

纖維強化複合材料損傷分析

鄭榮和*

蔡妙慈**

中華民國 台北市

國立臺灣大學

機械工程研究所

摘要

本論文旨在透過損傷力學 (damage mechanics) 的觀點，將構件在負載過程中各種性質的劣化情形納入考量，探討複合材料結構的非線性變形行為，採用單層 (lamina) 觀點的損傷模型，以「各主軸方向應力所造成的應變」代表材料在該主軸方向的損傷變數。至於積層板平面內 (in-plane) 主軸方向的兩個彈性模數與剪力模數分別對主導該方向之損傷變數間關係，是以單軸拉伸實驗 $[0]_{16}$ 、 $[90]_{16}$ 和 $[\pm 45]_{4S}$ 試片，配合古典積層板理論，再透過數值分析的方式取得，可視為該材料的損傷特性。如此從巨觀機械性質的遞減程度即可反應出結構內部不易量化的微觀損傷，不需深入剖析複合材料多種複雜的損傷機制，亦能兼顧受力後材料性質已具損傷的事實。

掌握該複合材料的損傷特性後，將其引進有限元素分析軟體，模擬單一方向及交錯疊層積層板的拉伸歷程，進行應力對應變關係的預測；最後並將由完整試片所獲取的損傷特性，進一步應用於預測具圓孔試片的變形行為，所得分析結果均能確認本研究提損傷模型的預測能力。

本研究發展的損傷分析程序簡便直接，並且能貼切地描述構件損傷演變擴展的過程，未來應可藉由適當增加損傷變數的方式，朝向更複雜的幾何外形或應力狀態進行相關的預測。

關鍵詞：纖維強化複合材料、損傷模型、有限元素分析、非線性變形行為、連體損傷力學。

一、緒論

隨著複合材料日益廣泛運用於各種工程構件，複合材料的損傷破壞問題，已引起各界的高度重视。對飛機、船舶或汽車等工程結構的事故分析中可以發現，複合材料結構件內部微裂紋或微缺陷等損傷的發展和聚合，是導致結構失效的重要原因之一。由於複合材料不同於一般的均質或等向性材料，擁有多種相當特殊的損傷機制，並且常常交織在一起伴隨著出現，使得其力學行為更加複雜。為了確保複合材料結構的整體性及可靠度，一個能準確描述損傷的模型，與預測其殘餘壽命或強度等的分析程序，勢必能提升目前

的設計和製造能力。但是由於複合材料包含多種複雜的損傷機構，要發展一個能考慮所有微觀損傷效應的模型，是相當不容易的。因此若能找到一個不需考慮各種微觀損傷的巨觀模型，而將所有的損傷機制籠統地納入「損傷變數」的黑盒子中，從連體力學的角度，找出巨觀的控制參數，來描述結構體的損傷表現，必能大為降低分析複合材料結構之力學行為的繁雜工作，這也就是連體損傷力學的基本概念。

在諸多材料性質的測試中，拉伸實驗可獲取該結構的楊氏模數、強度及破壞應變等各種性能指標，是最常用來評估材料機械性質的測試方法之一，故本研究主要是針對纖維強化複合材料的

* 教授 ** 研究生

單軸拉伸行為進行探討。首先從既有的損傷理論及實驗結果中，確定本研究所選用的損傷變數，嘗試提出一個基本的損傷模型。在分析之前，先經由少量的基本實驗，找出材料特有的損傷特性，確立損傷變數主導材料性質異動的演變規則。之後，經由本研究發展出的損傷分析程序，配合有限元素模擬軟體，來進行其他種疊層方式之試片的模擬實驗，包括單一方向或交錯疊層之複合材料構件的拉伸損傷過程，並與實驗結果作比較驗證，以確認所提議之損傷分析程序的預測能力（圖 1）。

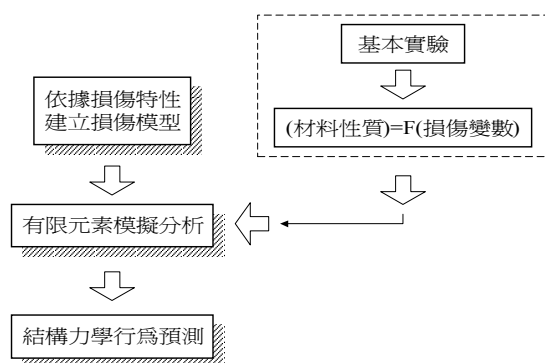


圖 1 研究流程圖

文獻中有關損傷理論在複合材料上的應用，Highsmith 和 Reifsnider [1] 建議以有效彈性模數作為材料受損情形的指標。Shen 等人 [2] 旨在利用一個中央位置的短裂紋，和裂紋尖端損傷程度的判定，將裂紋尺寸和等效裂紋損傷 (equivalent crack damage) 間的關係量化。Talreja [3] 認為內部狀態變數 ISV (internal state variable) 是類似應變的物理量，能代表整個體積內的平均損傷量。Krajcinovic 在研究中 [4]，分別將微觀損傷與材料的巨觀機械性質連繫起來。Ladeveze 與 Dantec [5] 從基本單層的層級來定義纖維強化複材積層板，使用由材料勁度界定的損傷變數，來描述基材微觀裂紋和纖維與基材間鍵解兩種現象。Chou 和 Wang [6] 將一維有效應力的概念，透過四階有效損傷張量擴展到連結三維有效應力和一般工程應力之間的關係，Thiebaud [7] 則從量取微觀裂紋，重新組合積層板之考慮損傷的本構方程式，來預測複材積層板之整體巨觀行為。

