

行政院國家科學委員會專題研究計劃成果報告

覆蓋多孔質吸音材之活塞聲源聲場分析

Sound field analysis of a piston source covered by a porous material

計劃編號：NSC89-2611-E-002-030

執行期限：89年8月1日至90年7月31日

主持人：王昭男 國立台灣大學造船與海洋工程學系

一、中文摘要

本文旨在推導覆蓋非等向性多孔質吸音材之活塞聲源所產生之聲場，其理論式為 Amedin 等人所考慮等向性研究之延伸，文中首先將點音源所產生之聲場以圓柱波之型態加以表示，再配合交界面之邊界條件即可計算覆蓋吸音材之聲源所產生之音壓聲場，之後文中亦探討了頻率、吸音材料體積密度以及非等向性等因素對於吸音效果之影響。

關鍵詞：聲場、吸音材、非等向性

Abstract

A theoretical approach for the sound field of a piston sound source covered by a finite thickness layer of anisotropic porous material is presented. The formulation is an extension of the method worked out by Amedin et al [J. Acoust. Soc. Am., 98, 1757-1766, 1995], that the isotropic porous material is considered. First, in the present study the sound field of a point source is described by cylindrical waves. Then the sound pressure radiated from a baffled piston source can be calculated. Thus the effects of frequency and bulk density of material on the sound propagation in an anisotropic porous material are studied. Finally, the anisotropic effect is also discussed.

二、緣由與目的

多孔質吸音材被廣泛使用於噪音之控制上，因此，對於其音響特徵之了解就非常重要。在此方面已有許多理論上之研究[1-5]，然因多孔質材結構複雜，在理論模式中使用了許多參數，需要許多之實驗來確定這些參數值，因此這些理論模式難以直接使用。Delany 與 Bazley[6]，Wu[7]與 Allard[8]分別對纖維質材與發泡材提出了容易使用之經驗公式，但對於個別材料或新產品，這些經驗公式並無法提供正確合理之結果，故實驗之量測仍是需要的。

阻抗管是最典型常用之測量法[9,10]，另亦有自由聲場量測法[11,12]，但這些方法基本上只適合在實驗室內進行，Champoux 與 Ross[13]發展出一套可在製造現場控制熱阻之技術，Amedin 等人[14,15]則將 Champoux 與 Ross 之技術應用於量測吸音材特徵阻抗與傳播係數之量測上，但其方法只適用於等向性之吸音材。

本研究之目的在於擴展 Amedin 之理論以推得覆蓋非等向性吸音材之活塞聲源所產生之聲場，文中首先推導點聲源在非等向性材質中之聲場，再配合邊界條件後即可得到在吸音材中與空氣中之音壓分佈，此外文中亦比較了非等向性材質所造成音壓分佈之差異。

三、點源在非等向性材質中之聲場分佈

考慮一位於 R_0 之點聲源輻射聲波進入一無窮之非等向性材質中，假設在 z 方向聲波之傳播速度為 c_N ，而在 x 與 y 方向則為 c_P ，則在 R 點之聲壓為

$$\left[\left(\frac{c_P}{c_N} \right)^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_N^2 \right] g_{\infty}(R, R_0) = -4\pi \delta(R - R_0)$$

依據文獻 16 之步驟可得到當音源位於原點時之聲場為

$$g_w(R, 0) = - \int_0^{\infty} \frac{\mu}{\sqrt{\left(\frac{c_p}{c_N}\right)^2 \mu^2 - k_N^2}} J_0(\mu r) e^{\left(-\eta \sqrt{\left(\frac{c_p}{c_N}\right)^2 \mu^2 - k_N^2}\right)} d\mu$$

式中之 r 為 R 點在 xy 面上之投影與原點之距離。

四、控制方程式與圓柱波解

如圖 1 所示，厚度為 h 之非等向性多孔材覆蓋在半徑為 a 之音源上，此時在多孔材(p_1)與空氣(p_2)中之聲壓分別為

$$\left[\left(\frac{c_p}{c_N} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_N^2 \right] p_1(r, \theta, z) = 0, \quad 0 \leq z \leq h$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] p_2(r, \theta, z) = 0, \quad z \geq h$$

其中 k 與 k_N 分別為空氣中與吸音材中之波數。在剛性平面上期邊界條件為

$$v_1(r, \theta, 0) = 0, \quad r \geq a$$

在音源表面 S_0 處速度需連續，即

$$\phi v_1(r, \theta, 0) = v_0, \quad 0 \leq r < a$$

另外在空氣與多孔質材之交界面上音壓與體積速度需相等

$$p_1(r, \theta, h) = p_2(r, \theta, h)$$

$$\phi v_1(r, \theta, h) = v_2(r, \theta, h)$$

由文獻 17 可知活塞音源速度為 v_0 時，其所輻射之音壓為

$$p(M) = \frac{j \rho \omega v_0}{2\pi} \int_{S_0} g_w(M, N) dS(N)$$

因此在多孔吸音材與空氣中任意一點 M 之音壓可表示為

$$p_1(M) = \frac{j \rho_1 \omega v_0}{2\pi \Omega} \left\{ \int_{S_0} \int_0^{\infty} J_0(\mu r_{MN}) \exp(-\eta_1 z) d\mu + \int_0^{\infty} Q_{11}(\mu) \frac{\mu}{\eta_1} J_0(\mu r_{MN}) \exp(-\eta_1 z) d\mu + \int_0^{\infty} Q_{12}(\mu) \frac{\mu}{\eta_1} J_0(\mu r_{MN}) \exp(-\eta_1 z) d\mu \right\} dS$$

$$p_2(M) = \frac{j \rho_0 \omega v_0}{2\pi \Omega} \int_{S_0} \int_0^{\infty} Q_2(\mu) \frac{\mu}{\eta_1} J_0(\mu r_{MN}) \exp(-\eta_1 z) d\mu dS$$

