

# 行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※

※

※

※

束縮段渠道超臨界流水理分析

※

※

※

※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※

計畫類別：個別型計畫    整合型計畫

計畫編號：NSC 89-2211-E-002-049

執行期間：88年8月1日至89年7月31日

計畫主持人：許銘熙 教授

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：國立台灣大學農業工程學系

中華民國 89 年 7 月 31 日

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 束縮段渠道超臨界流水理分析

### Hydraulic Analysis of Supercritical Flow in Channel Contractions

計畫編號：NSC 89-2211-E-002-049

執行期限：88年8月1日至89年7月31日

協同主持人：許銘熙 國立臺灣大學農業工程學系教授

計畫參與人員：鄧慰先 國立臺灣大學水工試驗所博士後研究

蘇騰鎰 國立臺灣大學農業工程學系博士研究生

#### 中文摘要

束縮段渠道常見於通水斷面突然縮小之水道，用以連接上下游水道，減少輸水之能量損失或使水流通暢。當河道上游為一起臨界流流況時，水流經束縮段渠道後，常會產生斜震波，造成下游水道水位不穩定等現象。若束縮段束縮比率過大將會造成頸塞流況之發生。為研究渠道束縮段複雜之水理流況，首先將對直牆式束縮段矩形渠道之水理現象進行分析，研究內容除對渠道束縮段水理影響參數無因次分析外，在考慮不產生頸塞流況之現象下，提出一適合之束縮段長度之計算方式，以減少斜震波對渠道下游之影響。此外，利用渠道二維數值模式進行渠道超臨界流之數值模擬，並將模擬結果與理論分析相互比較，研究成果將可做為束縮段超臨界流渠道水理分析之參考。

關鍵詞：渠道束縮段，適合長度，斜震波。

#### Abstract

The contraction channel connecting upstream and downstream channels is designed for reducing the energy lose of water flow. When the inflow condition is supercritical flow, the flow in channel contraction will generate oblique shock waves, and make the downstream flow unstable. However, the large channel contraction ratio will generate the choking flow. In this study, the theoretical analyses for the choking flow and suitable length of transition in straight-wall channels are

investigated. The non-dimensional parameters affecting the water depth in rectangular contraction channel are deduced from the dimensional analysis. In addition, a two-dimensional numerical model was developed to simulate supercritical flow in channel contractions. A series of numerical experiments were carried out to analyze the effects of the non-dimensional parameters. As a result, the suitable lengths of the channel contraction are proposed to reduce the influence on the downstream flow field. The results of this study can be used for the hydraulic analysis and design of channel contractions in supercritical flow.

Keywords: Channel Contractions, Suitable Length, Oblique Shock Waves

#### 一、緣由與目的

本研究為研究渠道束縮段複雜之水理流況，提出一適合之束縮段長度之計算方式，以減少斜震波之產生。於超臨界流漸變段研究方面，Ippen (1951)<sup>[9][10]</sup>曾以一系列之水槽試驗探討超臨界流漸變段之水理現象並忽略能量損失情況下，提出一套漸變段之水理分析理論；Arbhabhirama<sup>[5]</sup>(1971)、Khalifa<sup>[12]</sup>(1979)針對渠道突擴段之水理現象，提出理論分析並進行數值模擬；Jimenez<sup>[11]</sup>(1988)利用震波捕抓法以計算二維超臨界渠流之流況；另外，Bhallamudi<sup>[6]</sup>(1992)、Rahman<sup>[13]</sup>(1997)針對超臨界流束縮段之水理情況利用MacCormack有限差分數值模式進行模擬；Causon<sup>[8]</sup>(1999)利用有限體積法模擬

