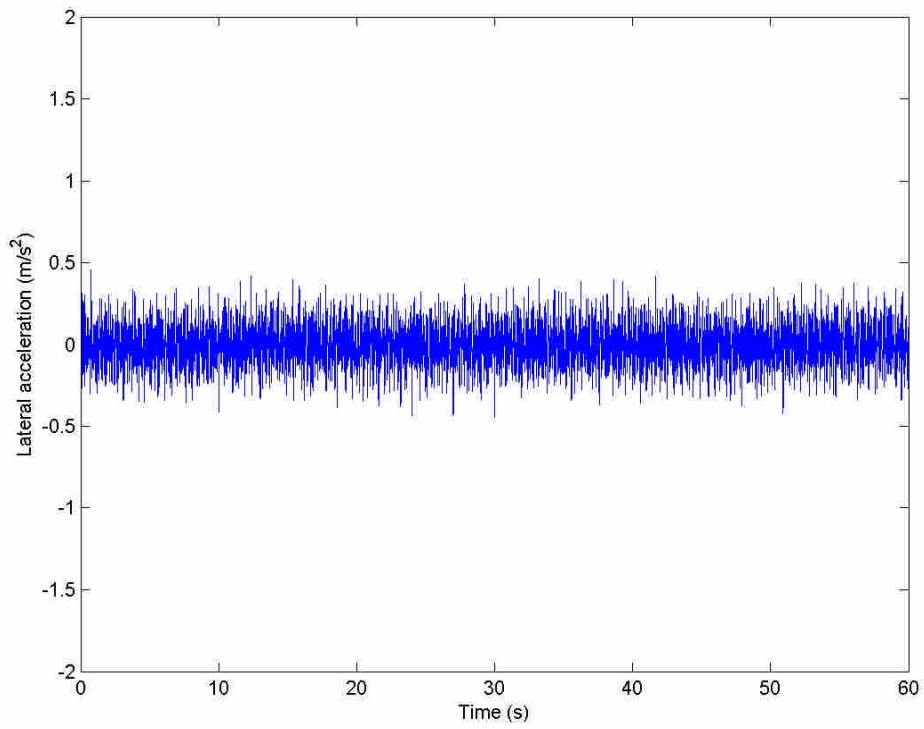


圖 4-7 一級軌道狀況下轉向架之橫向加速度關係圖 (車速 90 km/h)

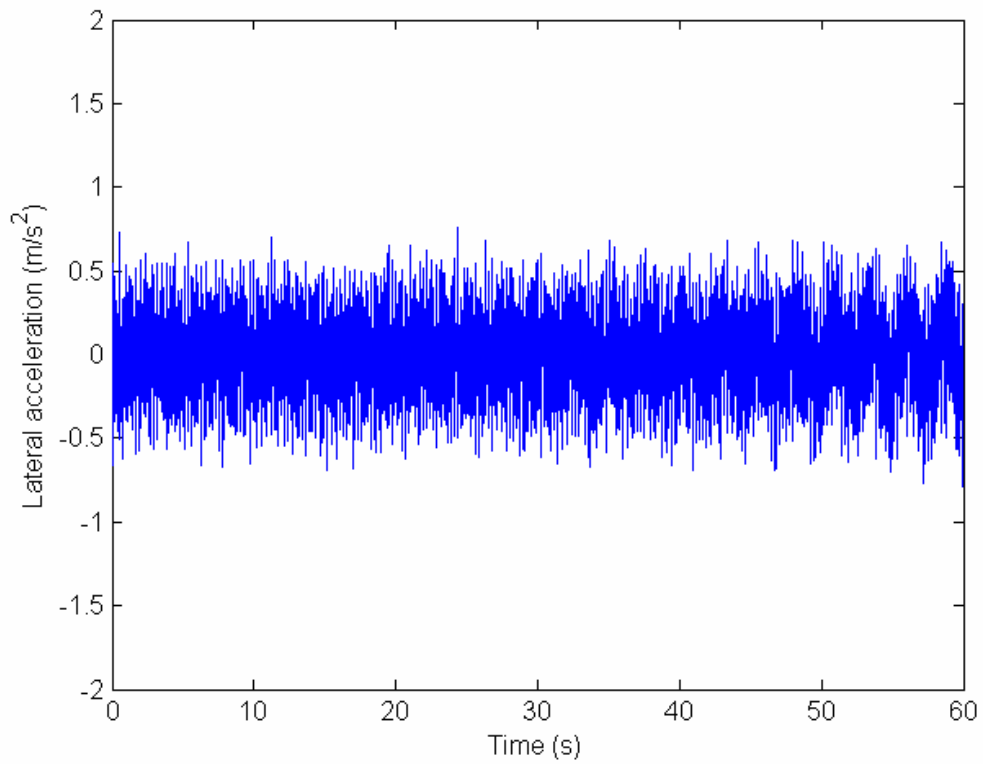


圖 4-8 一級軌道狀況下轉向架之橫向加速度關係圖 (車速 145 km/h)

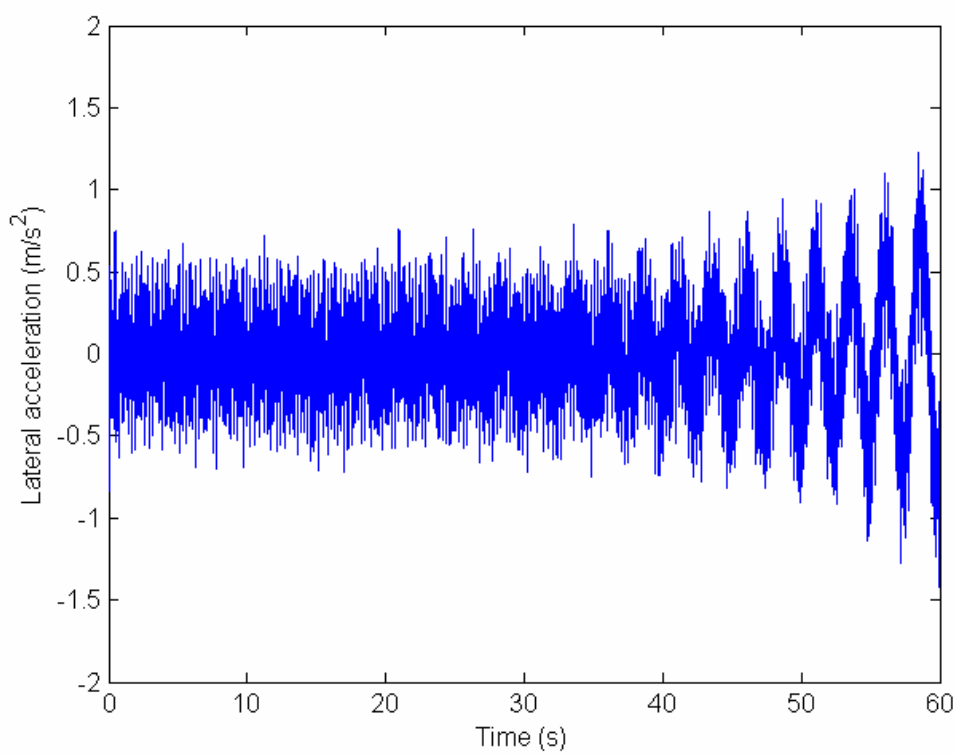


圖 4-9 一級軌道狀況下轉向架之橫向加速度關係圖 (車速 148 km/h)

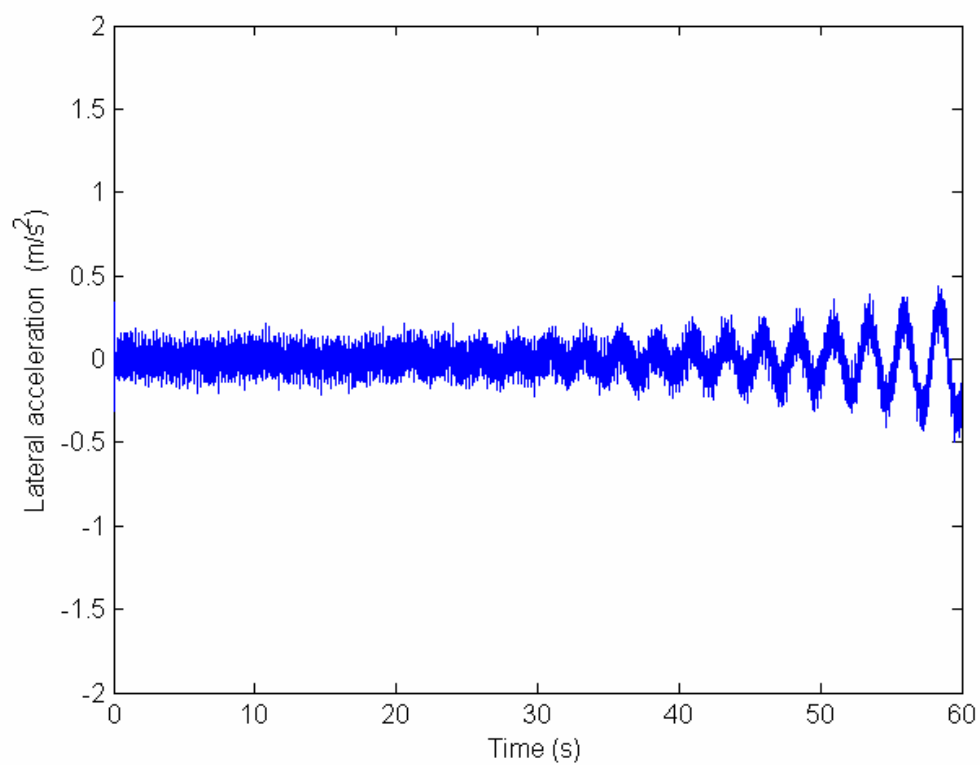


圖 4-10 六級軌道狀況下轉向架之橫向加速度關係圖 (車速 150 km/h)

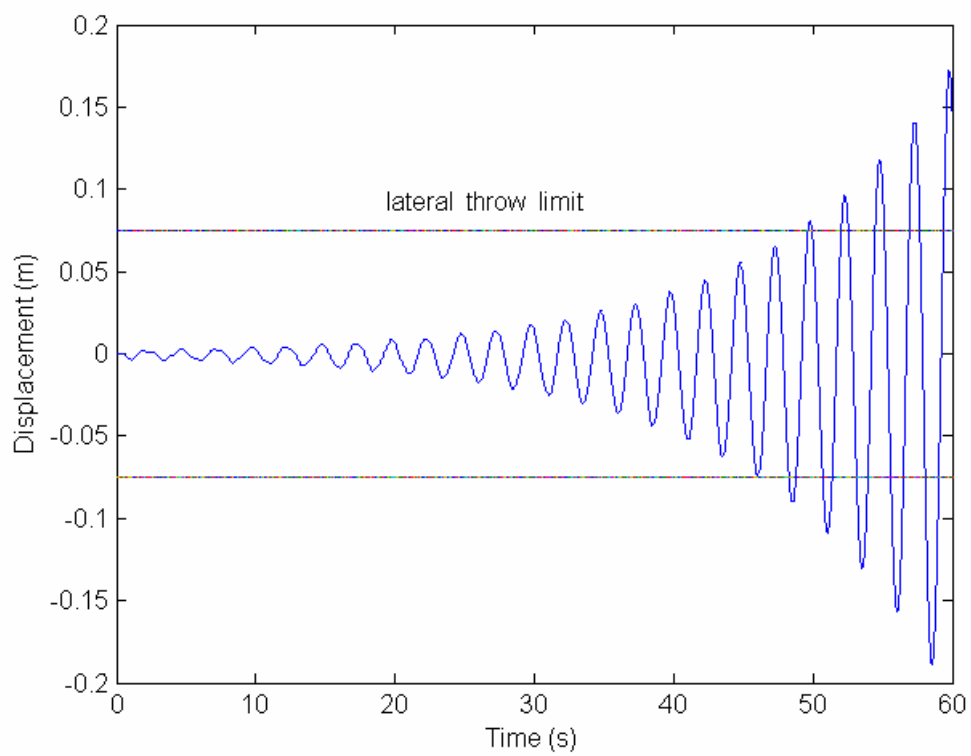


圖 4-11 一級軌道狀況下車體之橫向位移關係圖 (車速 148 km/h)

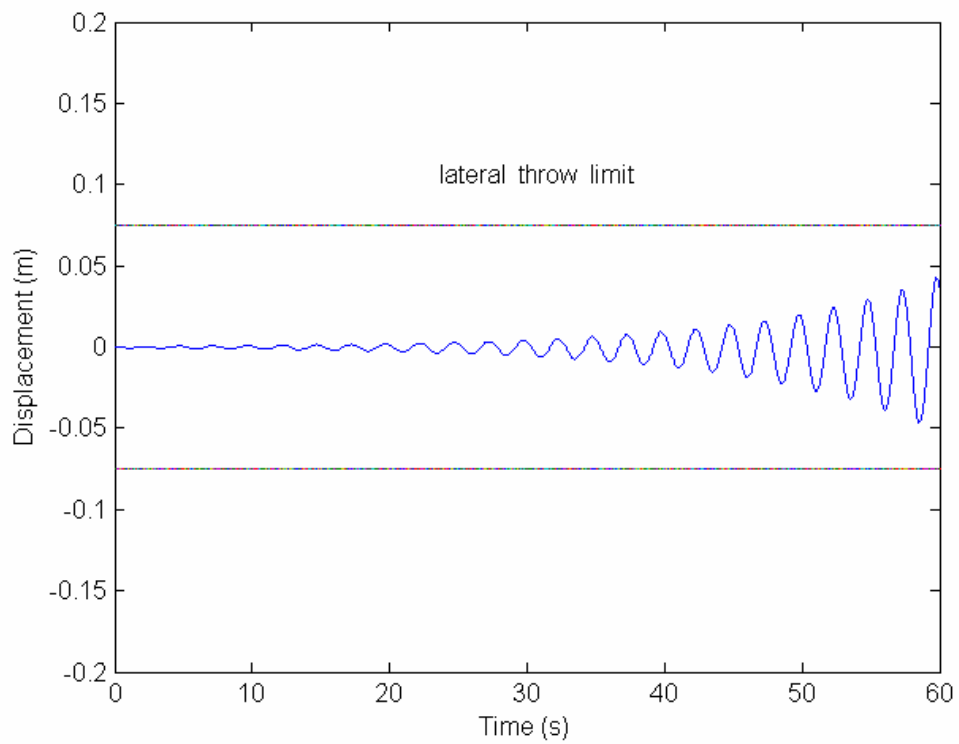


圖 4-12 六級軌道狀況下車體之橫向位移關係圖 (車速 150 km/h)

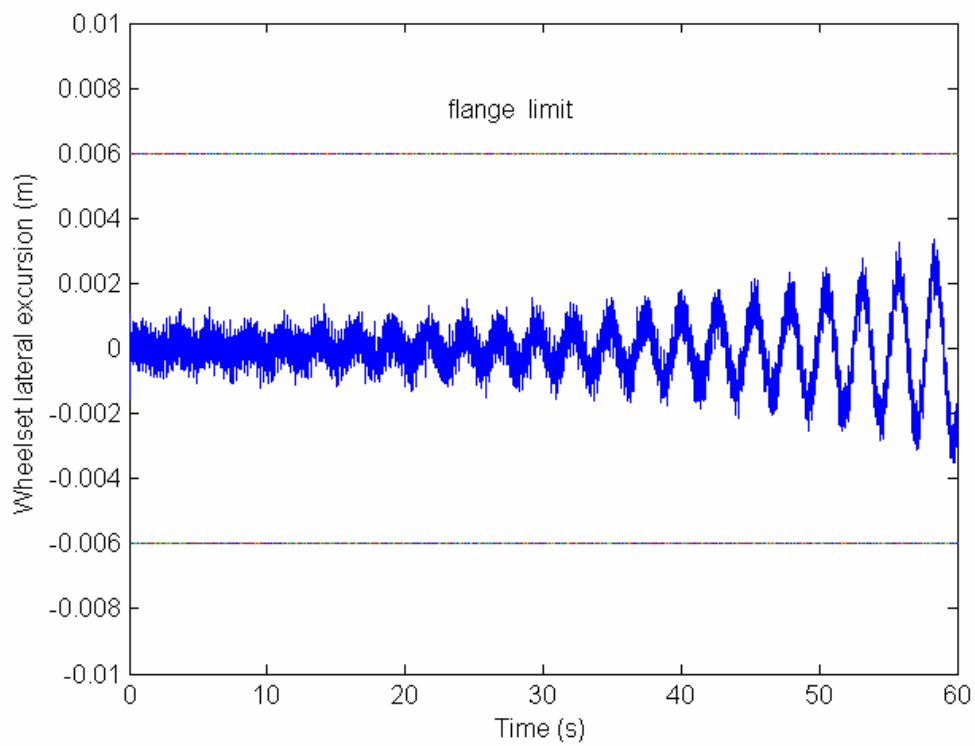


圖 4-13 一級軌道狀況下輪軸組之橫向位移關係圖 (車速 145 km/h)

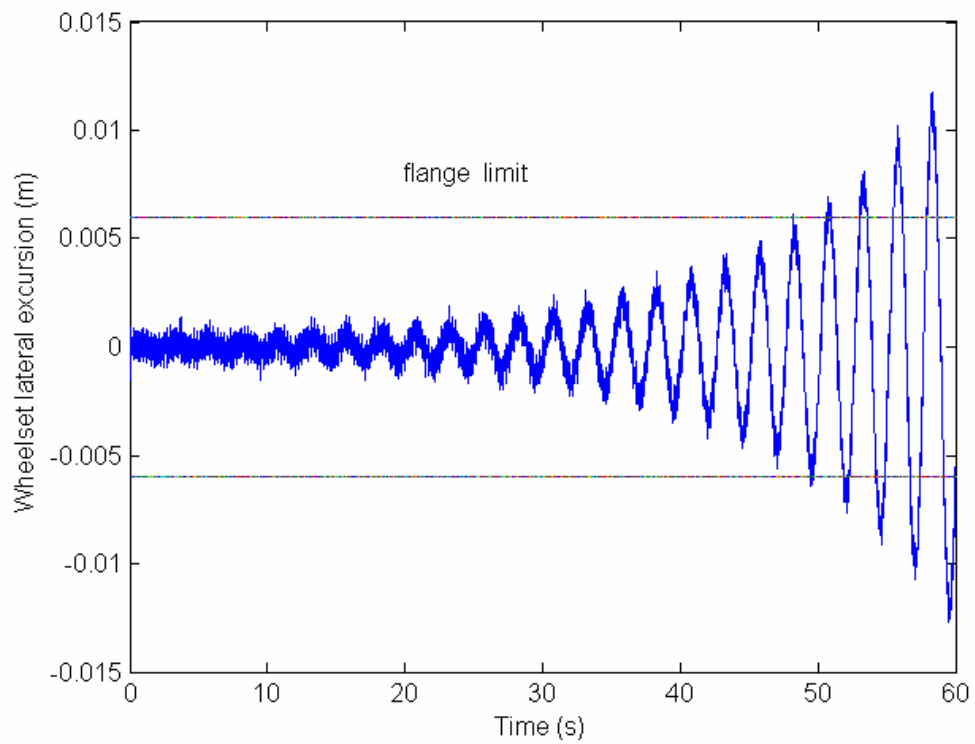


圖 4-14 一級軌道狀況下輪軸組之橫向位移關係圖 (車速 150 km/h)

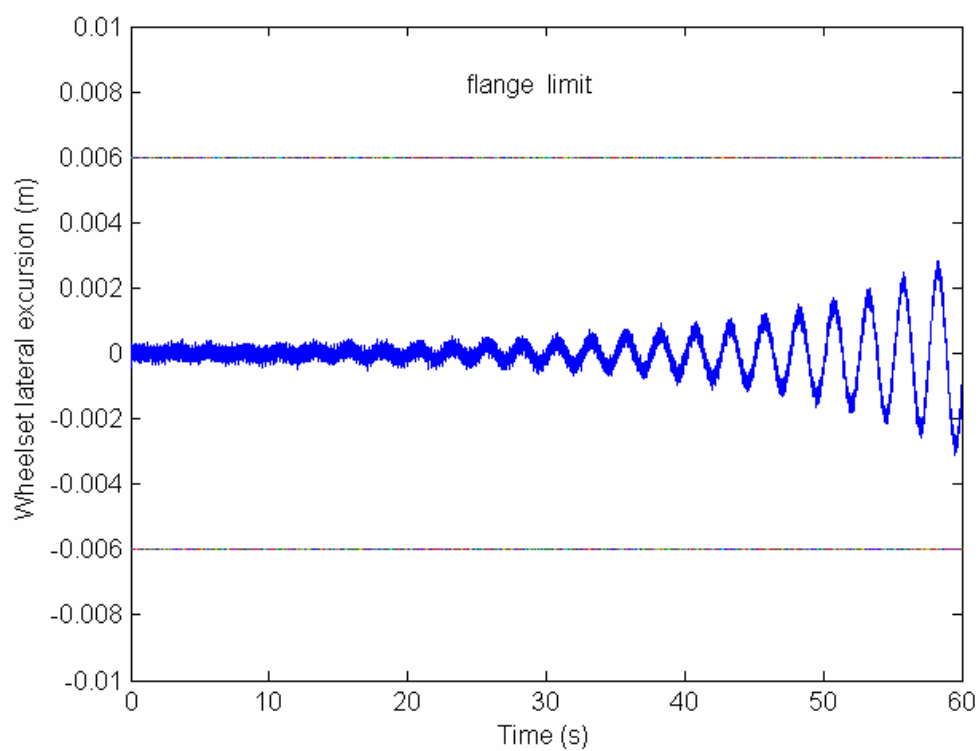


圖 4-15 六級軌道狀況下輪軸組之橫向位移關係圖 (車速 150 km/h)

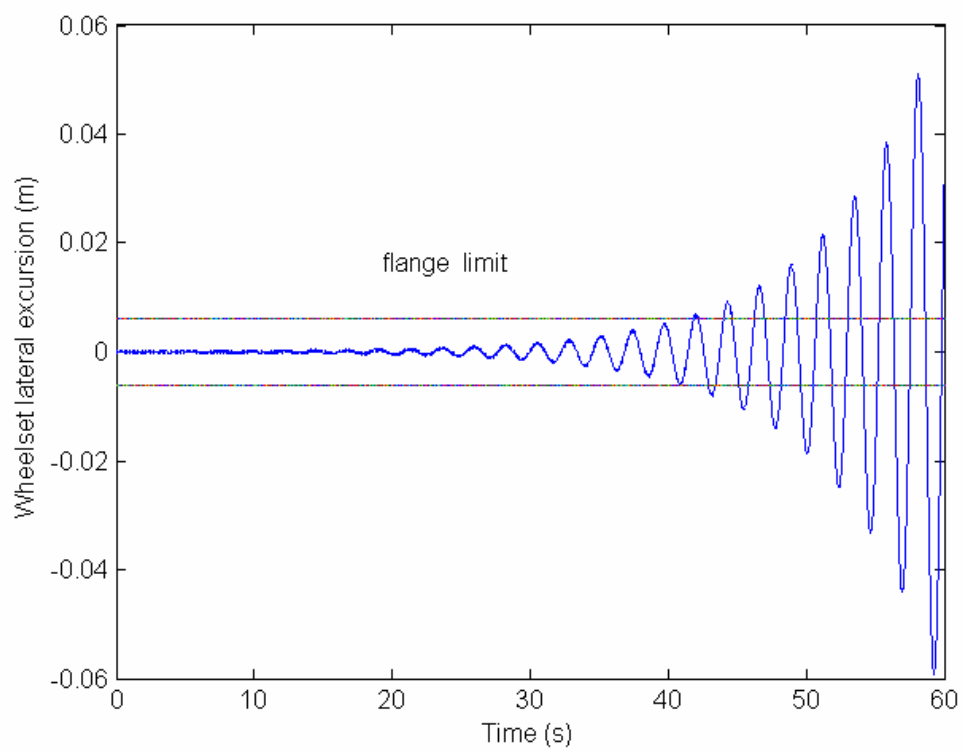


圖 4-16 六級軌道狀況下輪軸組之橫向位移關係圖 (車速 160 km/h)

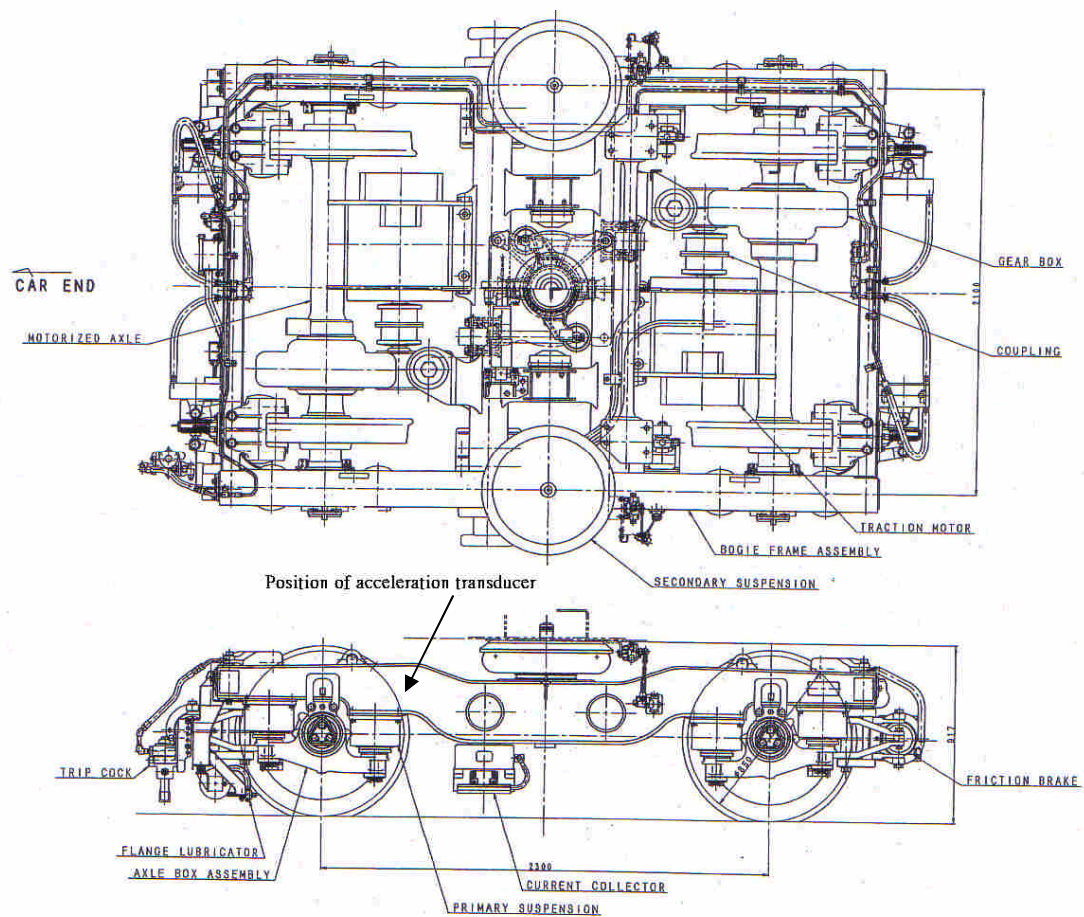


圖 4-17 感測器裝置位置示意圖

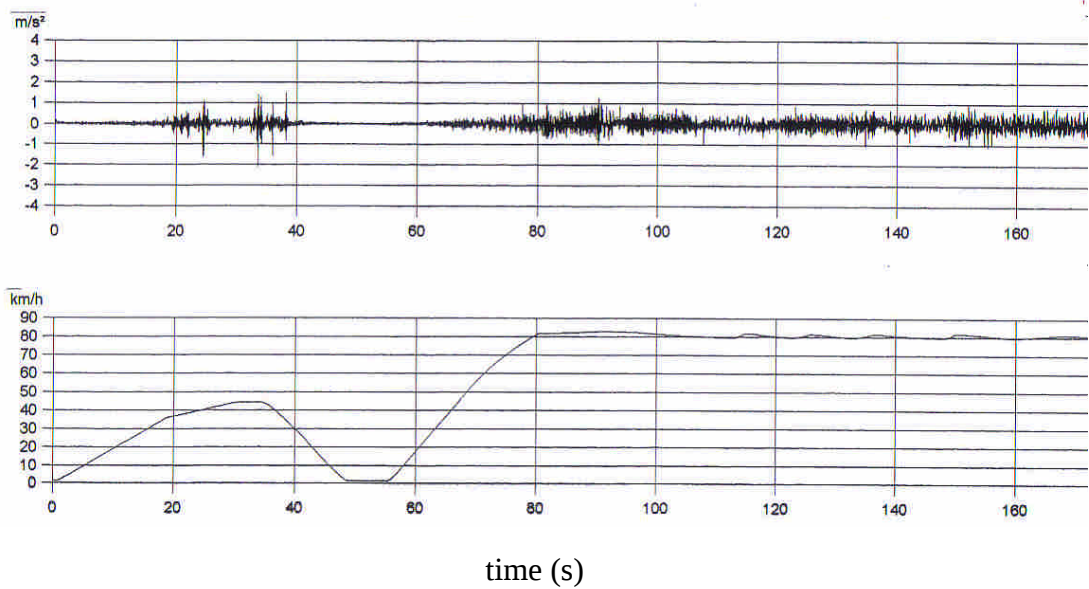


圖 4-18 空車重量下軌道車輛之穩定度測試結果 (車速 80 km/h)

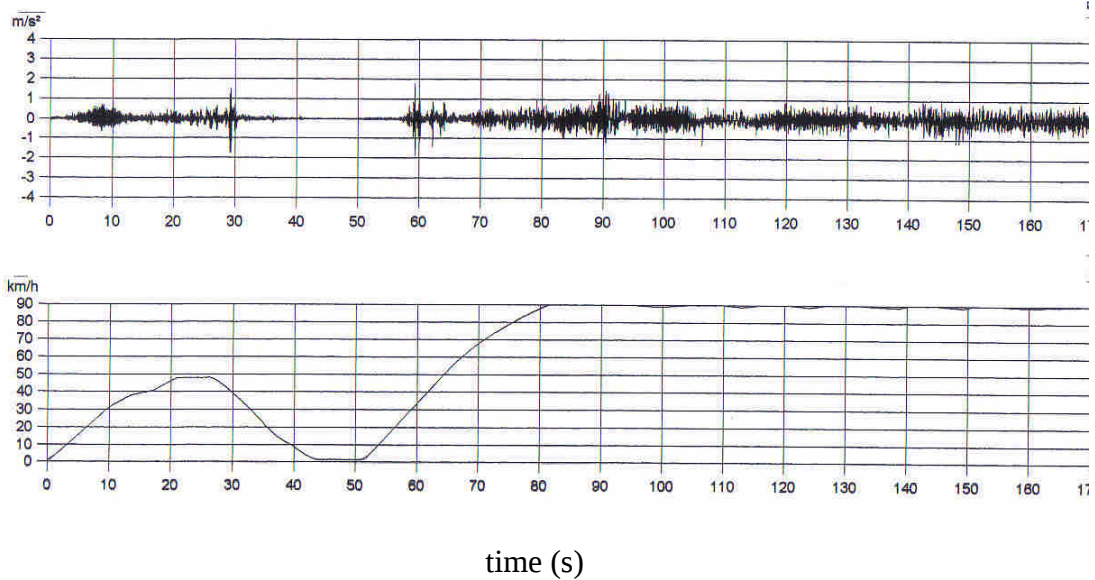


圖 4-19 空車重量下軌道車輛之穩定度測試結果 (車速 90 km/h)

第五章 鋼輪磨平下的動態效應

5-1 鋼輪磨平

本章的研究方向，乃係針對軌道列車在行駛時，探討鋼輪表面的平滑程度對鋼輪的衝擊力的影響。當軌道列車煞車時，鋼輪可能是被鎖住或是沿著軌道滑行的情況，勢必產生一摩擦力，此摩擦力將使得鋼輪的局部地方被磨平，以致鋼輪不如最初時圓滑，這些不圓滑的表面就會在鋼輪及鋼軌間產生巨大的衝擊力，而鋼輪在一圈一圈的轉動撞擊下，不僅造成本身的損壞，連軌道本體也會因為衝擊力而耗損，增加軌道列車出軌的可能性。

影響衝擊力的相關因素，包含軌道不平整、負重、鋼輪磨平的深度、軌道勁度係數以及主懸吊、次懸吊系統的勁度係數等，這些因素的影響將在以下各節中一一探討。另外，除了軌道不平整的輸入外，有關鋼輪磨平的函數[34]也將被考慮在內，其式子內容如下：

$$f(\eta) = \frac{d_e}{2} \left(1 - \cos 2\pi \frac{\eta}{l_f} \right) \quad (5-1)$$

式子中， f 為鋼輪磨平函數， η 為鋼輪磨平的距離， l_f 為鋼輪磨平的長度， d_e 為鋼輪磨平的最大深度，如圖 5-1 所示，在 3.1 節討論過軌道不平整的垂直方向輸入項目上，再加上(5-1)式，即可模擬出軌道車輛在鋼輪磨平時所表現出的各種動態響應。另外，本章的模擬中，採用了兩種不同的負重，以比較鋼輪磨平對出軌可能性之影響，一為表 3-4 中的空車重 24,180 kg，在以下各圖標示為 W1；另一則為有承載旅客的車重 25,389 kg，在以下各圖中標示為 W3；並以此兩種不同負重的分析結果做比較。

5-2 鋼輪磨平的出軌評比

在第三章中，曾對安全指標，亦即出軌的評比做過介紹，輪軌接觸受力示意圖如圖 3-7 所示，而此節將針對鋼輪磨平對 Nadal ratio(亦即出軌比)的影響做探討。之前表 3-3 為世界各國所訂定的出軌比，此項出軌比在世界各地的軌道列車研究當中，都曾被廣泛地利用過，本研究使用的出軌比即表格中台灣地區使用的標準值，是為 1.0。

首先針對軌道車輛在不同的行駛速度下，有鋼輪磨平時，其 Nadal ratio 的變化情況，模擬如圖 5-2、圖 5-3 所示，比較此兩圖，可發現列車在時速 80 km/h 時，其 Nadal ratio 呈現穩定的狀態，且小於上限值 1.0 許多，而此時模擬最為接近一般大眾旅客搭乘捷運的情形，所以在正常行使狀態下，是非常安全的。反觀另一圖，

列車在時速 150 km/h 時，其 Nadal ratio 大約在 35 秒時就已經超過了上限值 1.0，故列車在此時速下行駛是非常危險且易出軌的。

5-3 影響衝擊力的參數研究

上述提到，影響衝擊力的因素包括軌道不平整、負重、鋼輪磨平的深度、軌道勁度係數以及主懸吊、次懸吊系統的勁度係數等，本節將探討這些不同的因素對鋼輪衝擊力所產生的影響，並比較之。

5-3-1 負重和列車速度的影響

此一小節乃探討軌道列車在第一級的軌道狀況下，負重及行駛速度對鋼輪衝擊力的影響。圖 5-4 為列車在 W1 和 W3 負重下，不同的行駛速度，有鋼輪磨平和無鋼輪磨平的鋼輪衝擊力變化圖，由圖觀之，在沒有鋼輪磨平的情況下，衝擊力皆隨著列車車速而增加，而在有鋼輪磨平的狀況下，衝擊力在時速 25 km/h 左右有一明顯的變化，但在那之後，變動的情形就非常的小，此現象在無鋼輪磨平下是看不到的。另外，W3 負重下的衝擊力高於 W1 負重下的衝擊力，並也顯示出無論在何種負重下，有鋼輪磨平時的衝擊力皆會高於無鋼輪磨平時的衝擊力。

5-3-2 軌道不平整的影響

本節針對列車在不同的負重和不同的軌道狀況下，對鋼輪衝擊力的影響做模擬，採用的軌道狀況包含了一級、三級和六級。圖 5-5、圖 5-6 為在 W1 負重下，不同的行駛速度，對有無鋼輪磨平的現象造成的鋼輪衝擊力變化圖，由此兩圖可看到，在無鋼輪磨平時，愈差的軌道狀況，其衝擊力就愈大；而有鋼輪磨平時，衝擊力只在 35 km/h 前有明顯增加，在 35 km/h 到 100 km/h 之間並無明顯變化，另外列車在 W3 的負重下所做的模擬，也會呈現同樣結果，不同的地方只在於 W3 負重下的鋼輪衝擊力，大於 W1 的負重下的衝擊力，而無論在何種負重下，一級軌道狀況下的衝擊力，都比其他等級的軌道狀況下的衝擊力要高。

5-3-3 鋼輪磨平深度的影響

本節則是針對軌道列車在一級的軌道狀況下，鋼輪磨平的深度對鋼輪衝擊力的影響。如圖 5-7 所示，為列車在 W1 負重下，不同的鋼輪磨平深度對衝擊力的變化圖，由圖可知，4.26 mm 的鋼輪磨平深度為最嚴重的磨平情況，此時衝擊力隨著鋼輪磨平深度的增加而增加，特別的是衝擊力在某個速度區域達到了最大值，然後隨著列車速度的增加而減小，衝擊力減少到約 255 kN 後就維持不變了，這個現象在 1 mm 的鋼輪磨平下是看不到的，另外，列車在 W3 負重下的鋼輪衝擊力仍是大

於 W1 負重下的衝擊力，平均大了約 50 kN 的衝擊力。

5-3-4 軌道勁度的影響

接下來模擬列車在 W1 負重下，使用四種不同的鋼輪磨平深度，在列車時速 80 km/h 時，軌道勁度係數的強弱對鋼輪衝擊力的影響。圖 5-8 為模擬出的結果，圖中可以看到，列車在無鋼輪磨平時，改變軌道的勁度係數，對鋼輪衝擊力的影響非常的小；而在鋼輪磨平深度愈大時，不僅造成的衝擊力較大，變化幅度也愈顯著，如圖中 4 mm 鋼輪磨平代表的實線線條，其斜率比其他線條的斜率要大；同樣地，W3 負重下的鋼輪衝擊力仍然是大於 W1 負重下的衝擊力。

5-3-5 主懸吊系統勁度的影響

最後，本節模擬列車在 W1 負重下，使用四種不同的鋼輪磨平深度，在規定的時速 80 km/h 時，主懸吊系統勁度的強弱對鋼輪衝擊力的影響。圖 5-9 為模擬出來的結果圖，很明顯的可以看出，主懸吊系統勁度係數的任何改變皆不會對衝擊力有任何影響；另外列車在 W3 負重下，鋼輪衝擊力也同樣地不受主懸吊勁度係數的影響。