有別於傳統力學的概念，Kortschot 和 Beaumont [8] 採用韋伯統計強度模型，探討損傷力學在複合材料上的應用。Hild 等人 [9] 以機率

的觀點配合上韋伯的分佈函數，認為損傷變數可以定義為「在某個有效應力狀態下，纖維破壞的可能性」。至於 Engblom 和 Yang [10] 則採用應力觀點的判準定義損傷變數。

當損傷力學採用材料機械性質因受損傷而變差的觀點，來分析複合材料各種受力行為的同時，另有一批學者則嘗試用「複合材料本身即具有非線性行為」的理論，來描述其應力與應變的關係。Jones 與 Nelson [11] 的研究中認為複材所具有的非線性機械性質可表示成整體應變能密度的函數，此外 Abu-Farsakh [12] 則考慮以「塑性應變能密度」，來取代 John-Nelson 模型中的「整體應變能密度」。

二、損傷模型及分析程序

2.1 基本概念

在本研究中，由於希望能兼顧基本及損傷 (即不考慮細部的損傷機制) 的理念，故採取從單層層級 (lamina level) 切入的方式，只要能在單層內找出最基本的材料損傷性質，不論疊層的方式有多複雜，只需將一般疊層的複材積層板分解簡化至單層的層級，假設每一層單層的各種力學行為均會沿著相同的基本模式發展，相信必能大為簡化模擬分析的工作。

纖維強化複合材料與一般常用的金屬或塑膠材料最大不同的特徵，就在於其具有相當明確的異向性 (anisotropy)，若從纖維排列方向來定義該單層內的主軸方向 (principal directions)，沿著這些方向上的各種物理量常常是學者們關心的焦點。當複合材料的結構分解至單層的層級時，每一層在主軸方向上損傷模式類似的假設應屬相當合理，亦即在同樣的受力環境之下，單層內沿著主軸方向，包括應變、應力、材料係數、材料強度等各方面的表現應會循類似的軌跡進行。

2.2 損傷變數的選取與損傷模型的應用

發展損傷理論，面臨的第一項課題自然就是要如何定義損傷變數。從先前文獻複合材料的非線性表現研究中，可以發現材料在主軸方向 (principal directions) 的各個彈性模數，會有隨該方向的應變增加而變差的趨勢，例如在平面應力狀態之下， E_1 、 E_2 、 G_{12} 等分別會隨著 ϵ_{11} 、 ϵ_{22} 、 γ_{12} 增加而變小。

鑑於上述的發現，本研究所採用的損傷變數，在本文使用 D_1 、 D_2 與 D_3 ，其意義為「分佈在各個主軸方向之材料係數上，主導該彈性模數的遞減程度」，且定義為「該方向應力所造成之應變，而去除泊桑比在各主軸方向應變上所造成的內縮應變量」。此種定義將殘餘材料係數的衰減情形納入考量，因此此處所採用的損傷變數，亦可表示為「殘餘材料係數對未損傷材料係數之遞減比」。

對於纖維強化複合材料而言，無論疊層的角度及順序為何，只要將任意積層板分解簡化至單層的層級，並轉至平行和垂直纖維方向的主軸坐標系統，個別主軸方向上的殘餘材料係數，若會與個自對應的損傷變數呈現固定的函數關係，且此函數僅與材料性質有關，則此假設將能大為簡化分析纖維強化複合材料之力學行為的複雜度，這也就是本研究採用之損傷模型的立論基礎（圖 2）。

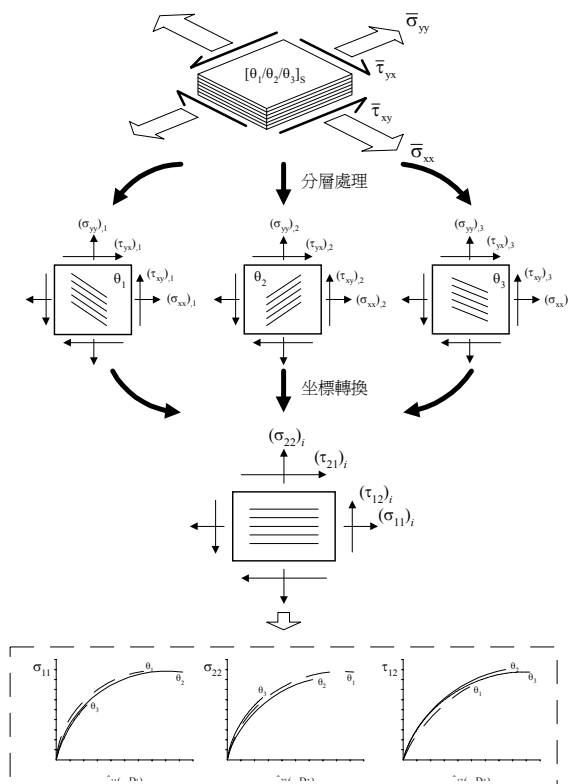


圖 2 損傷模型的基本理念

至於所需用到的損傷變數數目，則視材料及其受力狀態作增減。例如在本研究中所用的碳纖維強化環氧樹脂材料，當其受到單軸拉伸應力時， E_1 、 E_2 與 G_{12} 值會有顯著的滑落，而 G_{13} 與 G_{23} 由於實驗不易，可約略假設和 G_{12} 相當，至於

泊桑比 ν_{12} 在拉伸過程中，則幾乎是維持定值，故在此僅需三個損傷變數就能完全描述其拉伸行為：

$$D_1 \triangleq \hat{\epsilon}_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_1} \quad D_2 \triangleq \hat{\epsilon}_{22} = \frac{\sigma_{22}}{E_2} \quad D_3 \triangleq \hat{\gamma}_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \quad (1)$$