其中 r_{MN} 為 M 在 xy 平面上之投影點與源點 N 之距離， Q_{11} 為 S_1 平面之反射係數， Q_{12} 與 Q_2 則為 S_2 平面之反射與透過係數， ρ_1 與 ρ_0 分別為多孔質材與空氣之密度，而 η_1 則表示為 $\eta_1 = \sqrt{\mu^2 - k^2}$ 。

利用上兩式與邊界條件即可得到

$$Q_{11} = Q_{12} = \frac{-(\rho_1 \eta_1 - \Omega \rho_0 \eta) \exp[-(\eta + \eta_1)h]}{(\rho_1 \eta_1 - \Omega \rho_0 \eta) \exp[-(\eta + \eta_1)h] + (\rho_1 \eta_1 + \Omega \rho_0 \eta) \exp[(\eta - \eta_1)h]}$$

$$Q_2 = \frac{2\Omega \rho_0 \eta_1}{(\rho_1 \eta_1 - \Omega \rho_0 \eta) \exp[-(\eta + \eta_1)h] + (\rho_1 \eta_1 + \Omega \rho_0 \eta) \exp[(\eta - \eta_1)h]}$$

將上結果帶入並對音源表面進行積分，同時將 Bessel 函數展開並積分得到

$$p_1(M) = \frac{j \rho_1 \omega v_0}{\Omega} \int_0^{\infty} \frac{1 + \exp(2\eta_1 z)}{\eta_1} Q_{11}(\mu) J_0(\mu r_M) J_1(\mu a) \exp(-\eta_1 z) d\mu$$

$$p_2(M) = \frac{j \rho_0 \omega v_0}{\Omega} \int_0^{\infty} \frac{Q_2(\mu)}{\eta_1} J_0(\mu r_M) J_1(\mu a) \exp(-\eta_1 z) d\mu$$

五、數值結果與討論

由前述之討論可知傳播常數 k_N 、複數

密度 ρ_1 與 $\left(\frac{c_p}{c_N}\right)$ 需先給定方可進行音壓之

計算，文中採用 Delany 與 Bazley 之經驗公式，即

$$k_c = (\omega/c) [1 + 0.0978(\rho_0 f/\sigma)^{-0.700} - j 0.189(\rho_0 f/\sigma)^{-0.595}]$$

$$Z_c = \rho_0 c [1 + 0.0571(\rho_0 f/\sigma)^{-0.754} - j 0.087(\rho_0 f/\sigma)^{-0.732}]$$

其中 k_c 與 Z_c 為傳播常數與特徵阻抗， c 為空氣中之音速， σ 則為材料在垂直方向之流體阻力，據此複數密度可表示為

$$\rho_1 = Z_c k_c \Omega / \omega$$

至於 $\left(\frac{c_p}{c_N}\right)$ 之值則在平面與垂直方向之流

體阻力比值已知之情況下，利用傳播常數進行估算。為方便結果之描述，文中定義轉換函數作為參數

$$Z(M) = p(M) / v_0$$

5.1 數值計算之準確性

為了解所撰寫程式與對無限積分之準確性，文中進行等向性多孔質吸音材覆蓋音源時之計算並與 Amedin 之結果比較，圖 2 與 3 為位於音源正上方距離吸音材 1 公分處所算得之轉換函數大小與相位角之比較圖，圖 4 與 5 則為吸音材上方 1 公分距離中心軸 5 公分處所算得結果之比較，由圖形可看出，對不同流體阻力所得到之結果都相當吻合，可證明本文之方法與程式揭示可靠的。

5.2 頻率之影響

文中選擇一種非等向多孔質吸音材(體積密度 24kg/m^3 ，厚度 5 公分，垂直方向之流體阻力 $7\text{ cgs}(\frac{g}{\text{sec}\cdot\text{cm}^3})$ ， $(\frac{c_p}{c_n})$ 為 0.6)

用以說明頻率對轉換函數之影響，計算點位於材料上方 5 公分，由中心軸垂直向上每公分取一點(在中心軸上)，而對偏離中心軸之情況，則在水平方向移動，從 0 至 30 公分每公分取一點，結果如圖 6 與 7 所示。可以發現轉換函數之大小隨頻率增加而變大，此現象說明能量逐漸往音源之正前方集中，亦即頻率提高則方向性愈明顯。此外軸向與非軸向於不同距離產生相同之相位變化亦是材料為非等向性之說明。