5-4 鋼輪磨平對橫向力的影響

本節主要針對軌道列車有鋼輪磨平的現象，探討其對輪軸組所造成的橫向力的影響，考慮的條件為 W1 和 W3 負重，與第一、第三及第六級的軌道不平整等級。圖 5-10、圖 5-11 為兩種不同的負重下，輪軸組的橫向力對不同速度的前 15 秒變化圖，由圖可知，輪軸組的橫向力隨著列車的速度變快而增加，且軌道的等級愈差，橫向力的增加幅度就愈大。輪軸組的橫向力若太大的話會造成軌道移動，甚至永久變形而造成危險，對此，在以往的研究中，訂定了一個軌道的橫向限制移動力上限值[35]，以防止輪軸組的橫向力太大而使得軌道變形或移動，其式子如下：

$$Y \leq (10 + \frac{P}{3}) \text{ kN} \quad (5-2)$$

式子中，Y 為橫向力，P 為軸重。圖 5-10、圖 5-11 中，雖然輪軸組的橫向力有變大趨勢，但皆還在圖中所表示的上限值之下，故軌道列車在此行駛狀況下，其橫向力仍是符合標準的。

5-4-1 鋼輪磨平對主懸吊系統垂直作用力的影響

本節針對軌道車輛在有無鋼輪磨平的現象，探討其對主懸吊系統垂直作用力的影響。首先，列車在負重 W1 及不同的軌道等級下，有無鋼輪磨平對主懸吊系

統垂直作用力的影響，如圖 5-12、圖 5-13 所示，兩圖皆同樣顯示，無論鋼輪是否磨平，主懸吊系統的垂直作用力皆隨著列車速度的增加而上升，而且第一級軌道等級的作用力仍是高於其他軌道等級的，變化的幅度也是最明顯的；但重要的是，兩圖中的垂直作用力值並不會相差太遠，這證明了有無鋼輪磨平現象對主懸吊系統的垂直作用力並無太大影響。

5-4-2 鋼輪磨平對次懸吊系統垂直作用力的影響

本節探討的方向如同上一節，唯一不同的是，對象從主懸吊系統的垂直作用力改為次懸吊系統的垂直作用力，圖 5-14、圖 5-15 為在同樣負重 $W1$ 下，不同的軌道等級，有無鋼輪磨平下的次懸吊系統垂直作用力變化圖，由圖可知，無論列車是否鋼輪磨平，次懸吊系統的垂直作用力皆隨著速度增加而上升，第一級軌道等級的垂直作用力也仍是最高的，但變化幅度則不如主懸吊系統的垂直作用力來的明顯，且列車時速在 125 km/h 左右時，垂直作用力就不再上升了。圖 5-16 則為軌道列車在 $W1$ 負重下，不同的鋼輪磨平深度對次懸吊系統垂直作用力的變化結果，由圖可知，無論在何種鋼輪磨平深度下，次懸吊系統的垂直作用力在時速 80 km/h 時就已達到最大值，之後就一直維持不變。

再繼續探討不同的鋼輪磨平深度對次懸吊垂直作用力的影響，圖 5-17 為列車時速 80 km/h 時的模擬結果，顯示在不同的負重下，次懸吊系統垂直作用力也隨著鋼輪磨平深度增加而提高，且 $W3$ 負重下的作用力增加幅度比 $W1$ 負重下的增加幅度稍大一些。

最後，針對軌道的勁度係數對次懸吊系統垂直作用力的影響做探討，圖 5-18 為列車在時速 80 km/h、 $W1$ 負重下，變化軌道勁度係數時的垂直作用力變化圖，圖中包含了不同鋼輪磨平深度的模擬結果，由圖可知，次懸吊系統的垂直作用力隨著軌道勁度係數的增加而上升，但都不是很顯著，且鋼輪磨平現象較大時，垂直的作用力也較大。

5-4-3 鋼輪磨平對次懸吊系統橫向作用力的影響

本節探討方向如同上一節，不同的是，模擬內容從次懸吊系統垂直作用力改為橫向作用力，考慮的條件則包括第一級和第三級的軌道等級。圖 5-19 為列車在不同的負重下，隨速度變化的次懸吊橫向作用力變化結果，由圖可知，無論在何種負重下，第一級軌道等級所造成的橫向作用力皆高於其他軌道等級時的作用力，且都是隨著速度的增加而上升。而圖 5-20 則為列車在不同負重且不同軌道等級下，變化鋼輪磨平深度的次懸吊橫向作用力變化圖，由圖可知，軌道等級仍是影響作用力大小的關鍵要素，但鋼輪磨平深度卻對次懸吊系統的橫向作用力毫無影響，其主要原因乃是鋼輪磨平的現象所引起的衝擊，只會影響垂直方向的懸吊系統作用力而已。

5-4-4 鋼輪磨平對出軌比的影響

接著討論，軌道列車在 W1 負重、不同時速以及不同軌道等級下，針對鋼輪磨平現象對 Nadal ratio (出軌比)所造成的影響，模擬結果如圖 5-21、圖 5-22 所示，兩圖為在 W1 負重且不同的軌道等級下，前 15 秒的 Nadal ratio 變化圖，由圖可知，無論有無鋼輪磨平現象，等級愈差的軌道狀況，其 Nadal ratio 就愈高，且都隨著列車速度增加而上升，因此，在愈高速行駛的軌道車輛，其危險性愈高；而列車在 W3 負重時的模擬，亦顯示同樣結果。另將上述的模擬結果統整如表 5-1，由表可知，無論有無鋼輪磨平現象，W1 負重下的 Nadal ratio 皆比 W3 負重時的 Nadal ratio 要高，因此，負重乃是影響 Nadal ratio 的重要因素之一，但此現象僅限於直軌路段，在彎軌路段時會有不同的結果，下一章中將會有相關的模擬。

軌道列車在時速 80 km/h，不同的負重及不同的軌道等級下，變化鋼輪磨平深度，所統整出來的模擬結果如表 5-2，由表可看出，無論何種行駛條件下，鋼輪磨平的深度在 4.26 mm 時，其 Nadal ratio 皆大於 1.0，這証明了如此的鋼輪磨平深度，軌道列車是很容易出軌的。而不同的鋼輪磨平深度，在不同的時速下，Nadal ratio 的變化如圖 5-23 所示，圖中亦顯示 Nadal ratio 隨速度的增加而上升，而鋼輪磨平會增加垂向對軌道及鋼輪之瞬間衝擊力，亦增加鋼輪滑出軌道造成出軌之風險，因此愈大的鋼輪磨平深度其 Nadal ratio 也愈大，由此可知，鋼輪磨平亦是引起列車出軌的重要因素之一。

表 5-1 鋼輪磨平深度 1mm 下 Nadal ratio 變化值

Loading condition	Wheel condition	Level of track irregularity	Vehicle velocity (km/h)				
			25	50	80	110	145
W1	Without wheelflat	one	0.045	0.099	0.180	0.250	0.330
		three	0.025	0.068	0.170	0.145	0.197
		six	0.018	0.030	0.050	0.120	0.120
	With wheelflat	one	0.054	0.125	0.230	0.310	0.440
		three	0.031	0.080	0.220	0.187	0.254
		six	0.022	0.035	0.061	0.125	0.150
W3	Without wheelflat	one	0.031	0.070	0.124	0.173	0.250
		three	0.020	0.040	0.124	0.102	0.140
		six	0.010	0.020	0.032	0.085	0.123
	With wheelflat	one	0.035	0.080	0.150	0.200	0.290
		three	0.020	0.050	0.142	0.119	0.310
		six	0.010	0.021	0.037	0.098	0.150

表 5-2 時速 80 km/h 下，不同軌道等級與鋼輪磨平深度之 Nadal ratio

Loading condition	Level of track irregularity	Depth of wheelflat (mm)				
		0	1	2	3	4.26
W1	one	0.180	0.230	0.410	> 1	> 1
	three	0.170	0.220	0.410	> 1	> 1
	six	0.050	0.060	0.122	0.700	> 1
W3	one	0.124	0.150	0.183	0.320	> 1
	three	0.124	0.142	0.180	0.290	> 1
	six	0.032	0.037	0.049	0.090	> 1

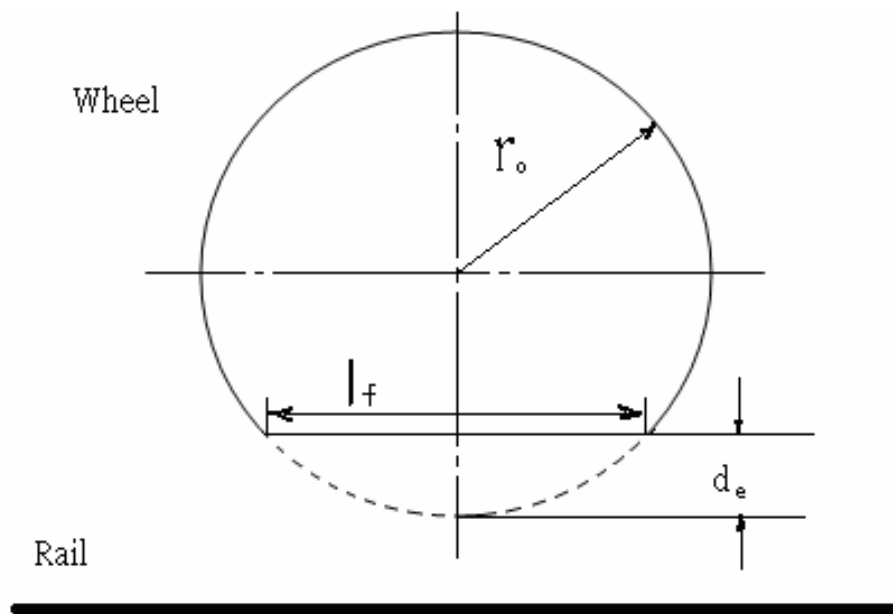


圖 5-1 鋼輪磨平示意圖

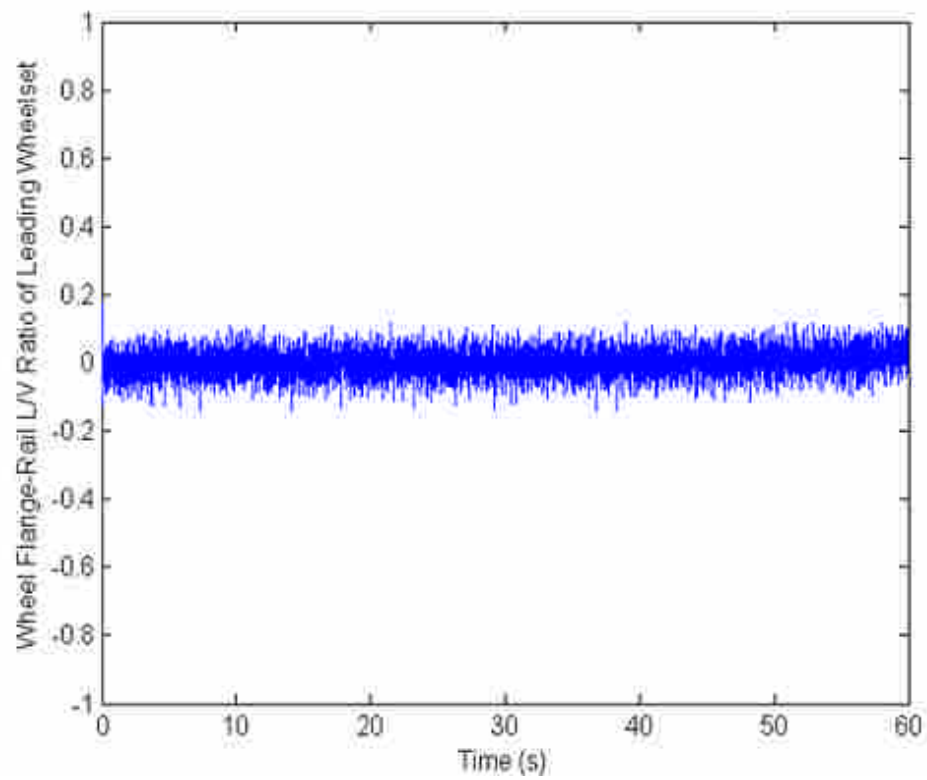


圖 5-2 有鋼輪磨平之 Nadal ratio 變化圖 (車速 80 km/h)

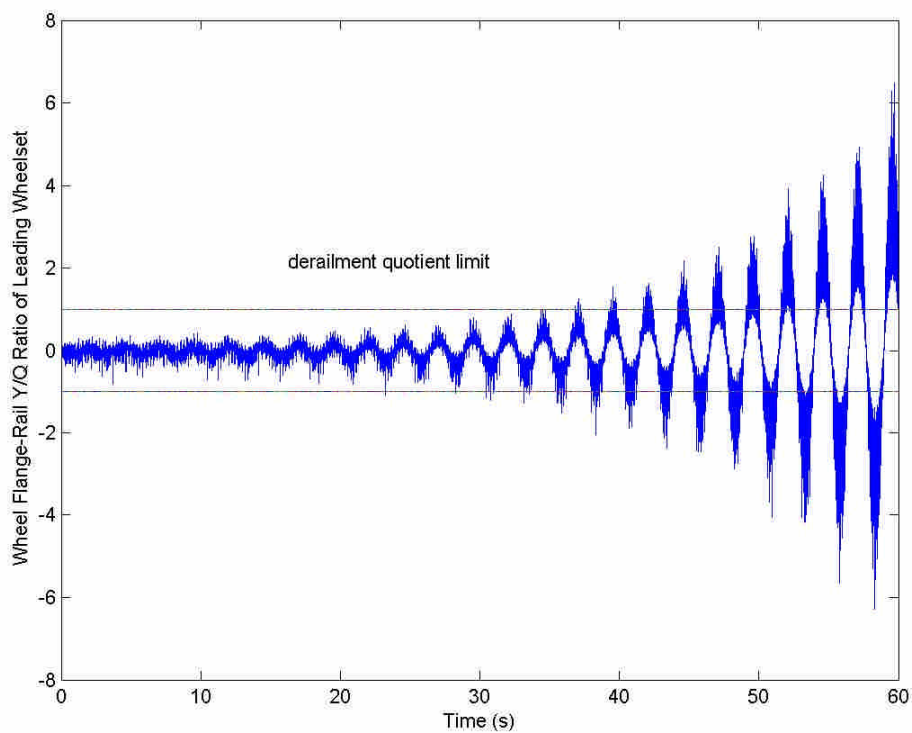


圖 5-3 有鋼輪磨平之 Nadal ratio 變化圖 (車速 150 km/h)

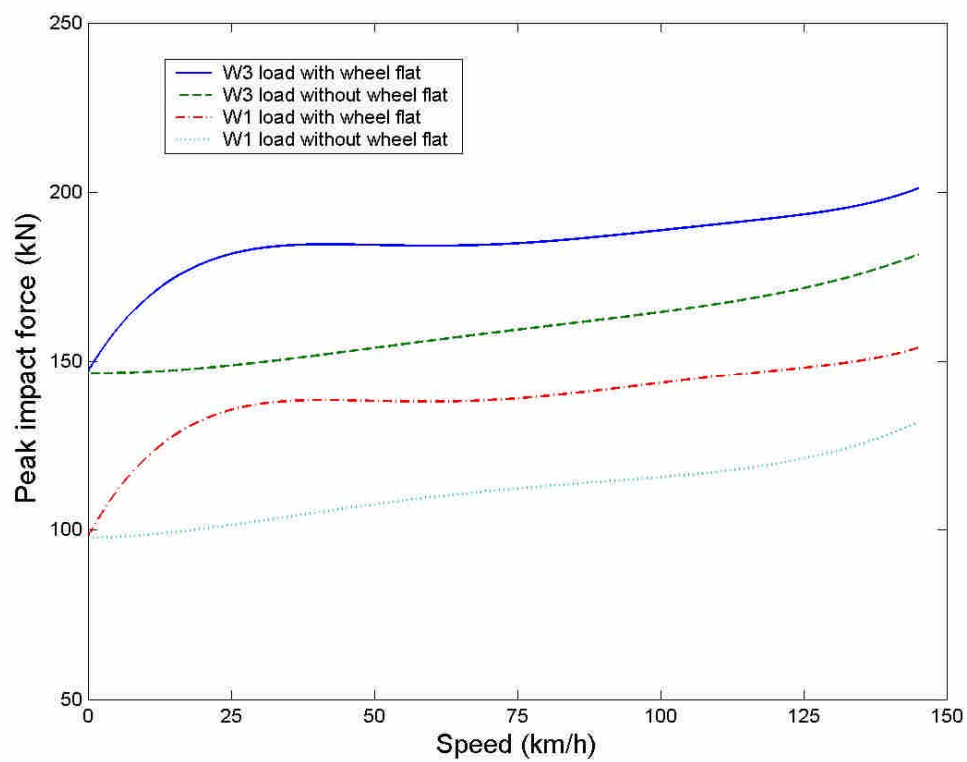


圖 5-4 不同負重且有無鋼輪磨平時之衝擊力對速度變化圖

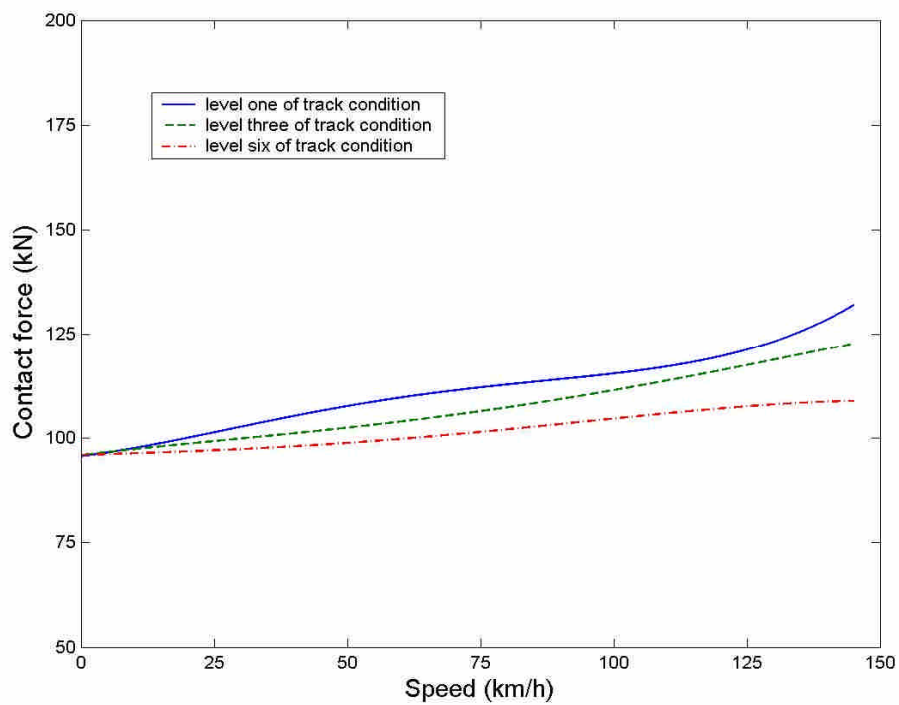


圖 5-5 不同軌道等級之衝擊力對速度變化圖 (考慮 W1 負重且無鋼輪磨平)

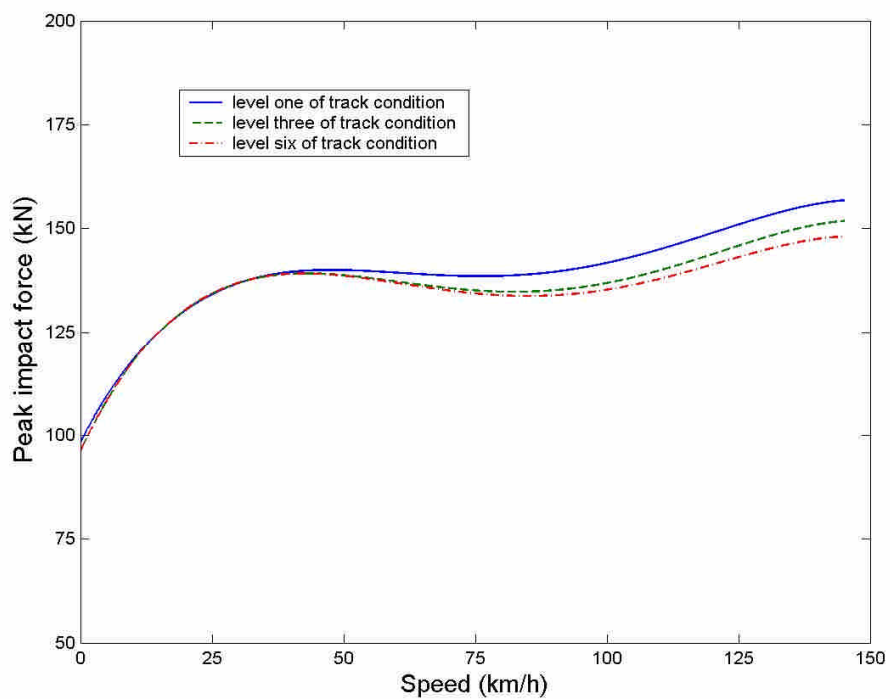


圖 5-6 不同軌道等級之衝擊力對速度變化圖 (考慮 W1 負重且有鋼輪磨平)

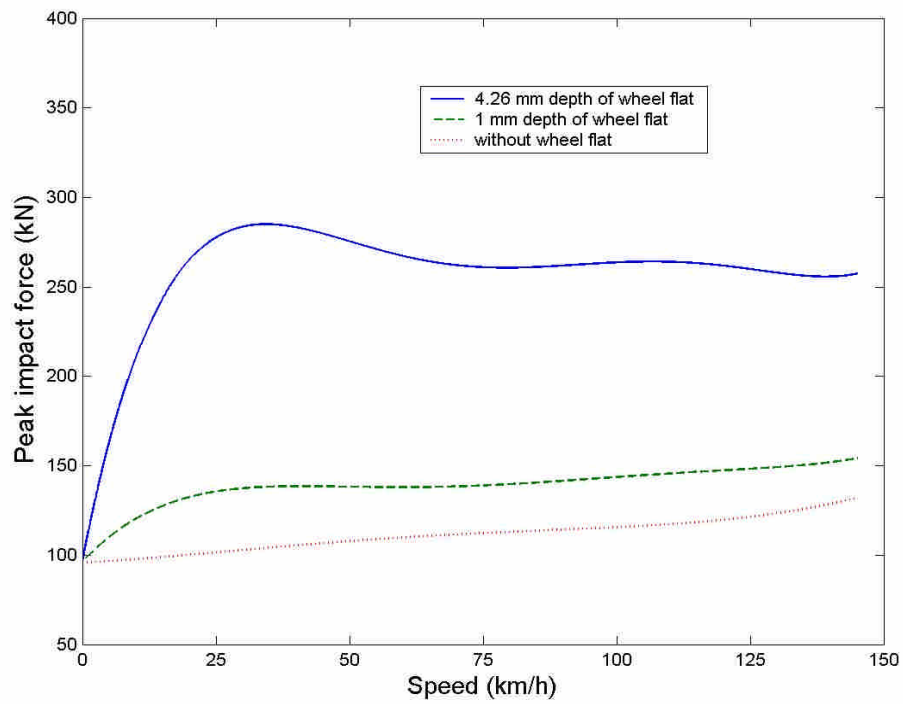


圖 5-7 不同鋼輪磨平深度之衝擊力對速度變化圖 (W1 負重)

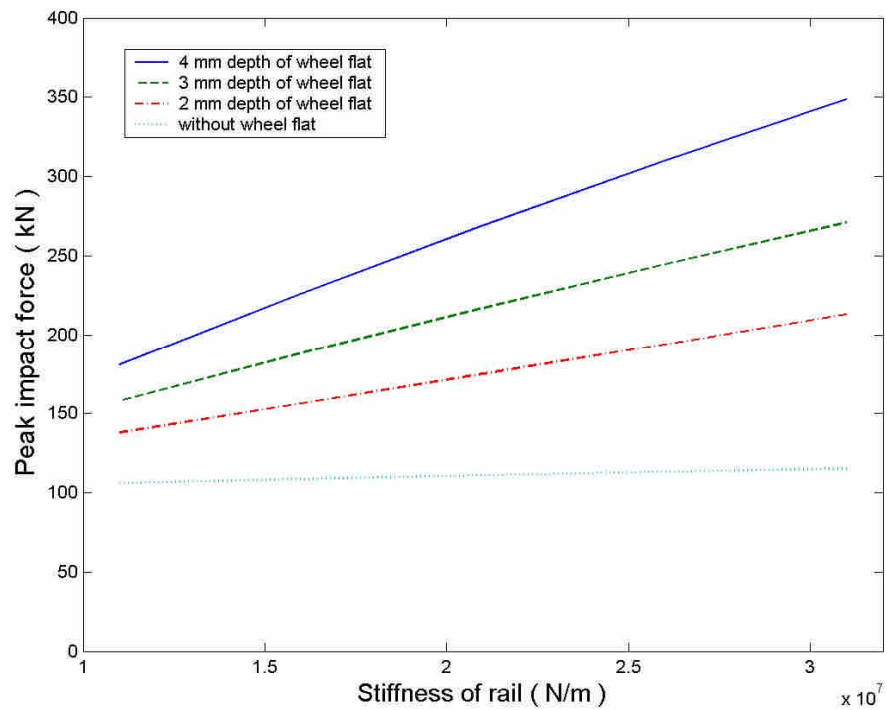


圖 5-8 不同鋼輪磨平深度之衝擊力對軌道勁度係數變化圖 (考慮 W1 負重且時速 80 km/h)

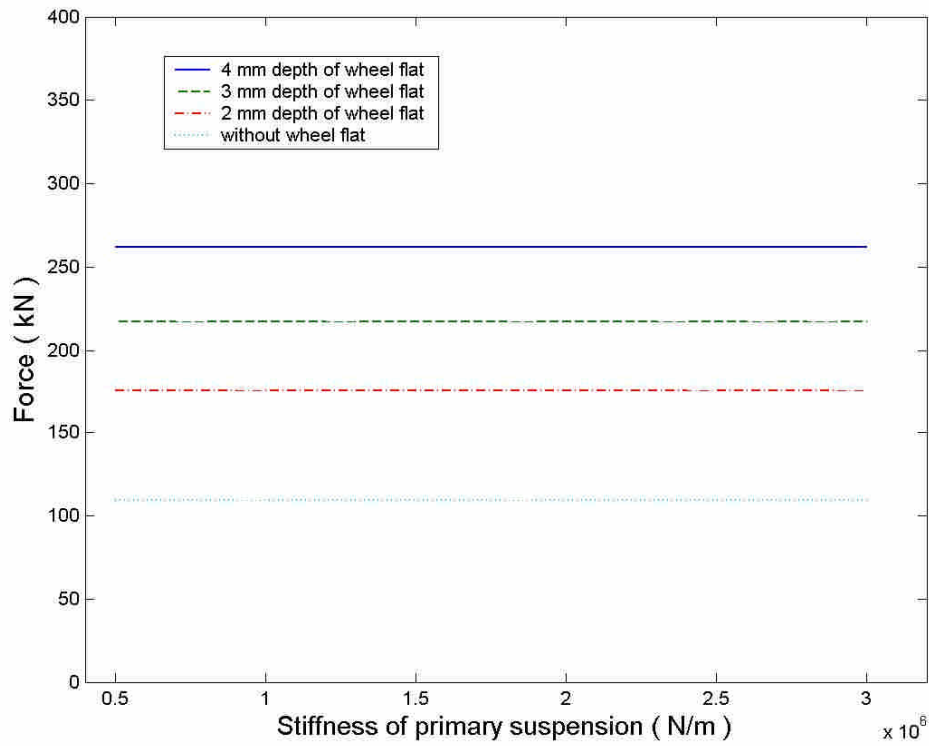


圖 5-9 不同鋼輪磨平深度之衝擊力對主懸吊垂向勁度係數變化圖 (考慮 W1 負重且時速 80 km/h)

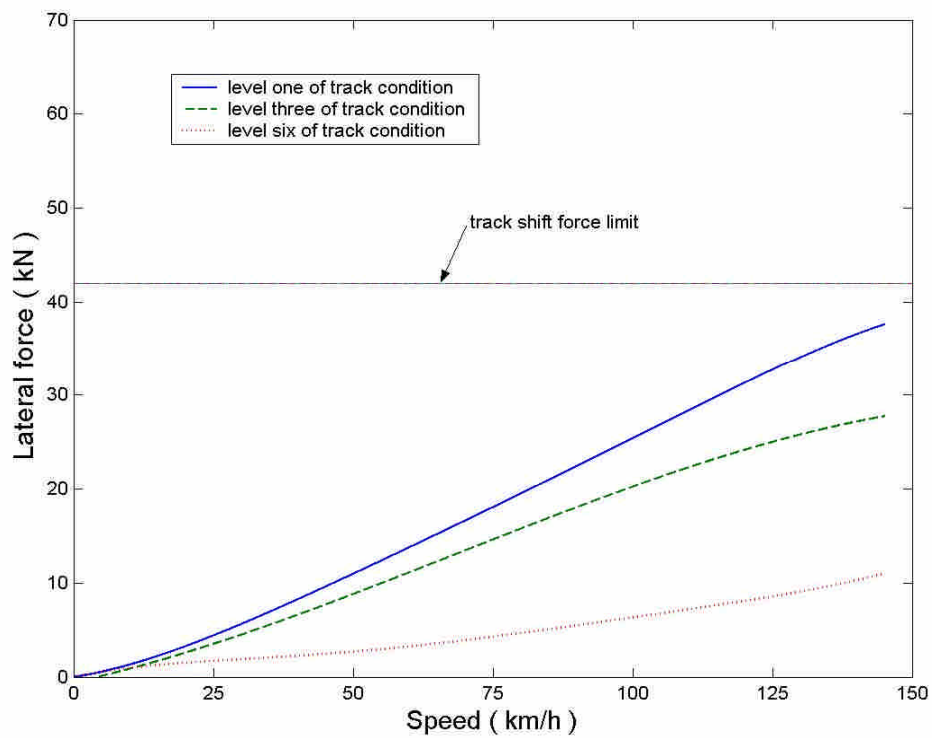


圖 5-10 不同軌道等級之輪軸組橫向力對速度變化圖 (W1 負重)

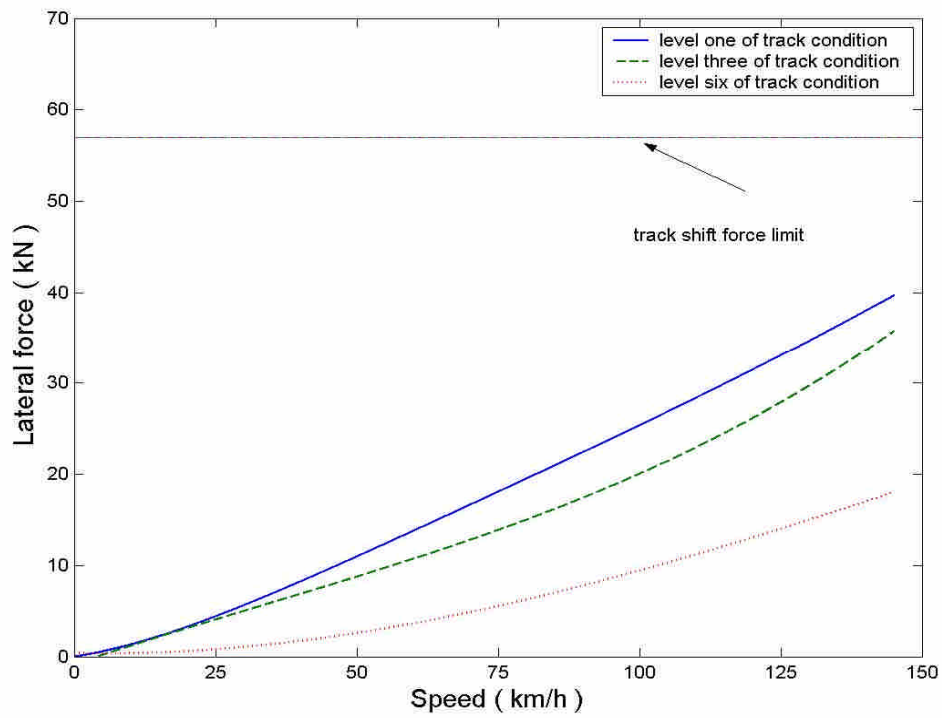


圖 5-11 不同軌道等級之輪軸組橫向力對速度變化圖 (W3 負重)

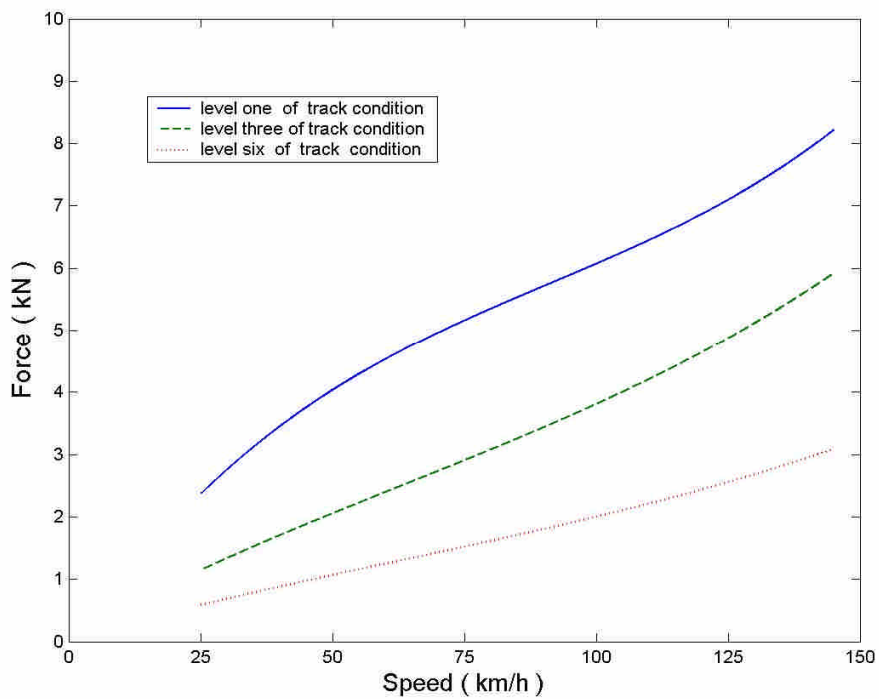


圖 5-12 不同軌道等級之主懸吊系統垂向力對速度變化圖 (考慮 W1 負重且無鋼輪磨平)

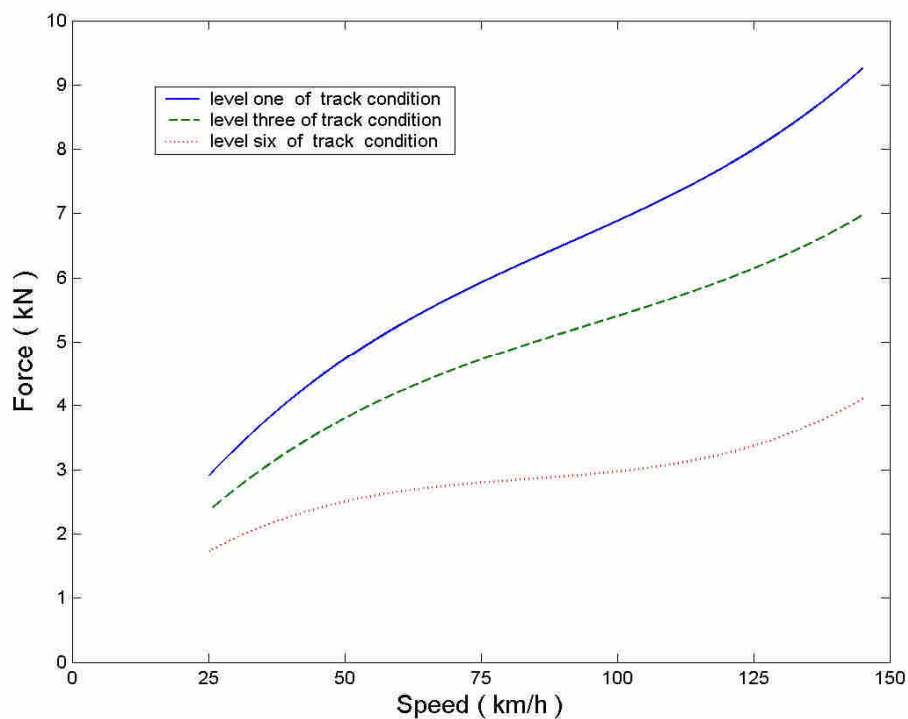


圖 5-13 不同軌道等級之主懸吊系統垂向力對速度變化圖 (考慮 W1 負重且有鋼輪磨平)

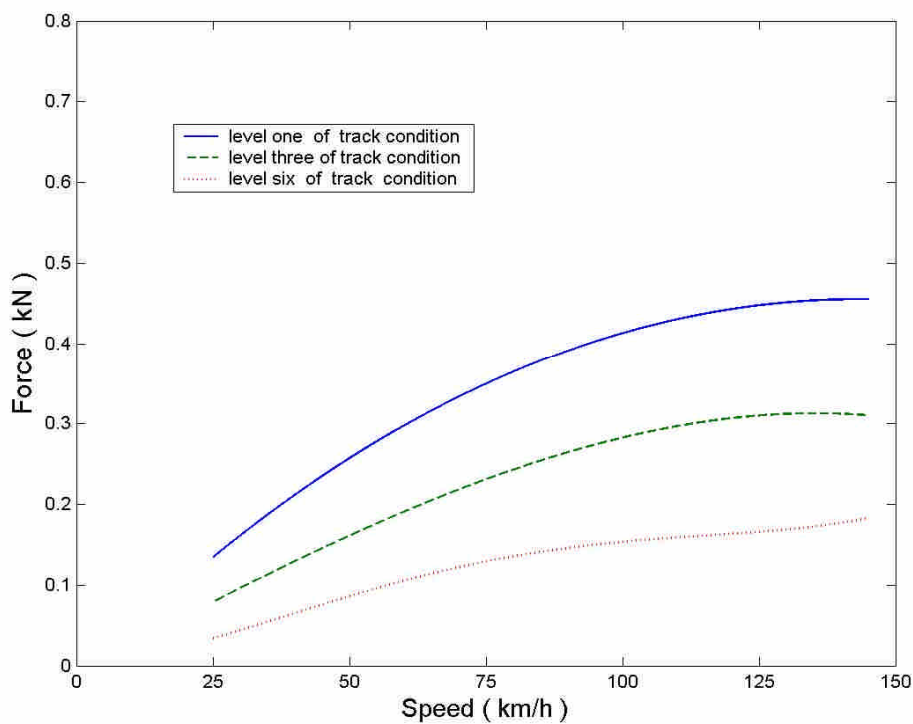


圖 5-14 不同軌道等級之次懸吊系統垂向力對速度變化圖 (考慮 W1 負重且無鋼輪磨平)