其中 $\triangleq$ 表示“定義”， $\hat{\epsilon}_{11}$ 表示去掉泊桑比所造成的應變量，如此在主軸方向的材料係數，就可藉這三個損傷變數來控制其遞減的速度：

$$E_1 = E_1(D_1) \quad E_2 = E_2(D_2) \quad G_{12} = G_{12}(D_3) \quad (2)$$

此一損傷模型及相關的損傷變數定義，若能成功地應用於工程構件的損傷檢測上，往後僅需由簡單的實驗，取得該材料各個主軸方向的彈性係數，隨其損傷變數銳減的關係（圖 3），就能描述及預測纖維強化複合材料結構的損傷情形。

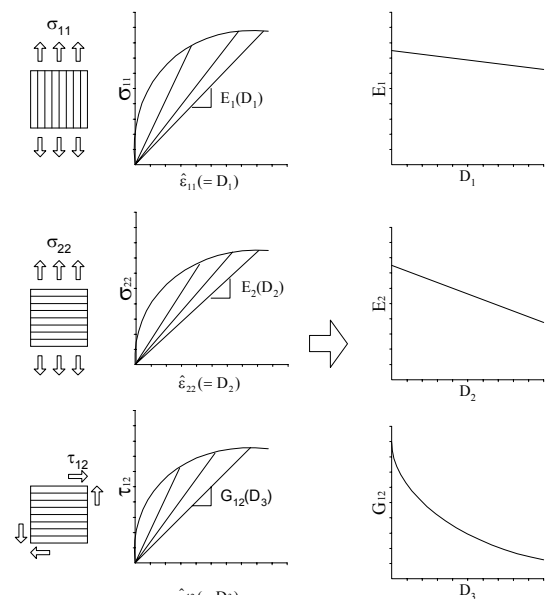


圖 3 主軸方向之殘餘彈性係數與個別損傷變數間關係取得的方式

2.3 材料係數與損傷變數之間關係的取得

在本研究中所使用到的三組損傷變數，與其相對應之彈性係數間的關係，其中 E_1 與 E_2 分別隨 D_1 與 D_2 遞減的情形，處理較為容易，可直接從單軸拉伸試驗 0° 及 90° 的試片獲知（圖 3）；至於 G_{12} 和 D_3 的關係，本研究採取 ASTM D3518 規範，對 $[\pm 45]_{4S}$ 疊層的試片作單軸的拉伸實驗。取得 σ_{yy} - ϵ_{yy} 的關係曲線後，從古典的積層板

理論觀點來看，要擷取出剪應力對剪應變的關係，處理數據的方式可以簡化成：

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_{yy}}{2} = \frac{P}{2A} \quad \gamma_{12} = (\epsilon_{yy} - \epsilon_{xx}) \quad (3)$$

上式中， σ_{yy} 是在複材積層板上所施加的單軸應力， ϵ_{yy} 是沿著施力方向的正向應變，而 ϵ_{xx} 是垂直施力方向的橫向應變。

本研究中，由於是從線性位移計和荷重元取得位移與荷重的關係，經由簡單的計算後，僅能獲得平均軸向應力對平均軸向應變（即 σ_{yy} - ϵ_{yy} ）的變化情形，必須再配合古典積層板理論中的非等向性本構方程式，才能得到橫向的應變值 ϵ_{xx} 。本構方程式內的勁度矩陣，各種材料的彈性係數若是常數，將可以很容易地透過解一組聯立方程式找出相對應的橫向應變值，並獲得該材料 G_{12} 的大小，即：

$$G_{12} = \frac{\tau_{12}}{\gamma_{12}} = \frac{1}{\frac{4\epsilon_{yy}}{\sigma_{yy}} - \frac{(1-2\nu_{12})}{E_1} - \frac{1}{E_2}} \quad (4)$$

但在本研究中，各個主軸方向的材料彈性係數是隨時跟著損傷變數在作調整，待解的是一組相當複雜的非線性聯立方程式，茲將求取 G_{12} - γ_{12} 的流程交代如後。

就疊層 $[\pm 45]_{4S}$ 的積層板而言，假設層與層間呈現完美的結合，每一層單層在 X-Y 平面上的同一個位置，應變可視作完全相同，故可由整體平均的應力狀態 $\{\bar{\sigma}_{xx}, \bar{\sigma}_{yy}, \bar{\tau}_{xy}\}_{[\pm 45]_{4S}}^T$ 取得其平均應變 $\{\bar{\epsilon}_{xx}, \bar{\epsilon}_{yy}, \bar{\gamma}_{xy}\}_{[\pm 45]_{4S}}^T$ ，見下式：

$$\begin{Bmatrix} \bar{\epsilon}_{xx} \\ \bar{\epsilon}_{yy} \\ \bar{\gamma}_{xy} \end{Bmatrix}_{[\pm 45]_{4S}} = [\bar{S}]_{[\pm 45]_{4S}} \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{xx} \\ \bar{\sigma}_{yy} \\ \bar{\tau}_{xy} \end{Bmatrix}_{[\pm 45]_{4S}} \quad (5)$$

上式中，“-”表示整體積層板的平均物理量， $[\bar{S}]_{[\pm 45]_{4S}}$ 為疊層 $[\pm 45]_{4S}$ 的撓度矩陣 (compliance matrix)，為 E_1 、 E_2 、 ν_{12} 、 G_{12} 函數，一般的複合材料力學書中，如 Agarwal 與 Broutman [13]，均有其詳細的表示式。因在單軸拉伸實驗中，假設 $\bar{\sigma}_{xx}$ 及 $\bar{\tau}_{xy}$ 均為零，故從實驗取得 $\bar{\sigma}_{yy}$ 與 $\bar{\epsilon}_{yy}$ 的關係後，由上式可以用 $\bar{\sigma}_{yy}$ 及材料的彈性係數來表示 $\bar{\epsilon}_{xx}$ 與 $\bar{\gamma}_{xy}$ 。