5.3 材料密度之影響

文中選取三種常用之纖維材質吸音材(24, 32 與 48 kg/m^3)用以說明材料密度對聲波傳播之影響，依據 Bies 與 Hansens[18]之研究，其所對應之流體阻力分別為 7, 11 與 19 cgs. 圖 8 與 9 為 2000Hz 之聲波在厚度 5 公分， $(\frac{c_p}{c_n})$ 為 0.6 之非等向性多孔質材中傳播之軸向與非軸向結果。可看出轉換函數之大小隨體積密度之增加而減少，此乃音流體阻力增加之故。此外圖 8 相位角之結果亦顯示在垂直方向聲波之波長(即速度)並不相同，圖 9 中亦顯示在水平方向 32 與 48 kg/m^3 有明顯之波長差異。

5.4 非等向性之影響

在此研究中選取平面與垂向流體阻力比值為 0.6, 0.8 與 1.0 等三種材質以探討非等向性之影響，頻率 2000Hz 之聲波在體積密度 48 kg/m^3 之纖維材中傳播之結果如圖 10 與 11 所示。在軸向上轉換函數之大小有少量之改變，但相位角幾乎完全相同(圖 10)，但在非軸向則相位角改變明顯(圖 11)，此乃由於計算點在水平方向上，因此平面流體阻力與垂直方向不同之影響明顯。

六、結論

在本研究中發展了一套用以分析聲波在非等向性多孔吸音材中傳播之計算理論，此理論乃基於 Amedin 之研究，據此理論，不論是等向性或非等向性材質覆蓋於活塞聲源之聲場均可加以分析，由數值分析之結果可知，頻率與材料密度對聲波之傳播有著較為顯著之影響作用，非等向性之作用雖然較小，但亦不能忽略。

參考文獻

1. Attenborough, K., Acoustical characteristics of porous materials, Physics Reports, 82, 179-227, 1982.
2. Biot, M. A., The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, I. Low frequency range, II. Higher frequency range. J. acoust. Soc. Am., 28, 168-191, 1956.
3. Johnson, D. L., Koplik, J. and Dashen, R., Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. J. Fluid Mechanics, 176, 379-402, 1987.
4. Champoux, Y. and Allard, J. F., Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. J. Applied Physics, 70, 1975-1979, 1991.

5. Allard, J. F., Herzog, P., Lafarge, D. and Tamura, M., Recent topics concerning the acoustics of fibrous and porous materials. *Applied Acoustics*, 39, 3-21, 1993.
6. Delany, M. E. and Bazley, E. N., Acoustical properties of fibrous absorbent materials. *Applied Acoustics*, 3, 105-116, 1970.
7. Wu, Q., Empirical relations between acoustical properties and flow resistivity of porous plastic open-cell foams. *Applied Acoustics*, 25, 141-148, 1986.
8. Allard, J. F. and Champoux, Y., New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials, *J. Acoust. Soc. Am.*, 91(6), 3346-3353, 1992.
9. Smith, C. D. and Parrott, T. L., Comparison of three methods for measuring acoustic properties of bulk materials, *J. Acoust. Soc. Am.*, 74, 1577-1582, 1983.
10. ASTM C 384-90, Standard test method for impedance and absorption of acoustical materials by the impedance tube method, revised in 1990.
11. Allard, J. F. and Sieben, B., Measurement of acoustic impedance in a free field with two microphones and a spectrum analyzer, *J. Acoust. Soc. Am.*, 77, 1617-1618, 1985.
12. Cramon, A. J. and Don, C. G., Reflection of impulses as a method of determining acoustic impedance, *J. Acoust. Soc. Am.*, 75, 382-389, 1984.
13. Champoux, Y. and Ross, M.-J., Measurement of thermal resistivity of insulating material using an acoustical technique, *Noise Control Engineering Journal*, 40, 151-158, 1993.
14. Amedin, C. K., Berry, A., Champoux, Y. and Allard, J. F., Sound field of a baffled piston source covered by a porous medium layer, *J. Acoust. Soc. Am.*, 98(3), 1757-1766, 1995.
15. Amedin, C. K., Champoux, Y., Berry, A., Acoustical characterization of absorbing porous materials through transmission measurements in a free field. *J. Acoust. Soc. Am.*, 102(4), 1982-1994, 1997.
16. Morse, P. M. and Ingard, K. U., *Theoretical acoustics*, McGraw-Hill, New York, 1968.
17. Fahy, F., *Sound and Structural Vibration*, Academic, Orlando, 1987.
18. D. A. Bies and C. H. Hansen, Flow resistance information for acoustical design, *Applied Acoustics*, 13, 357-391, 1980.

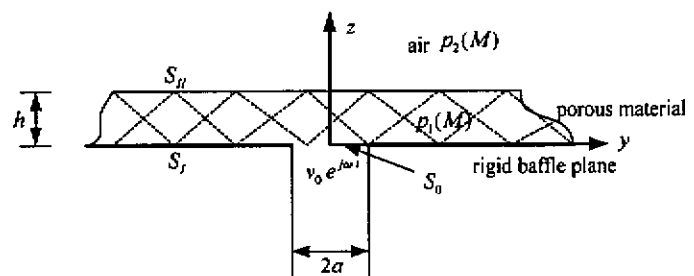


Fig. 1. Configurations of the problem.