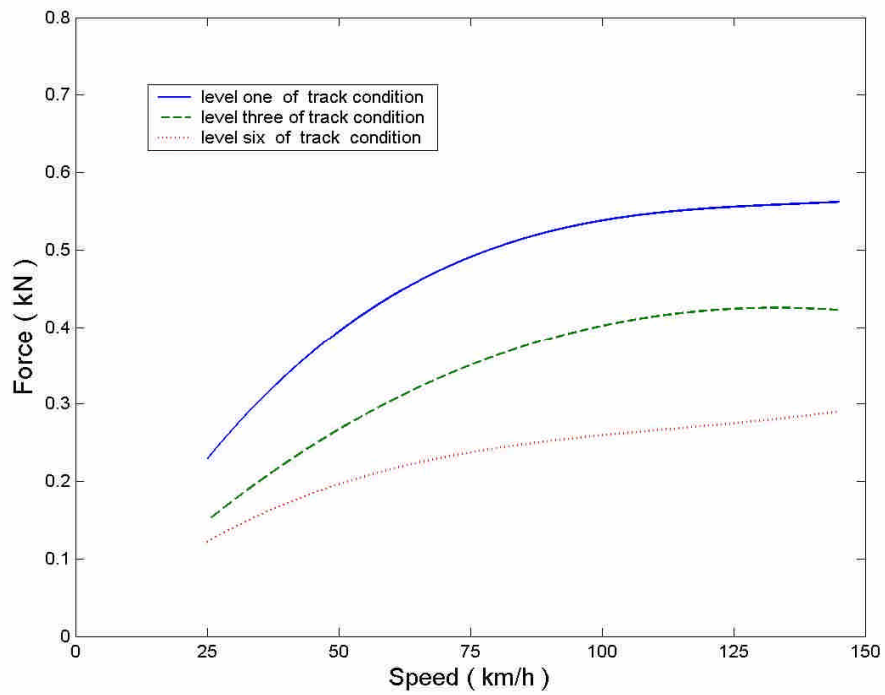


圖 5-15 不同軌道等級之次懸吊系統垂向力對速度變化圖 (考慮 W1 負重且有鋼輪磨平)

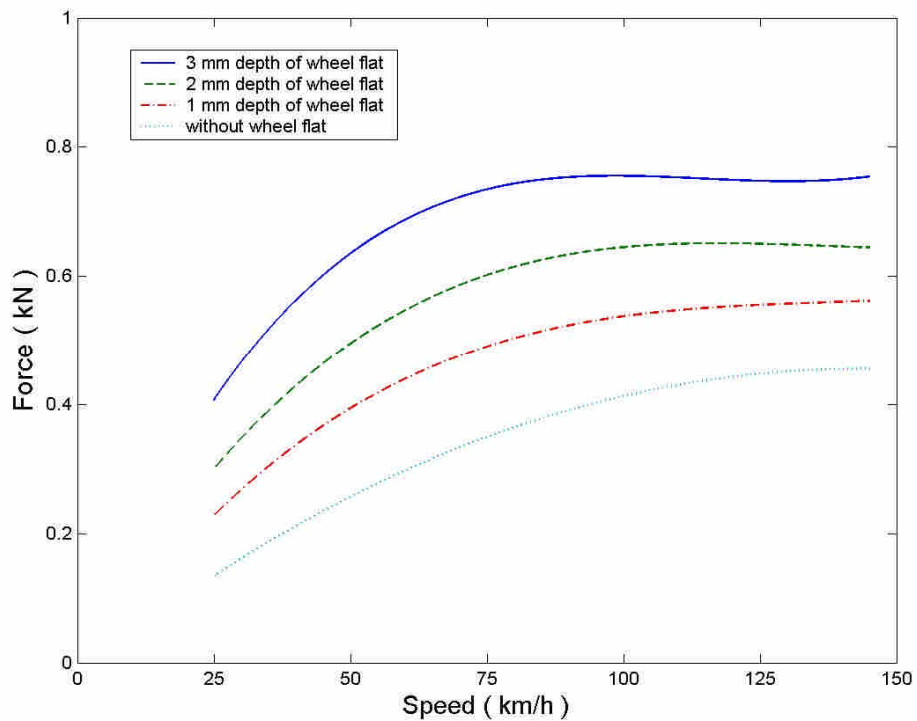


圖 5-16 不同鋼輪磨平深度之次懸吊系統垂向力對速度變化圖 (W1 負重)

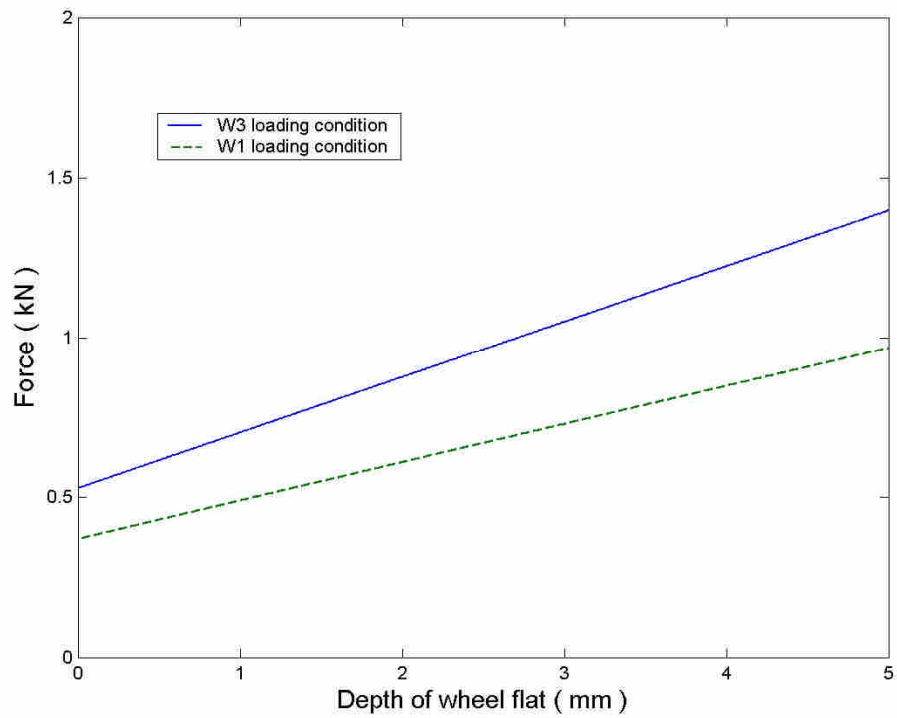


圖 5-17 次懸吊系統垂向力對鋼輪磨平深度變化圖 (考慮不同負重且時速 80 km/h)

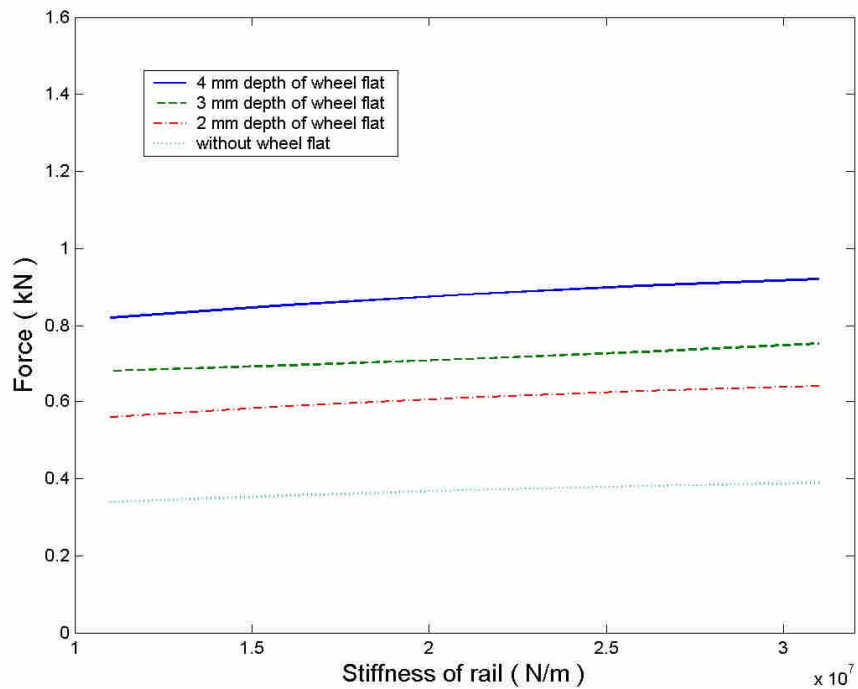


圖 5-18 不同鋼輪磨平深度之次懸吊系統垂向力對軌道勁度變化圖 (考慮 W1 負重且時速 80 km/h)

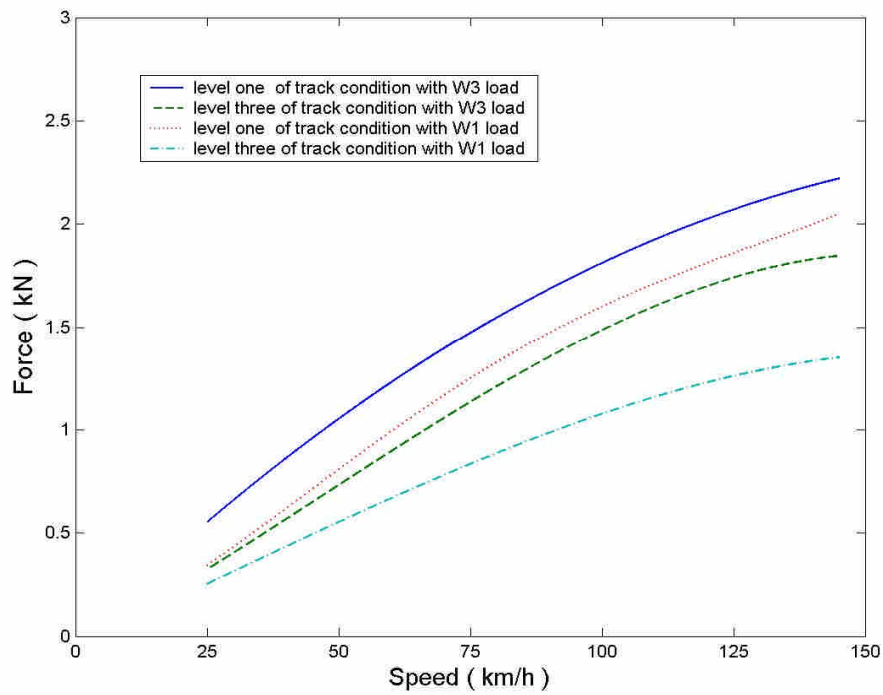


圖 5-19 不同軌道等級之次懸吊系統橫向力對速度變化圖 (考慮不同負重且時速 80 km/h)

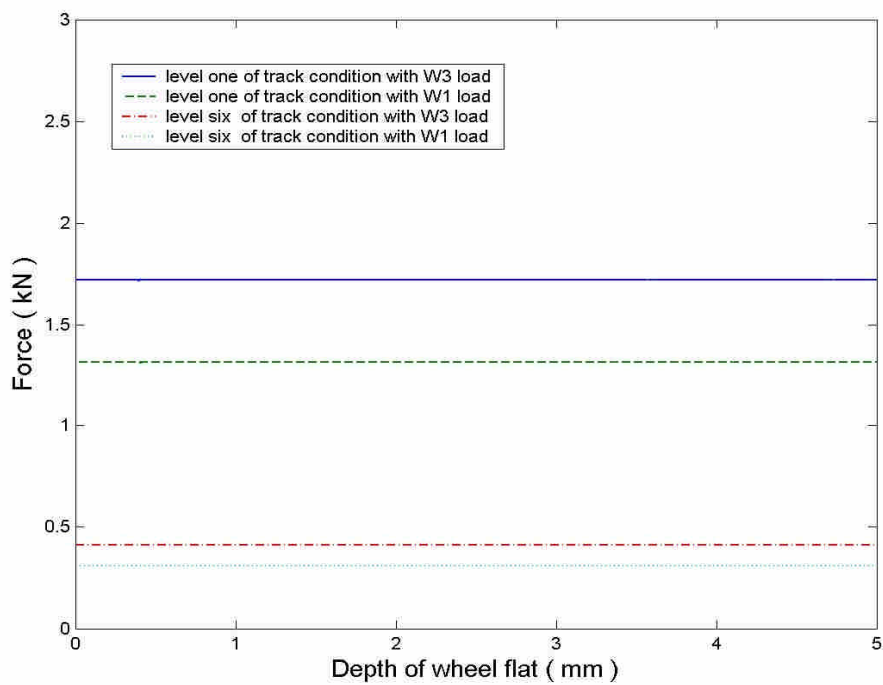


圖 5-20 不同軌道等級之次懸吊系統橫向力對鋼輪磨平深度變化圖 (考慮不同負重且時速 80 km/h)

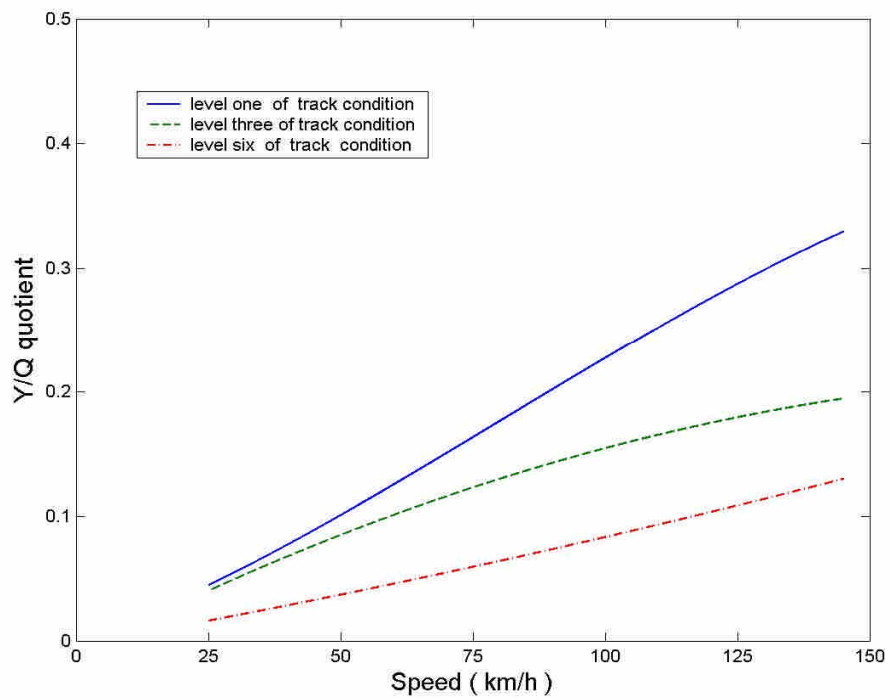


圖 5-21 不同軌道等級之前 15 秒 Nadal ratio 對速度變化圖 (考慮 W1 負重且無鋼輪磨平)

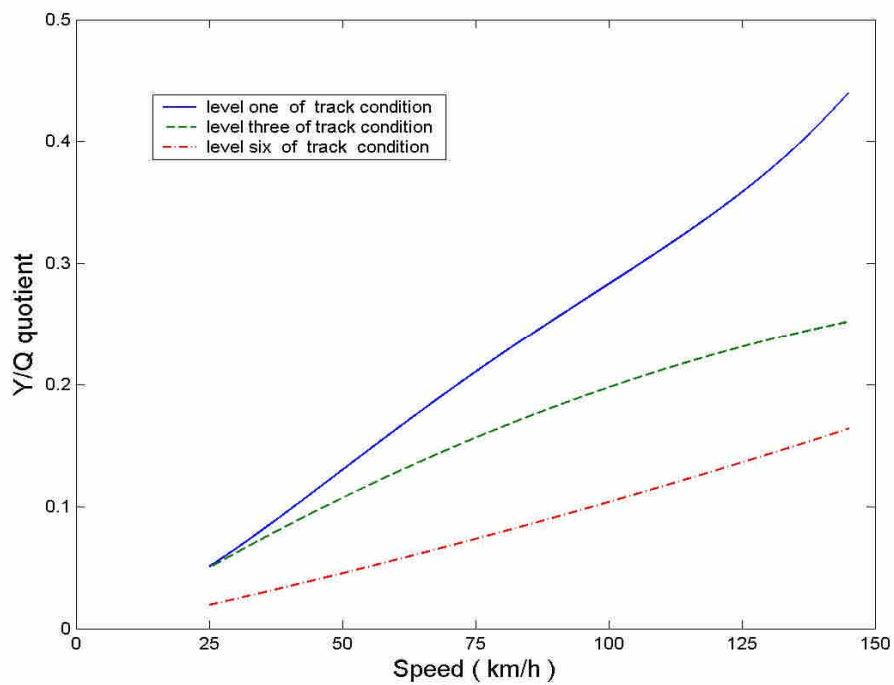


圖 5-22 不同軌道等級之前 15 秒 Nadal ratio 對速度變化圖 (考慮 W1 負重且有鋼輪磨平)

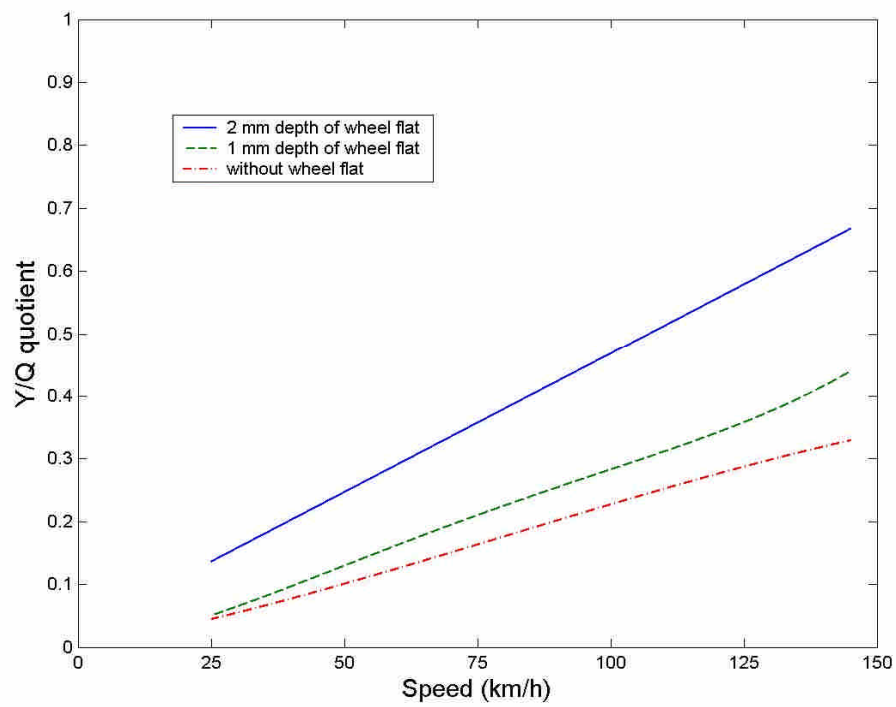


圖 5-23 不同鋼輪磨平深度之 Nadal ratio 對速度變化圖 (W1 負重)

第六章 高承載下之安全評估

6-1 承載狀況與彎軌

都市的交通運輸仰賴著捷運系統紓解人潮，台北捷運局規定捷運電聯車的每節車廂可容納最多人數為 370 人[36]，而本章研究的方向乃探討捷運軌道列車在高承載下的行駛狀況，為求保守，承載狀況即以可容納最多人數為上限，軌道不平整輸入為最差的第一級軌道狀況，列車時速則為捷運的最高營運時速 80 km/h，而由於承載的每一個人體重不一，因此採用台灣國人體重平均值 60 kg，亦即總載客重量 22,200 kg，作為高承載的條件。

我們要探討的是捷運軌道列車在高承載時的動態響應與安全評估，因此我們不僅模擬軌道車輛在直軌段的行駛狀態，更加入了彎軌時的行駛狀態，在 2.7 節曾列出車輛各子系統的直軌與彎軌動態微分方程式，並以台北捷運局規定的曲率半徑最小極限值 200 m 為依據，模擬列車在不同曲率半徑下的輪軸組橫向位移與安全評估，輪軸組的橫向位移大小仍以規定的 6 mm 為上限，超過此極限值即判定有輪緣接觸的情況產生。安全評估方面，在 3.3 節曾提過，有 Nadal ratio 與輪軸減重率兩種安全指標，Nadal ratio 的上限值同樣採用表 3-3 中，台灣地區的標準值 1.0 為上限；輪軸減重率則因台北捷運局對其無相關規定，故以日本國鐵的標準指數 0.8 為準。

6-2 動態分析與安全評估

本節的研究方向在於探討軌道列車在高承載下的行駛安全，並比較其與列車在無承載時的不同。在直軌段方面，圖 6-1、圖 6-2 呈現軌道車輛在高承載下的第一及第四組輪軸組的橫向位移變化，其振幅值大約在 4 mm 上下，皆未超過台北捷運局規定的 6 mm 極限值，是符合標準的。在垂向上，圖 6-3、圖 6-4 呈現出同樣的行駛條件下，第一及第四輪軸組的垂向位移變化，可以看出振幅值大約在 2 mm 上下，不但未超出規定的極限值，且比橫向的輪軸組振幅值要小。輪軸組的橫向與垂向加速度方面，如圖 6-5、圖 6-6 所示，皆呈現出穩定的現象，在橫向上的加速度大約為 0.6 m/s^2 ，垂向上的加速度則約為 0.4 m/s^2 左右，比橫向的加速度要小一些。另外，圖 6-7~圖 6-10 則為轉向架與車身的橫向與垂向位移變化，其振幅值皆因為懸吊系統的吸振結果下，愈趨減緩，是符合理想的情況。安全評估方面，如圖 6-11 所示，其 Nadal ratio 的值遠小於 1.0 的上限值，輪軸減重率的變化如圖 6-12 所示，可看出其值也遠小於 0.8 的上限值，由以上的模擬結果可知，軌道列車即使在高承載的情況下，以時速 80 km/h 行駛於直軌路段，也是相當安全的。

軌道列車不管行駛於路面、地下段或高架橋，必會行經彎軌路段，也會遭遇到各種不同的過彎半徑，如前面所述，台北捷運局規定，在彎軌路段時其最小的

過彎半徑不得小於 200 m，但由於過彎半徑的最低標準值並無相關資料，因此選擇日本新幹線的最低標準 3,500 m 為主，而在此範圍內，另外再選擇一個 1,500 m 的過彎半徑，以作比較。首先，如圖 6-13 所示，為軌道列車在無承載的情況下，行駛於過彎半徑 3,500 m 時，第一輪軸組的橫向位移變化情形，顯示出輪軸組的最大位移值仍未超出標準 6 mm，但在第 65 秒時，已有稍微偏離的情況產生，只是並不明顯，圖 6-14 與圖 6-15 則為 Nadal ratio 與輪軸減重率的變化圖，皆顯示出其變化值雖有變大趨勢，但也仍未超出規定的 1.0 與 0.8 的標準值。接下來繼續模擬列車在同樣的過彎半徑下，高承載時的第一輪軸組橫向位移變化，由圖 6-16 可以看出輪軸組偏移的時間點和圖 6-13 相差不遠，但最後第 90 秒時的偏移量卻比無承載時的大一些，且已有超出標準值之虞；圖 6-17 則為高承載行駛條件下的 Nadal ratio 變化結果，和圖 6-14 比較後可知，雖然 Nadal ratio 變化值較無承載時的變化值大一些，但也仍未超出上限值 1.0，尚符合標準規定；圖 6-18 則為高承載行駛條件下的輪軸減重率變化結果，和圖 6-15 比較後，可明顯看出其變化值不但比無承載時的值要大，且已經超過輪軸減重率的標準值 0.8。因此，列車在 3,500 m 的過彎半徑時，無承載下的行駛仍是安全，在高承載下，雖然 Nadal ratio 並未超出標準，但橫向位移開始有輪緣接觸的情況產生，輪軸減重率更是已經超出標準，故高承載下的行駛是有安全顧慮的。

為了比較在軌道列車在過彎半徑 200 m ~ 3,500 m 之間的變化，我們另外再選擇一過彎半徑為 1,500 m 的彎軌路段來作模擬，如圖 6-19 所示，為列車在無承載時，第一輪軸組的橫向位移變化，可發現橫向位移值已經超出標準值許多，且輪軸組偏離軌道的時間也提前了，大約在第 42 秒的時候開始偏離。圖 6-20 則為此行駛條件下的 Nadal ratio 變化結果，此時的變化值已經大於規定的標準值 1.0；再繼續模擬列車在同樣的過彎半徑下，高承載時的輪軸組橫向位移變化，如圖 6-21 所示，和圖 6-19 比較後，可以看出其橫向位移值比無承載時的位移值更為嚴重，且輪軸組偏離軌道的時間點也比無承載時又提早了些許，大約在第 36 秒的時候開始偏離。圖 6-22 則為列車在高承載情況下的 Nadal ratio 變化結果，可發現其變化值也是超出標準值 1.0，並且比無承載時的變化值要大，因此，軌道列車行經此過彎半徑時，無論是否有高承載的情況，皆是非常危險且有出軌之虞的。

最後，針對台北捷運局規定的最小過彎半徑 200 m 為模擬條件，模擬軌道車輛的輪軸組橫向位移變化，如圖 6-23 所示，為列車在無承載時，第一輪軸組的橫向位移變化圖，雖是無承載狀況，但是橫向位移量卻已經非常嚴重地超出規定的標準值 6 mm 許多，偏離軌道的時間點也比圖 6-19 的時間點更是提早，大約在第 25 秒時開始偏離，Nadal ratio 亦是高出了標準值，如圖 6-24 所示；而在高承載下的行駛情況，則如圖 6-25、圖 6-26 所示，其輪軸組的橫向位移值比起無承載時的位移值更是嚴重，偏離軌道的時間點也提早在第 18 秒時就開始偏離，Nadal ratio 的變化值亦比無承載時的大，其值大約在 2.5 左右，已超出了標準值。

由以上的各個模擬結果可知，捷運軌道列車在高承載的情況下，以台北捷運局規定的最高營運時速 80 km/h 行駛於直軌路段時，是相當安全且無出軌之虞的，

但列車行駛於彎軌路段時的動態響應卻有所不同；在較趨緩的過彎半徑 3,500 m 下，輪軸組的橫向位移變化雖近似於直軌，但稍有偏移，偏移軌道的時間點並不是很早，也未發生輪緣接觸的情況。安全評估方面，列車行駛於此過彎半徑，其 Nadal ratio 和輪軸減重率皆在安全範圍之內，因此在 3,500 m 的過彎半徑下，無承載的軌道列車仍是安全的；列車在同樣的過彎半徑 3,500 m，但是在高承載的情況下，雖然 Nadal ratio 尚未超出標準值，但是輪軸減重率卻已經高於標準值 0.8，故列車於高承載下行駛此彎軌路段是有出軌風險的。而在過彎半徑 1,500 m 和 200 m 下，輪軸組的橫向位移變化量漸趨明顯，且高承載下的橫向位移量皆比無承載時的要大，Nadal ratio 的變化值在有無高承載下也都高於標準值 1.0，且高承載下的變化值都比無承載時的值要高出一些；輪軸減重率方面，由於 Nadal ratio 已經大於標準值許多，在安全評估上已屬危險，故不再模擬輪軸減重率的變化圖。

軌道列車於高承載下的行駛，不但會增加輪軸組的橫向位移量和 Nadal ratio 變化值，輪軸組偏移軌道時間點也會提早，因此，軌道車輛行駛於彎軌路段時，唯有降低列車行駛速度，才能有效的降低出軌風險，而在高承載時，由於位移的變化量和偏移軌道的時間點皆會提高和提早，故行駛速度要比無承載時的速度再低一些，才能確保軌道列車的行駛狀況，保障乘客的生命安全。另一值得注意的重點為軌道車輛行駛於較趨緩的曲率半徑，如本節採用的 3,500 m，在無承載的情況下，列車雖可安全行駛，但在高承載時卻已經有出軌風險了。不同種類的軌道列車在設計與規格上都不盡相同，因此在初期測試或營運時都須特別注意，尖峰時段的列車載重量會比離峰時段的載重量增加許多，此時的列車行駛是否真正安全，是個不容忽視的問題。

6-3 不同軌道等級下的行駛狀況

軌道列車的包含範圍非常廣泛，諸如捷運、高鐵或台鐵等等，都屬於軌道列車的一種，前兩節所模擬出的各種動態響應結果，皆為求保守，而採用最差、亦即第一級的軌道不平整作為行駛條件，但軌道列車在行駛時，其軌道不平整的狀況並不一定都是最差的，因此本小節將模擬不同軌道等級狀況下，所反映出的動態響應。

在直軌高承載下，我們的行駛速度仍以台北捷運局的最高營運時速 80 km/h 為主，先模擬出列車在第三級軌道不平整時，輪軸組、轉向架與車身的橫向及垂向位移變化，如圖 6-27~圖 6-30 所示，其橫向及垂向振幅的值皆比第一級的軌道不平整下的值要小，且轉向架與車身也因懸吊系統的吸振效果，而使得振幅值減弱。再繼續模擬第六級軌道不平整狀況下的位移變化，所得如圖 6-31~圖 6-34 所示，顯示出其振幅值比起第一級軌道等級時小了許多。

列車在彎軌段的模擬，我們同樣採用 3,500 m、1,500 m 和 200 m 的過彎半徑，軌道不平整方面，則選擇第三級和第六級的軌道不平整狀況。首先模擬 3,500 m 的過彎半徑下輪軸組的橫向位移變化結果如圖 6-35、圖 6-36 所示，可知第三級軌道

不整所造成的橫向位移值比第六級軌道不整的要大。再繼續模擬 1,500 m 和 200 m 過彎半徑下不同軌道等級之輪軸組橫向位移，如圖 6-37、圖 6-38 所示，在此兩種過彎半徑下，輪軸組的橫向位移量已超出了標準值，有出軌的危險存在，而和第一級軌道不平整時的橫向位移變化比較後可發現，三種軌道等級所造成的輪軸組偏移軌道時間雖然幾乎相同，但是最後的橫向位移量卻隨著軌道等級的不同而有所差異，第一級軌道不平整所造成的橫向位移量比第六級軌道不平整所造成的橫向位移量大上許多，因此可知，除了高承載的情況外，軌道不平整的等級也是影響軌道列車行駛於彎軌時出軌的關鍵之一。