本研究所提出的模型是從單層 (lamina) 的

觀點，來處理各種複雜的力學行為，故 $[\pm 45]_{4S}$ 疊層的複材積層板亦需分解簡化至單層的層次，方能找出材料係數與損傷變數相互間的關係。古典積層板理論假設單層之間呈現完美的結合，則個別單層內的平面應變即為整體積層板的平面應變，則取得 $\{\epsilon_{xx}^*, \epsilon_{yy}^*, \gamma_{xy}^*\}^T$ ，見下式：

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^* \\ \epsilon_{yy}^* \\ \gamma_{xy}^* \end{Bmatrix}_{45^\circ} = \begin{Bmatrix} \bar{\epsilon}_{xx} \\ \bar{\epsilon}_{yy} \\ \bar{\gamma}_{xy} \end{Bmatrix}_{[\pm 45]_{4S}} \quad (6)$$

其中，“*”表示 45° 單層內的平均物理量。

故由式(5)及(6)獲得的 $\{\epsilon_{xx}^*, \epsilon_{yy}^*, \gamma_{xy}^*\}_{45^\circ}^T$ ，可乘上 45° 單層的勁度矩陣算出此單層內的應力值 $\{\sigma_{xx}^*, \sigma_{yy}^*, \tau_{xy}^*\}_{45^\circ}^T$ ：

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^* \\ \sigma_{yy}^* \\ \tau_{xy}^* \end{Bmatrix}_{45^\circ} = [\bar{Q}]_{45^\circ} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^* \\ \epsilon_{yy}^* \\ \gamma_{xy}^* \end{Bmatrix}_{45^\circ} \quad (7)$$

$[\bar{Q}]_{45^\circ}$ 為 45° 單層轉換至 X-Y 坐標的勁度矩陣 (stiffness matrix) [13]。

最後將算出之 45° 單層內的應力大小，代入單層的本構方程式，配合已知 E_1 - D_1 和 E_2 - D_2 的關係，可解出 G_{12} - γ_{12} (或 G_{12} - D_3)：

$$[T_\epsilon]_{45^\circ} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^* \\ \epsilon_{yy}^* \\ \gamma_{xy}^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{12} & 0 \\ \frac{E_1(D_1)}{E_1(D_1)} & \frac{E_1(D_1)}{E_2(D_2)} & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1(D_1)} & \frac{1}{E_2(D_2)} & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}(D_3)} \end{bmatrix} [T_\sigma]_{45^\circ} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^* \\ \sigma_{yy}^* \\ \tau_{xy}^* \end{Bmatrix} \quad (8a)$$

上式中 ϵ_{xx} 、 γ_{xy} 與 $G_{12}(D_3)$ 為待解未知數，且 $[T_\epsilon]_{45^\circ}$ 與 $[T_\sigma]_{45^\circ}$ 分別為應變與應力的坐標轉換矩陣：

$$[T_\epsilon]_{45^\circ} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}$$

$$[T_\sigma]_{45^\circ} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (8b)$$

其中， $c = \cos(\theta)$ ， $s = \sin(\theta)$ 。

總之，由於式(8a)為一非線性聯立方程式，

欲取得 G_{12} - D_3 的關係必須經由數值方法，加上已知 E_1 - D_1 和 E_2 - D_2 的關係，最後將實驗所得到的軸向拉伸曲線 σ_{yy} - ε_{yy} ，經式(5)至(7)處理後，代入非等向性的本構方程式(8a)，才能取得 D_3 主導 G_{12} 的遞減關係。本研究，整個數值運算程序以 Macsyma 符號運算語言寫成。

三、複材積層板拉伸歷程之預測

3.1 材料係數與損傷變數間關係的初步驗證

為確認從實驗取得的各個損傷變數與其所主控之材料係數間的關係，能有效運用於有限元素的模擬分析上，在實際預測其他種角度或疊層之前，必須先就數據取得的來源，即 $[0]_{16}$ 、 $[90]_{16}$ 及 $[\pm 45]_{4s}$ 的試片，代入有限元素軟體中作分析驗證，視其是否能忠實地重現最初的拉伸曲線。

本研究中由實驗所取得，輸入有限元素軟體的三組損傷變數主控個別材料彈性係數的關係見圖 4。將整個試片作 (寬) × (高) 為 8×16 的網格劃分，此外為精確掌握試片在兩端受夾持位置的變形集中現象，在試片上下兩端劃分較細的網格，而在變形較均勻的中間部位則用較少的元素劃分，以求分析的效率 (圖 5)。

一般欲分析的問題，除了引進溫度變數的條件外，一旦決定材料的各種彈性係數，都不需要再作改變。但在本研究中，各種彈性係數隨時視損傷變數的變化在作調整，故需仰賴另外的使用者副程式協助方能達到目的。本研究所使用的有限元素分析軟體 ABAQUS，提供一個 USDFLD 的使用者副程式，允許使用者將損傷變數視作場變數 (field variables)，而在此副程式內描述此變數隨變形而變化的數學模式。當執行有限元素軟體時，在每一個分析的時間增量開始後，主程式會呼叫 USDFLD，確定此時每一個位置的損傷變數，接著回到主程式時找出該材料相對應的各種彈性係數，再進行模擬分析 (圖 6)。