非對稱直牆式束縮段之水理現象。國內研究方面，許氏<sup>[1][2][3]</sup> (1992、1995、1998)曾先後完成渠道中超臨界震波之數值模擬及自由水面二維垂直水理模式，並針對渠道中急變流況進行各項數值與模型試驗，使用修正型 MacCormack 差分法建立渠道二維變量流水理模式，成功模擬了渠道中超臨界流與亞臨界流並存之二維水理流況。本研究將對束縮段矩形渠道之水理現象進行分析，首先針對渠道束縮段水理影響參數進行無因次分析，並對束縮段頸塞長度之理論公式及束縮段之合適長度進行研究，以減少束縮段內正負斜震波之產生，以避免造成下游水位之不穩定。此外，利用渠道二維數值模式進行渠道超臨界流之數值試驗，將本研究結果與數值試驗及模型試驗相互比較，建立一套渠道束縮段之合適長度及頸塞長度之分析理論，可供超臨界流束縮水道設計之參考。

## 二、束縮段之因次分析

假設有一上下渠道寬度不同之渠道，經由一直牆式束縮渠道相連接。若上游為超臨界流流況，當水流流經束縮渠道段時，由於水流受到渠道邊牆之影響，使得靠近邊牆處之流速較慢，而靠近中心處之流速較快，而在束縮段產生超臨界流斜震波，即使得斜震波前之水位較斜震波後之水位為低，形成束縮段內高低水位不連續之情況。圖 1 即為束縮矩形渠道示意圖。若當水流流經直牆式束縮段時，束縮段內產生之正負斜震波，剛好使渠道束縮段後之正負斜震波相互抵消時，則稱此束縮段長度為束縮段之適合長度 L。

本研究以水平束縮段矩形渠道為例，暫不考慮 n 值及  $S_0$  之影響，利用渠道之幾何形狀關係，無因次束縮段適合長度可表示成：

$$\frac{L}{b_3} = \frac{1}{2 \tan \theta} \left( \frac{1}{W} - 1 \right) \quad (1)$$

$$\text{即} \quad \frac{L}{b_3} = f(F_1, W) \quad (2)$$

由(2)式可知，當渠道上下游寬度決定且已知入流福祿數時，可計算出其束縮段無因

次束縮適合長度。

## 三、適合長度分析

當超臨界流流況時，水流流經直牆式束縮段，由於受到邊牆突縮或束縮折角的作用，於束縮段內會有正負斜震波之產生，若選擇適合之束縮段長度，可使渠道束縮段下游水深變化較不劇烈，則稱此束縮段長度為直牆式束縮段之適合長度 L。本研究所採用之直牆式束縮段渠道，如圖 2 所示，假設在超臨界情形下，束縮段不產生頸塞流況，束縮段水流因受邊界突縮之影響而產生斜震波。為討論斜震波產生對水面變化情形，將直牆式束縮段渠道分為三區，第一區為渠道束縮段上游區，第二區為渠道束縮段區，第三區為渠道束縮段下游區，其中渠道束縮段長度為 L。

### 1. 震波折角 ( $\beta_a$ )

當直牆式束縮段產生斜震波時，其斜震波與邊牆所夾之折角為  $\beta_a$ ，若考慮斜震波之前水深  $h_1$ 、流速  $V_1$  與斜震波之後水深  $h_2$ 、流速  $V_2$ ，利用連續及動量方程式則可得出 (Subramanya<sup>[4]</sup>、1986)：

$$\tan \theta = \frac{\tan \beta_a \left( \sqrt{1 + 8F_1^2 \sin^2 \beta_a} - 3 \right)}{2 \tan^2 \beta_a - 1 + \sqrt{1 + 8F_1^2 \sin^2 \beta_a}} \quad (3)$$

假設當渠道束縮折角 ( $\theta$ ) 小於  $10^\circ$  時，則可利用最小平方誤差法<sup>[4]</sup>，可將(3)式可重新改寫為：

$$\beta_a = 0.59 + 0.53F_1^{-1} + F_1^{-1} \sqrt{0.28 + 0.177F_1\theta + 0.25F_1^2\theta^2} \quad (4)$$