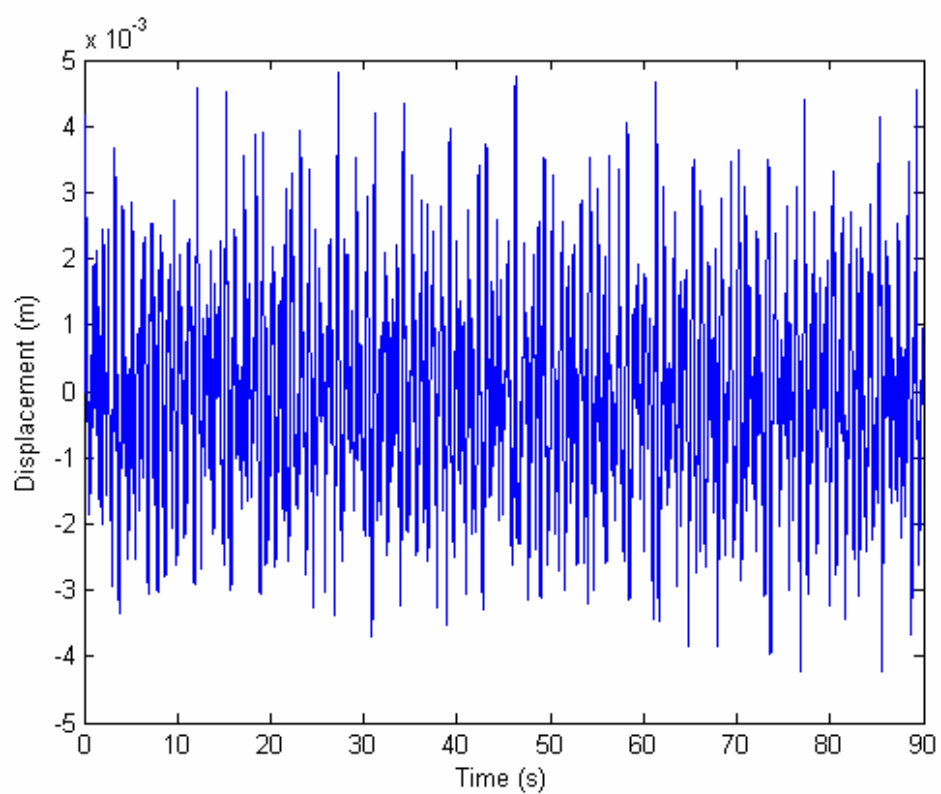


圖 6-1 直軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖

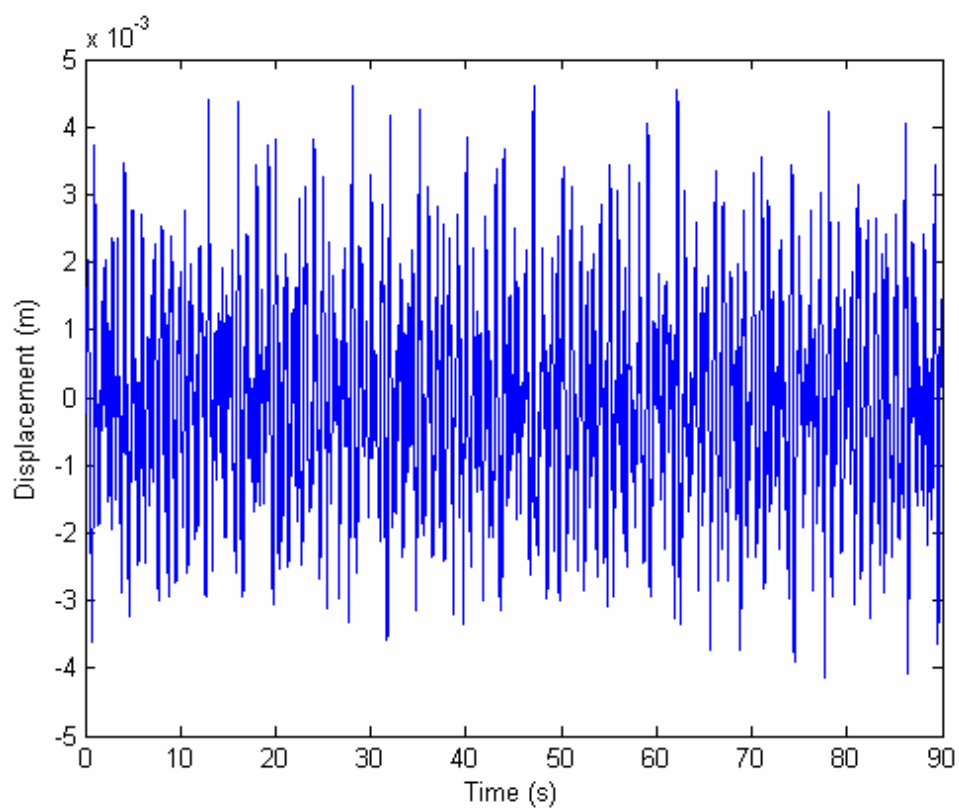


圖 6-2 直軌高承載下第四輪軸組之橫向位移關係圖

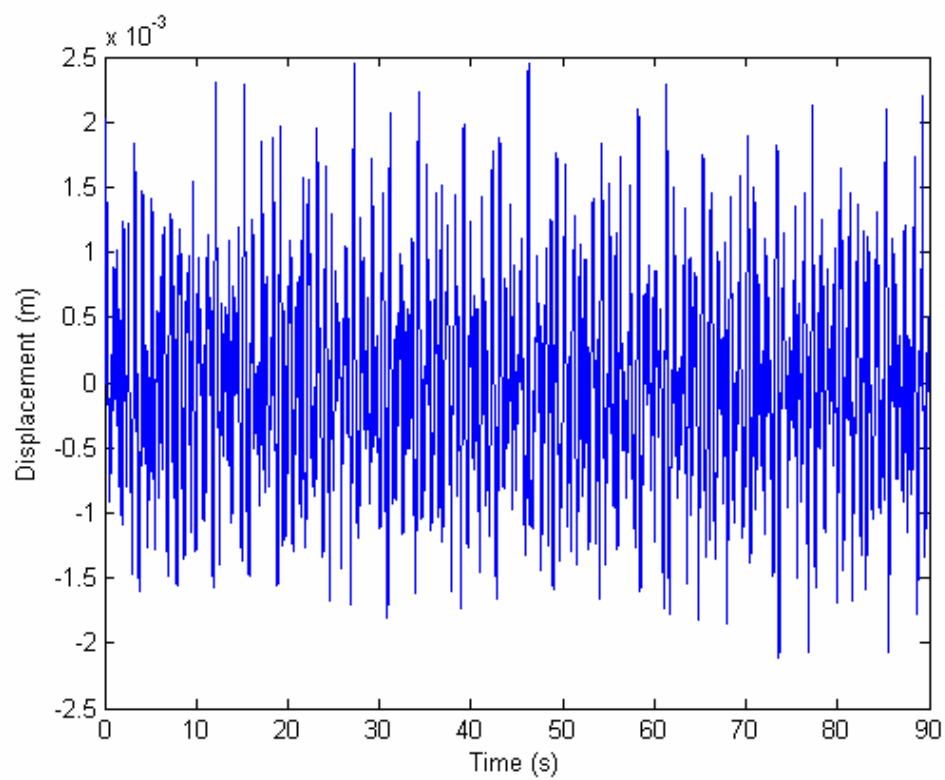


圖 6-3 直軌高承載下第一輪軸組之垂向位移關係圖

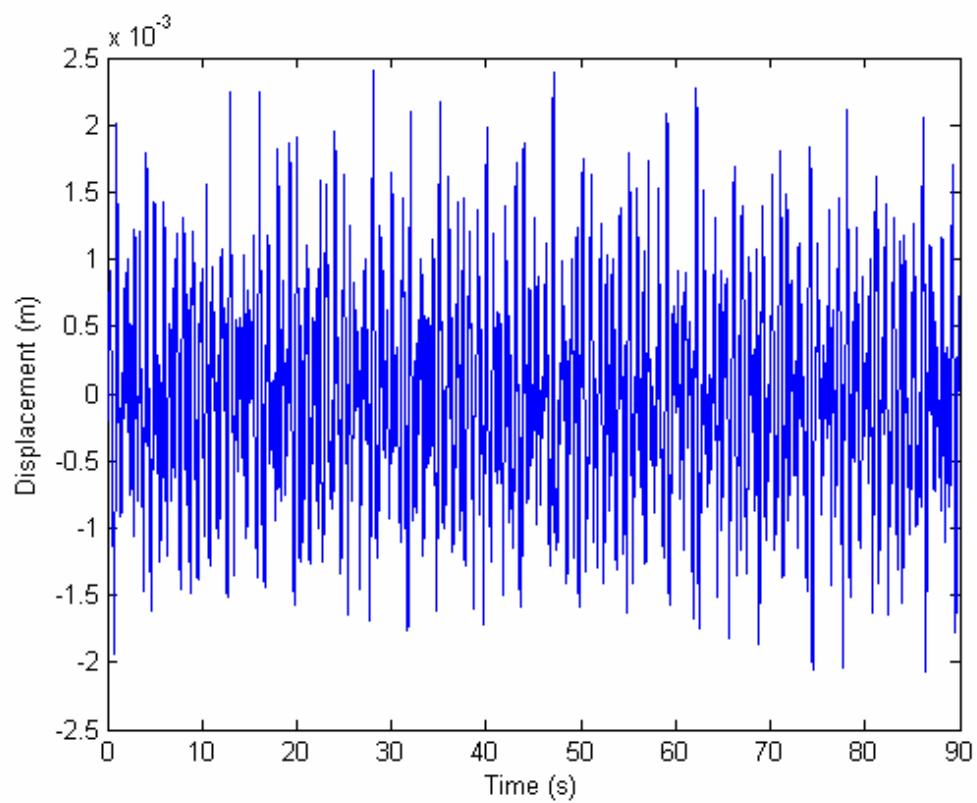


圖 6-4 直軌高承載下第四輪軸組之垂向位移關係圖

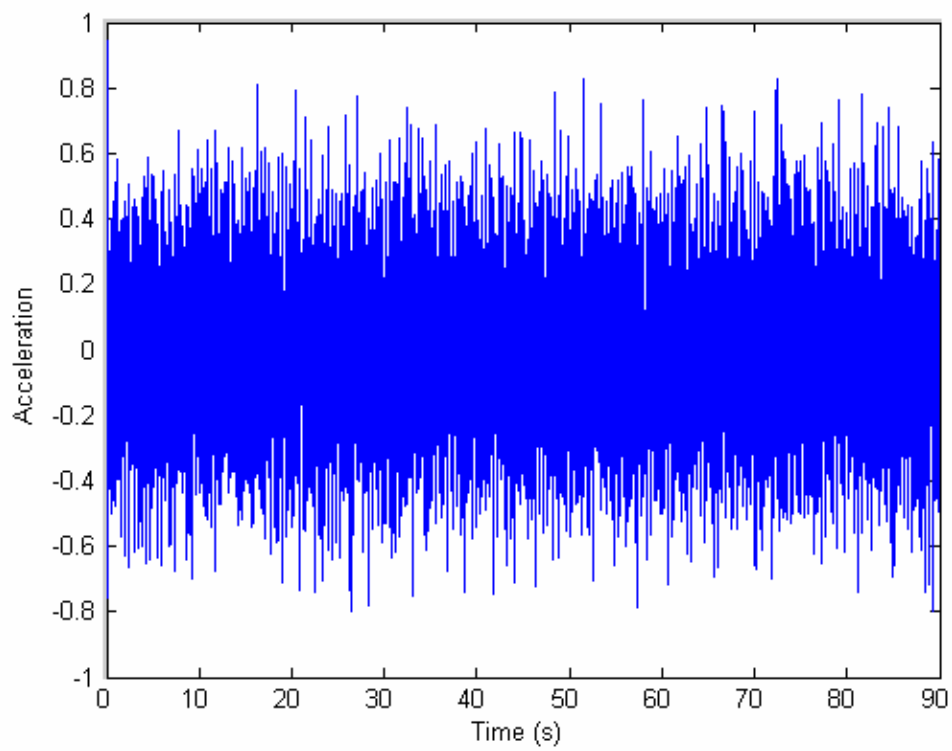


圖 6-5 直軌高承載下輪軸組之橫向加速度關係圖

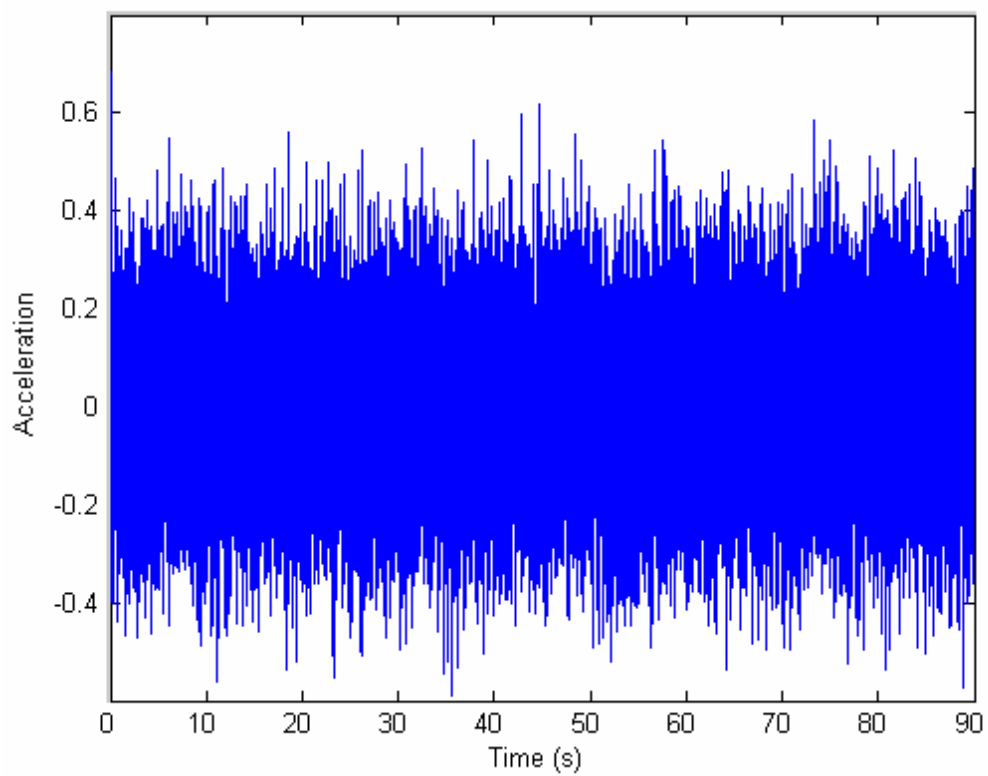


圖 6-6 直軌高承載下輪軸組之垂向加速度關係圖

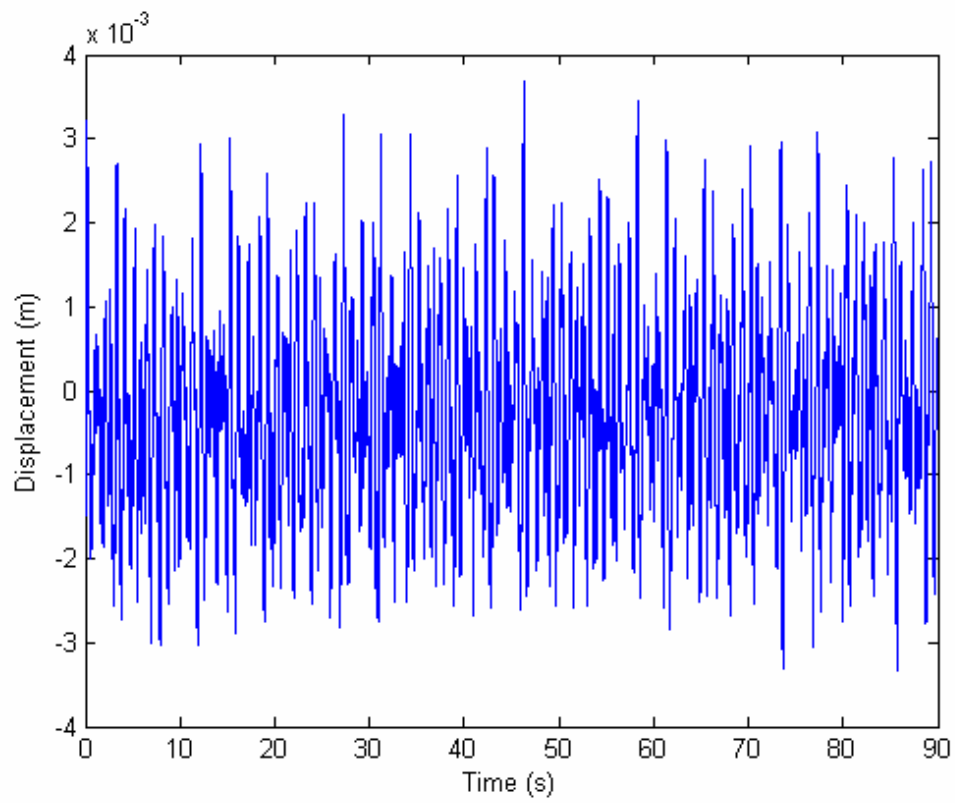


圖 6-7 直軌高承載下前轉向架之橫向位移關係圖

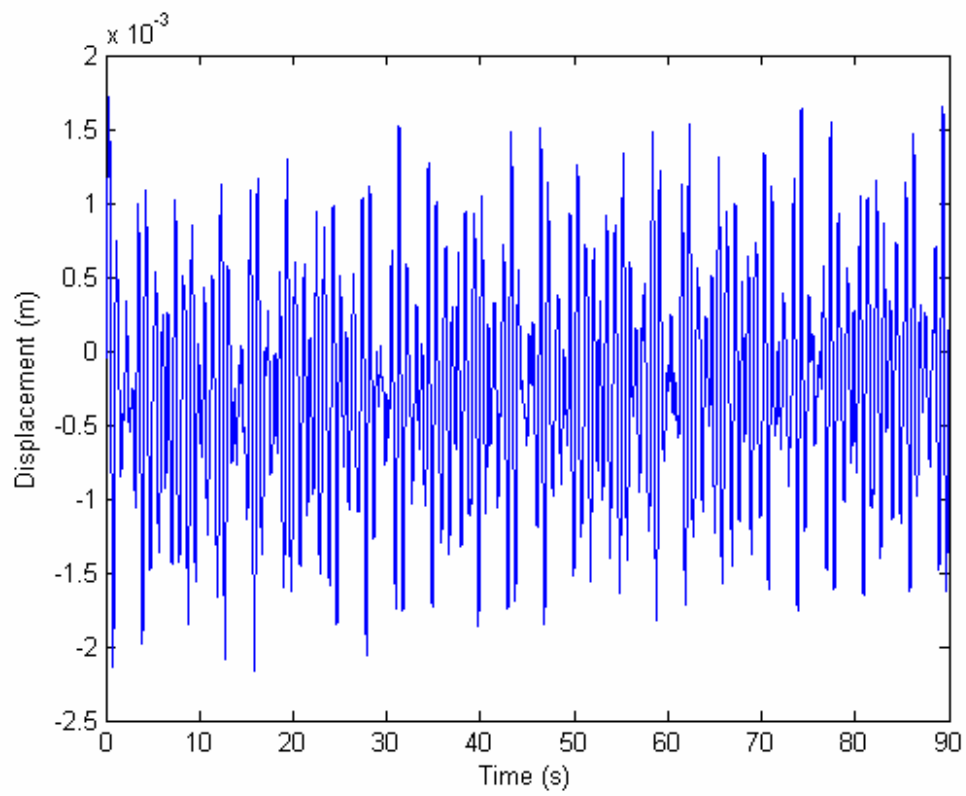


圖 6-8 直軌高承載下車身之橫向位移關係圖

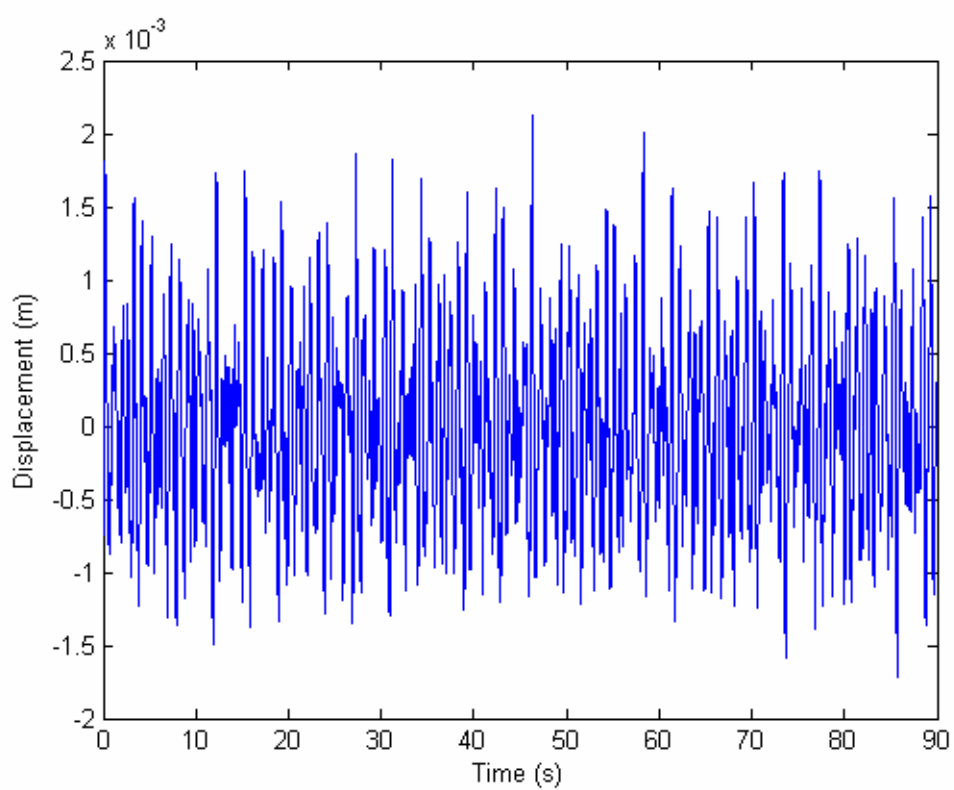


圖 6-9 直軌高承載下前轉向架之垂向位移關係圖

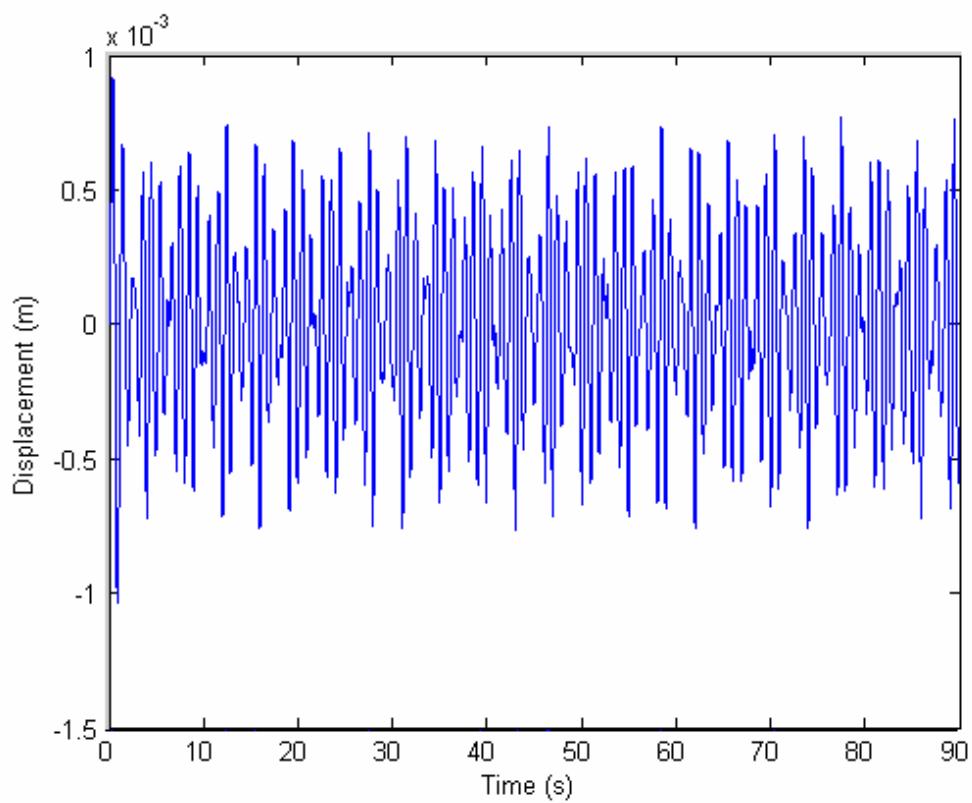


圖 6-10 直軌高承載下車身之垂向位移關係圖

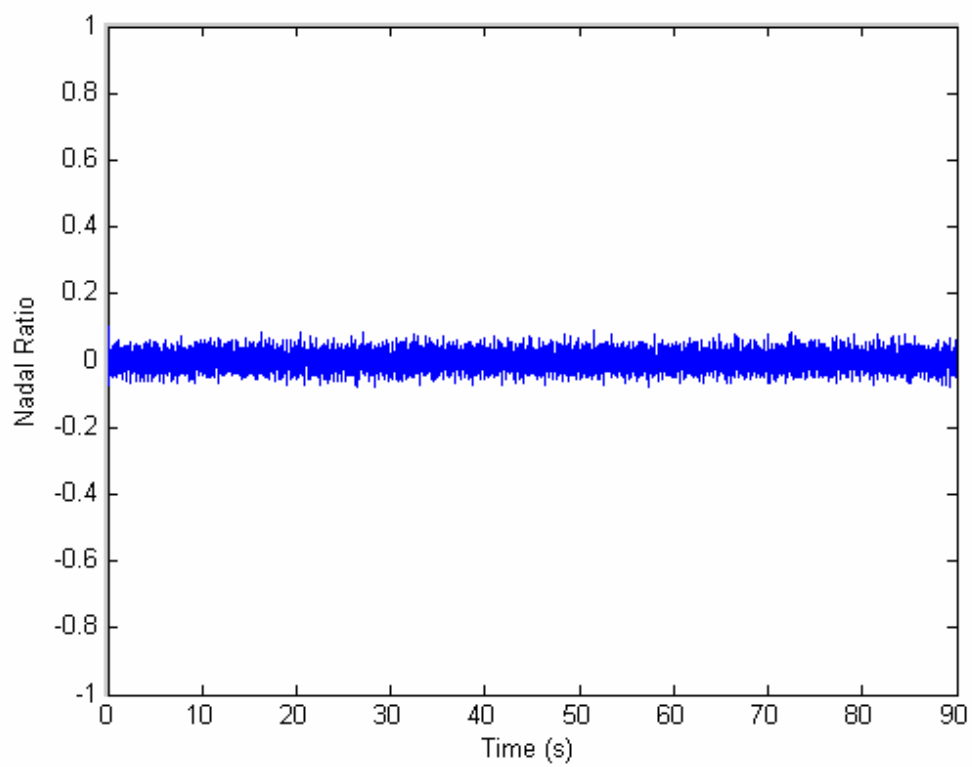


圖 6-11 直軌高承載下之 Nadal ratio 變化圖

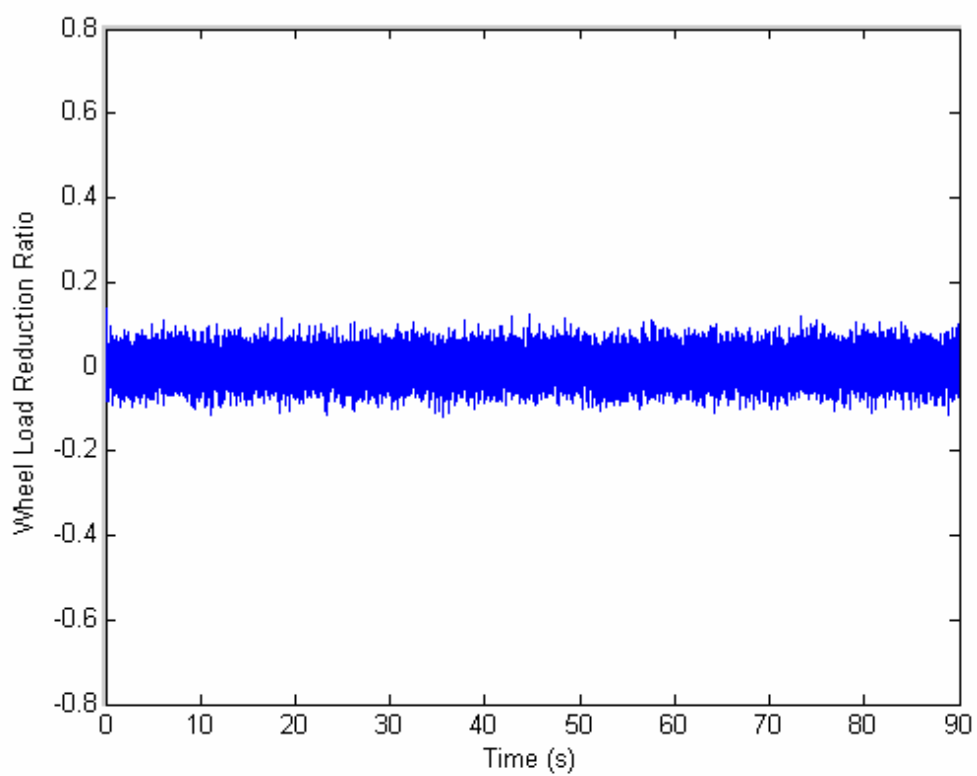


圖 6-12 直軌高承載下之輪軸減重率變化圖

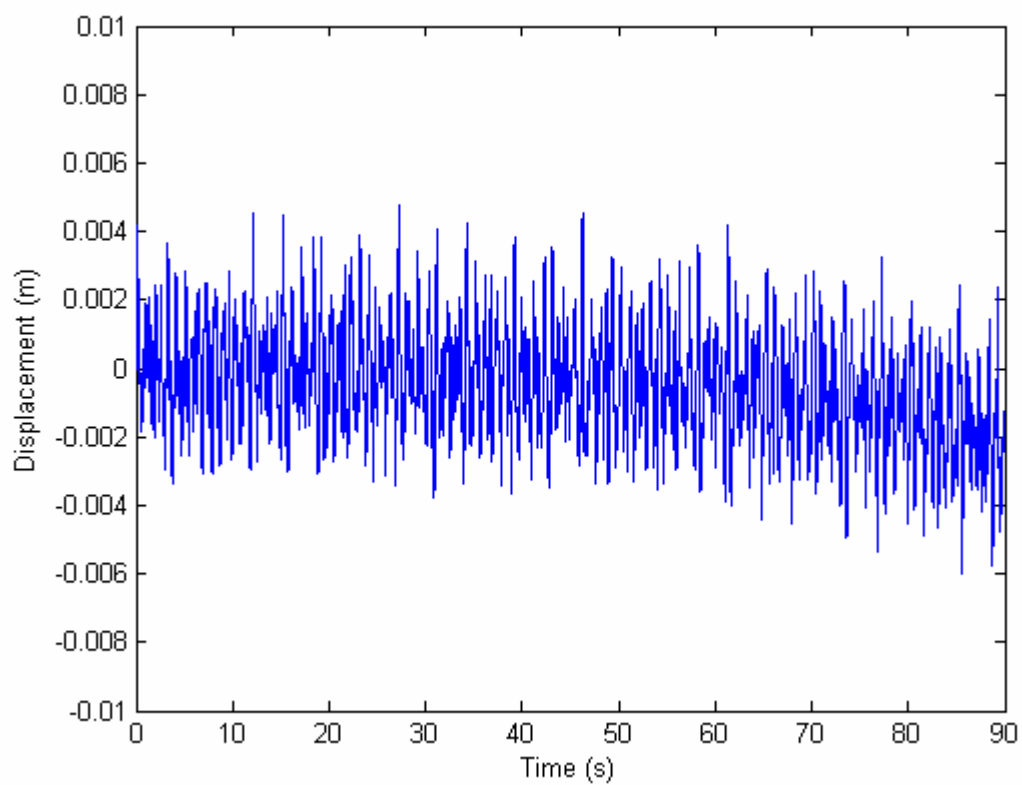


圖 6-13 彎軌無承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑 3,500 m)

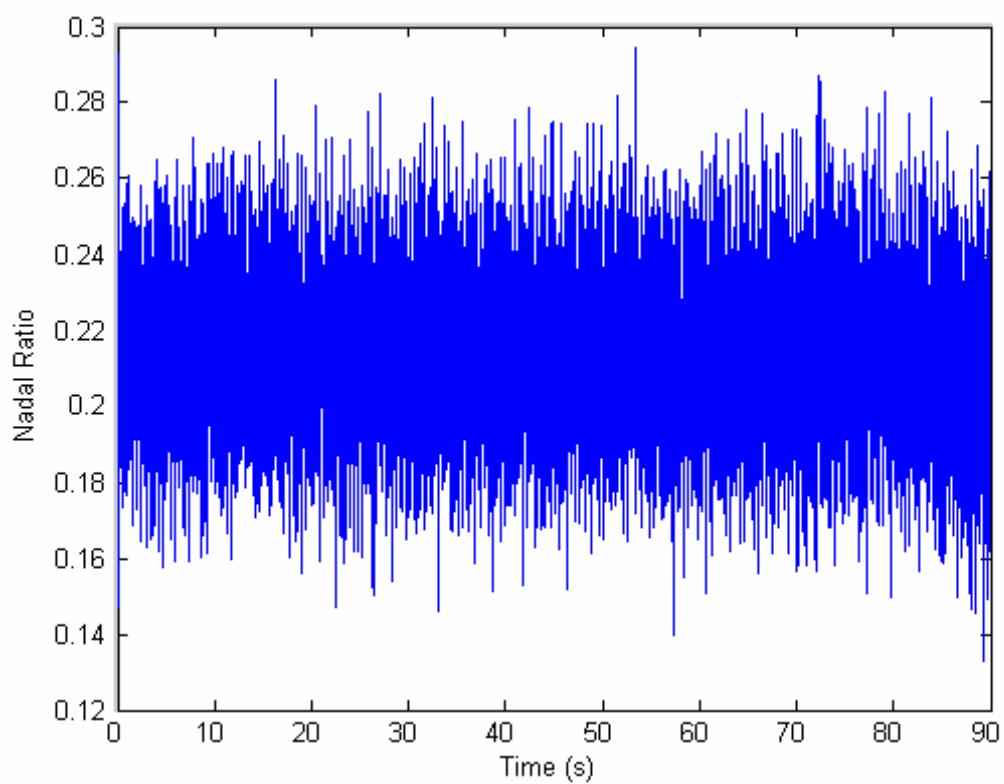


圖 6-14 彎軌無承載下之 Nadal ratio 變化圖 (曲率半徑 3,500 m)

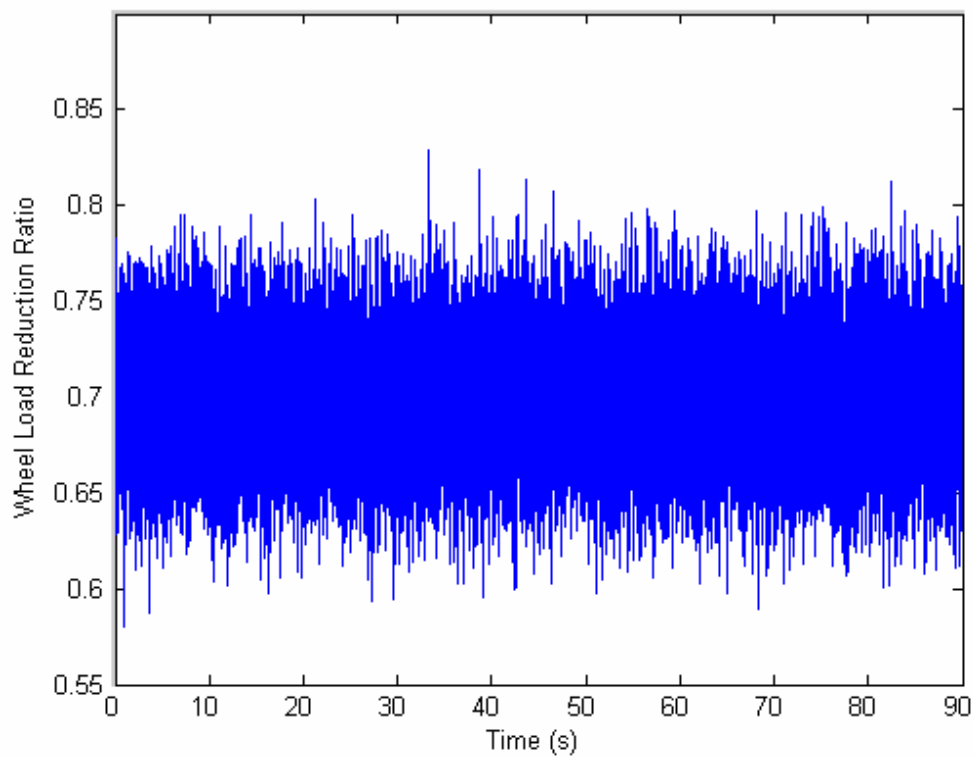


圖 6-15 彎軌無承載下之輪軸減重率變化圖 (曲率半徑 3,500 m)

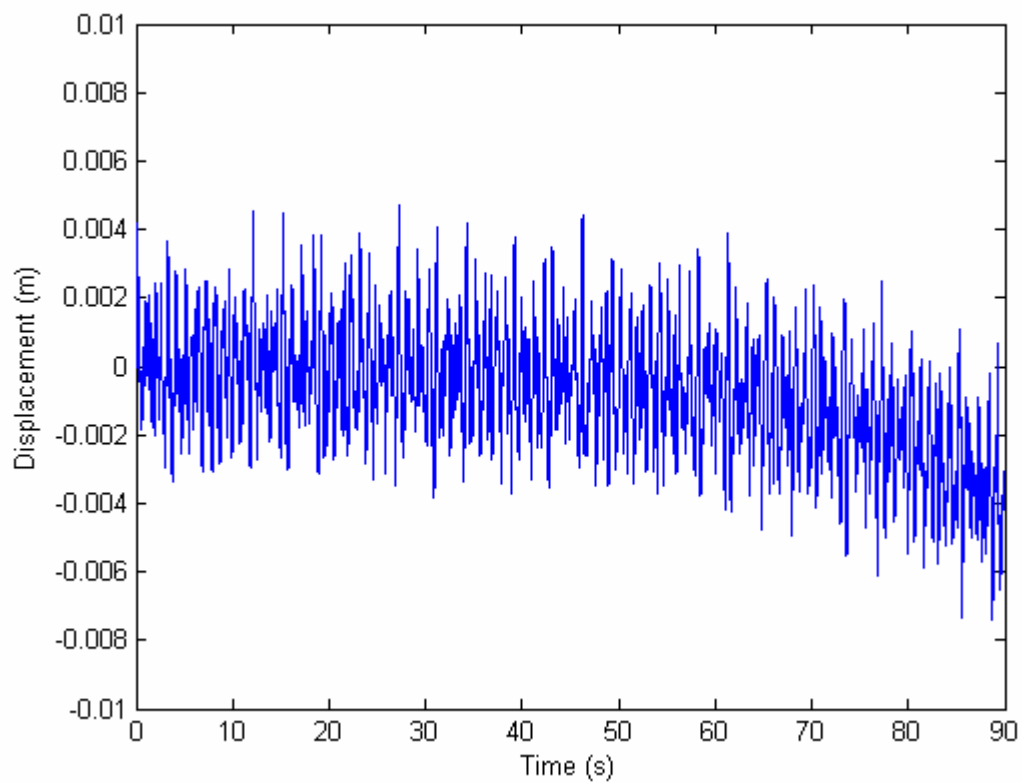


圖 6-16 彎軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑 3500 m)

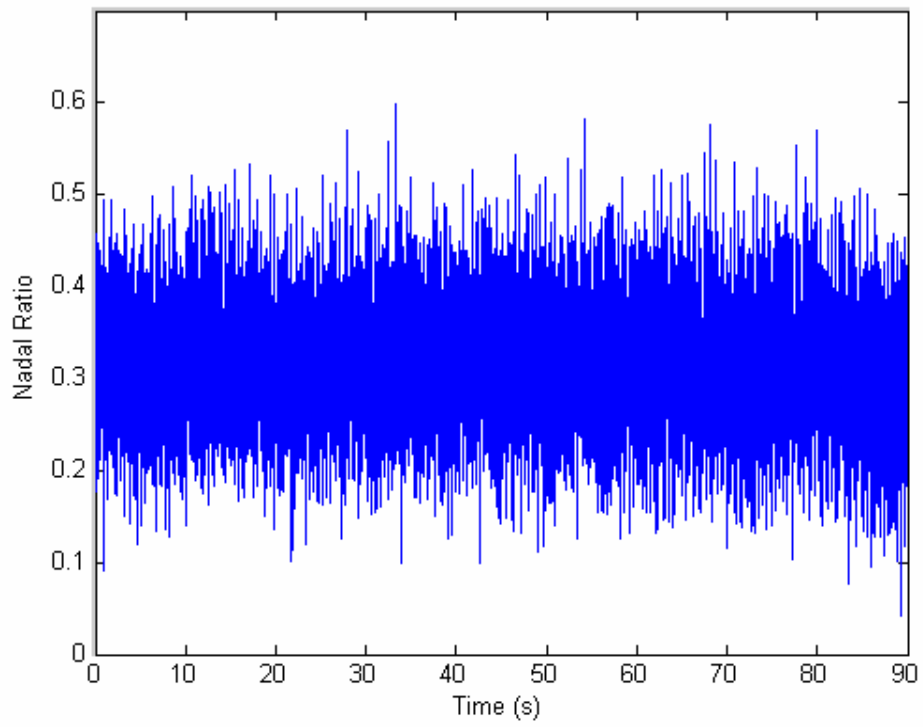


圖 6-17 彎軌高承載下之 Nadal ratio 變化圖 (曲率半徑 3,500 m)

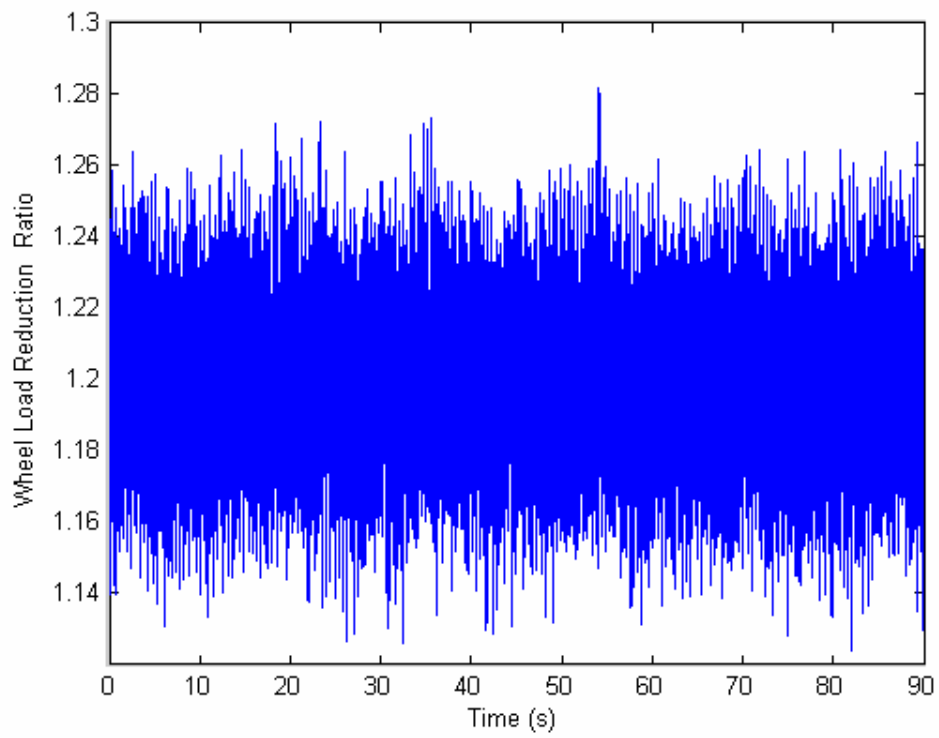


圖 6-18 彎軌高承載下之輪軸減重率變化圖 (曲率半徑 3,500 m)

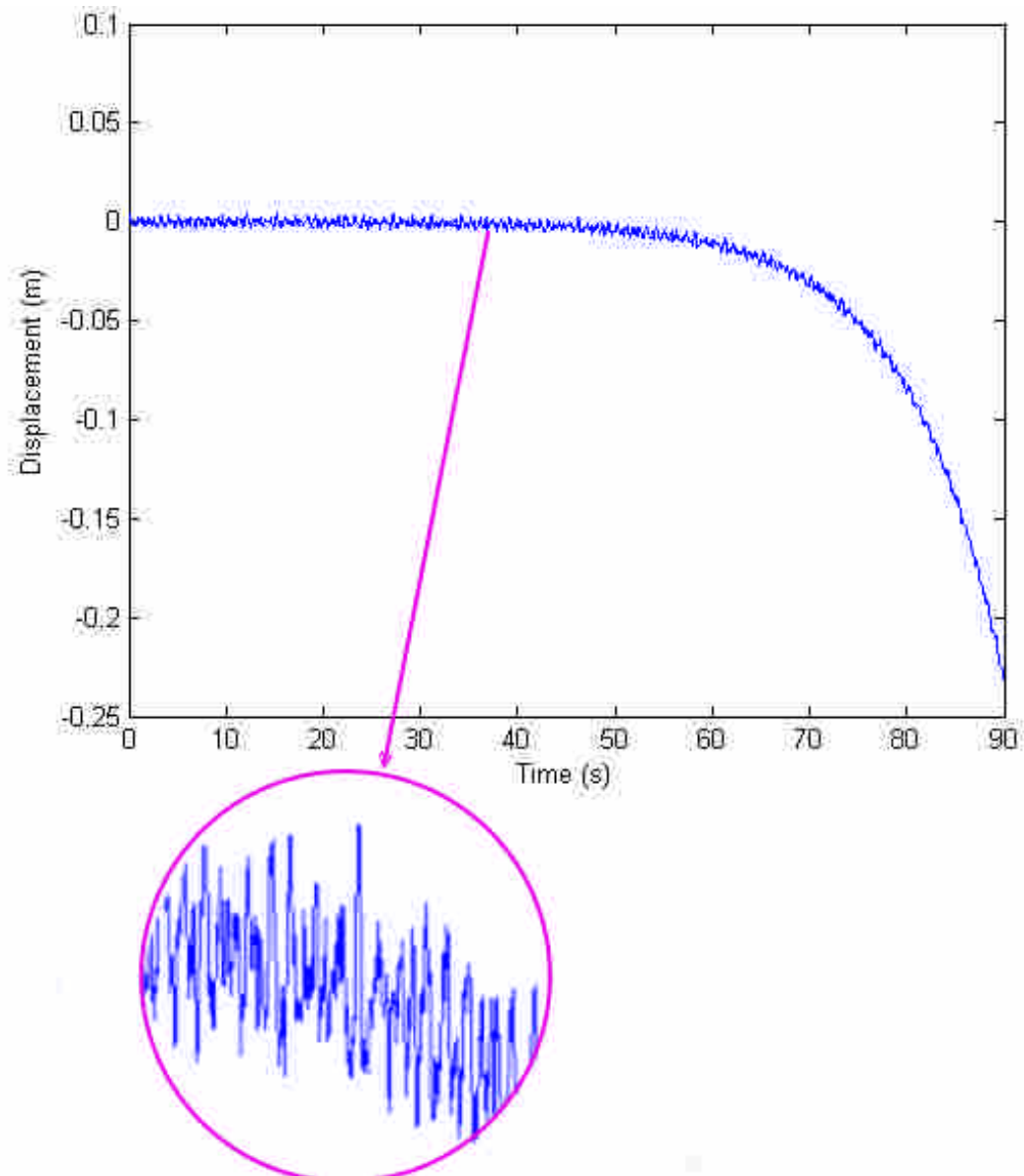


圖 6-19 彎軌無承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑 1,500 m)