Transfer function (on-axis)

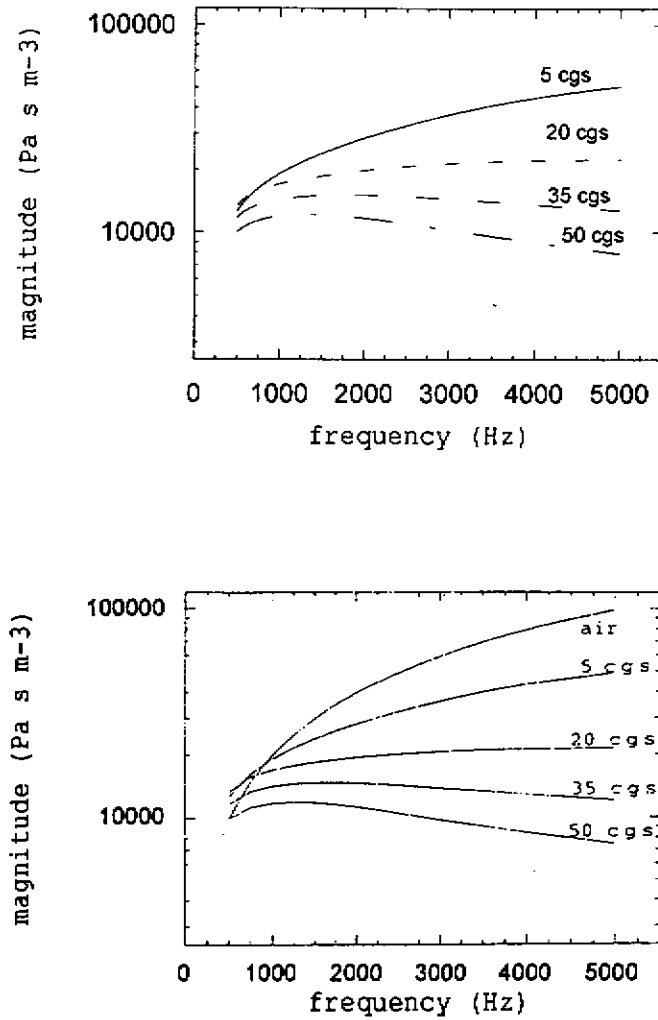


Figure 2. The comparison of the magnitude of the transfer function with Ref.[14].

Transfer function (on-axis)

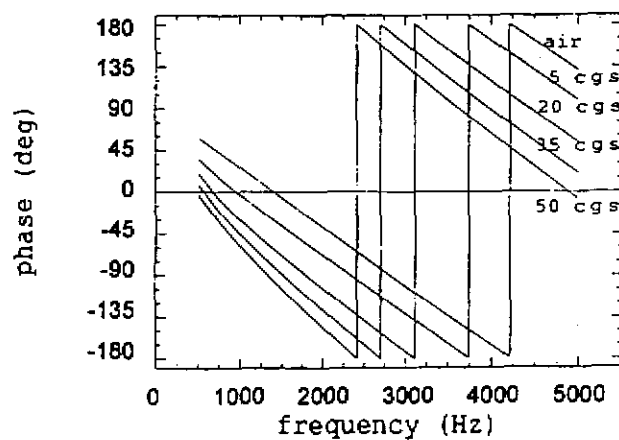
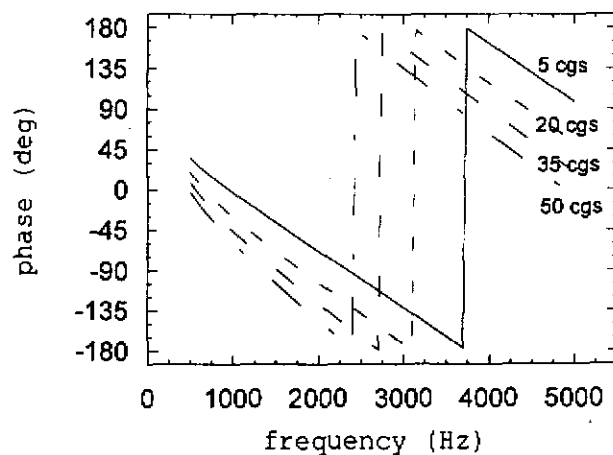


Figure 3. The comparison of the phase of the transfer function with Ref.[14].

Transfer function (off-axis)

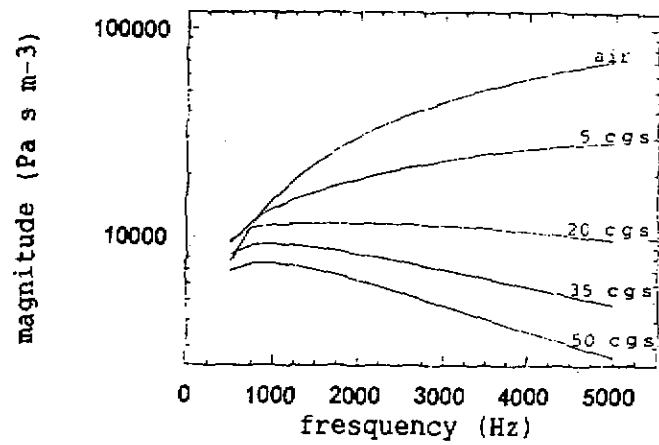
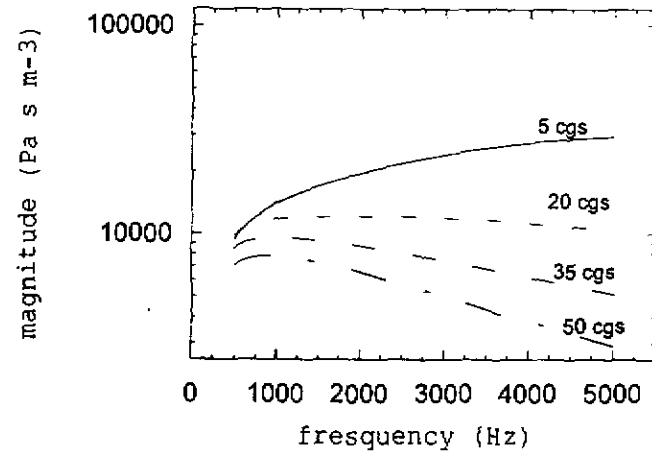