分析所加進的邊界條件為：試片底部的所有節點均完全限制不能移動及轉動；頂端的每一個節點在垂直受力方向的自由度亦被限制住。模擬採與實驗相同之位移控制的方式，即頂端所有節點的軸向位移同步，此因假設試片兩側受到楔形塊完全束縛住之故。

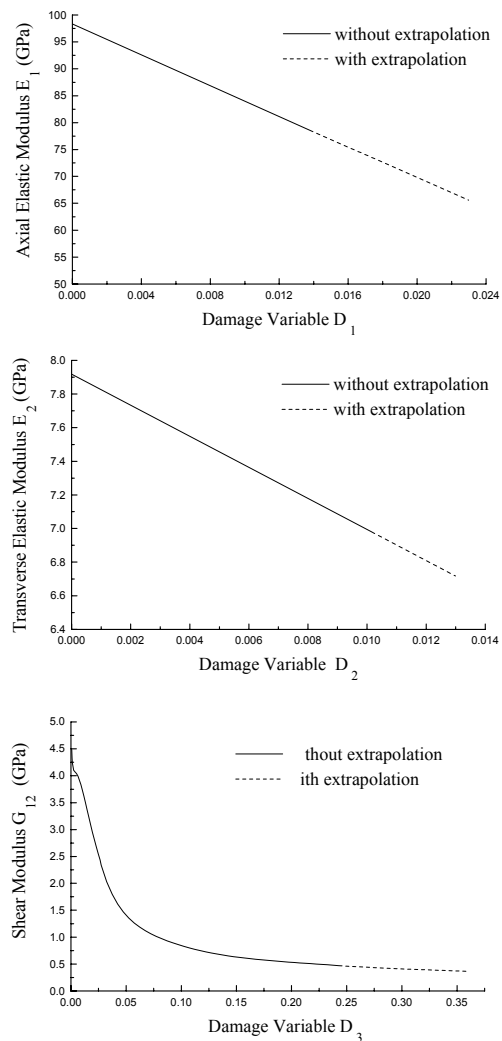


圖 4 三個損傷變數主控個別材料彈性係數的函數關係 (T300 Graphite/Epoxy)

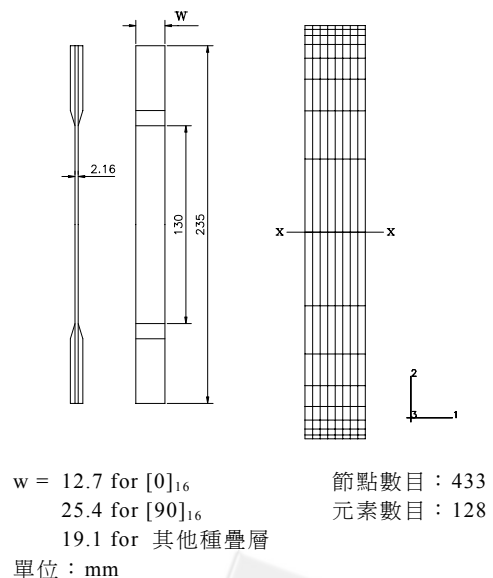


圖 5 試片的幾何尺寸與有限元素網格劃分

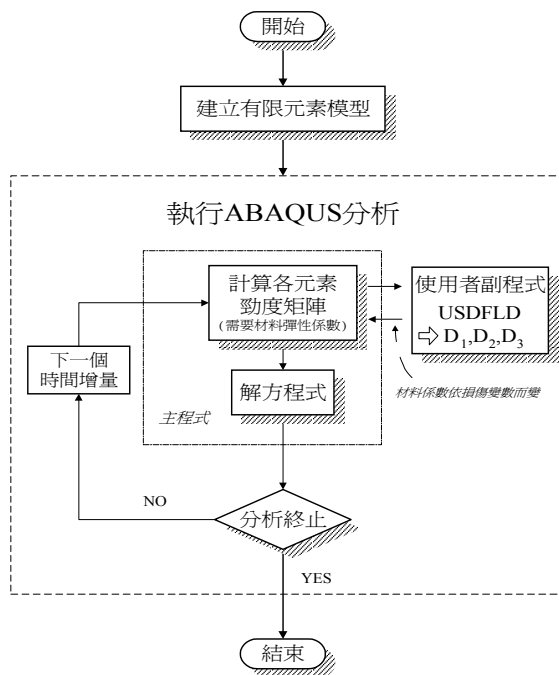


圖 6 ABAQUS 分析流程

由模擬分析的結果可以發現 (圖 7)， $[0]_{16}$ 和 $[90]_{16}$ 試片的單軸拉伸曲線與實驗所取得的曲線十分吻合，至少可以確定 E_1 - D_1 和 E_2 - D_2 的關係，能夠合理描述複合材料在平行和垂直纖維方向上，其應力對應變的表現。

但 $[\pm 45]_{4S}$ 試片的模擬結果比最初的實驗曲線勁度高，即從實驗取得，經計算後得到的 G_{12} - D_3 關係，並不能絲毫無差地呈現原先的拉伸曲線。推究其原因，應是計算時所根據的理論，和模擬分析時的情況 (有限元素分析的方法) 不完全一致之故，茲概述如下：

(1) 平均損傷與局部損傷的差別

本研究從實驗中所取得的是平均軸向應力對平均軸向應變的關係，再代入古典積層板理論，計算求取各個彈性係數隨損傷變數遞減的關係時，也是只能獲得平均值的變化情形，無法追溯細部的損傷狀態。