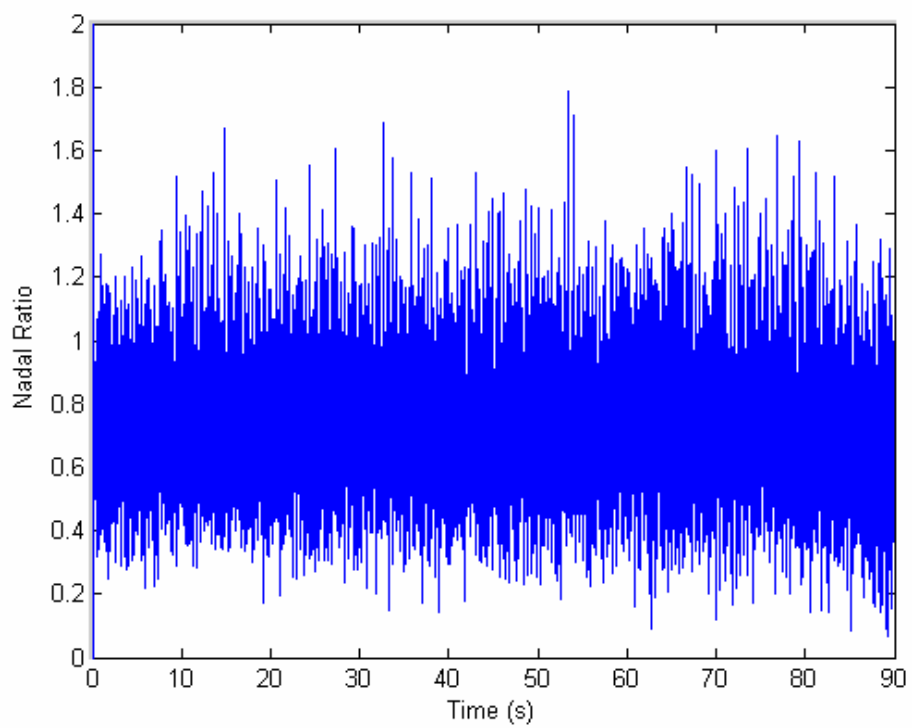


圖 6-20 彎軌無承載下之 Nadal ratio 變化圖 (曲率半徑 1,500 m)

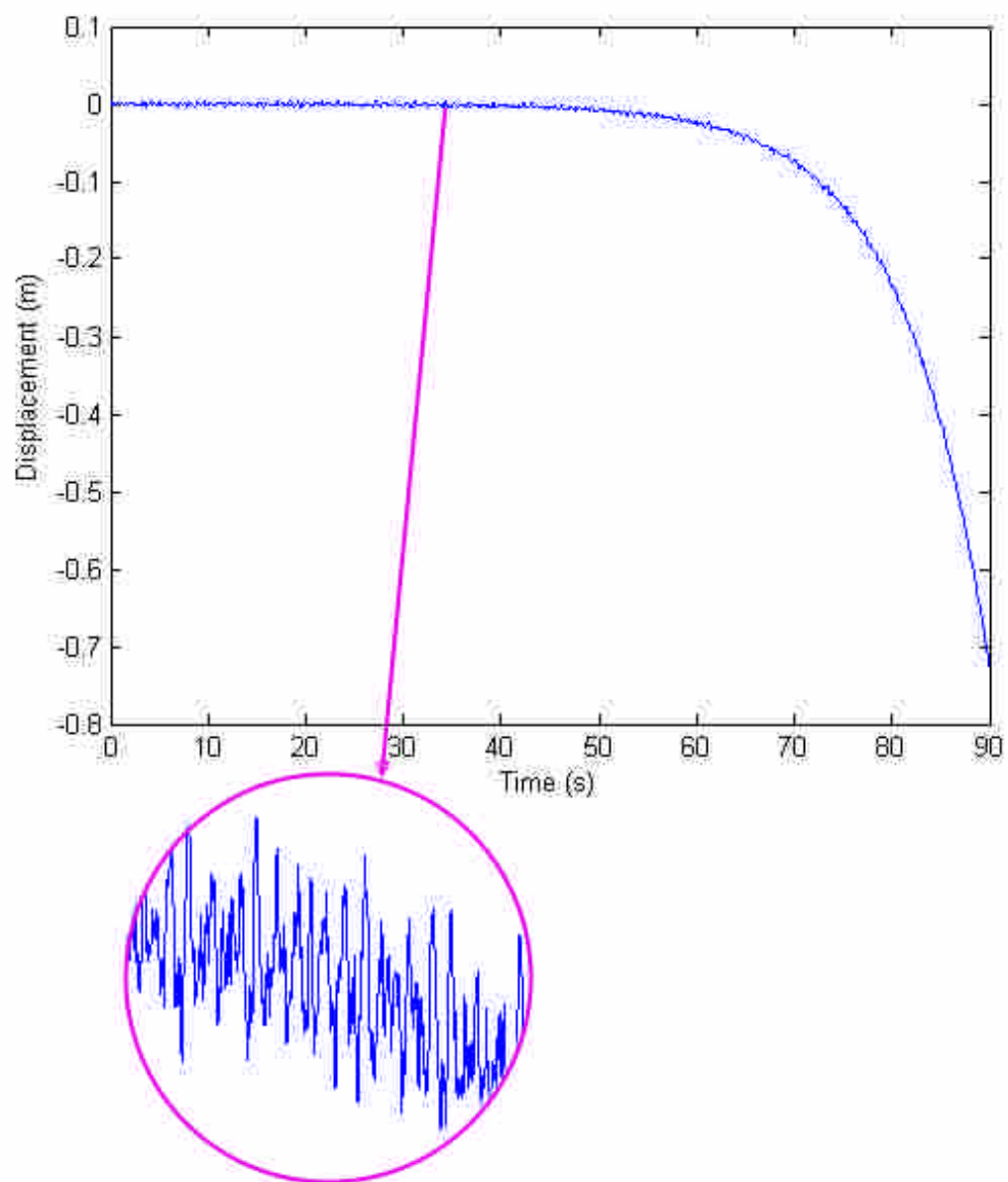


圖 6-21 彎軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑 1,500 m)

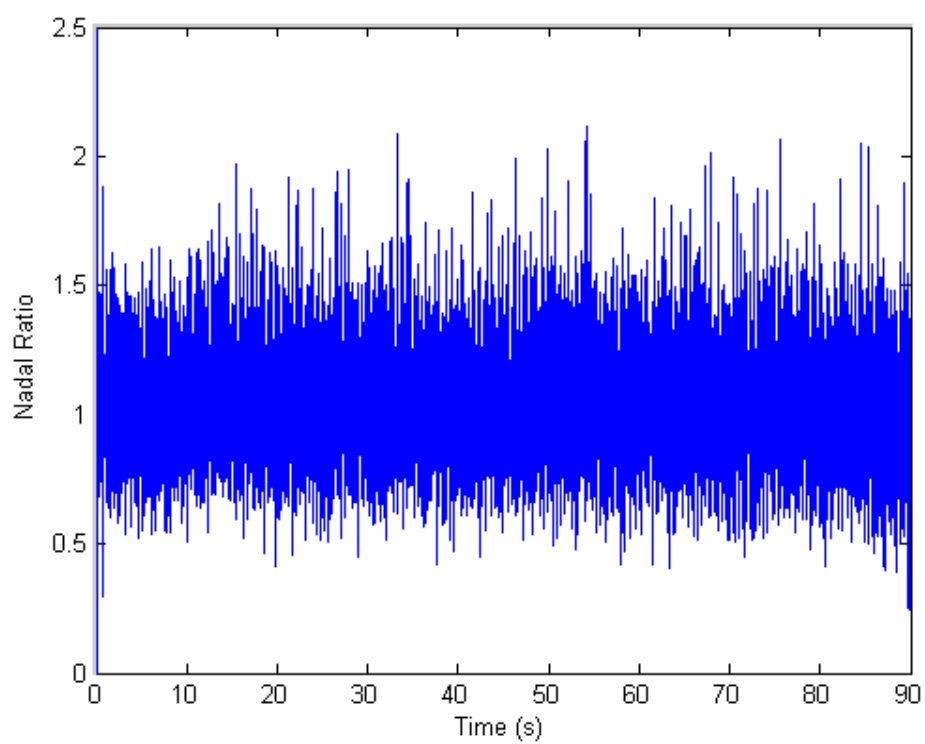


圖 6-22 彎軌高承載下之 Nadal ratio 變化圖 (曲率半徑 1,500 m)

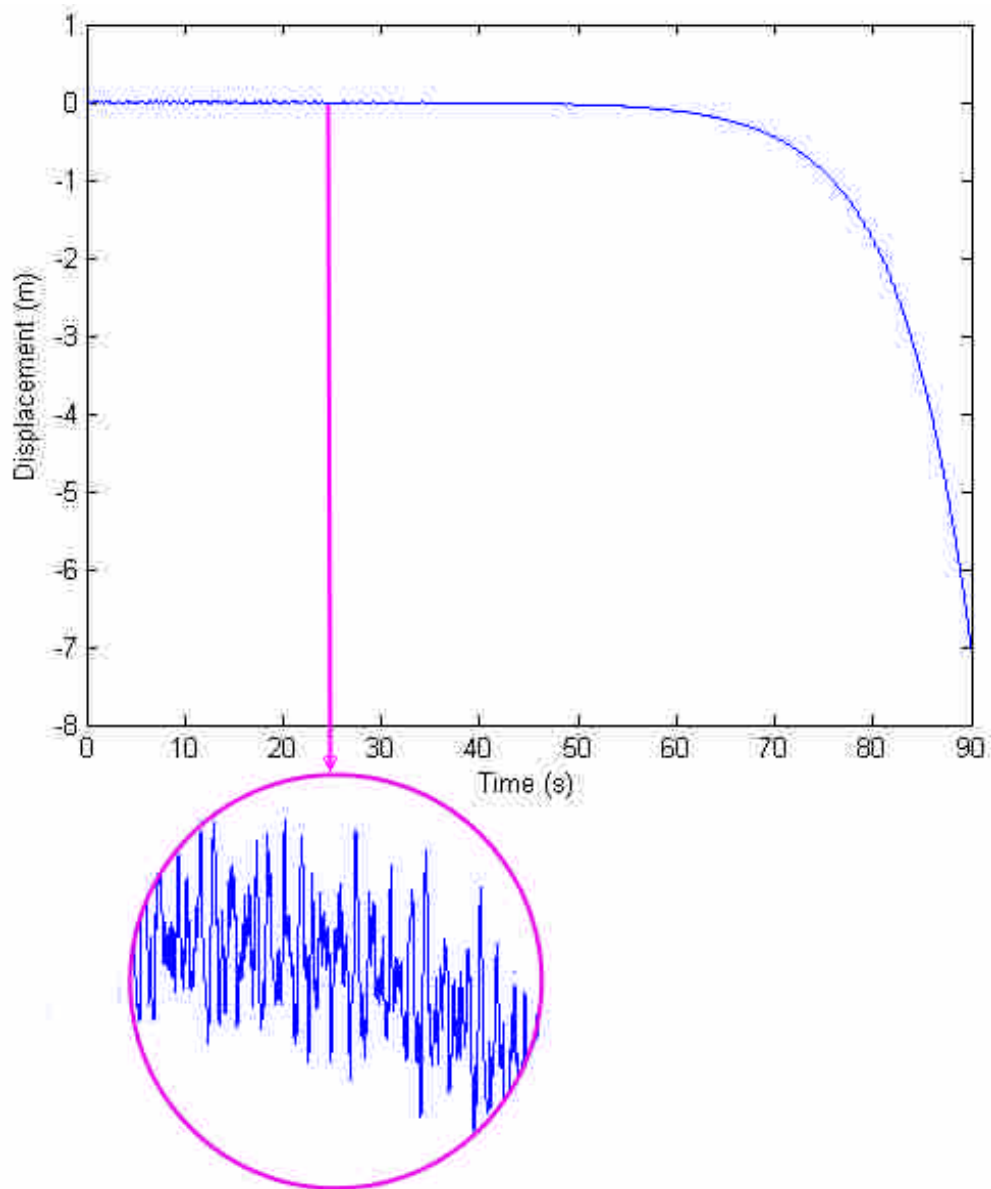


圖 6-23 彎軌無承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑 200 m)

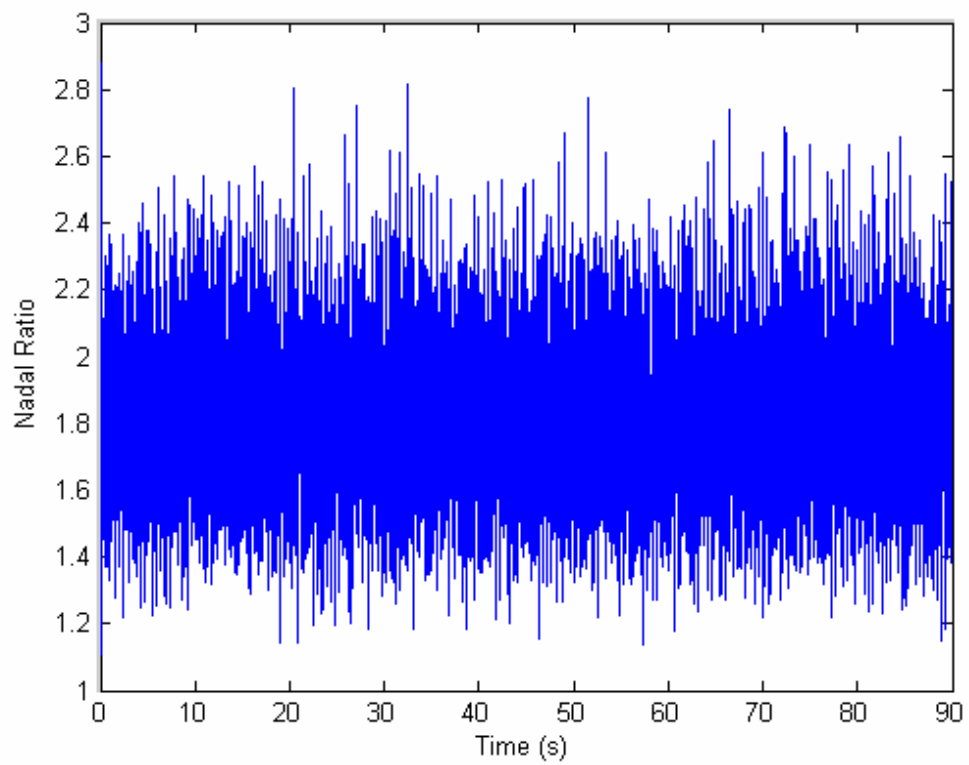


圖 6-24 彎軌無承載下之 Nadal ratio 變化圖 (曲率半徑 200 m)

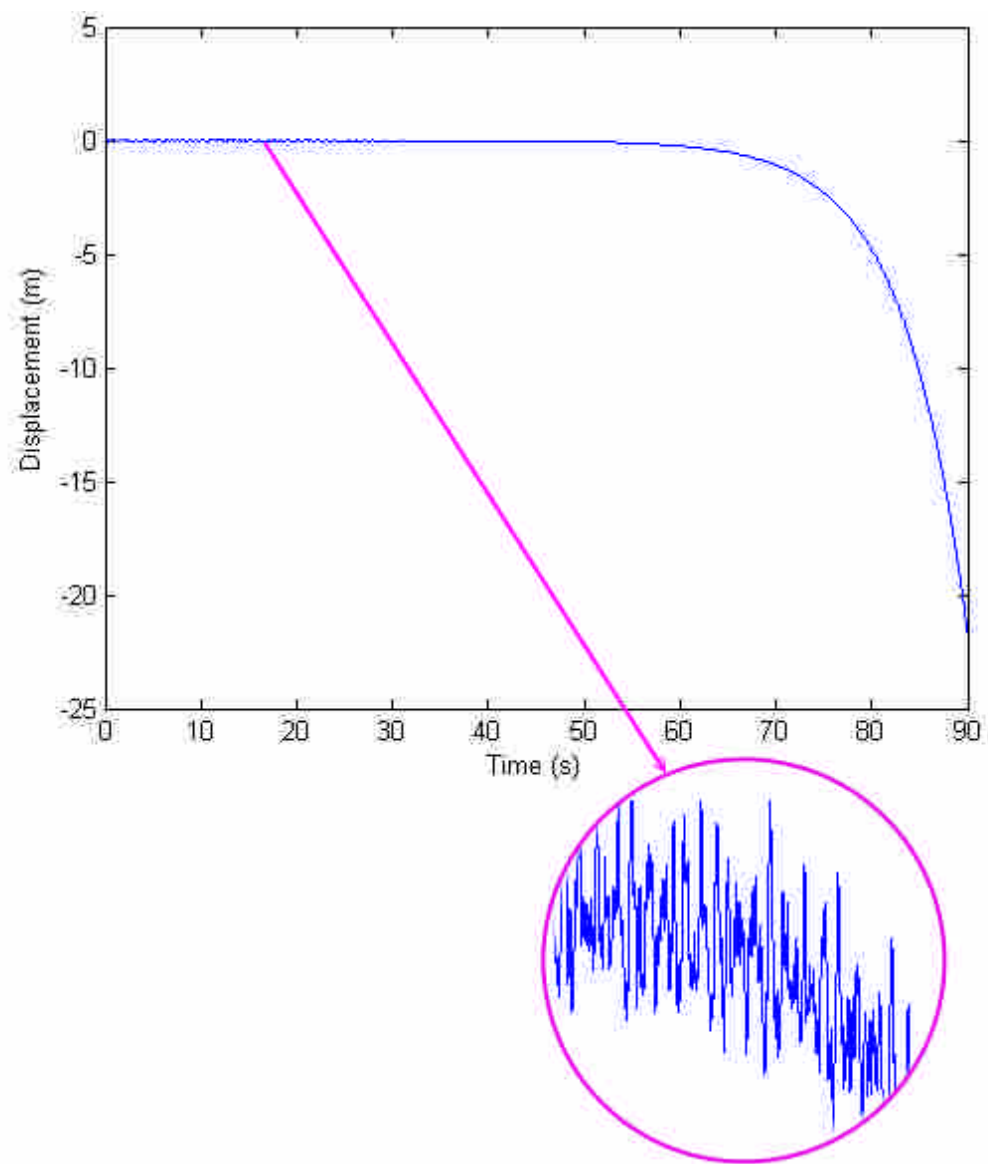


圖 6-25 彎軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (曲率半徑 200 m)

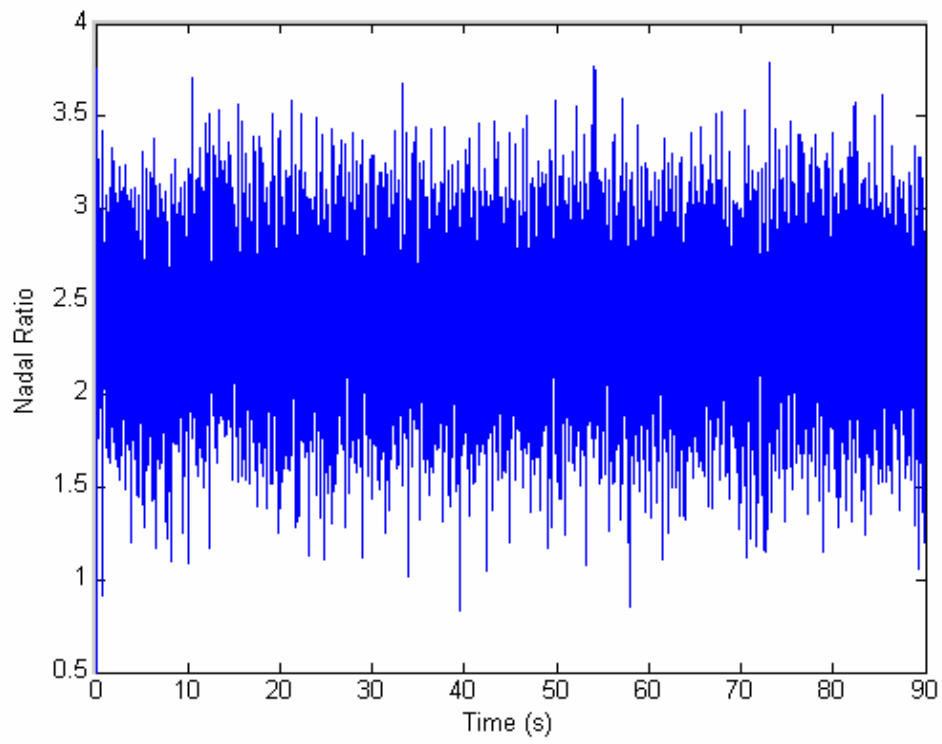


圖 6-26 彎軌高承載下之 Nadal ratio 變化圖 (曲率半徑 200 m)

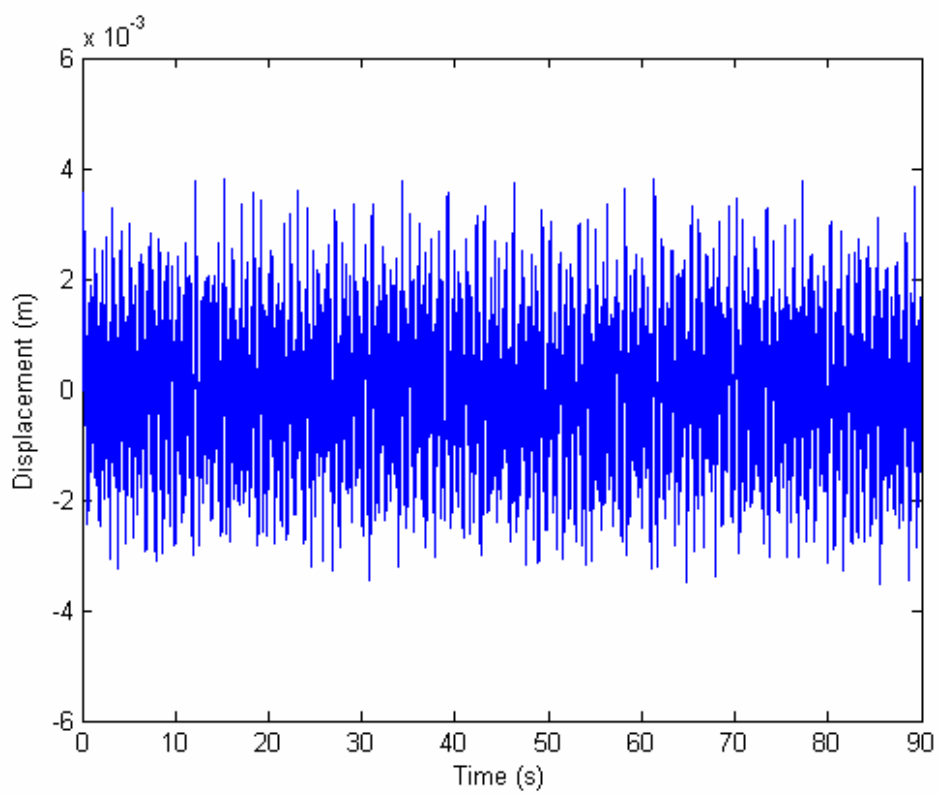


圖 6-27 直軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (class 3)

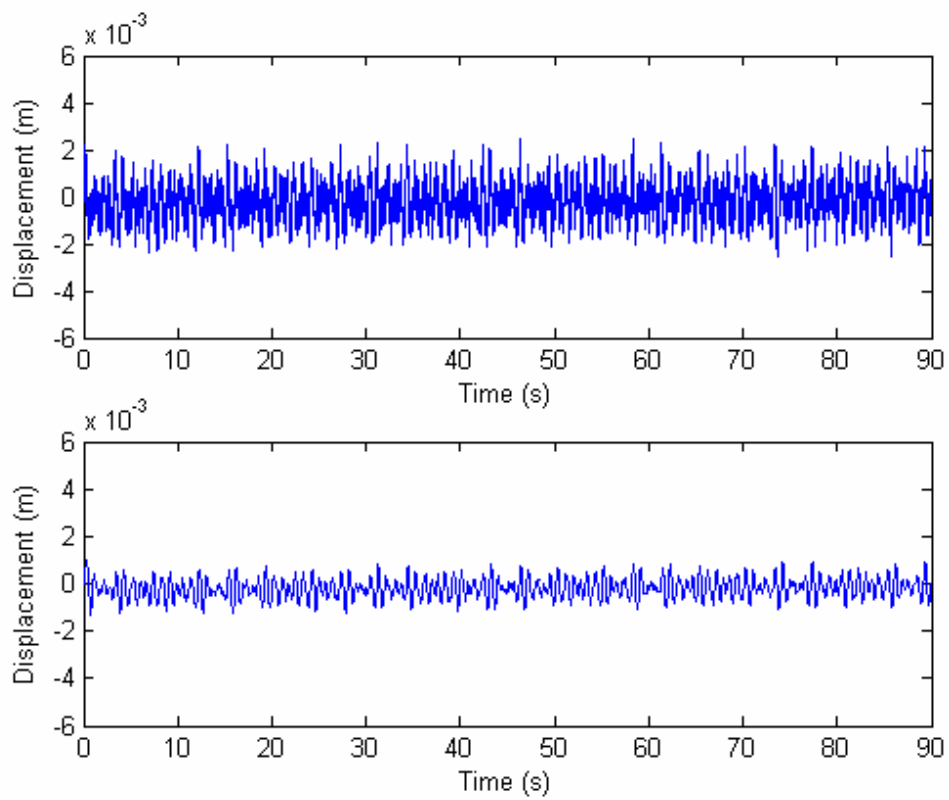


圖 6-28 直軌高承載下轉向架、車身之橫向位移關係圖 (class 3)

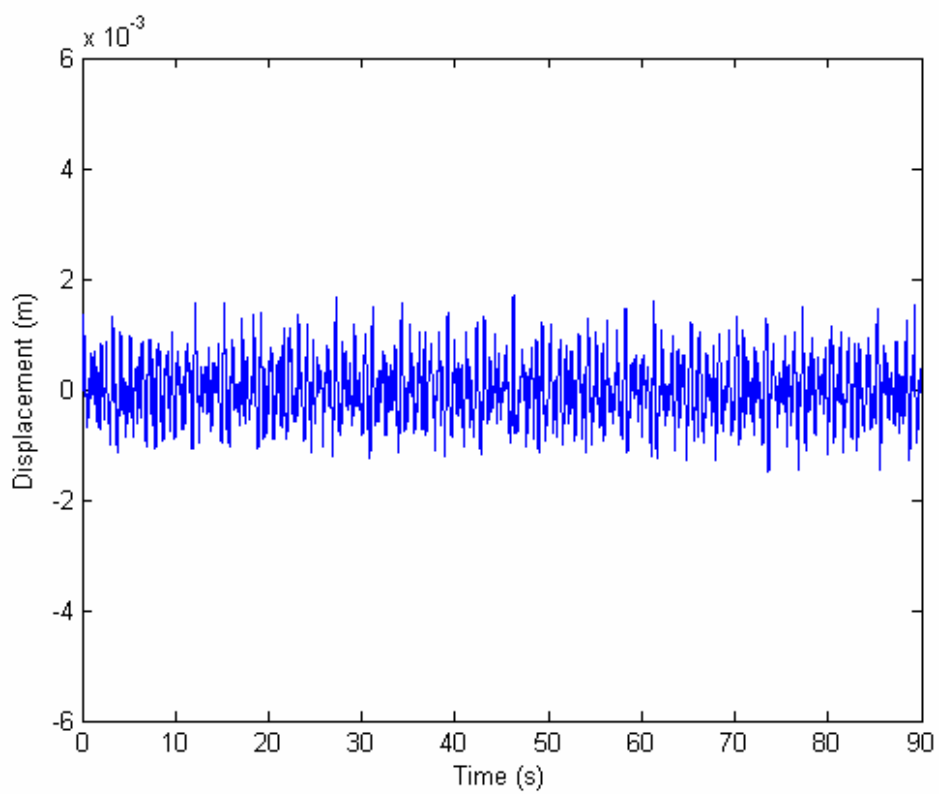


圖 6-29 直軌高承載下第一輪軸組之垂向位移關係圖 (class 3)

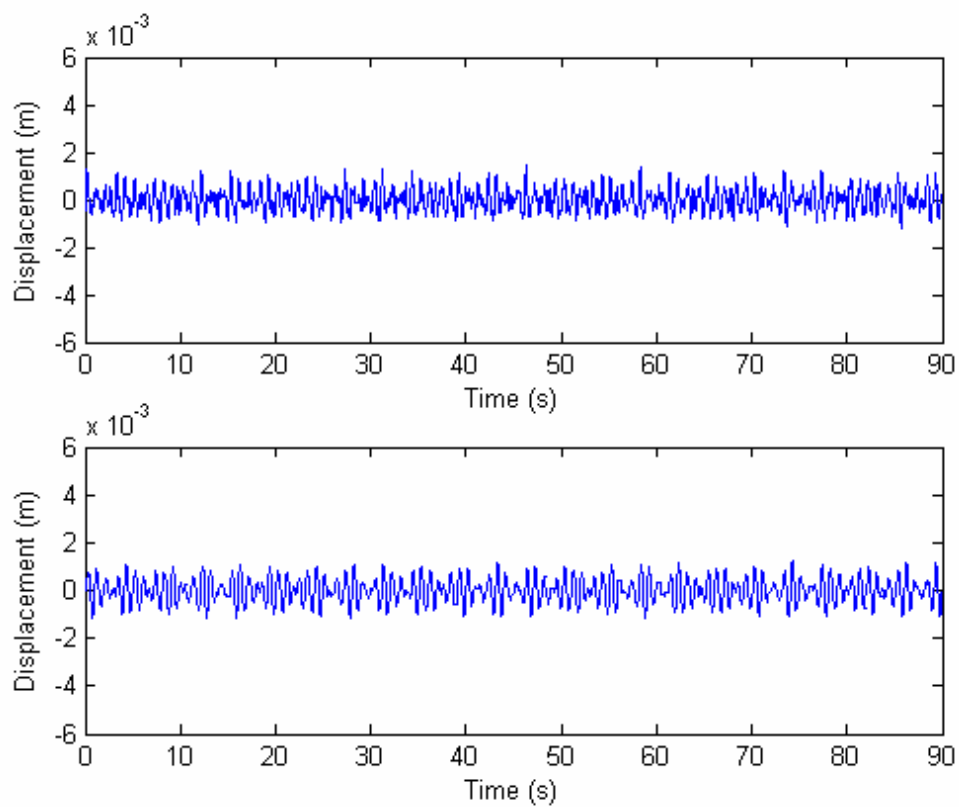


圖 6-30 直軌高承載下轉向架、車身之垂向位移關係圖 (class 3)

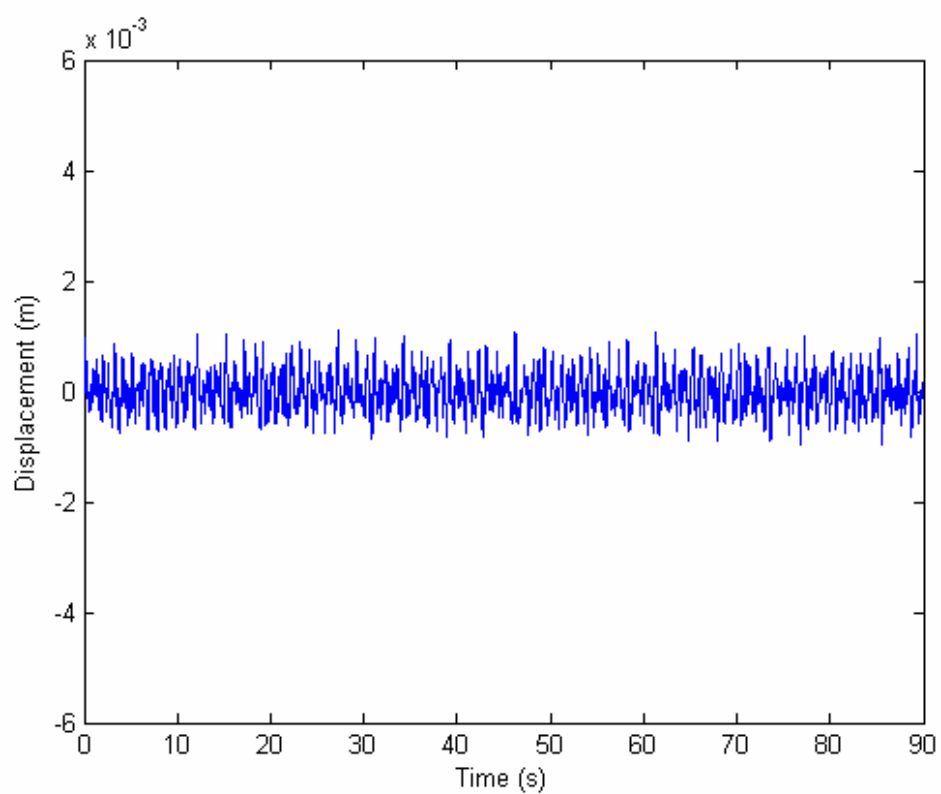


圖 6-31 直軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (class 6)

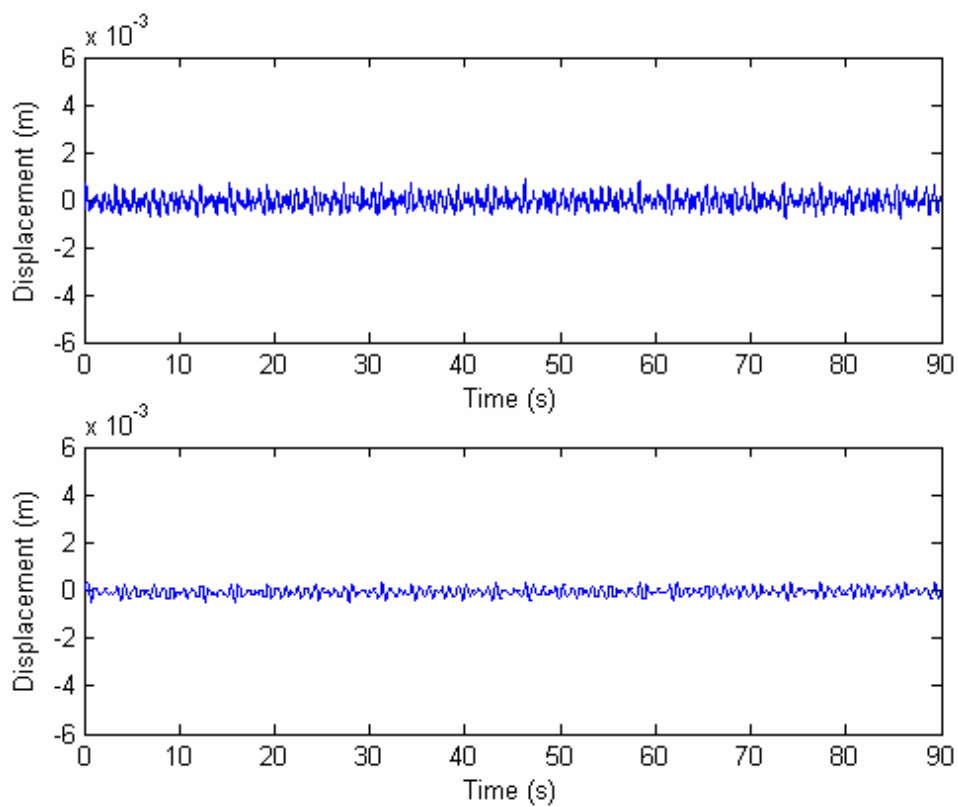


圖 6-32 直軌高承載下轉向架、車身之橫向位移關係圖 (class 6)

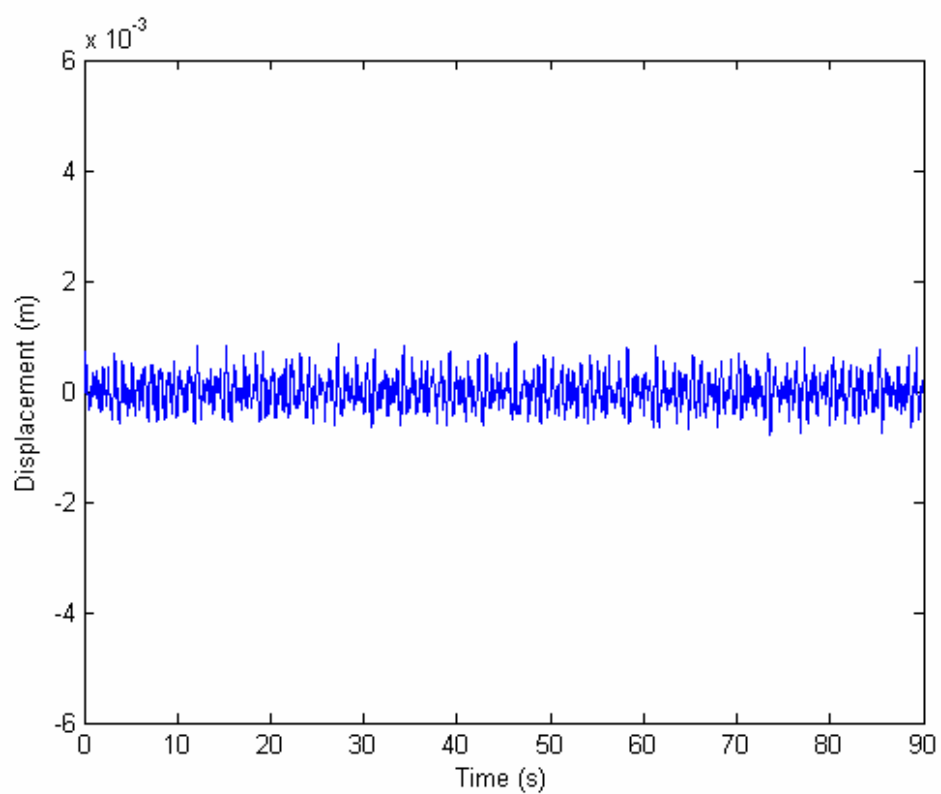


圖 6-33 直軌高承載下第一輪軸組之垂向位移關係圖 (class 6)