Figure 4. The comparison of the magnitude of the transfer function with Ref. [14].

Transfer function (off-axis)

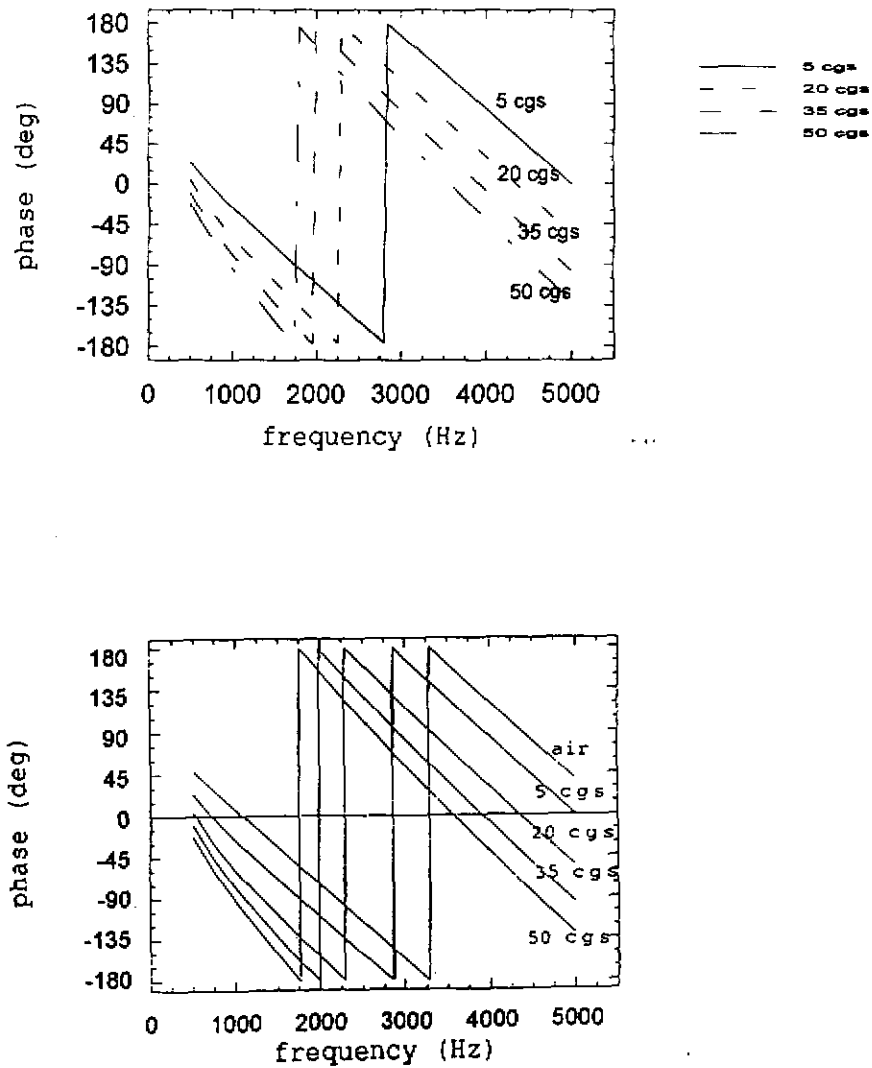


Figure 5. The comparison of the phase of the transfer function with Ref.[14].

Transfer function (on-axis)