其中， $\theta$ ：渠道束縮折角；

$F_1$ ：上游入流福祿數；

$\beta_a$ ：束縮段第一次震波折角。

### 2. 束縮段福祿數 ( $F_2$ )

當斜震波發生後，束縮段內第二區之福祿數為  $F_2$ ，由於平行震波波前方向之分速度不變，如圖 3 所示沿震波波前之法線方向，近似水躍現象，故可利用水躍前後之連續方程式及動量方程式得出：

$$F_2 = \left( \frac{F_1^2}{H_1} - \frac{(H_1-1)(H_1+1)^2}{2H_1^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

其中， $h_1$ ：上游入流水深；  
 $h_2$ ：束縮段水深；  
 $F_1$ ：上游入流福祿數， $F_1 = V_1/\sqrt{gh_1}$ ；  
 $F_2$ ：束縮段福祿數， $F_2 = V_2/\sqrt{gh_2}$ ；  
 $H_1$ ： $h_2/h_1$

若已知束縮段內水深( $h_2$ )、上游入流水深( $h_1$ )及入流福祿數( $F_1$ )時，則可以利用由(5)式得出束縮段內福祿數( $F_2$ )。

### 3. 束縮折角 ( $\theta$ )

當渠道束縮段長度設計適合時，即適當之束縮折角( $\theta$ )會使渠道下游正負斜震波相互抵消，使下游水面不再劇烈變化，由束縮段無因次水理分析可知，渠道束縮折角( $\theta$ )與入流福祿( $F_1$ )與渠道斷面束縮比( $W$ )之有關，故若已知渠道上渠入流福祿數( $F_1$ )及渠道斷面束縮比( $W$ )便可推求其束縮段最佳設計之束縮折角( $\theta$ )，由於束縮折角( $\theta$ )不易表成入流福祿數( $F_1$ )與斷面束縮比( $W$ )之函數關係，故 $\theta$ 以隱函數型式  $W = f(\theta, F_1)$  表示如下：

$$W = \left( \frac{2+F_3^2}{2+F_1^2} \right)^{3/2} \frac{F_1}{F_3} \quad (6)$$

其中，

$$F_3 = \left( \frac{F_2^2}{H_2} - \frac{(H_2-1)(H_2+1)^2}{2H_2^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$H_2 = \frac{\tan\beta_b}{\tan(\beta_b - \theta)}$$

$$\beta_b = 0.59 + 0.53F_2^{-1} + F_2^{-1} \sqrt{0.28 + 0.177F_2\theta + 0.25F_2^2\theta^2}$$

$$F_2 = \left( \frac{F_1^2}{H_1} - \frac{(H_1-1)(H_1+1)^2}{2H_1^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$H_1 = \frac{\tan\beta_a}{\tan(\beta_a - \theta)}$$

$$\beta_a = 0.59 + 0.53F_1^{-1} + F_1^{-1} \sqrt{0.28 + 0.177F_1\theta + 0.25F_1^2\theta^2}$$

### 4. 束縮段頸塞流況

當頸塞流況發生時，假設束縮段尾端將產生臨界流況，則其下游福祿數 $F_3 = 1$ ，(6)式可改寫為：

$$W_{\min} = \frac{3^{3/2}}{(2+F_1^2)^{3/2}} F_1 \quad (7)$$

其中( $W_{\min}$ )為最小斷面束縮比，利用(7)式則可得出頸塞流況發生時，入流福祿數( $F_1$ )與渠道最小斷面束縮比( $W_{\min}$ )之關係，圖4所示，圖中顯示曲線上方為頸塞流況不發生區，下方則為頸塞流況發生區。若於渠道發生頸塞流況時，水流將於束縮段前產生水躍，而使得束縮段內之斜震波消失，為排除此種流況，本研究考慮在不發生頸塞流況下，渠道束縮段之無因次長度。圖中曲線A為束縮段頸塞長度，曲線下方為發生頸塞流況區，曲線上方為頸塞流況不發生區，經由上述之分析可知，於束縮渠道設計時，應先找出其發生塞流況時之最小斷面束縮比( $W_{\min}$ )及其相對應之頸塞長度，以供渠道束縮段適合長度之設計。