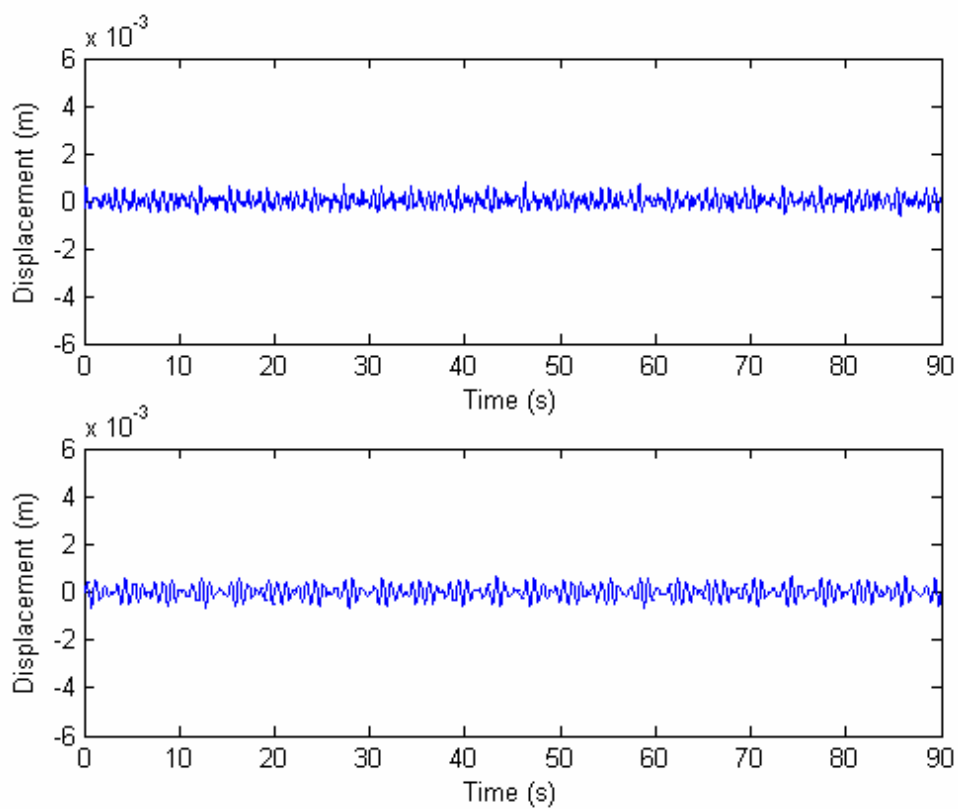


圖 6-34 直軌高承載下轉向架、車身之垂向位移關係圖 (class 6)

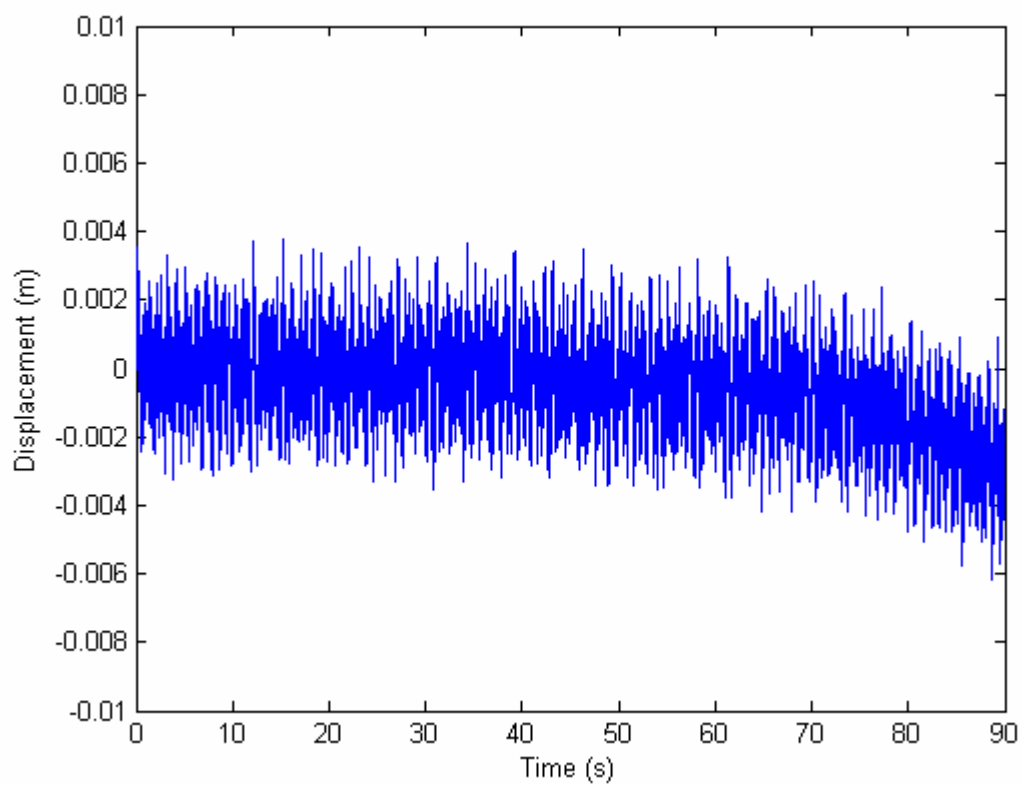


圖 6-35 彎軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (class 3，曲率半徑 3,500 m)

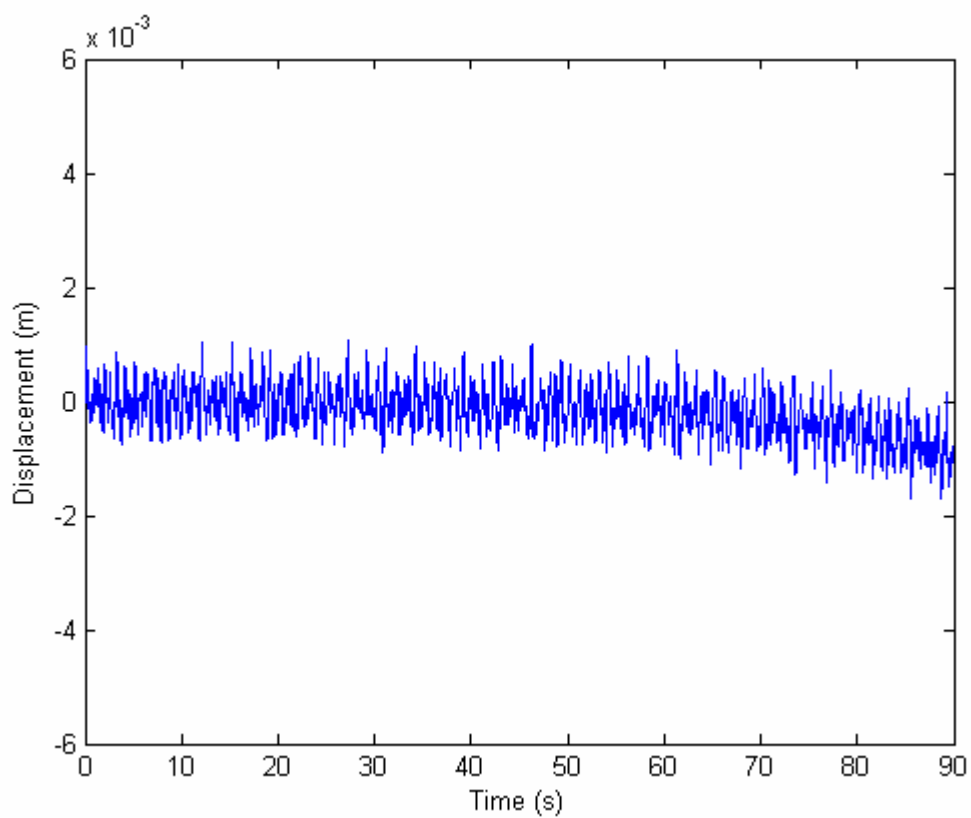


圖 6-36 彎軌高承載下第一輪軸組之橫向位移關係圖 (class 6，曲率半徑 3,500 m)

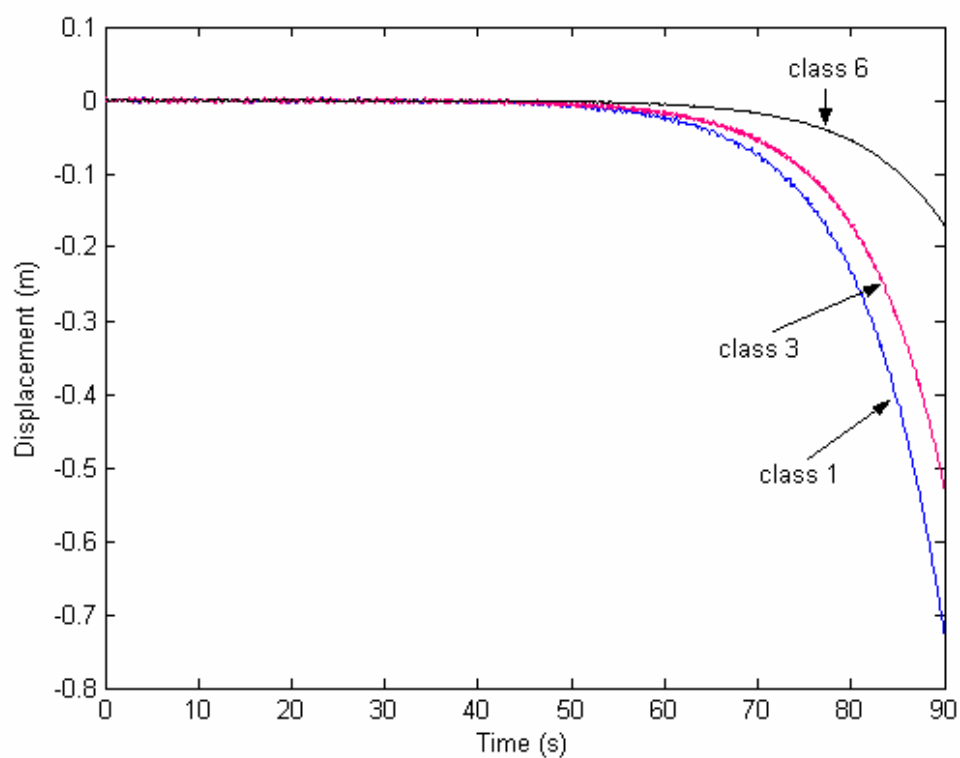


圖 6-37 彎軌高承載下不同軌道等級之輪軸組橫向位移關係圖 (曲率半徑 1,500 m)

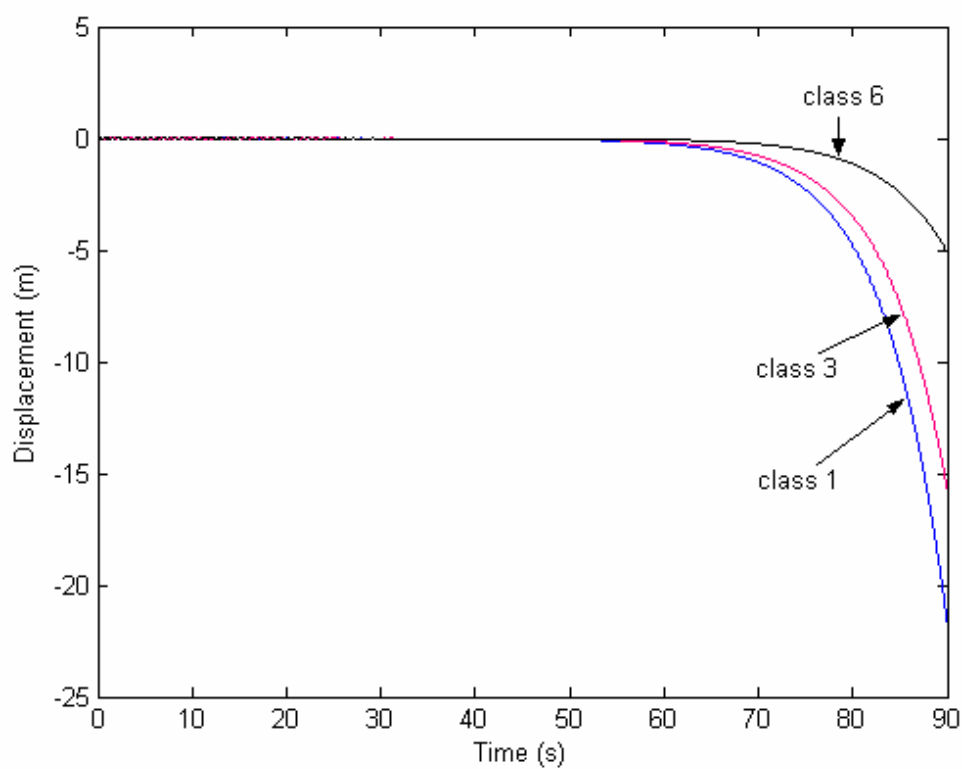


圖 6-38 彎軌高承載下不同軌道等級之輪軸組橫向位移關係圖 (曲率半徑 200 m)

第七章 軌道車輛遇地震時之模擬探討

7-1 自由度的改變

本章模擬捷運軌道車輛於直軌正常行駛下，遭遇地震時的動態響應，為了省去繁雜惱人的式子與龐大的計算，在此我們試著改採用半車體的模型來作為模擬對象，半車體的模型主要包括第一和第二輪軸組、前轉向架和前半車體，因此自由度會從原本的 28 個自由度縮減為 16 個自由度。我們模擬出此半車體模型的轉向架橫向加速度如圖 7-1 所示，和圖 4-18 的實測結果對照後，可發現模擬的結果也同樣地只比實測的結果稍小一些，這是因為實際的軌道狀況很難跟模擬時的軌道狀況一模一樣所致，因此，在此所用的半車體模型，和全車體模型同樣具有相當的可信度。

7-2 地震輸入

軌道列車於行駛時，遇到地震的動態特性與安全評估，在國內外的研究仍相當缺乏。軌道車輛和鋼軌間的作用力非常複雜，可分成縱向、橫向和垂向三個方向的分量，其中又以橫向及垂向的作用力最為重要，垂向力會造成軌道的垂直位移、疲勞破壞，橫向力則會造成軌道的橫向位移，軌道扣件疲勞等等，因此本章模擬軌道車輛行駛於平面直軌段時，遭遇地震所呈現的各種動態響應，並且評估出軌的可能性，以作為軌道列車行駛時突遇四級地震，而是否停駛之依據參考。

台北捷運局並沒有如日本新幹線般有一套精準的地震預警系統，因此只能保守的訂定震度 4 級為停車標準，在震度四級的地表加速度介於 25 gal ~ 80gal (1 gal = 1 cm/sec²) 之間，而停車的標準即為 25 gal，表 7-1 為世界各國的震度分級表 [37,38]，本研究模擬時，地震輸入是採用 1999 年的台灣 921 集集大地震數據，由於台北捷運局的停車標準為四級地震，因此選擇地表加速度的最大絕對值 80 gal 附近的數據，以探討四級地震的影響，而測站位置選用於台北市北投區的文林國小測站(TAP005)的地表加速度數據作為探討四級地震的輸入。

台北捷運局的軌道車輛平均各站的行駛時間為一分多鐘左右，故地震儀取第 20 秒到第 100 秒所量測到地表加速度較顯著的一段時間作為輸入依據，中央氣象局所設的地震儀是每 0.005 秒擷取一個點，所得的橫向與垂向地表加速度如圖 7-2、圖 7-3 所示，積分兩次後分別可得到橫向和垂向地表位移，如圖 7-4、圖 7-5 所示，其所代表的速度和位移變數如表 7-2，各變數分別乘上軌道的勁度係數與阻尼係數，即為地震輸入，在模擬時只要將此地震輸入與 3.1 節討論過的軌道不整輸入的式子相加，即可模擬出軌道車輛行駛時遇地震的各種動態響應，其關係式如下：

$$1. F_{ey1} = 2K_{ry}(y_{e1} - y_{w1}) + 2C_{ry}(\dot{y}_{e1} - \dot{y}_{w1}) = F_{ey2} \quad (7-1)$$

$$2. F_{ez1} = 2K_{rz}(z_e - z_{w1}) + 2C_{rz}(\dot{z}_e - \dot{z}_{w1}) = F_{ez2} \quad (7-2)$$

式子中， K_{ry} 、 K_{rz} 、 C_{ry} 、 C_{rz} 為軌道的勁度係數和阻尼係數，而勁度係數乘上的相對位移，為輪軸組質心的位移，相對於地表的位移；阻尼係數乘上的相對速度，則為輪軸組質心的速度，相對於地表的的速度。

7-3 遇地震時之直軌動態分析與安全評估

本節對軌道車輛的模擬分析，在輸入項除了軌道不平整外，另還有橫向及垂向的地震輸入。在速度 80 km/h 行駛狀態下，模擬軌道列車遭遇四級地震時的動態行為，選取地震影響較為顯著的第 20 秒到第 100 秒的數據，模擬時間同樣取此段時間，模擬出的輪軸組橫向及垂向位移變化圖，如圖 7-6、圖 7-7 所示，比較圖 7-4 與圖 7-6，還有圖 7-5 與圖 7-7，可看出地震的影響幾乎完全蓋過了軌道不平整的影響，另外藉由圖中的極值比較可看出，地震對輪軸組所產生的位移影響，在橫向方面相對於地表約有 20 mm 的位移，而在垂向上則約有 10 mm 的相對位移，皆超過了 6 mm 的輪緣極限值，因此軌道列車以 80 km/h 行駛於直軌段，突遇四級地震時，會有輪緣接觸的情況產生；而在安全評估方面，模擬 Nadal ratio 與輪軸減重率的關係圖，如圖 7-8、圖 7-9 所示，由此兩圖可看出，其最大值皆還在安全範圍內，因此軌道列車行駛於平面直軌段時遭遇到四級地震，雖有輪緣接觸的情況產生，但仍是安全的。

接下來探討只有橫向地表位移輸入時，對軌道列車有何影響，在行駛條件不變下，其模擬出的輪軸組位移變化如圖 7-10、圖 7-11 所示，比較圖 7-10 和圖 7-6 可看出，兩圖所呈現的波形幾乎相同，但圖 7-10 的極值稍小一些。再繼續探討只有垂向地表位移的輸入時，軌道列車的輪軸組位移變化，模擬出的結果如圖 7-12、圖 7-13 所示，比較圖 7-13 與圖 7-7 一樣可看出，其波形也幾乎相同，唯獨圖 7-13 的極值也變小了一些。

從以上的模擬結果可知，橫向與垂向的地震同時輸入，相較於只有橫向地震或垂向地震輸入時，列車的輪軸組在位移歷程上只有 5% 的加成效果而已，但無論是橫向地震或垂向地震，或是橫向加垂向的地震下，在震度四級的時候，輪軸組的安全指標皆未超過標準值，因此，軌道車輛在直軌段正常行駛下，突遇四級地震時，應是安全不會出軌的。

表 7-1 世界各國震度分級表[37]

震度	名稱	震動程度	本國現用震度階(gal)	1949 年日本氣象廳震度階(gal)	1964 年 M.S.K. 震度階(gal)	1956 年新 MERC ALLI 震度階(gal)
0	無感	地震儀有反應，但人無感覺。	0.8 以下	0.8 以下	無感	0.5 以下
1	微震	人靜止時可感到輕微搖晃。	0.8~2.5	0.8~2.5	極輕	0.5~1.0
2	輕震	門窗搖動，大多數人可感覺到。	2.5~8.0	2.5~8.0	弱	1.0~2.1
3	弱震	房屋搖動，門窗發出咯咯聲，幾乎所有人都感覺到並且產生恐懼。	8~25	8~25	大部分人有感	2.1~5.0
					12~25	5.0~10.0
4	中震	房屋、門窗搖動甚烈，不穩物傾倒，部分人會尋求躲避的地方。	25~80	25~80	25~50	10~21
5	強震	大多數人感到恐慌，乘坐車輛者可明顯感覺到；設計不良之建築物牆壁龜裂或傾斜倒塌。	80~250	80~250	50~100	21~44
					100~200	44~94
6	烈震	難以站立，建物、門窗受損變形；乘坐車輛者受嚴重擾亂，路面崩裂， <u>鐵軌彎曲</u> 。	250~400	250~400	200~400	94~202
						202~432
7	劇震	山崩地裂，房屋倒塌；建物基礎遭破壞，路面崩裂， <u>鐵軌嚴重彎曲</u> 。	400 以上	400 以上	400~800	432 以上
					800 以上	

表 7-2 地震輸入之位移與速度變數表

	Lateral Displacement	Lateral Velocity	Vertical Displacement	Vertical Velocity
Front Wheelset	y_{w1}	$\dot{y}_{w1}$	z_{w1}	$\dot{z}_{w1}$
Rear Wheelset	y_{w2}	$\dot{y}_{w2}$	z_{w2}	$\dot{z}_{w2}$
Earthquake Input	y_e	$\dot{y}_e$	z_e	$\dot{z}_e$

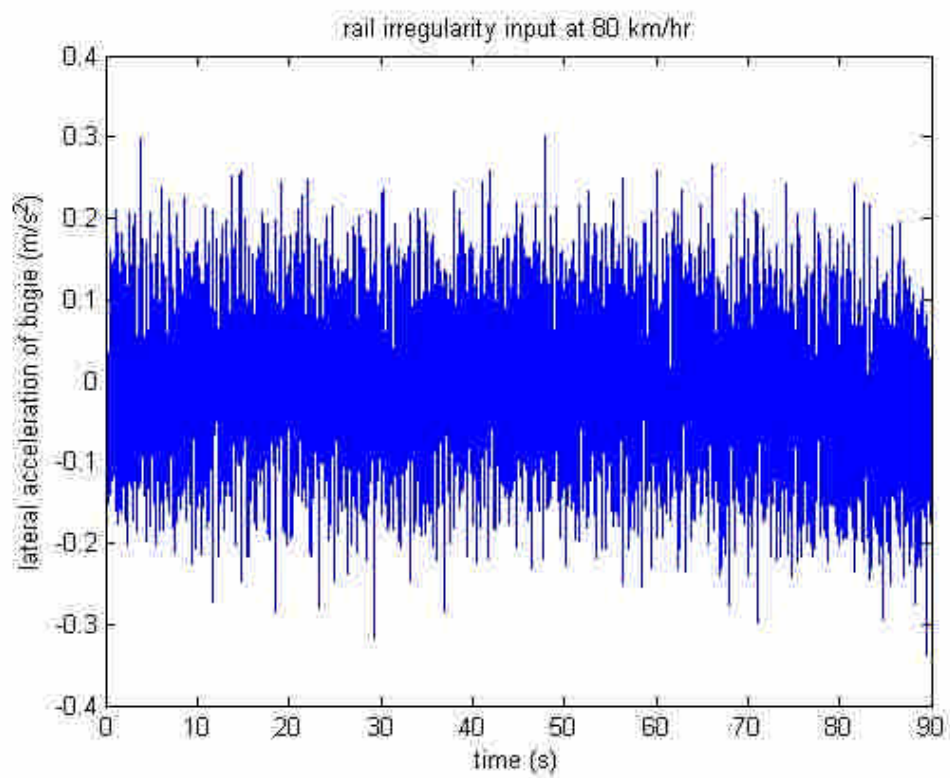


圖 7-1 前半車體的轉向架之橫向加速度關係圖 (車速 80 km/h)

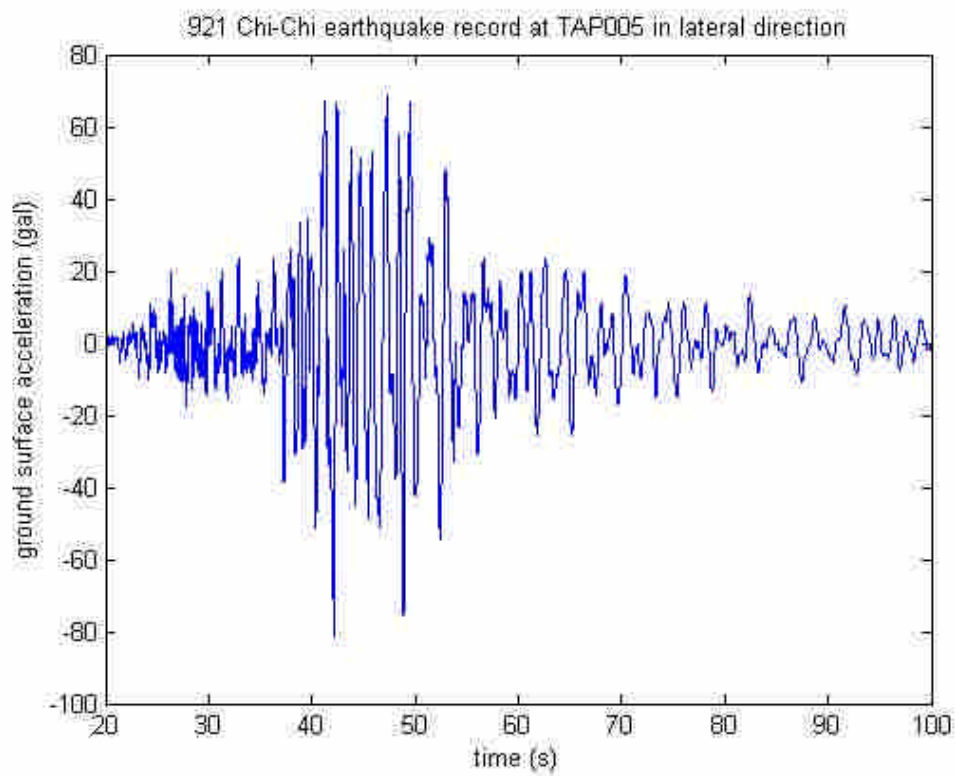


圖 7-2 TAP005 橫向地表加速度歷程

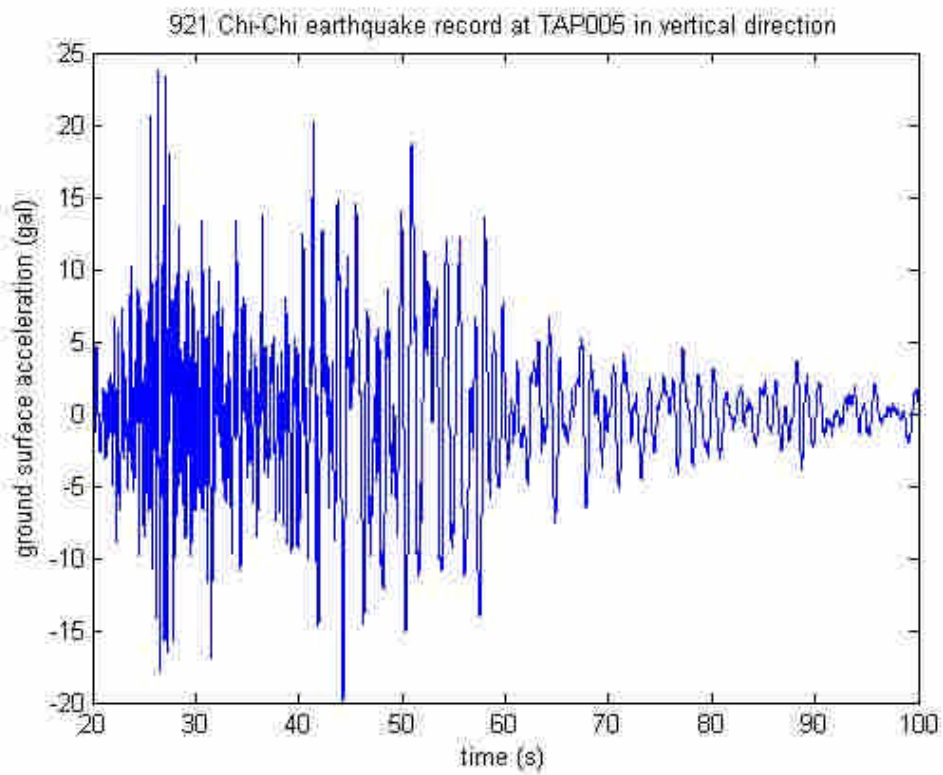


圖 7-3 TAP005 垂向地表加速度歷程

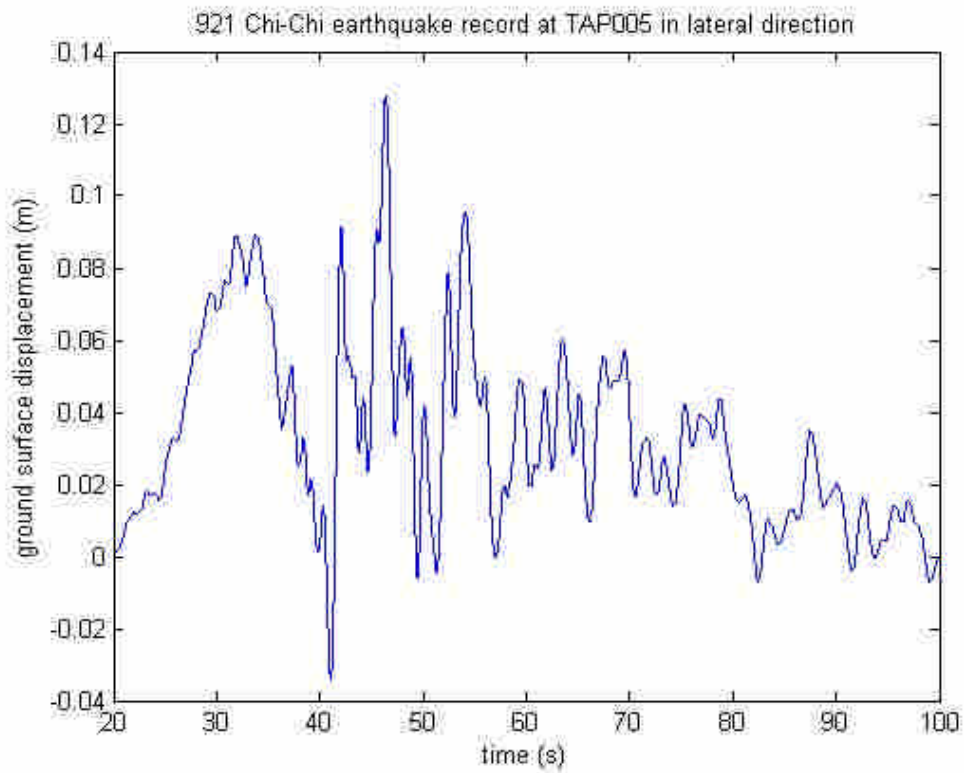


圖 7-4 TAP005 橫向地表位移歷程

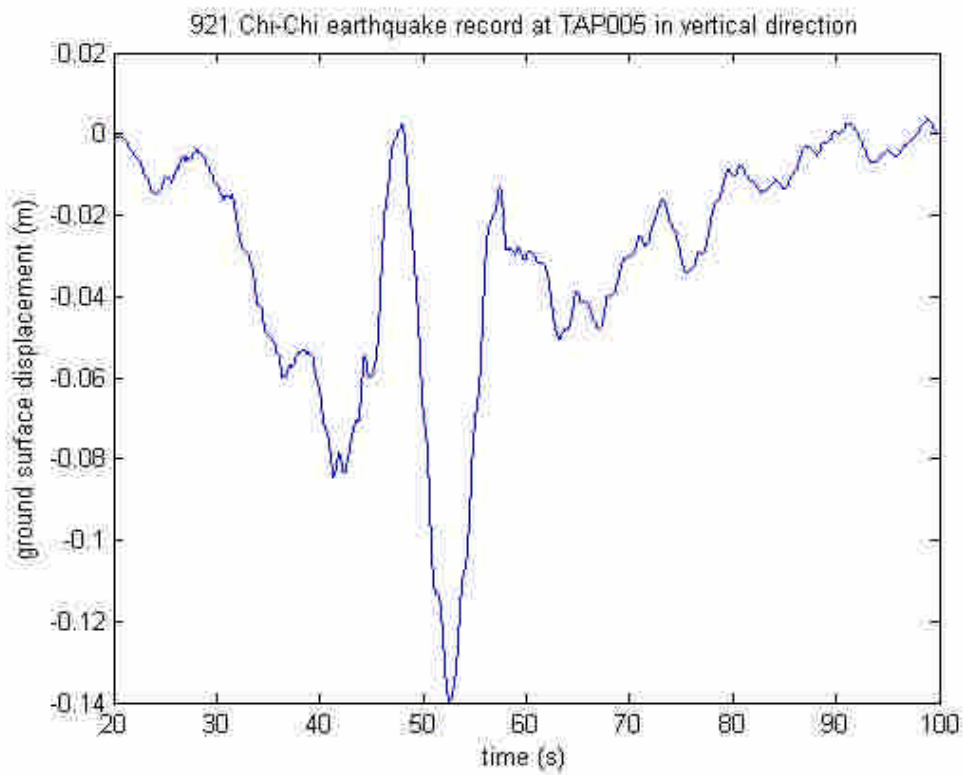


圖 7-5 TAP005 垂向地表位移歷程

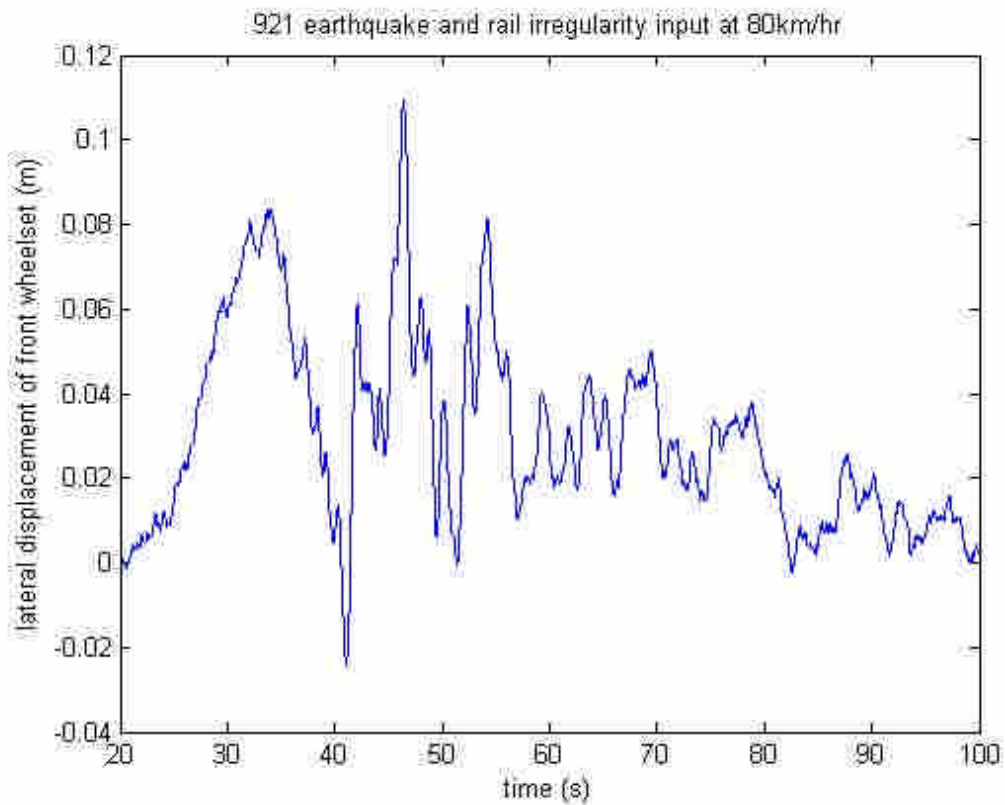


圖7-6 考慮地震與軌道不平整下前輪軸組之橫向位移關係圖 (車速80 km/h)

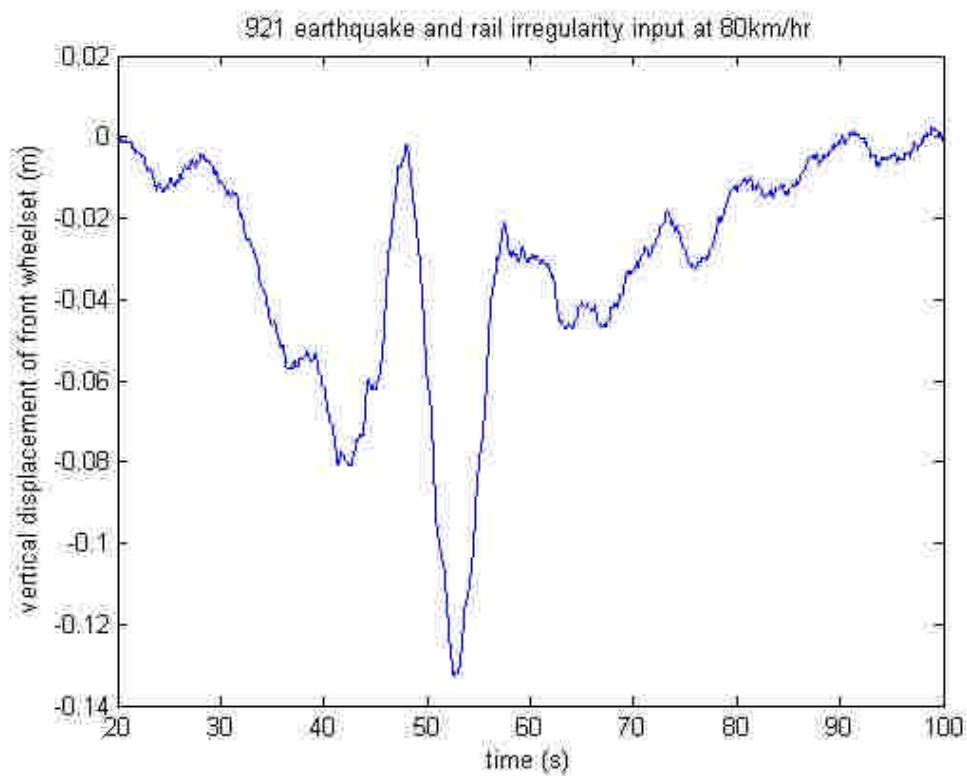


圖 7-7 考慮地震與軌道不平整下前輪軸組之垂向位移關係圖 (車速 80 km/h)