但在實際應用時，一般構件的損傷狀態應會視其受力的情況，在不同的位置會有不同的損傷程度，故本研究在有限元素軟體分析時，採取的是讓各個位置視其局部的損傷變數，調整其材料係數的方式，與之前處理實驗數據的理論基礎不同，自然也就造成兩條略為不同的拉伸曲線。

(2) σ_{xx} 與 τ_{xy} 為零的邊界條件在試片內部並不適用

通常只有在材料的寬度相對而言極小，或材

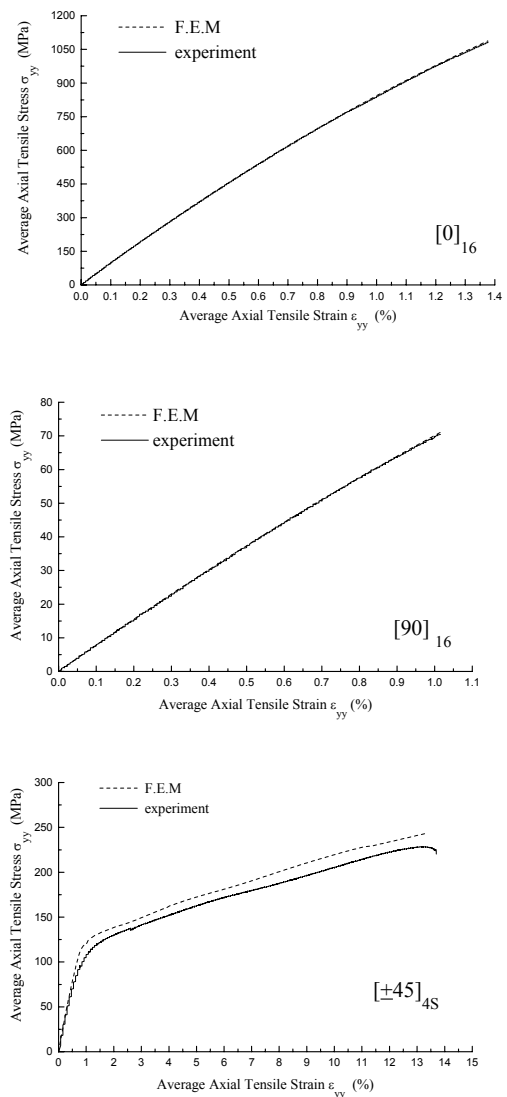


圖 7 取得損傷數據之試片的平均拉伸軸向應力對應變關係曲線

料呈現均勻變形時，試片兩側自由端的邊界條件 (即 $\sigma_{xx} = 0$, $\tau_{xy} = 0$) 才能適用於試片的內部，本研究中單軸拉伸 $[\pm 45]_{4S}$ 的試片，顯然並不符合上述的條件。圖 8 是有限元素模擬結果，沿著試片中點剖面 (參照圖 5 之 XX 線段)， σ_{xx} 、 σ_{yy} 與 τ_{xy} 的分佈情形，可以發現 σ_{xx} 與 τ_{xy} 雖然與 σ_{yy} 比較起來相對極小，但仍不全為零，因此 σ_{xx} 與 τ_{xy} 為零的假設在試片內部可能必須修正。從模擬所得的應力對應變曲線較實驗曲線勁度大的結果，可以推測實際上 G_{12} 隨 D_3 遞減的程度，應比之前計算所得的程度嚴重。

為探究 σ_{xx} 與 τ_{xy} 是否為零的邊界條件，對求取 G_{12} 與 D_3 間函數關係的影響，可從有限元素分析所得的結果中，在試片內部任意擷取某一點拉

伸過程中的應力及應變值，分別在假設 σ_{xx} 與 τ_{xy} 為零及不為零的情況下，重新代入計算 G_{12} - D_3 的關係。檢視計算的結果可以發現（圖 9）， G_{12} 降低的情形確比假設 σ_{xx} 與 τ_{xy} 為零的結果嚴重，即 σ_{xx} 與 τ_{xy} 不為零的假設會得到比為零的假設，在對應相差不大的損傷變數值時，平面剪力模數 G_{12} 降低相當可觀，其影響自是不可忽略。

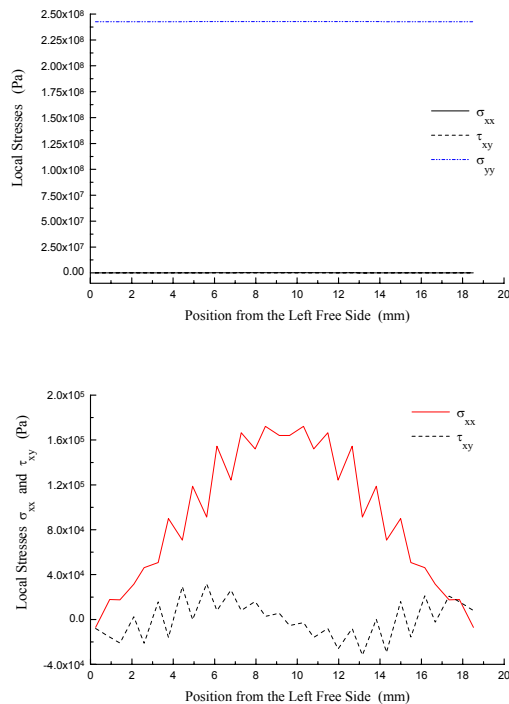


圖 8 沿著 $[\pm 45]$ 試片中點剖面的應力分佈圖

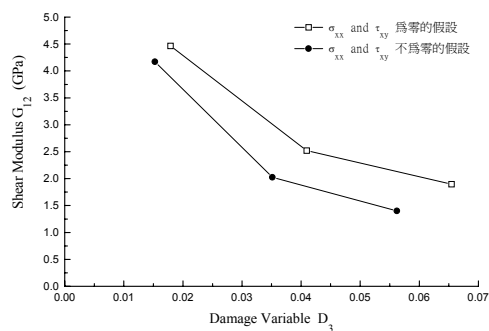


圖 9 σ_{xx} 與 τ_{xy} 是否為零，對求取殘餘剪力模數與損傷變數關係的影響

要解決上述的兩大問題，顯然必須由能夠同時量得局部應力對局部應變間關係下手。線性變化差動變化器 (LVDT) 僅能取得平均應變值，即使是能量取局部應變的應變計 (strain gauge)，也無法同時直接獲得真正的局部應力大