### 四、適合長度結果討論

本研究所建立之束縮段無因次適合長度( $L/b_3$ )與上游福祿數( $F_1$ )及渠道斷面束縮比( $W$ )關係圖，將利用渠道二維數值試驗式進行驗證。在不考慮發生束縮段頸塞流況情形下，本研究所建立之束縮段適合長度，其入流福祿數應大於1。此外，本研究不考慮入流福祿數過大之情形，其原因為當入流福祿數過大時，在束縮段斜震波所產生之水躍現象呈現不穩定現象，因而發生明顯的夾氣情形，如此一來將導致實際水流現象與理論分析及數值模式不符。本研究利用理論分析及頸塞分析結果所建立之束縮段適合長度如圖5所示。圖中顯示不同入流福祿數及不同渠道寬度束縮比下所對應之無因次束縮長度( $L/b_3$ )關係。

本研究所採用之數值模式為修正型MacCormack三階段顯式差分法(許1998)。為正確掌握渠道束縮長度對束縮段下游水深之影響，則取渠道束縮段下游段 $L_s$ 長度範圍內( $L_s \times b_3$ )為計算區域， $L_s$ 之選定本研究採用1.5倍 $L_2$ 長度，其中 $L_2$ 為束縮段內正負斜震波之交匯處至束縮段尾端之長度，如圖6所示：

$$L_2 = \frac{b_3}{2 \tan(\beta_b - \theta)} \quad (8)$$

$L_3 = 1.5L_2$  長度之選定乃是當束縮段內正負斜震波不能相互抵消時，束縮段下游會產生第三次斜震波，假設其第三次斜震波長度約為 1.5 倍第二次斜震波長度( $L_2$ )，以能計算束縮段下游第三次斜震波之格網水深，另外利用統計方法計算此範圍內各網格點之水深變化，以決定渠道束縮段之適合長度。本研究採用之統計方法為標準偏差量，其中計算區域為束縮段下游段 $L_3$ 長度範圍內( $L_3 \times b_3$ )各網格格點之水深，標準偏差量定義如下：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h})^2}{n-1}} \quad (9)$$

其中，

$h_i$ ：計算區域內各格點之水深；

$\bar{h}$ ：計算區域內各格點之水深平均；

$n$ ：計算區域內格點數目。

若上述之標準偏差量愈小，則表示渠道束縮段下游正負斜震波相互抵消之程度愈大，使其下游水深變化較小，反之，若其標準偏差量愈大，則表示渠道束縮段下游將有明顯之正負斜震波，造成較高之水深及較大之標準偏差量。圖 7 為束縮段適合長度之數值試驗與理論分析關係圖，圖中顯示束縮段適合長度之數值試驗結果與理論分析結果相近，故本研究所提供之束縮段適合長度可供設計參考。

## 五、結論

本研究利用連續方程式及動量方程式，進行渠道束縮段各項水理參數推導，已可推得各項參數之理論公式。研究中亦完成束縮段適合長度之分析方法，並針對不同福祿數之流況進行計算，以建立一套束縮段適合長度與渠道束縮斷面比及上游入流福祿數之關係圖。利用渠道二維數值模式進行試驗，驗證結果顯示本研究之理論分析結果確能合理推估束縮段之適合長度。本研究所建立之束縮段適合長度關係圖，將可提供束縮段河道設計之參考。