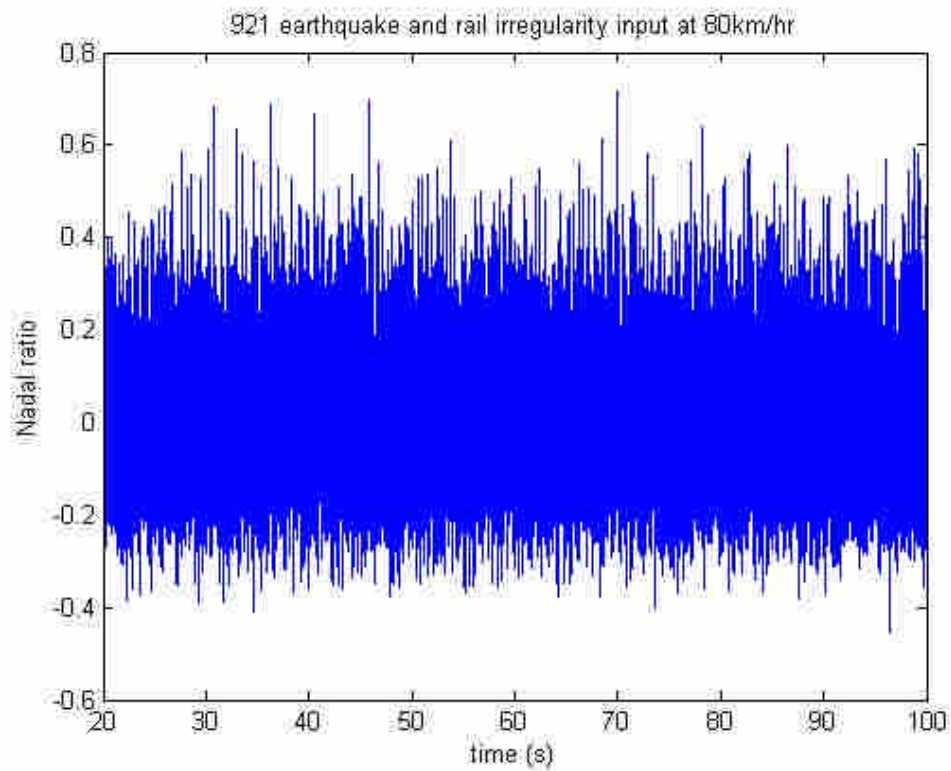


圖7-8 四級地震輸入之Nadal ratio變化圖 (車速80 km/h)

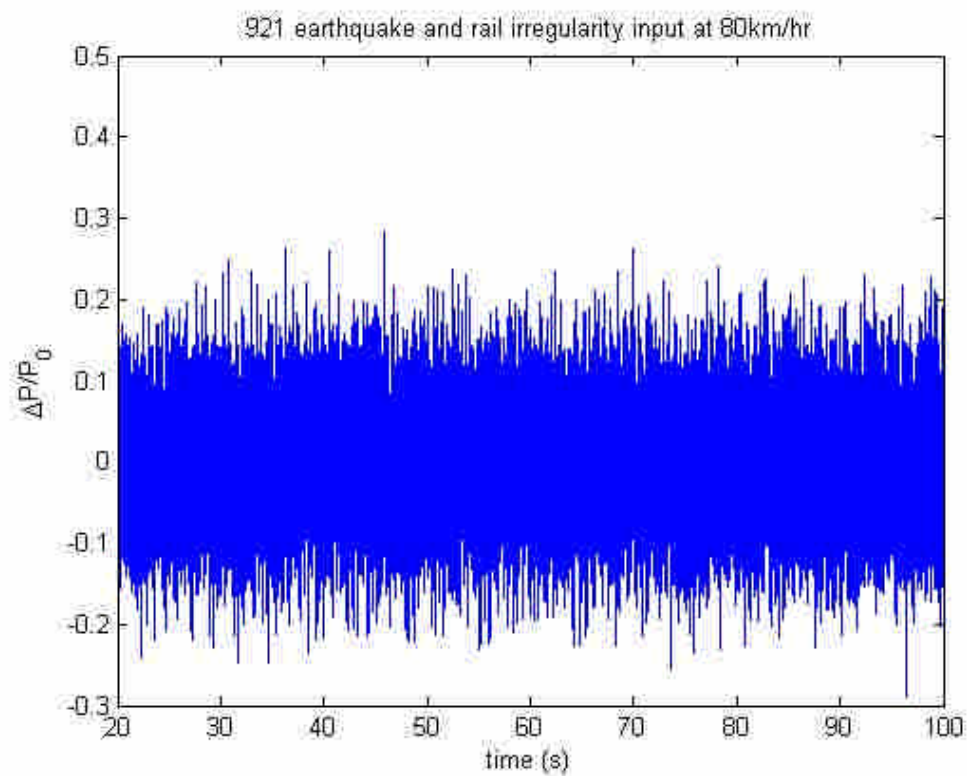


圖 7-9 四級地震輸入之輪軸減重率變化圖 (車速 80 km/h)

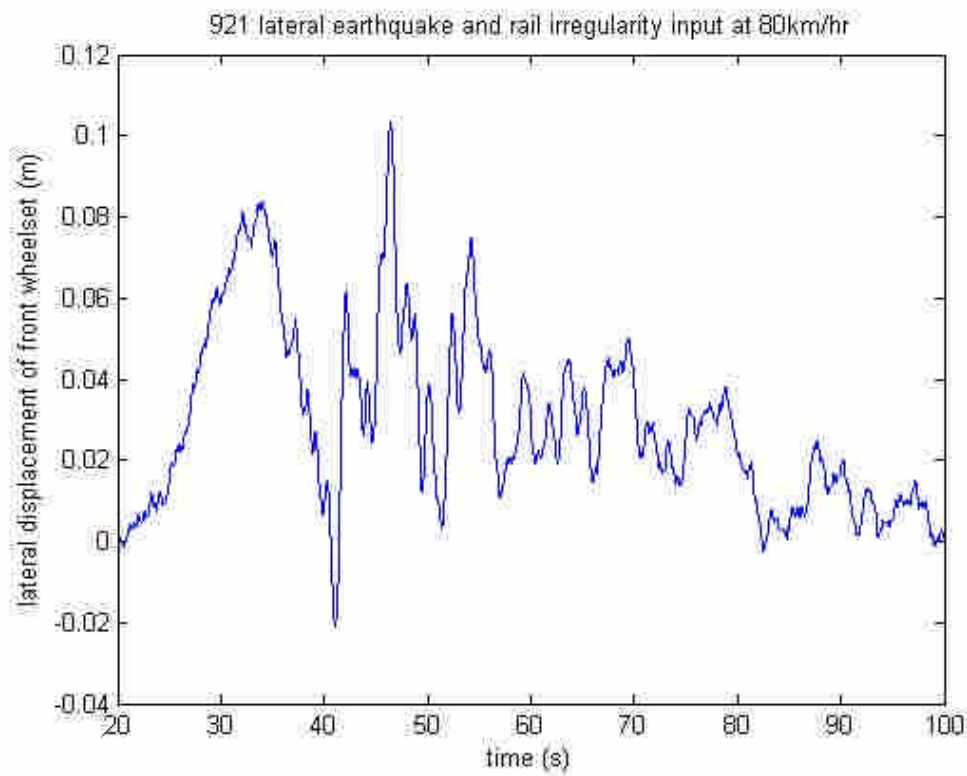


圖7-10 僅考慮橫向地震與軌道不平整下前輪軸組之橫向位移關係圖 (車速80 km/h)

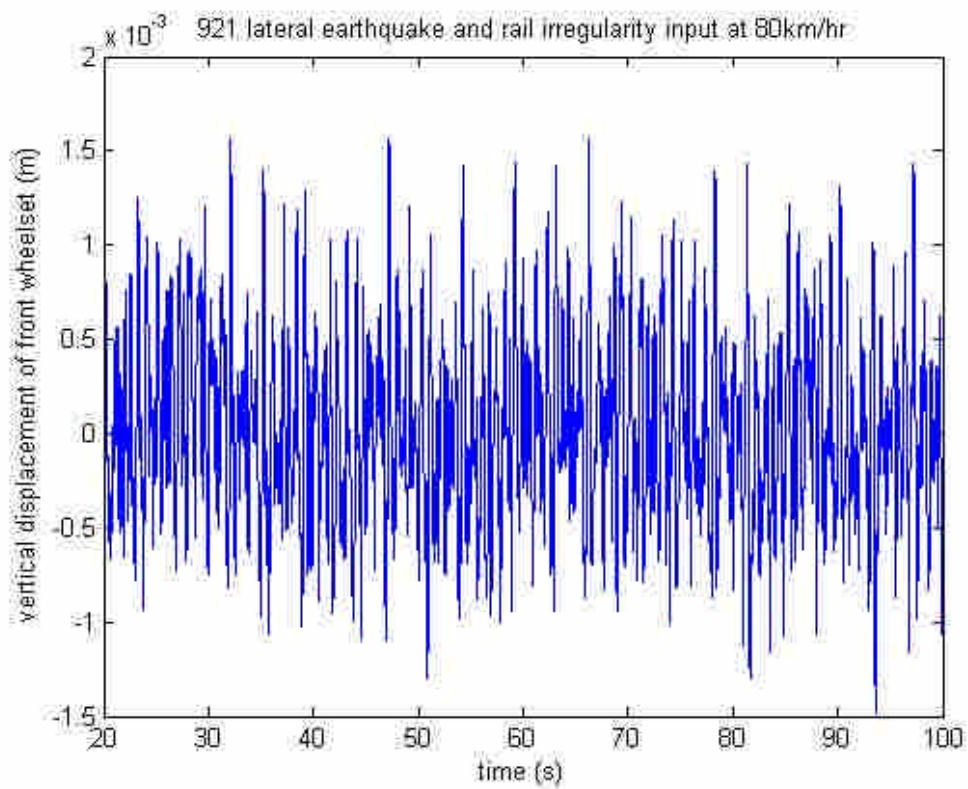


圖7-11 僅考慮橫向地震與軌道不平整下前輪軸組之垂向位移關係圖 (車速80 km/h)

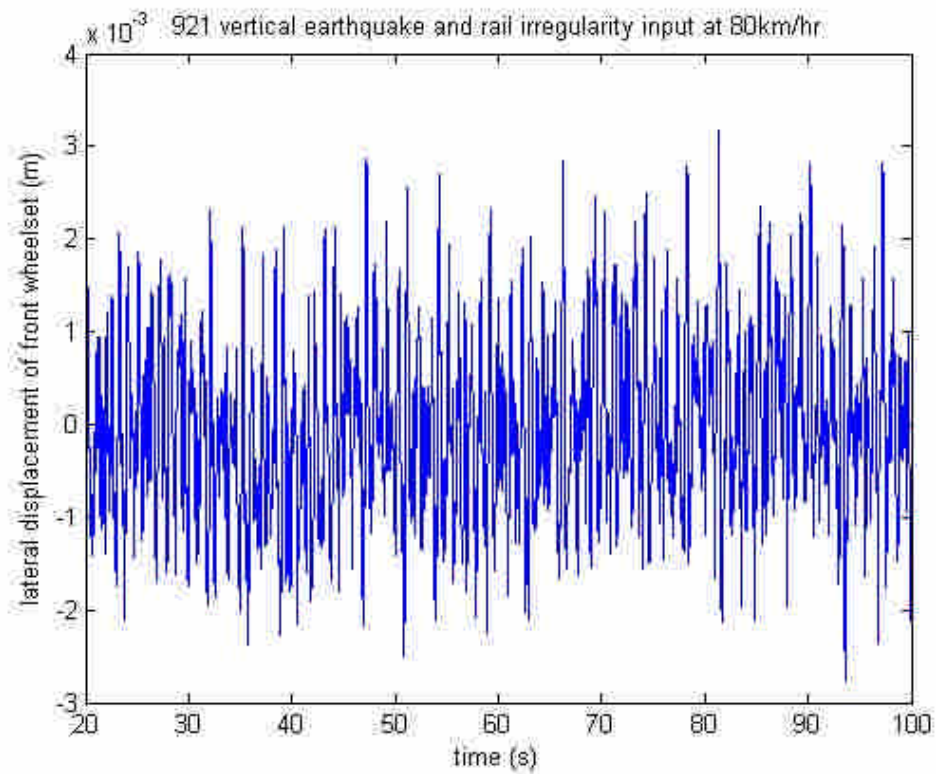


圖7-12 僅考慮垂向地震與軌道不平整下前輪軸組之橫向位移關係圖 (車速80 km/h)

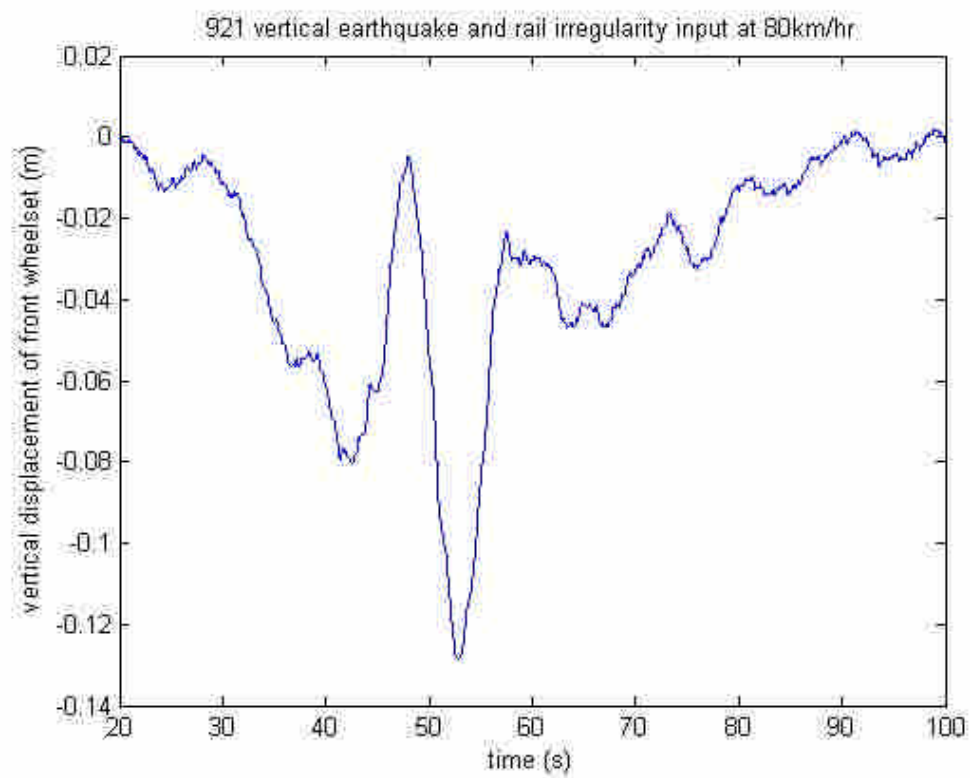


圖7-13 僅考慮垂向地震與軌道不平整下前輪軸組之垂向位移關係圖 (車速80 km/h)

第八章 結論

8-1 結論

本研究提出全車體和半車體的捷運軌道車輛動態分析模型，經由實車測試結果比對後，證實我們所提出的兩種車輛模型都具有相當的可信度，本研究依據該兩種模型模擬出捷運軌道列車在各種不同情況下的動態響應，經整理，我們有以下幾點重要結論：

1. 本研究提出的捷運軌道車輛模型，在直軌段的穩定度分析中，我們發現在第一級的軌道狀況下，列車的臨界時速為145 km/h，當速度大於此值時，輪軸組的橫向位移就會超出規定的極限值6 mm，亦即有輪緣接觸的情況發生，且轉向架的橫向加速度也開始產生不穩定的現象；而當軌道不平整的等級由最差的第一級變為最佳的第六級時，列車的臨界時速則會增加至150 km/h，當速度大於此值時，轉向架的橫向加速度也會開始產生不穩定現象，不過此加速度大小隨時間的增加幅度比第一級軌道不平整時為小。
2. 列車的懸吊系統設計對它們本身的橫向位移值(stroke)與作用力有極大的影響，當橫向懸吊系統勁度係數增加時，該懸吊系統的橫向位移值會減小，但作用力會增加；而當垂向懸吊系統勁度係數增加時，懸吊系統的作用力也會增加，且其壓縮時所產生的作用力比拉伸時大，這是因為在垂直方向上，除懸吊系統外，還有轉向架與車身的重量需要考慮。
3. 鋼輪磨平、行車速度、不同負重、軌道等級等皆是影響軌道車輛動態響應的重要因素，一般而言，愈嚴重的鋼輪磨平對鋼輪所造成的衝擊力愈大，且衝擊力也隨列車行車速度的增加而增大；而較大負重的列車對鋼輪亦會造成較大的衝擊力。在軌道不平整方面，第一級軌道等級對列車所造成的任何影響皆較其他等級者為大。
4. 我們將全車體的28個自由度改為半車體的16個自由度來模擬、並和實車測試的結果比對，發現半車體模型所分析出來的結果與全車體模型的分析結果相符，也具有相當高的可信度，據該模型模擬並探討列車行駛突遭四級地震時，其輪軸組橫向位移的變化，結果發現軌道不平整的影響幾為地震的影響所蓋過，且輪軸組有輪緣接觸的情況發生，還好在Nadal ratio和輪軸減重率方面，皆仍未超出標準值。同樣探討輪軸組的橫向和垂向位移，如果我們同時考慮橫向和垂向地震時，所得的結果較只考慮單一方向地震者，只有5%的加成效果而已。因此，本研究所討論的軌道車輛模型在行駛時突遇四級地震，應是安全無虞的。
5. 本研究所討論的軌道列車在直軌段行駛時，無論是否為高承載情況，其輪軸組的橫向位移、Nadal ratio和輪軸減重率都低於標準值，所以應是非常安全的。在彎軌行駛，雖然無承載的列車符合安全指標，但在高承載時，其輪軸減重率則已超出規定的標準值，而有出軌的風險。通常高承載的列車在任何過彎半徑

行駛時，其輪軸組的橫向位移皆會大幅增加，且會提早列車偏移軌道的時間點。

6. 列車在高承載行駛時，輪軸組的橫向位移隨軌道不平整的等級變佳而減小；在彎軌段時，不同軌道等級所造成輪軸組偏移軌道的時間點雖然差不多，但在最後第90秒時，輪軸組偏移軌道的最大值卻不相同，一級軌道不平整所造成的偏移最大值會比其他不同軌道等級的數倍。

參考文獻

1. K. L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, Great Britain, 1985.
2. A. H. Wickens, "The Dynamics of Railway Vehicles—from Stephenson to Carter," *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, Vol. 212, Part F, pp. 209-217, 1998.
3. J. A. Elkins, "Prediction of Wheel / Rail Interaction: the State-of-the-Art," *The Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks*, Vol. 20, pp. 1-27, 1991.
4. H. True, "Dynamics of a Rolling Wheelset," *Applied Mechanics Review*, Vol. 46, No. 7, pp. 438-444, 1993.
5. I. Hague and J. Lieh, "A Study of Parametric Stability of Railway Vehicles," *Int. J. of Vehicle Design*, Vol. 14, pp. 246-260, 1993.
6. M. Ahmadian and S. Yang, "Effect of System Nonlinearities on Locomotive Bogie Hunting Stability," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 29, pp. 365-384, 1998.
7. J. A. Richard, "Stability of Railway-Car Running at High Speed," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 16, pp. 37-49, 1987.
8. P. Delfosse, "Very-High-Speed Tests on the French Railway Track," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 20, pp. 185-206, 1991.
9. 范揚材，軌道車輛之動態分析及其測試驗證，國立台灣大學機械工程學研究所博士論文，2005。
10. E. H. Chang, V. K. Garg, C. H. Goodspeed and S. P. Singh, "Comparative Study of the Linear and Non-linear Locomotive Response," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 101, pp. 263-271, 1979.
11. J. A. Young and T. A. P. S. AppaRao, "Lateral Dynamics of a Rail Transit Vehicle: A Comparison of Experimental and Theoretical Results," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 103, pp. 39-48, 1981.
12. E. H. Law and N. K. Cooperrider, "A Survey of Railway Vehicle Dynamics Research," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 96, pp. 132-146, 1974.
13. W. M. Zhai, C. B. Cai and S. Z. Guo, "Coupling Model of Vertical and Lateral Vehicle / Track Interaction," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 26, pp. 61-79, 1996.
14. 李千運，列車/軌道系統之垂直振動分析，國立台灣科技大學機械工程學研究所碩士論文，2000。
15. C. E. Bell, D. Horak and J. K. Hedrick, "Stability and Curving Mechanics of Rail Vehicles," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 103, pp. 181-190, 1981.
16. D. Horak, C. E. Bell and J. K. Hedrick, "A Comparison of the Stability and Curving

- Performance of Radial and Conventional Rail Vehicle Trucks,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 103, pp. 191-200, 1981.
17. A. O. Gilchrist and B. V. Brickle, “A Re-examination of the Proneness to Derailment of a Railway Wheel-Set,” *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 18, No. 3, pp.131-141, 1976.
 18. D. B. Charchas, G. W. English, N. Ritchie, E. R. McIlveen and C. Schwier, “Prediction of the Probability of Rail Vehicle Derailment During Grade Crossing Collisions,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 104, pp. 119-132, 1982.
 19. J. A. Elkins and A. Carter, “Testing and Analysis Techniques for Safety Assessment of Rail Vehicles: The State-of-the-Art,” *Vehicle System Dynamics*, Vol. 22, pp.185-208, 1993.
 20. M. Miyamoto, “Mechanism of Derailment Phenomena of Railway Vehicles,” *QR of RTRI*, Vol. 37, pp. 147-155, 1996.
 21. 張家豪，鐵路車輛轉向架系統於彎曲軌道運動之脫軌行為與穩定性分析，國立成功大學機械工程學研究所碩士論文，2002。
 22. M. J. M. M. Steenbergen, “Modeling of Wheels and Rail Discontinuities in Dynamic Wheel-Rail Contact Analysis,” *Vehicle System Dynamics*, Vol. 44, pp.763-787, 2006.
 23. J. Pombo, J. Ambrosio and M. Silva, “A New Wheel-Rail Contact Model for Railway Dynamics,” *Vehicle System Dynamics*, Vol. 45, pp.165-189, 2007.
 24. 陳水可，軌道車輛結構系統之動態分析，台鐵資料季刊，第 321 期，2005。
 25. V. K. Garg and R. V. Dukkipati, *Dynamics of Railway Vehicle System*, Academic Press, Canada, 1984.
 26. 洪介仁，軌道車輛行駛遇地震時之動態模擬與安全評估，國立台灣大學機械工程學研究所碩士論文，2006。
 27. <http://www.semp.dorts.gov.tw/tech/tech3.pdf>
 28. 陳世昌，列車出軌事故原因探討-軌道、車輛動力學，台鐵資料季刊，第 311 期，2002。
 29. J. J. Kalker, “Wheel-Rail Rolling Contact Theory,” *Wear*, Vol. 144, pp. 243-261, 1991.
 30. 張智星，*MATLAB 程式設計與應用*，清蔚科技，台北市，2000。
 31. 歐崇明，*MATLAB 在工程上的應用*，高立圖書，台北縣五股鄉，2005。
 32. 何金南、何建龍，傾斜式列車介紹，台鐵資料季刊，第 311 期，2002。
 33. 黃民仁，鐵路提高速度，台鐵資料季刊，第 310 期，2002。
 34. S.G. Newton and R.A. Clark, “An Investigation into the Dynamic Effects on the Track of Wheel flats on Railway Vehicles,” *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 21, No.4, pp.287-297, 1979.

- 35. C. Esveld, *Modern Railway Track*, Duisburg Press, West Germany, 1989.
- 36. <http://www.dorts.gov.tw/tech/cyclo2.asp?t=>
- 37. <http://www.ncree.org/>
- 38. <http://www.cwb.gov.tw/index.htm>

計畫成果自評

本研究的計畫名稱為軌道車輛動態模擬分析與實車振動試驗，主要是探討捷運軌道列車於行駛時的各種動態響應，其中包括對懸吊系統的設計、鋼輪磨平對衝擊力的影響、高承載時的動態響應與安全評估，以及列車遭遇四級地震時是否該停駛的措施作評比。研究過程中，我們曾參與捷運軌道列車 CP341 的實車測試，實測路段為淡水站(R33)行駛至竹圍站(R31)，實測結果經與我們模擬出的結果作比對，發現兩者所呈現的結果非常相近，因此我們於本研究中提出的 28 自由度與 16 自由度的軌道車輛動態分析模型皆具有相當高的可信度，應可被用來模擬軌道車輛於各種不同的行駛狀況下，所呈現的動態響應與安全評估。在懸吊系統的設計上，經由我們的模擬結果得知懸吊系統勁度係數的變化，對懸吊系統的位移及作用力所造成的影響，在設計捷運軌道車輛時，便可依據我們模擬的結果作適當的變化，使乘客有更舒適的乘坐品質；列車於高承載下的行駛，因行駛路段的不同而有所差異，由模擬結果可知行駛於直軌路段是十分安全的，但於彎軌路段時，則會因為過彎半徑和軌道等級的不同而有所差異，捷運列車在初期測試時，會根據列車本身的設計以及路段的狀況不同，設定列車的行駛速度，但於高承載下，由於其動態響應和安全評估與低承載時相差甚多，此時的列車行駛是否真正安全，是個不容忽視的問題；最後對捷運軌道列車於行駛時遭遇四級地震是否停駛的措施，我們發現列車在直軌平面段時，雖有輪緣接觸情況產生，但安全評估皆未超出標準值，因此捷運列車突遇四級地震時，應仍是安全的，但此研究結果僅限於直軌平面段，在彎軌或高架段時所呈現的動態響應仍是需要再探討的方向。本研究最重要的研究結果在於我們提出的軌道車輛動態分析模型，可以有效地預測真實的捷運列車於各種不同行駛狀況下所呈現的結果，如碰撞月台、出軌和車體本身耗損等等，可事先預防此類的危險情況發生，也可設計出子系統與懸吊系統間更良好匹配關係，以達快速、節能、安全且舒適的捷運軌道列車。

出國報告

10/28-11/01/2007 赴日本箱根參加

4th Japan-Taiwan Workshop on Mechanical and Aerospace Engineering

台灣大學機械系 吳文方 撰

11/08/2007

wfwu@ntu.edu.tw

一、出國事由

筆者有幸曾於 2001、2003、2005 年分別於台南、東京(而後仙台)、花蓮等地參加「台日(或日台)機械與航太工程(學術)研討會」，並發表論文。去(2006)年 12 月間，國科會航太學門召集人黃榮芳教授(台灣科技大學機械系)詢問是否有意願赴日本參加該系列的第四屆會議，定名為 The 4th Japan-Taiwan Workshop on Mechanical and Aerospace Engineering，因有過往因緣，筆者立即應允。經黃教授連同台大應力所朱錦洲教授與日本東京工業大學 Takashi Yabe 等教授多次協調、聯繫後，確認我方由黃教授帶領 22 位來自國內不同大學的教授參與 2007/10/28-10/30 在日本舉行的雙邊學術研討會。但在出發前，因黃教授與成大航太系的蕭教授臨時有事，取消行程，最後實際赴日的我方學者計有 20 位，連同日方學者二十多位，於 10/29-10/30 兩天在箱根的王子飯店舉行學術研討會，總共發表了 42 篇論文。

二、出國經過

如前所述，本次研討會主要係由日本東京工業大學的 Yabe 教授出面籌辦，台灣方面則由國科會航太學門召集人黃榮芳教授負責召集、協調等情事，因為台大應力所的朱錦洲教授曾在 Yabe 教授實驗室訪問、研究過，會議前後，又剛好要再到同一實驗室訪問、停留，順理成章的，他一直幫忙 Yabe 與黃教授進行各項協調工作，後因黃教授臨時有事、未能成行，最後的協調、聯繫工作幾全落在朱教授身上，可謂出力良多、令人感激。

由於朱教授的細心安排，台灣方面的學者專家依事先規劃、安排好的行程，分別搭乘華航、長榮與日亞航等班機於 10/28 下午順利抵達東京成田機場會合，再搭乘 Yabe 與朱教授等人事先安排好的巴士，經四小時左右的車程，於當晚順利抵達箱根王子飯店，第二天便開始兩天的學術研討會。來自台灣以及日本共二十幾所知名大學與研究機構的教授與專家共發表了 42 篇論文，其中台灣方面發表了 20 篇論文，分別由來自台灣大學、台灣科技大學、交通大學、清華大學、成功大學、中央大學、中正大學、屏東科技大學、逢甲大學、中央研究院以及國家太空中心的教授與專家宣讀；日本方面則發表了 22 篇論文，分別由來自東京工業大學、東京大學、京都大學、Aoyama Gakuin 大學、Tohoku 大學、Osaka 大學、Keio 大學、Hokkaido 大學、Koyoto 大學、Meiji 大學、Hiroshima 大學的教授與專家宣讀。研究內容涵蓋了機械熱流、固力、材料、核工、軌道車輛、複合材料、奈米、微機電、生醫、衛星以及探空火箭等題目。以上論文的發表分兩天進行，每天有兩個會場，每一會場約有 20-22 篇論文，每一篇論文報告含討論時間有 30 分鐘，因此有相當充份的時間進行報告與討論。

筆者這兩年在國科會支持下，涉入軌道車輛之動態分析與測試驗證相關研究，也曾該計畫下，指導過一位碩士班研究生洪介仁撰寫過一本「軌道車輛行駛遇地震時之動態模擬與安全評估」之碩士論文，而後該學生因獲得 Panasonic 獎學金，前往日本留學，目前正在東京大學生產技術研究所博士班就讀，也仍繼續研究軌道技術之相關議題。源由於此，也考量日本軌道車輛研究之先進，筆者此次所報告論文的題目為 Dynamic

Simulation and Safety Evaluation of Rail Trains Subjected to a Suddenly Occurred Earthquake，係與洪介仁合著者。事實上，報告該題目並非在軌道研究先進的日本班門弄斧，而係想讓日本朋友稍微瞭解一下我國現有的軌道系統及其相關研究的歷史與現況。當然，因為題目特殊，有否達到該目的則係另外一番情事了。

三、出國心得

據個人瞭解，「台日(或日台)機械與航太工程(學術)研討會」係濫觴於成大航太系胡潛濱教授的精心安排，時為 2001 年，胡教授擔任國科會航太學門召集人，因緣至日本東京工業大學 Kikuo Kishimoto 教授的實驗室停留訪問，而後邀請 Kishimoto 教授號召並帶領一批日本機械與航太領域的教授參訪台大、清大、成大，最後在成大舉行第一屆的研討會。而後，台大應力所的朱錦洲教授也到日本東京工業大學訪問研究，並與 Takashi Yabe 教授及其實驗室建立良好關係，所以在該所吳政忠教授接任國科會航太學門召集人的 2003 年，有機會爭取到國科會與日本交流學會的經費支援，帶領國內十多位教授訪問日本，在東京工業大學、而後東北大學舉行第二屆研討會，當時選定研討的主題為微奈米機電與 UAV (Unmanned Aerial Vehicle)。第三屆研討會則輪回台灣主辦，主要仍然由當時國科會航太學門召集人吳政忠教授與台大應力所的朱錦洲教授負責籌畫，在花蓮召開，獲得我國與日本許多機械與航太領域的學者專家參與。今年第四屆的交流研討會則由東工大的 Yabe 教授、台大應力所的朱錦洲教授與現任國科會航太學門召集人的黃榮芳教授負責協調、籌辦，並順利落幕，如前所述。

個人以為台灣與日本有地緣與歷史的因緣關係，值此國際(包括日本與台灣)產學業各界興起「中國熱」的同時，台灣機械與航太工程學術領域能與日本部份知名學者保持聯繫、並輪流作東舉辦「台日(或日台)機械與航太工程(學術)研討會」實屬難得，無論國科會、政府其他單位(如台北駐日經濟文化代表處)與吾等個人皆應響應並支持此研討會能持續進行。國科會也應如筆者個人般，感謝胡潛濱、朱錦洲、吳政忠、黃榮芳等教授為此項學術與國民外交工作所做的努力。

四、攜回資料

收錄本屆研討會所有論文的學術論文集一本。

五、致謝

此次研討會的經費擬由國科會九十五年度所核予筆者研究計畫之出國經費項目下支付，僅此致謝。

六、附件照片(十張)

部份相片係摘自參與研討會熱心學者所提供的開放網頁：

朱錦洲教授：<http://picasaweb.google.com.tw/chucctitech/4thJTPhotoByChu?authkey=f7xImYNvQ4s>

Yabe 教授：<http://picasaweb.google.com/yabelab.titech.ac.jp/JT4Hakone?authkey=5AHoiqnks60>



研討會報到



研討會場與開幕



部份與會者合照紀念



研討會場外



筆者宣讀論文



研討會晚宴



研討會所在旅館門口



部份與會者合照



台北駐日經濟文化代表處宴請與會者合照



主辦人 Yabe 教授致詞

七、 差旅列表

10/28-10/28/2007 由台北飛往日本東京，再搭巴士至箱根

10/29-10/30/2007 日本箱根，參加會議

10/31-10/31/2007 由箱根搭巴士至東京，在東京停留一晚

11/01-11/01/2007 由東京飛返台北

八、 附件：研討會所發表之論文(如以下附頁所示)

DYNAMIC ANALYSIS AND SAFETY EVALUATION OF RAIL TRAINS SUBJECTED TO A SUDDENLY OCCURRED EARTHQUAKE

Wen-Fang Wu¹ and Chieh-Jen Hung^{2*}

¹*Department of Mechanical Engineering, National Taiwan University
Taipei 10617, Taiwan
wfwu@ntu.edu.tw*

²*Institute of Industrial Science, University of Tokyo
4-6-1 Komaba Meguro-ku, Tokyo 153-8505, Japan
cjhung@iis.u-tokyo.ac.jp*

ABSTRACT: The present study focuses on the dynamic simulation and safety investigation of rail trains subjected to a suddenly occurred earthquake. The mathematical model consists of a semi-train system having 16 degrees of freedom, and quantities such as conicity, creep force and track irregularity are considered. Based on the model, numerical simulation results are verified by the field test data of a certain kind of rapid transit train operated by Metro Taipei System. After the verification, dynamic responses of the front wheelset of the train running at different speeds are obtained, and the stability of the train is discussed accordingly. It is found that dynamic instability occurs when the train runs above the speed of 155 km/h. With regard to the potential derailment when an earthquake occurs during the train's stationary cruise, criterion based on calculation of either 'Nadal ratio' or the 'wheel-load reduction ratio' is employed for judgments. It is found the train will not derail on either the ground or elevated bridges when an earthquake as large as that recorded in Taipei during the famous Chi-Chi earthquake occurs. Moreover, it is found that both Nadal ratio and the wheel-load reduction ratio should be used simultaneously to evaluate possible derailment of the train when it runs on curved tracks.

KEYWORDS: rail train, dynamic simulation, earthquake, derailment, Nadal ratio, safety.

INTRODUCTION

Earthquakes frequently occur in countries such as Taiwan and Japan. For rail trains running at certain speeds, when an earthquake occurs, derailments might occur. It may cause catastrophic disaster and endanger the safety of the public. To avoid the potential risk and ensure the public safety, some rail trains, especially high speed rail trains, are equipped with special apparatuses to monitor the ground wave motion and can make emergent stop when needed. For urban rapid transit trains, they may not be equipped with such monitoring apparatuses.

* Former graduate student of National Taiwan University

Companies who run the rail systems usually set certain rules for their engineers and staffs to follow after an earthquake occurred. For example, Taipei Rapid Transit Corporation (also known as ‘Metro Taipei’) will give orders to their engineers to stop the running trains once an earthquake is sensed by its control center and/or announced by the Central Weather Bureau of Taiwan. Depending on scale intensities of the earthquake, the engineers are asked to follow certain procedures to run the train to the nearest station and evacuate the passengers. Special attention has to be paid when the scale intensity of the earthquake is greater than four (Fan, 2005).

At midnight of September 21st, 1999, an earthquake of Richter magnitude scale 7.3 (moment magnitude of 7.6 recorded by USGS) occurred at Chi-Chi, Taiwan (Tsai and Huang, 2000; Lee et al., 2001). It is the largest earthquake in Taiwan for the century, and caused the death of more than two thousand people. The scale intensity of that earthquake in Taipei is four. It caused collapse of a building and the death of 72 people in Taipei. Fortunately, the rapid transit trains were off their office hours and not in operation when the earthquake occurred.

In the present study, we will examine through dynamic analysis whether the rapid transit trains in operation is safe when an earthquake of scale intensity four occurs suddenly in Taipei. Special attention is paid to the calculation of Nadal and the wheel-load reduction ratios to evaluate the possibility of derailment.

FORMULATION

Dynamic Model

The model of the rapid transit trains is shown in Fig. 1. It consists of a carbody, two bogies and four wheelsets. Under the assumption of steady-state running in x -direction and the neglect of pitch motion, the complete dynamic system has 28 degrees of freedom. Since we have discussed the dynamic stability and ride quality of the complete train model in a previous paper (Fan and Wu, 2006), we will now simplify the dynamic modeling by considering only a half of the train in the present study. The dynamic system is therefore reduced to 16 degrees of freedom as indicated by variables shown in Table 1.

The free-body diagram of the front wheelset is shown in Fig. 2. It is subject to forces and moments coming from the primary suspension system, which include F_{lpw1} , F_{rpwy1} , F_{lpwz1} , F_{rpwx1} , M_{lpwx1} , M_{rpwx1} , M_{lpwz1} and M_{rpwz1} . Between wheelsets and rails, there are normal contact forces N_{l1} and N_{r1} ; creep forces F_{lcy} and F_{rcy} ; creep moments M_{lcx} , M_{rcx} , M_{lcz} and M_{rcz} ; and flange contact forces F_{rfy} , F_{lfy} , F_{rfz} and F_{lfz} . Other wheel-rail interaction forces including those arisen from track irregularity and those from earthquake are F_{liy1} , F_{riy1} , F_{liz1} , F_{riz1} and F_{ey} , F_{ez} , respectively. While the above notations are referable to the right wheelset, they apply to the left wheelset as well except that a different subscript index is used. The free-body diagram of the bogie is shown in Fig. 3. In addition to those already mentioned forces and moments coming from the primary suspension system, it is subject to forces and moments resulting from the secondary suspension system. They include F_{lsBy} , F_{rsBy} , F_{lsBz} , F_{rsBz} , M_{lsBx} , M_{rsBx} , M_{lsBz} and M_{rsBz} . For the carbody, its free-body diagram is shown in Fig. 4 with external forces indicated in the figure as well.