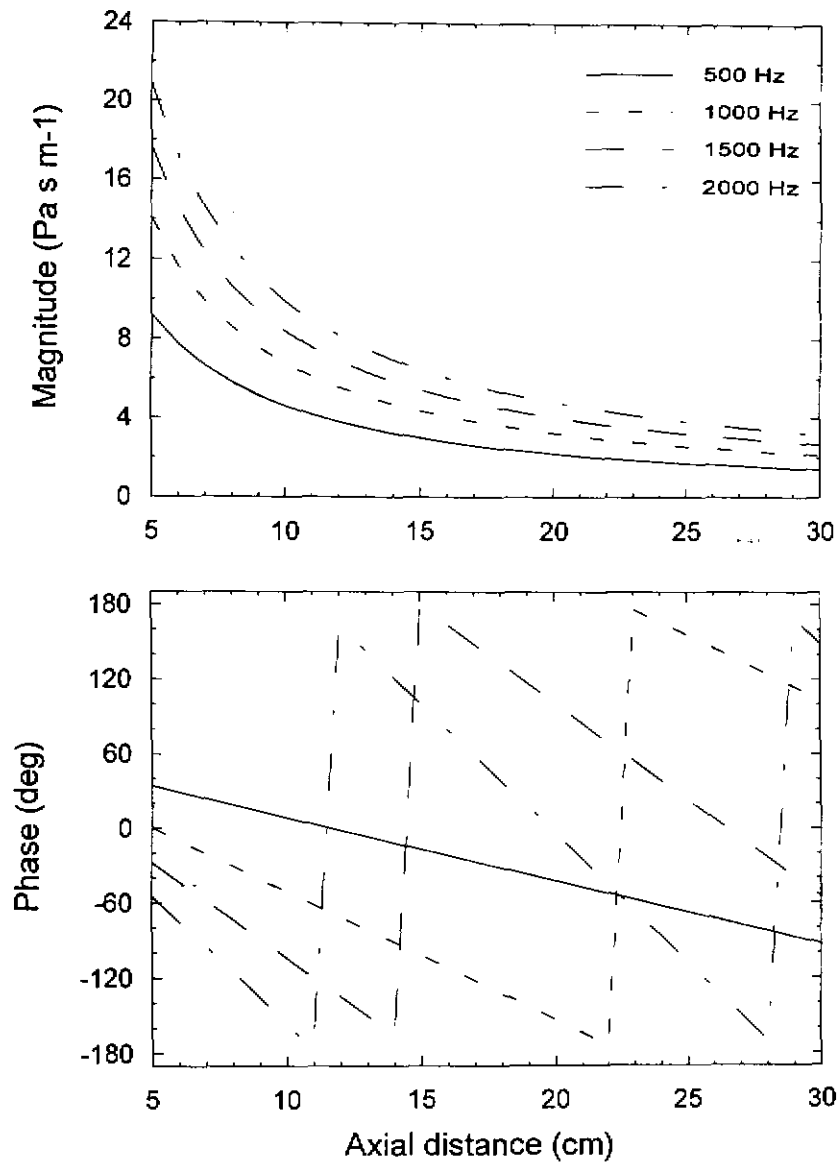


Figure 6. The effect of the frequency on the transfer function.
material bulk density 24 kg/m³, $\sigma_p / \sigma_N = 0.6$

Transfer function (on-axis)

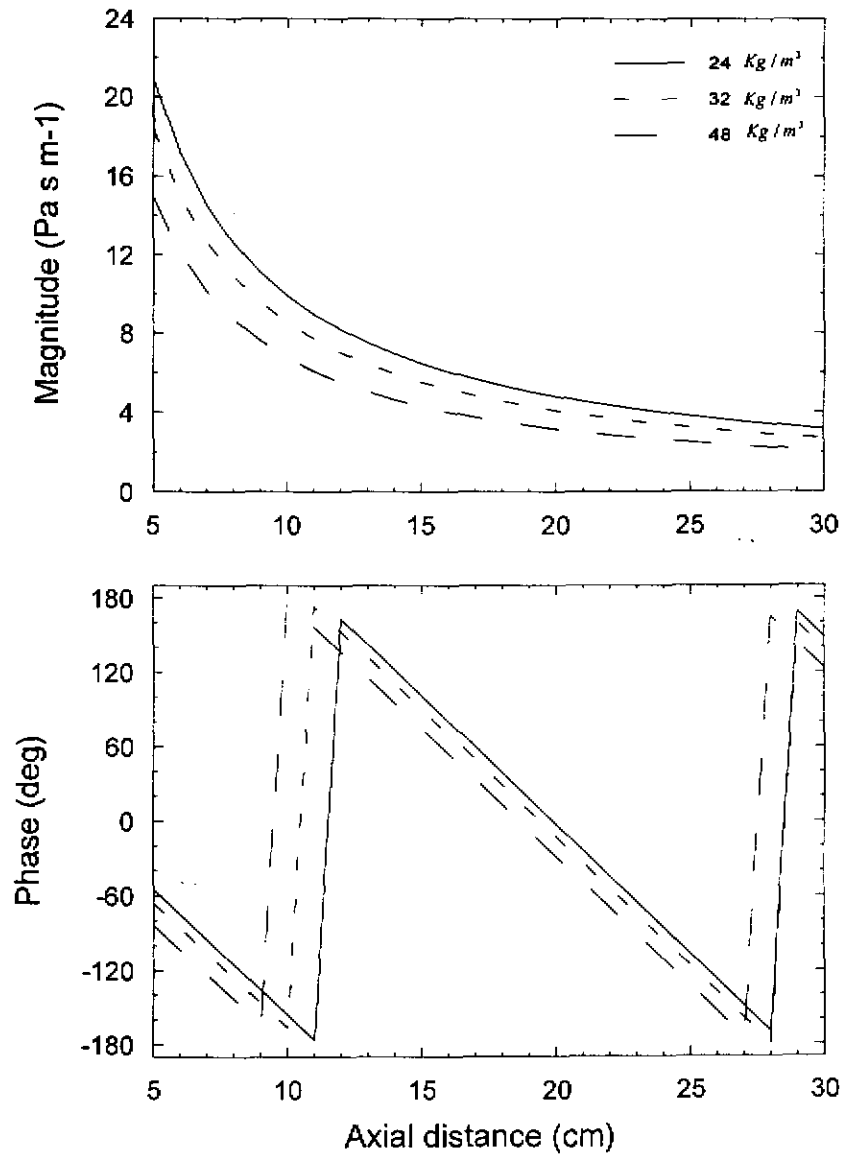


Figure 8. The effect of the bulk density on the transfer function.
frequency 2000 Hz, $\sigma_p / \sigma_n = 0.6$