## 六、參考文獻

[1] 許銘熙，鄧慰先，陳春宏，徐必杰，「渠

道中超臨界流震波之數值模擬(二)」，行政院國家科學委員會專題研究計畫，國立台灣大學水工試驗所研究報告，第 179 號，(1994)。

- [2] 許銘熙、鄧慰先，「明渠急變流之數值模擬」，國立台灣大學農業工程學研究所博士論文，(1998)。
- [3] 許銘熙、吳德辰，「河川束縮段渠道超臨界流水理分析」，國立台灣大學農業工程學研究所碩士論文，(1998)。
- [4] 洪維恩，「Mathematica,3.0 版」，(1998)
- [5] Arbbahirama, A. and Abella, A.U., "Hydraulic Jump within Gradually Expanding Channel", Journal of the Hydraulic Div., Amer. Soc. Civ. Engr., Vol. 97, No.1, pp. 31-42, (1971).
- [6] Bhallamudi, S. M. and Chaudhry, M. H., "Computation of Flows in Open Channel", Journal of Hydraulic Research, Vol.30, No.1, pp.77-93, (1992).
- [7] Chow, "Open-Channel Hydraulics", McGraw-Hill Book Company, (1973).
- [8] Causon, D. M. ; Mingham, C. G. and Igram, D. M. "Advances in calculation methods for supercritical flow in spillway channels", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 125, No.10, pp. 1039-1050,(1999).
- [9] Ippen, A.T., and Dawson, J.H., "Design of Channels Contractions", Transaction ASCE, Vol. 116, pp.326-346, (1951).
- [10] Ippen, A.T., "Mechanics of Supercritical Flow", Transaction ASCE, Vol. 116, pp.268-295, (1951).
- [11] Jimenez, O. F. and Chaudhry, M. H., "Computation of Supercritical Free-Surface Flows", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.144, No.4, pp.377-395, (1988).
- [12] Khalifa, A. M. and MacCorquodale, J. A., "Radial Hydraulic Jump", Journal of the Hydraulic Div., Amer. Soc. Civ. Engr., Vol. 105, No. 9, pp1065-1078, (1979).
- [13] Rahman, M. and Chaudhry, M. H., "Computation of flow in Open-Channel Transitions", Journal of hydraulic Research, Vol. 35, No. 2, pp. 243-255, (1997).
- [14] Subramanya, K. "Flow in Open Channels", Tata Mcgraw Hill,(1986).

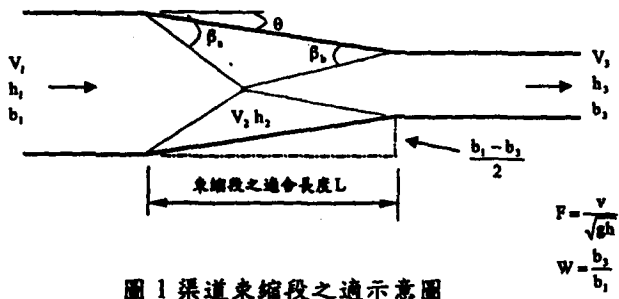


圖1 渠道束縮段之適示意图

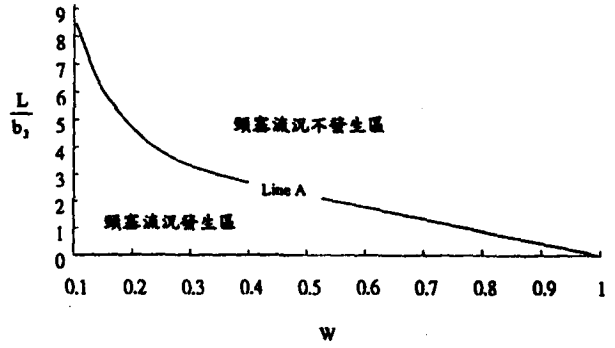


圖4 發生束縮段頸塞流況時之無因次束縮長度

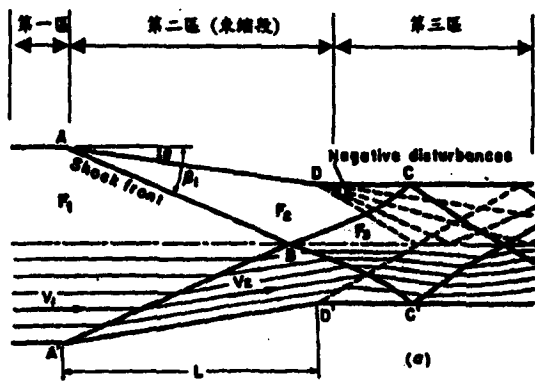


圖2 渠道束縮段正負斜震波示意图 (Chow<sup>[7]</sup>, 1959)