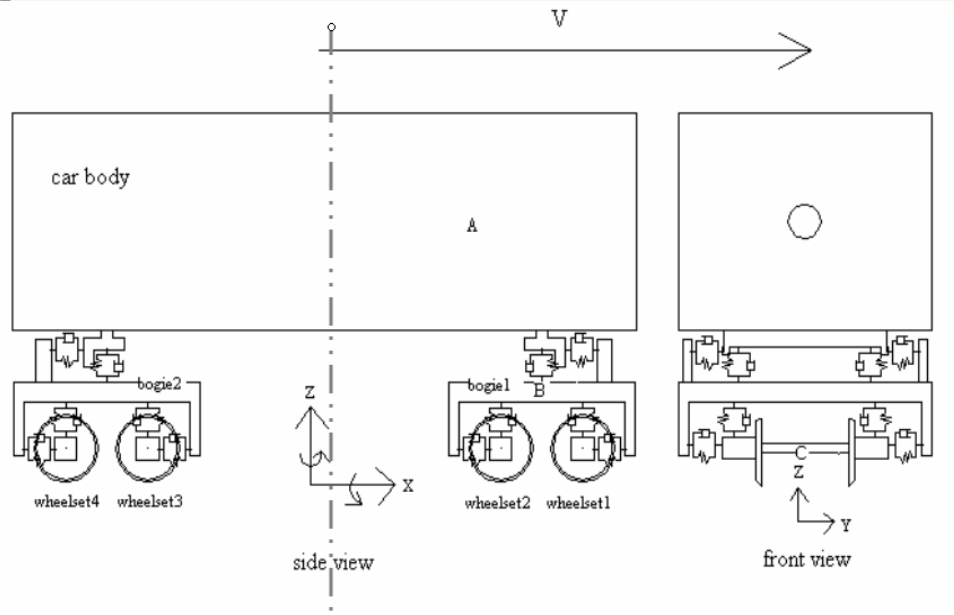


Fig. 1: Train model

Table 1: Degrees of freedom and associated variables

Type	Front wheelset	Rear wheelset	Bogie	Semi-Carbody
Lateral	y_{w1}	y_{w2}	y_B	y_c
Vertical	z_{w1}	z_{w2}	z_B	z_c
Roll	ϕ_{w1}	ϕ_{w2}	ϕ_B	ϕ_c
Yaw	ψ_{w1}	ψ_{w2}	ψ_B	ψ_c

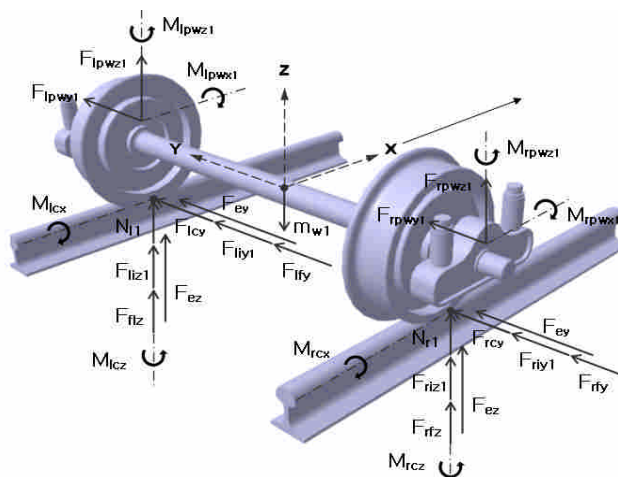


Fig. 2: Free-body diagram of wheelset

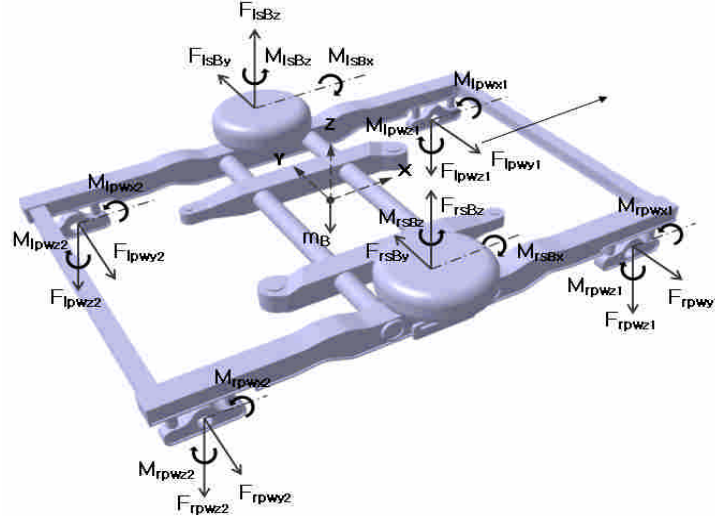


Fig. 3: Free-body diagram of bogie

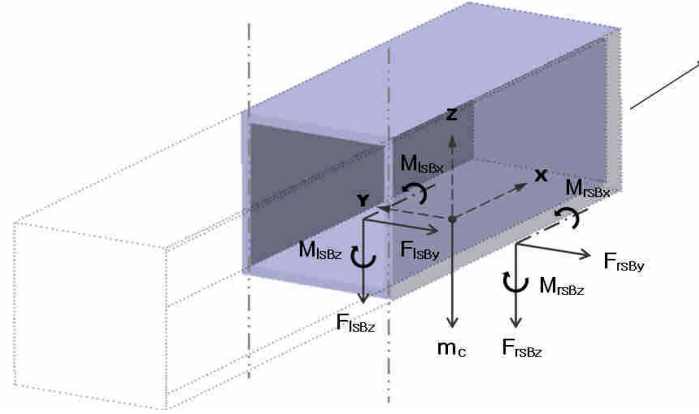


Fig. 4: Free-body diagram of carbody

Both the primary and secondary suspension systems are modeled as sets of spring and dashpot in parallel. Although their constants may be different for the left-hand side and right-hand side components in reality, they are assumed equal in the present analysis. As indicated by their subscripts, the following constants are the spring and dashpot constants associated with the train model shown in Fig. 1: C_{px} , C_{py} , C_{pz} , K_{px} , K_{py} , K_{pz} , C_{sx} , C_{sy} , C_{sz} , K_{sx} , K_{sy} and K_{sz} .

Kalker's linear theory is adopted for the derivation of creep forces and moments. According to Kalker (1991), for small creepages, the following linear relationships can be used:

$$F_x = -f_{33}\zeta_x \quad (1)$$

$$F_y = -f_{11}\zeta_y - f_{12}\zeta_{sp} \quad (2)$$

$$M_z = f_{12}\zeta_y - f_{22}\zeta_{sp} \quad (3)$$

in which ζ_x is the longitudinal creepage, ζ_y is the lateral creepage, ζ_{sp} is the spin creepage, and f_{ij} are creep coefficients. The definition of creepage can be found in Garg and

Dukkipati (1984), and the creep coefficients are assumed to be constants in the present study. It should be mentioned that these creep forces and moment are defined with respect to the wheel-rail contact plane. They are related to the creep forces, F_{lcy} and F_{rcy} , and creep moments, M_{lcx} , M_{rcx} , M_{lcz} and M_{rcz} mentioned previously through certain coordinate transformation. The detailed derivation can be found in Hung (2006).

Equations of Motion

Based on the consideration shown above, the equations of motion for the rapid transit train can be derived as follows. In particular, the dynamic equations for the front wheelset are

$$\ddot{y}_{w1} = a_{w1}y_{w1} + a_{w2}\dot{y}_{w1} + a_{w3}\phi_{w1} + a_{w4}\dot{\phi}_{w1} + a_{w5}\psi_{w1} + a_{w6}\dot{\psi}_{w1} + a_{w7}y_B + a_{w8}\dot{y}_B + a_{w9}\psi_B + a_{w10}\dot{\psi}_B + a_{w11}\phi_B + a_{w12}\dot{\phi}_B + a_{w13} + a_{w14} + a_{w15}y_{r1} + a_{w16}\dot{y}_{r1} + a_{w17} \quad (4)$$

$$\ddot{z}_{w1} = a_{w18}z_{w1} + a_{w19}\dot{z}_{w1} + a_{w20}z_B + a_{w21}\dot{z}_B + a_{w22} + a_{w23}\psi_{w1} + a_{w24}\dot{\psi}_{w1} + a_{w25} + a_{w26}z_{r1} + a_{w27}\dot{z}_{r1} + a_{w28} + a_{w29} \quad (5)$$

$$\ddot{\phi}_{w1} = a_{w30}y_{w1} + a_{w31}\dot{y}_{w1} + a_{w32}\psi_{w1} + a_{w33}\dot{\psi}_{w1} + a_{w34}\phi_{w1} + a_{w35}\dot{\phi}_{w1} + a_{w36}\phi_B + a_{w37}\dot{\phi}_B + a_{w38} \quad (6)$$

$$\ddot{\psi}_{w1} = a_{w39}y_{w1} + a_{w40}\dot{y}_{w1} + a_{w41}\psi_{w1} + a_{w42}\dot{\psi}_{w1} + a_{w43}\phi_{w1} + a_{w44}\psi_B + a_{w45}\dot{\psi}_B + a_{w46} \quad (7)$$

Variables at the left-hand sides of the above equations are related to quantities indicated in Table 1, and the dot sign indicates twice differentiation with respect to time. Other constants at the right-hand sides are related to parameters such as train speed, masses of components, spring constants, dashpot constants, creep coefficients, clearances of components, wheel conicity, track gauge length, curving radius of track, etc. They reflect very much the geometries of train and track. Since the expressions and their derivations are rather lengthy and tedious, they are not shown herein. Interested readers can refer to Hung (2006).

The dynamic equations of motion for the rear wheelset are basically the same as those of the front wheelset but a subscript of 2 is used instead. As for the bogie, the equations of motion are

$$\ddot{y}_{B1} = a_{b1}y_{w1} + a_{b2}\dot{y}_{w1} + a_{b3}y_{w2} + a_{b4}\dot{y}_{w2} + a_{b5}y_B + a_{b6}\dot{y}_B + a_{b7}\psi_B + a_{b8}\dot{\psi}_B + a_{b9}\phi_B + a_{b10}\dot{\phi}_B + a_{b11}y_c + a_{b12}\dot{y}_c + a_{b13}\phi_c + a_{b14}\dot{\phi}_c + a_{b15}\psi_c + a_{b16}\dot{\psi}_c + a_{b17} + a_{b18} \quad (8)$$

$$\ddot{z}_B = a_{b19}z_c + a_{b20}\dot{z}_c + a_{b21}z_B + a_{b22}\dot{z}_B + a_{b23}\phi_B + a_{b24}z_{w1} + a_{b25}\dot{z}_{w1} + a_{b26}z_{w2} + a_{b27}\dot{z}_{w2} + a_{b28} \quad (9)$$

$$\ddot{\phi}_B = a_{b29}y_{w1} + a_{b30}\dot{y}_{w1} + a_{b31}y_{w2} + a_{b32}\dot{y}_{w2} + a_{b33}\phi_{w1} + a_{b34}\dot{\phi}_{w1} + a_{b35}\phi_{w2} + a_{b36}\dot{\phi}_{w2} + a_{b37}y_B + a_{b38}\dot{y}_B + a_{b39}\phi_B + a_{b40}\dot{\phi}_B + a_{b41}y_c + a_{b42}\dot{y}_c + a_{b43}\phi_c + a_{b44}\dot{\phi}_c + a_{b45}\psi_c + a_{b46}\dot{\psi}_c \quad (10)$$

$$\ddot{\psi}_B = a_{b47}y_{w1} + a_{b48}\dot{y}_{w1} + a_{b49}y_{w2} + a_{b50}\dot{y}_{w2} + a_{b51}\psi_{w1} + a_{b52}\dot{\psi}_{w1} + a_{b53}\psi_{w2} + a_{b54}\dot{\psi}_{w2} + a_{b55}\psi_B + a_{b56}\dot{\psi}_B \quad (11)$$

Finally, the equations of motion for the carbody are

$$\ddot{y}_c = a_{c1}y_c + a_{c2}\dot{y}_c + a_{c3}y_B + a_{c4}\dot{y}_B + a_{c5}\dot{\phi}_c + a_{c6}\dot{\phi}_c + a_{c7} \quad (12)$$

$$\ddot{z}_c = a_{c8}z_c + a_{c9}\dot{z}_c + a_{c10}z_B + a_{c11}\dot{z}_B + a_{c12}\dot{\psi} + a_{c13} \quad (13)$$

$$\ddot{\phi}_c = a_{c14}y_c + a_{c15}\dot{y}_c + a_{c16}y_B + a_{c17}\dot{y}_B + a_{c18}\dot{\phi}_c + a_{c19}\dot{\phi}_c + a_{c20} \quad (14)$$

$$\ddot{\psi}_c = a_{c21}y_B + a_{c22}\dot{y}_B + a_{c23}\dot{\phi}_c + a_{c24}\dot{\phi}_c + a_{c25}\dot{\psi}_c + a_{c26}\dot{\psi}_c + a_{c27}\dot{\psi}_B \quad (15)$$

Again, variables at the left-hand sides of equations are related to quantities listed in Table 1, and constants at the right-hand sides are related to train geometry, track geometry, component constants, train operation speed, etc. The detailed expressions and derivations of these constants are shown in Hung (2006).

In order to model and study the effects of ballast, foundation and/or elevated bridge, a series of springs and dashpots are installed under the tracks for some numerical examples as those shown in Fig. 5. This is especially important in case an earthquake occurs when the train is running on an elevated bridge.

State-Space Form

The previous four sets of equations of motion can be cast into the following vector form:

$$\mathbf{M} \begin{Bmatrix} \ddot{Y}_{w1,w2,B,c} \\ \ddot{Z}_{w1,w2,B,c} \\ \ddot{\phi}_{w1,w2,B,c} \\ \ddot{\psi}_{w1,w2,B,c} \end{Bmatrix} + \mathbf{C} \begin{Bmatrix} \dot{Y}_{w1,w2,B,c} \\ \dot{Z}_{w1,w2,B,c} \\ \dot{\phi}_{w1,w2,B,c} \\ \dot{\psi}_{w1,w2,B,c} \end{Bmatrix} + \mathbf{K} \begin{Bmatrix} Y_{w1,w2,B,c} \\ Z_{w1,w2,B,c} \\ \phi_{w1,w2,B,c} \\ \psi_{w1,w2,B,c} \end{Bmatrix} - \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_e = 0 \quad (16)$$

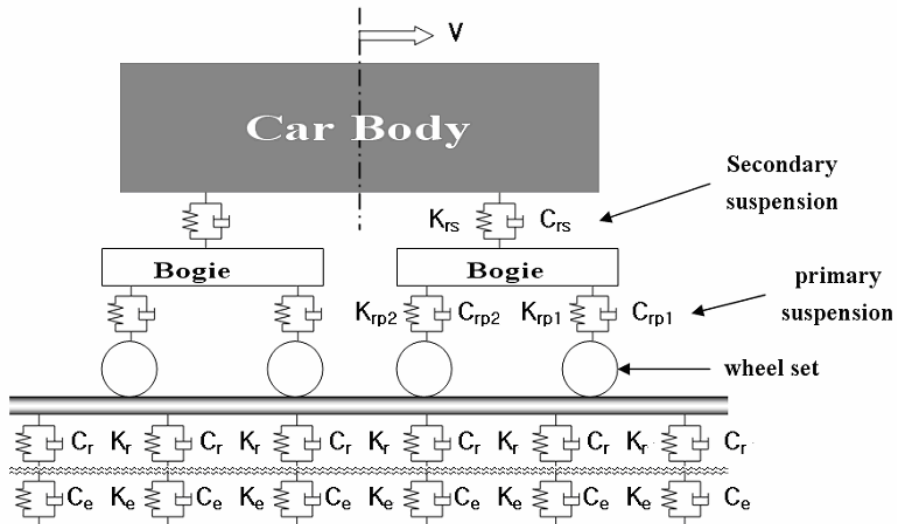


Fig. 5: Train runs on tracks above elastic foundation

in which $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ and $\mathbf{K}$ are 16×16 matrices representing mass, damping and stiffness constants, respectively; $\mathbf{F}_i$ and $\mathbf{F}_e$ are interaction force vectors resulting from track irregularity and earthquake, respectively. Equation (16) is difficult to solve by the method of model decomposition owing to its complexity. Instead, it is rewritten in the following Cauchy's form:

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{B}\mathbf{F} \quad (17)$$

in which

$$\mathbf{P} = \{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3, \mathbf{P}_4, \dot{\mathbf{P}}_1, \dot{\mathbf{P}}_2, \dot{\mathbf{P}}_3, \dot{\mathbf{P}}_4\}^T \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_i = \{y_{wi} \quad z_{wi} \quad \phi_{wi} \quad \psi_{wi}\}^T, i = 1, 2 \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_3 = \{y_b \quad z_b \quad \phi_b \quad \psi_b\}^T \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_4 = \{y_c \quad z_c \quad \phi_c \quad \psi_c\}^T \quad (21)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (22)$$

and

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_i + \mathbf{F}_e) \end{Bmatrix} \quad (23)$$

In the above equations, $\mathbf{0}$ is a 16 dimensional zero vector, $\mathbf{O}$ is a 16×16 zero matrix, $\mathbf{I}$ is a 16×16 identity matrix, and the superscript T indicates transpose of the matrix or vector. Since Eqn. (17) is a standard state-space representation of differential equations, it can be solved easily and numerically.

Derailment Criteria

It is well-known that severe train hunting may lead to lateral impact of the carbody. It may also lead to lateral impact of the wheel flange by the rail. For the latter case, potential train derailment will occur. Therefore, it is important to study the effect of hunting on the derailment. For this purpose, Nadal ratio is used (Elkins and Carter, 1993). It is defined as the ratio of the total lateral force to the total vertical force of the leading wheelset resulted from impact. Both forces can be calculated once the above dynamic equations are solved or simulated. Nodal ratio can be used as a criterion for evaluating whether a train will derail or not. It is also used nowadays as a design rule. For rail systems in most countries, Nodal ratio is required to be kept below a value between 0.8 and 1.2 (Garg and Dukkipati, 1984). In Taiwan, the limit value is 1 (Fan, 2005).

Aside from Nadal ratio, 'wheel-load reduction ratio' is sometimes used to evaluate potential derailment, especially when a train runs on curved tracks. It is defined as the ratio of differential vertical force of wheelset to half of the dead axle-load. The differential vertical force is obtained by deducting half the dead axle-load from the dynamic vertical force of the wheelset. When the train runs on curved tracks, the vertical force of outer wheelset is usually considered. The wheel-load reduction ratio can be obtained once the dynamic equations of motions are solved. In general, it is required to be kept below a value between 0.6 and 0.8 to avoid jump-type derailments (Suda, 1994). Since wheel-load reduction ratio is difficult to

measure, it is suggested as a second criterion to that based on Nadal ratio. There is no need to examine the wheel-load reduction ratio once the Nadal ratio exceeds the prerequisite limit (Fan, 2005).

Track Irregularity

The irregularity of the track profile is considered a stationary ergodic Gaussian random process, except at areas with turnouts and road crossings and rail-lines with track deterioration (Lei and Noda, 2002). For a stationary stochastic process $X(t)$ with expectation zero and power spectral density function (PSD) $S(\omega)$, the sample functions can be simulated by the following trigonometry series:

$$x(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k \sin(\omega_k t + \theta_k) \quad (24)$$

where α_k is a Gaussian random variable with expectation zero and variance σ_k (obtained from the square root of the area of the differential element of PSD), and they are independent for different k ; θ_k is a random variable with uniform distribution in $[0, 2\pi]$, and is also independent of different k . Moreover, α_k and θ_k are independent of each other. Both of them can be generated easily by a computer.

The power spectral density can be modeled by even-powered laws, and is a function of break frequency as well as a roughness parameter (Garg and Dukkipati, 1984). In the present paper, the following alignment power spectral density $S_a(\xi)$ and cross-level power spectral density $S_c(\xi)$ of rail track for line grade one of the American Railway Standard are used as the input excitations (Garg and Dukkipati, 1984):

$$S_a(\xi) = \frac{A_a \xi_2^2 (\xi^2 + \xi_1^2)}{\xi^4 (\xi^2 + \xi_2^2)} \quad (25)$$

$$S_c(\xi) = \frac{A_c \xi_2^2}{(\xi^2 + \xi_1^2)(\xi^2 + \xi_2^2)} \quad (26)$$

where A_a and A_c are the roughness constants, ξ is the spatial frequency, and ξ_1 and ξ_2 are break spatial frequencies. In the dynamic analysis, these power spectral density functions have to be transformed into regular frequency domains through consideration of the train speed. That is, $S(\xi)$ has to be transformed into $S(\omega)$ for the convenience of dynamic analysis.

Earthquake Input

Like track irregularity, earthquake can be considered as a random process as well. By physical judgment, it should be modeled as a nonstationary process, which causes the dynamic analysis very tedious. A simplified model is considered instead in the present study. The time history recorded by the accelerometer at a ground-motion observation station in Taipei during the famous Chi-Chi earthquake is used as an input to our train dynamic system. It has a Taiwanese intensity scale of four which has a peak ground acceleration between 25 and 80 gal (Tsai and Huang, 2000; Lee et al., 2001). It is noted that definition of earthquake intensity scale in Taiwan may be different from those used in some countries but is exactly the same as

that currently used in Japan. Moreover, accelerations in both lateral and vertical directions are recorded by accelerometers during an earthquake.

NUMERICAL CALCULATION AND RESULTS

Based on the consideration and derivation stated above, numerical simulations have been performed for various cases. Since our focus is the train used in Taipei Rapid Transit System, dimensions of the train, its components and track of the system were adopted in the simulation. Appropriate values of mechanical properties were also chosen for the system (Fan, 2005). Owing to limited space, we will report only a few simulation results in the present paper.

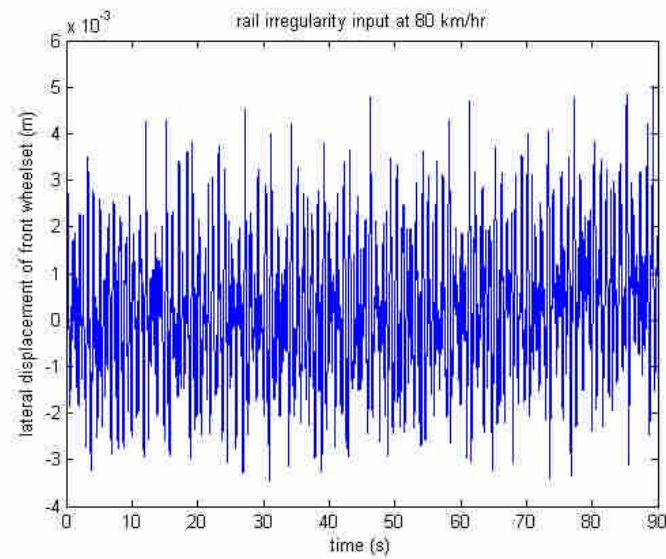
The stability of the train when it runs on normal condition was first studied. By normal it means the train runs on irregular but straight tracks at constant speeds. As indicated in Fig. 6, the train runs stably until at a speed of 155 km/h in which lateral instability occurs. As expected, the instability was also found when the train runs at speeds above 155 km/h. For those stable cases, the lateral displacements of the front wheelset are always below 6 mm which is the limit value set by Taipei Rapid Transit System. For vertical displacement of the wheelset, the instability begins to occur at a speed of 165 km/h, but it is not shown herein. Other quantities such as lateral displacement and acceleration of the bogie were obtained and compared with the test results as well as results obtained previously by Fan (2005) based on a more complete model. They were found to be very compatible. It ensures the appropriateness of the present model as well as its results.

The effect of earthquake on dynamic responses of the train can be seen immediately from Fig. 7 which indicates the lateral displacement of front wheelset in consideration of both track irregularity and earthquake, in lateral and vertical directions for both inputs. For comparison purpose, the train speed is kept to be 80 km/h. The result indicates that the maximum displacement exceeds the limit value of 6 mm mentioned previously. It causes wear between the rail and track but may not result in immediately disaster. As compared to Fig. 6, it can be seen that track irregularity can be ignored for the dynamic analysis when an earthquake of intensity four occurs. The high vibratory frequency of the train is now modulated by low frequency of the earthquake. The same observation and conclusion are found for other lateral and vertical displacements of both front and rear wheelsets. It is also found that vertical ground motion affects very little on the lateral responses of train, and vice versa.

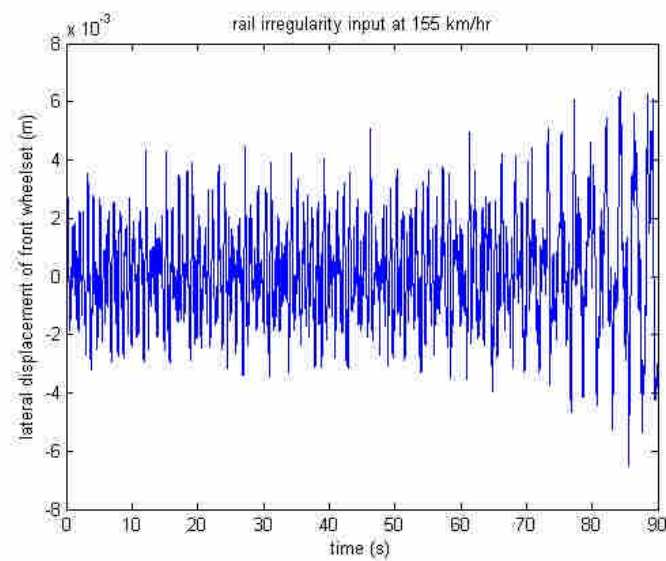
To investigate potential derailment of the train, Nadal ratio and wheel-load reduction ratio were calculated based on the simulation result. Figure 8(a) indicates the time history of Nadal ratio when the train runs at a speed of 80 km/h. If earthquake is taken into consideration, the result becomes that of Fig. 8(b). Furthermore, if we consider the train runs on an elevated bridge, the result becomes that of Fig. 8(c). It is found that earthquake does increase the Nadal ratio, but the discrepancy is not very significant. The amplification effect of elevated bridge is not very serious as well. For all cases, Nadal ratios are found below the limit value of 1, which indicates that derailment will not occur. It is interesting to note that the fluctuation frequency of Nadal ratio is rather high as compared to that of the lateral displacement of front wheelset. It is owing to the higher frequency of ground acceleration as compared to ground displacement as observed by seismologists and earthquake engineers. Following a similar comparison basis, the result of wheel-load reduction ratio is shown in Fig. 9. It is found that wheel-load reduction ratios are kept below 0.6 for both cases, which indicates that derailment of the train is very unlikely. Similarly to that on Nadal ratio, the effect of earthquake on

wheel-load reduction ration is not very significant.

Since derailment is a very important issue, we have studied, without considering earthquake, the effects of train speed and track curving radius on potential derailment of the train in particular. Various cases were simulated and the result is summarized in Table 2. To be conservative, the maximum cant of 5.19° and minimum curving radius of 200 m as set by Taipei Rapid Transit System were considered during the simulation. It is found that, when the train runs on tracks having curving radius of 3,500 m, derailment will not occur except when the train speed reaches 80 km/h. For the latter case, although the maximum Nadal ratio is still within its limit, the maximum wheel-load reduction ratio has exceeded its limit. More attention has to be paid or more detailed evaluation has to be performed for this case. Since a transit train usually will not run at this high speed on curved tracks, the trains used in Taipei Rapid Transit System will not derail when running at regular conditions. The situation is quite



(a)



(b)

Fig. 6: Lateral displacement of front wheelset at train speed of (a) 80 km/h, and (b) 155 km/h

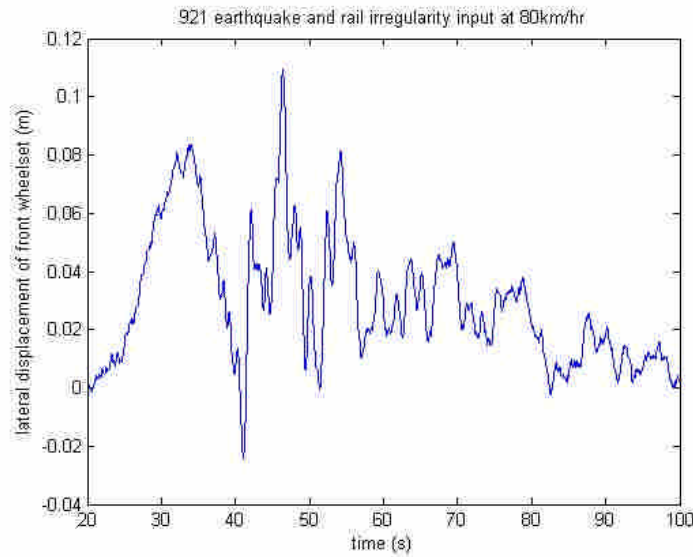


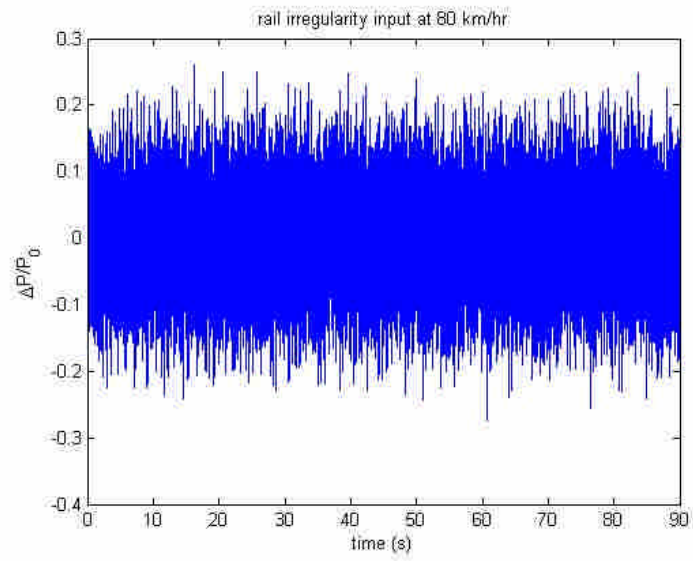
Fig. 7: Lateral displacement of front wheelset during earthquake

different when the train runs on tracks having the minimum curving radius. As can be seen from Table 2, the maximum Nadal ratios exceed the limit almost for all cases. These situations should be avoided when operating the trains.

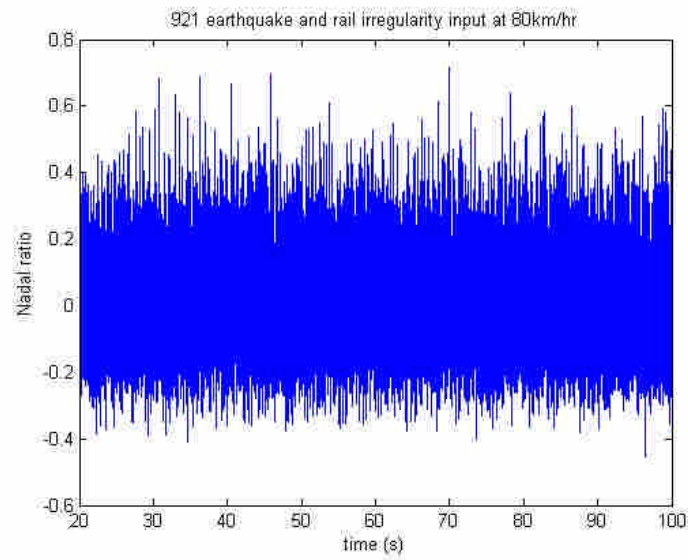
CONCLUSION

With regard to the dynamic analysis of trains used in Taipei Rapid Transit System, the following conclusions are drawn in the present study.

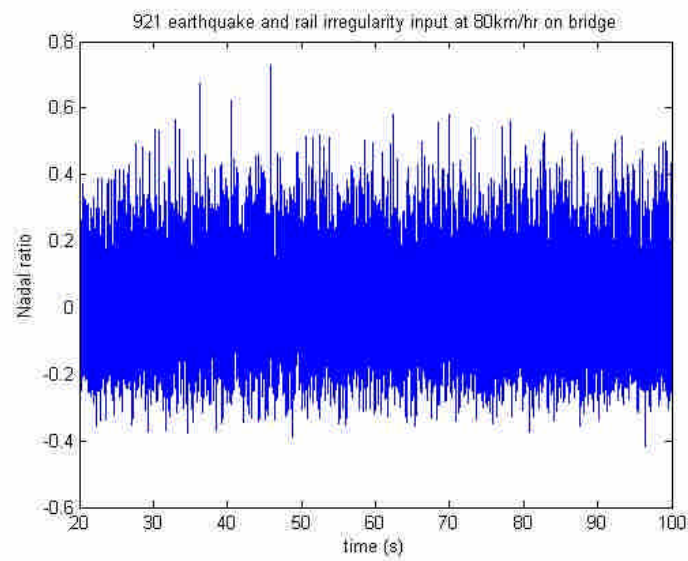
1. The appropriateness of the mathematical modeling and numerical analysis is ensured through comparing the lateral displacement of the bogie with that of the test result and the result obtained in a previous paper based on a more complete full-car model.
2. When the train runs on straight tracks and without considering earthquake, it is found that instability occurs at speeds of 155 km/h and higher, which also coincides with the result of the previous study.
3. When the train runs below its limit servicing speed of 80 km/h, and an earthquake of intensity scale four such as that recorded in Taipei during Chi-Chi earthquake occurs suddenly, the train is still stable and will not derail.
4. When both lateral and vertical ground motions of an earthquake are considered, dynamic responses of the train will be amplified approximately by 5% as compared to those caused by ground motion of the same direction. That is, a certain coupling effect exists between the lateral and vertical ground motions on the train responses.
5. Although displacements of the train including those of the carbody, bogie and wheelset are amplified tremendously by the earthquake, the maximum Nadal ratio and wheel-load reduction ratio do not change very much. It may be owing to that both the lateral and vertical forces of the wheelset are amplified, and both forces at the left-hand and right-hand sides of the wheelset are amplified. It indicates the train will not derail due to earthquake when running within the limit servicing speed on straight tracks.
6. Without considering earthquake, the train will not derail even it runs on curved tracks of large and moderate radii so long as it runs below the limit servicing speed. For some cases, wheel-load reduction ratio should be considered in addition to Nadal ratio to guarantee that derailment will not occur.



(a)

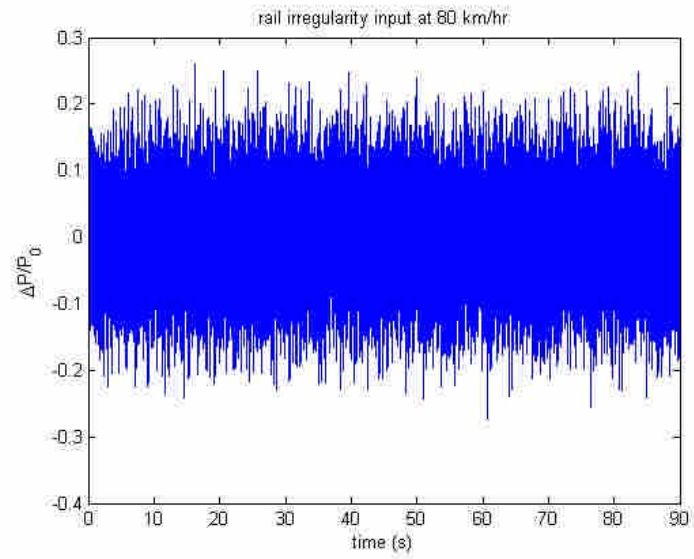


(b)

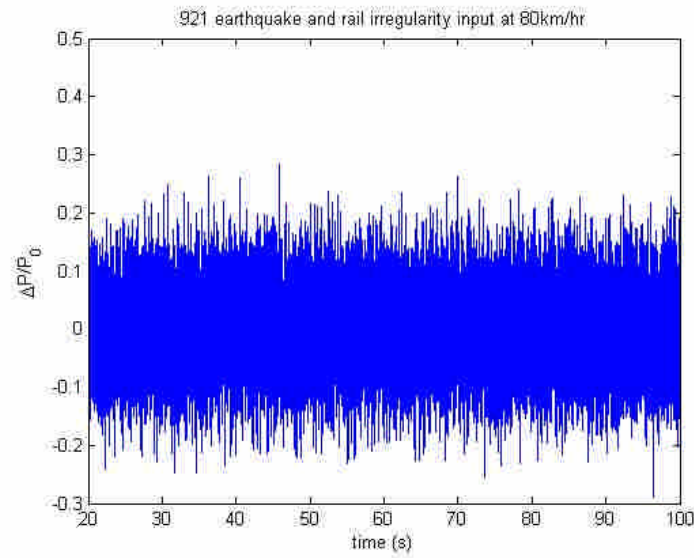


(c)

Fig. 8: Nadal ratio in consideration of (a) regular case, (b) earthquake, and (c) elevated bridge



(a)



(b)

Fig. 9: Wheel-load reduction ratio in consideration of (a) regular case, and (b) earthquake

Table 2: Maximum Nadal ratio under various curving radii and train speeds

Situation	Train speed (in km/h)					
	30	40	50	60	70	80
Curving radius of 200 m	0.98	1.32	1.78	2.28	2.90	3.72
Curving radius of 3,500 m	safe	safe	safe	safe	safe	0.73*

*Maximum Nadal ratio is within its limit but maximum wheel-load reduction ratio is over.

ACKNOWLEDGMENTS

The work is supported by National Science Council of Taiwan through grant NSC 95-2212-E-002-229. The writers are grateful for this support. They also appreciate the technical support provided by Dr. Yan-Tsai Fan of the Department of Rapid Transit Systems, Taipei City Government. Opinions, findings and conclusions expressed in this paper are those of the writers and do not reflect views of the supporters and their organizations.

REFERENCES

- Elkins, J. A. and Carter, A., "Testing and Analysis Techniques for Safety Assessment of Rail Vehicles: The State-of-the-Art," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 22, pp.185-208, 1993.
- Fan, Y. T., *Dynamic Analysis of Railway Vehicles and Its Verification Through Field Test Data*, Ph.D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, 2005.
- Fan, Y. T. and Wu, W. F., "Dynamic Analysis and Ride Quality Evaluation of Railway Vehicles - Numerical Simulation and Field Test Verification," *Journal of Mechanics*, Vol. 22, No. 1, pp. 1-11, 2006.
- Garg, V. K. and Dukkipati, R. V., *Dynamics of Railway Vehicle Systems*, Academic press, 1984.
- Hung, C. J., *Dynamic Simulation and Safety Investigation of Rail Vehicles in Consideration of Earthquakes*, Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, 2006. (in Chinese)
- Kalker, J. J., "Wheel-Rail Rolling Contact Theory," *Wear*, Vol. 144, pp. 243-261, 1991.
- Lee, W. H. K., Shin, T. C., Kuo, K. W., Chen, K. C. and Wu, C. F., "CWB Free-Field Strong-Motion Data from the 21 September Chi-Chi, Taiwan, Earthquake," *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 91, No. 5, pp. 1370-1376, 2001.
- Lei, X. and Noda, N.A., "Analyses of Dynamic Response of Vehicle and Track Coupling System with Random Irregularity of Track Vertical Profile," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 258, Issue 1, pp. 147-165, 2002.
- Suda, Y., "High Speed Stability and Curving Performance of Longitudinally Unsymmetrical Trucks with Semi-Active Control," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 23, pp. 29-52, 1994.
- Tsai, Y. B. and Huang, M. W., "Strong Ground Motion Characteristics of the Chi-Chi, Taiwan Earthquake of September 21, 1999," *Earthquake Engineering and Engineering Seismology*, Vol. 2, No. 1, pp. 1-21, 2000.