小，來界定各個材料彈性係數的變化。因此鑑於實驗設備的限制，用傳統的機械式量測儀器及技術，並沒有辦法克服上述的兩大難題，可能必須留待尖端的量測技術，例如配合光彈的方式才能獲得更進一步的改善。

3.2 單向疊層拉伸過程的模擬預測

本節應用於單一方向疊層的試片，包括了 15° 、 30° 、 45° 、 60° 及 75° 等五種疊層角度，以之前由拉伸實驗 $[0]_{16}$ 、 $[90]_{16}$ 和 $[\pm 45]_{4s}$ 試片，取得的三組損傷特性，用類似前節的網格模型、邊界條件及模擬方式，進行有限元素分析，嘗試預測這五種疊層角度之單軸拉伸行為，並與實際的實驗作比較（圖 10）。由圖中可以發現，對於角度較大的試片，實驗所得到的拉伸曲線，幾乎與有限元素法預測的結果相差無幾；但就角度較小的試片而言，模擬預測的結果比實驗所得到的曲線勁度略高，且之間的誤差有隨軸向應變值的增大而變大的趨勢。

上述的誤差現象，其來源應如之前為驗證 $[\pm 45]_{4s}$ 試片時所探討過的因素：當試片受制於兩端必須同步變形的邊界條件時，角度大的試片剪力的效果較不明顯，變形比較均勻，故之前計算獲得之材料彈性係數的遞減程度，能確實掌握這一類試片的單軸拉伸行為；角度小的試片，因受兩端油壓夾頭的束縛，在該位置的局部變形嚴重，故深受未能十分接近地描述 G_{12} 遞減情形的影響，而得到比實驗曲線勁度大的模擬結果（圖 11）。

3.3 交錯疊層拉伸過程的模擬預測

實際上採用纖維強化複合材料的工程結構體中，為顧及各個方向之機械性質的需要，通常都是採用兩種角度以上的混合疊層，經由整體的設計組合，以期能獲得最佳的強化方式。本節將用 $[\pm 60]_{4s}$ 、 $[0/90]_{4s}$ 與 $[0/45/90/-45]_{8s}$ 三種常用疊層的試片，進行單軸拉伸試驗，來確認本研究提出之奠基於單層層級的損傷模型，擴展至交錯疊層積層板上的適用性。

本研究僅需輸入主軸方向的材料係數與個別損傷變數間的關係，其後組合複材積層板之勁度矩陣的工作，就由有限元素分析軟體依照古典積層板理論處理後，再進行個別試片的拉伸模擬。