Transfer function (off-axis)

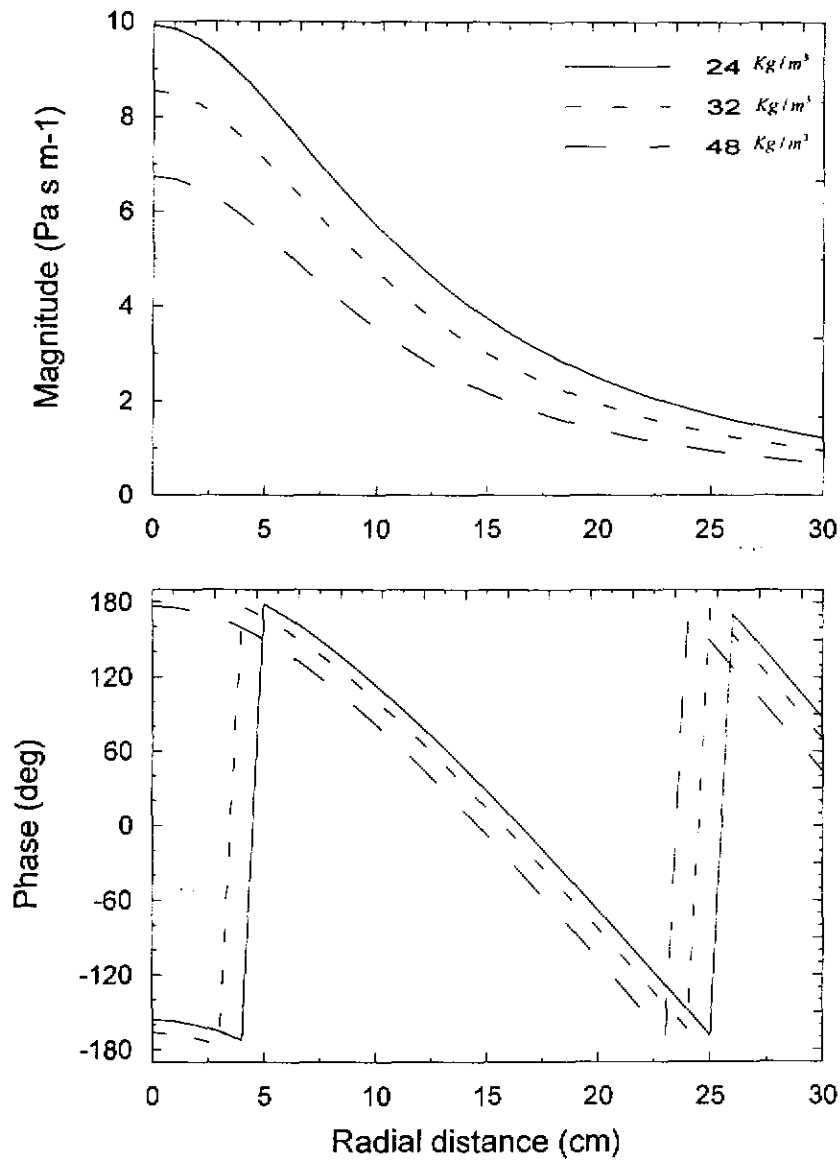


Figure 9. The effect of the bulk density on the transfer function.
frequency 2000 Hz, $\sigma_p / \sigma_N = 0.6$

Transfer function (on-axis)