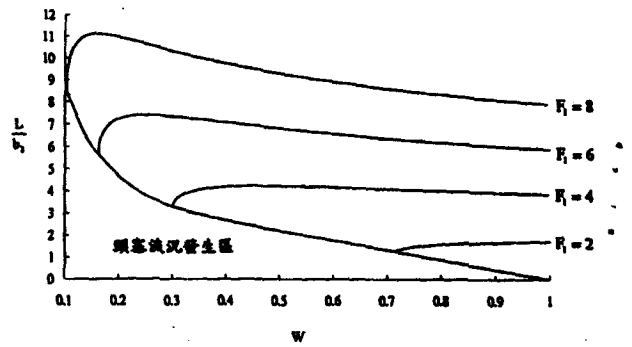


圖5 無因次束縮段長度與渠道斷面束縮比之關係圖

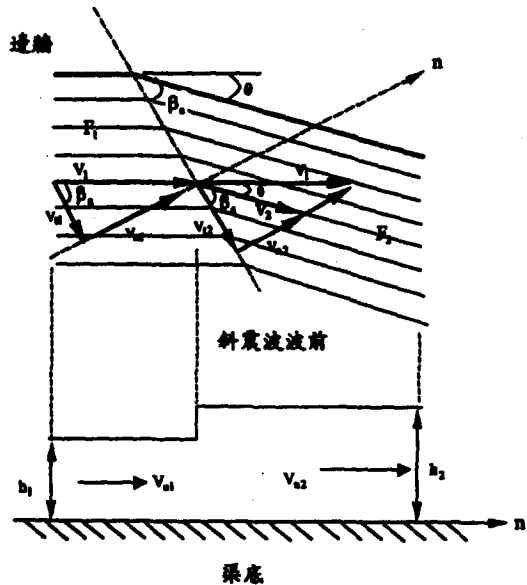


圖3 直牆式束縮段斜震波示意图

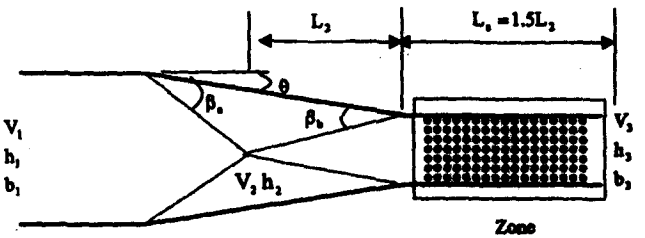


圖6 渠道束縮段下游標準偏差計算網格區域

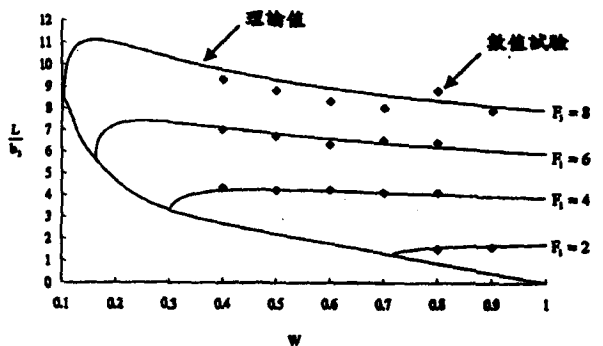


圖7 無因次束縮段長度理論分析與數值試驗關係圖