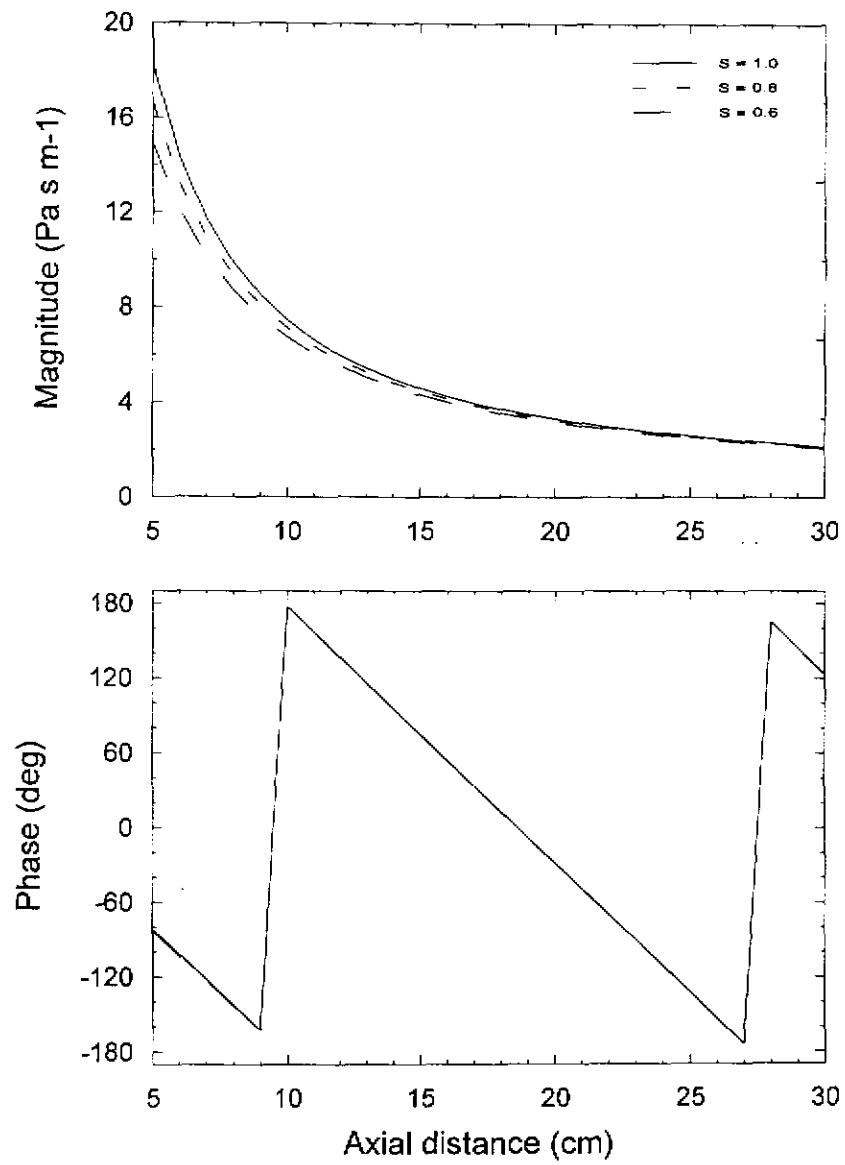


Figure 10. The anisotropic effect on the transfer function.
material bulk density 48 kg/m³, frequency 2000Hz

$$\sigma_p / \sigma_N = S$$

Transfer function (off-axis)

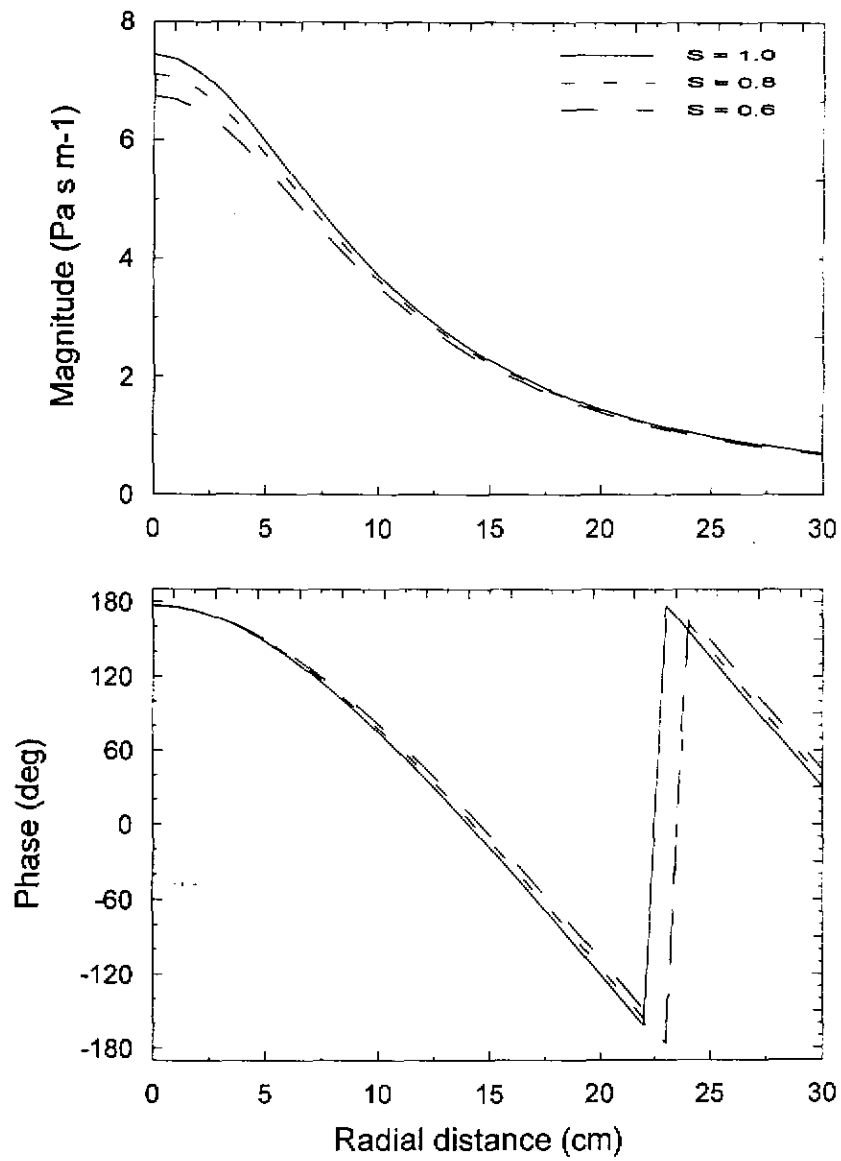


Figure 11. The anisotropic effect on the transfer function.
material bulk density 48 kg/m³, frequency 2000Hz

$$\sigma_p / \sigma_N = S$$