圖 12 為以本研究所建議的損傷模型配合有限元素軟體，模擬出的 $[0/90]_{4s}$ 、 $[0/45/90/-45]_{8s}$

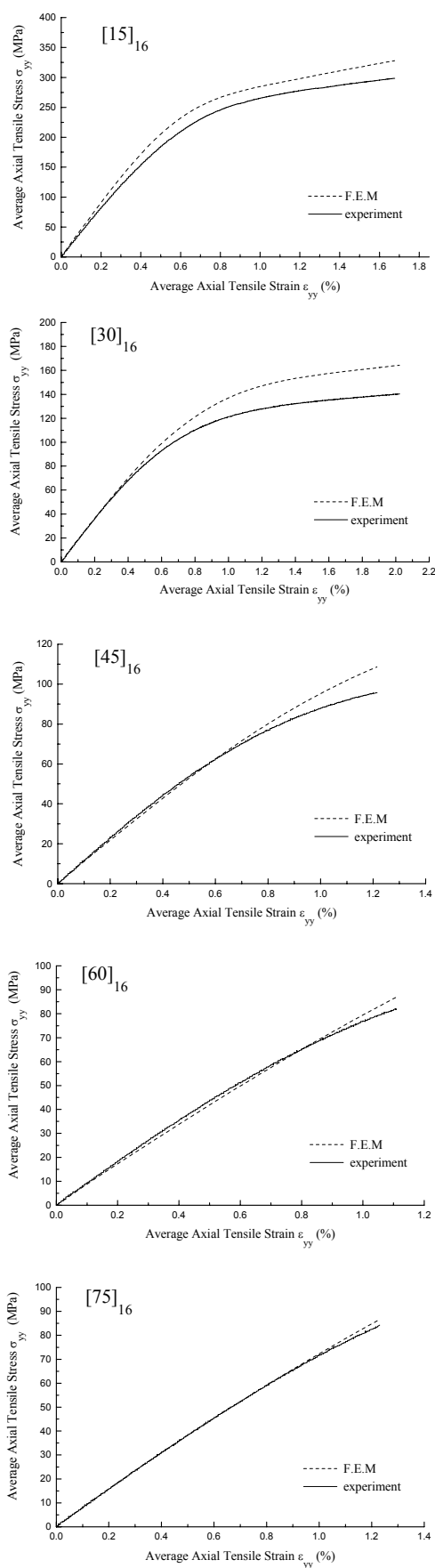


圖 10 單一方向疊層試片的平均拉伸軸向應力對應變關係曲線

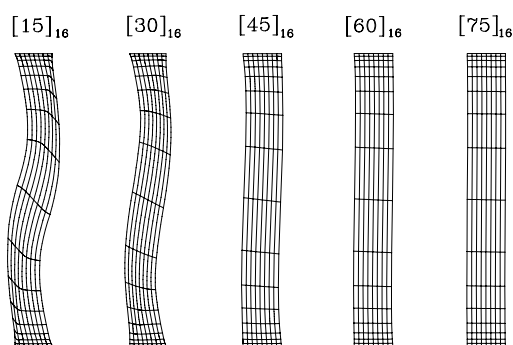


圖 11 單一方向疊層試片的拉伸變形圖 (位移量放大倍率：10)

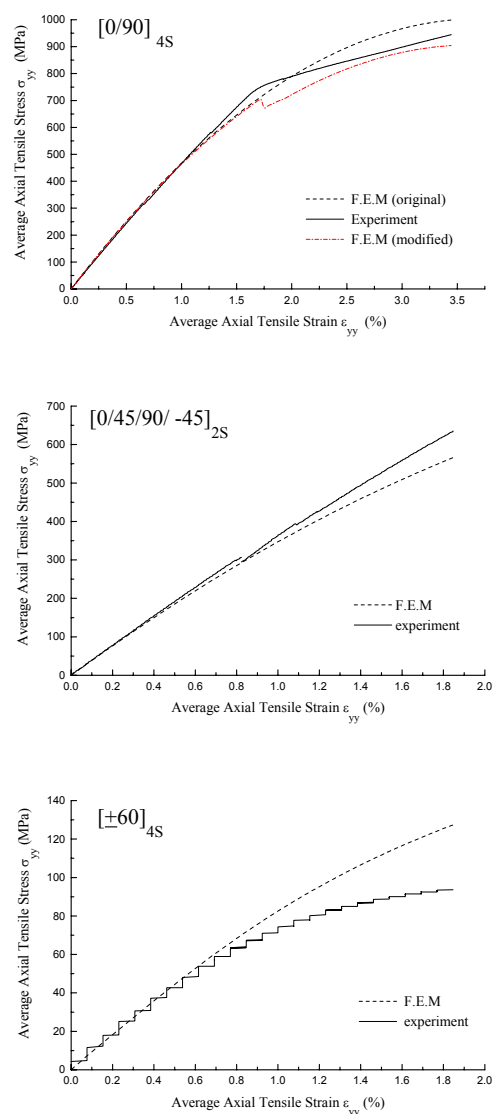


圖 12 交錯疊層試片的平均拉伸軸向應力對應變關係曲線

與 $[\pm 60]_{4s}$ 試片之拉伸曲線與實驗結果的比較圖。分析結果和實驗曲線的趨勢十分符合，能夠相當貼切地描述這三種交錯疊層積層板的單軸拉伸變形行為。

此外要特別提出的是，從 $[0/90]_{4s}$ 的拉伸實驗結果可以發現，其拉伸曲線不同於其他種試片，應力對應變的關係曲線有一個明顯的轉折點。此點在實驗中能聽到斷裂的聲響，故推測在此時積層板內強度較弱的 90° 層已開始失效，這可由其拉伸曲線中，後半段的切線斜率在轉折點驟降得到證明。但由於本研究的原始損傷模型尚未考慮進上述的實驗現象，故模擬出的拉伸曲線相當平滑，並未明確指出轉折點的位置。此一問題本應可經由修正 E_2 - D_2 的關係獲得改善，即令損傷變數 D_2 超過 90° 試片破壞時的最大損傷變數時， E_2 開始完全失效（即 $E_2 = 0$ ），但是經檢查 $[0/90]_{4s}$ 試片拉伸曲線上的轉折點，可以發現其損傷變數大於先前拉伸 90° 試片取得的最大損傷變數值，所以此一修正方式仍不夠完整， 0° 單層會增加 90° 單層抗損傷的能力，可以推測此時 90° 單層的破壞僅是部份失效的。為確認上述的推論，本研究從 $[0/90]_{4s}$ 之拉伸實驗曲線中的轉折點取得 90° 單層部份失效的損傷變數值，修正 E_2 - D_2 的關係（當 D_2 超過 90° 單層在實驗轉折點的損傷變數 D_2 時， E_2 降為零），重新模擬 $[0/90]_{4s}$ 的拉伸過程。由分析結果可以發現修正後的拉伸曲線勁度比實驗低，實驗所得的應力-應變關係能完全包含在未失效與完全失效兩種假設之間，可以確認此時 90° 單層部份失效的立論是相當合理的（圖 12(a)）。未來可透過實驗界定 0° 與 90° 單層間部份失效的程度，來作進一步的改善。

就一般包含兩種以上疊層角度的積層板而言，破壞的模式除了在單向疊層上常見的基材裂紋及界面鍵解外，個別單層間造成的脫層破壞模式，對整體試片損傷的影響亦扮演舉足輕重的角色。本研究所使用的損傷模型由於是從單層層級著眼，假設單層之間的力學行為是獨立的，而未考慮個別單層之間的交互作用，嚴格說起來，此損傷模型只放置了與纖維斷裂、基材裂紋及界面鍵解（debonding）有關的損傷變數，並未引進與單層間影響有關的損傷變數，卻仍能十分接近地預測非單向疊層試片的拉伸曲線，可見在脫層機制的影響並非唯一的負載環境下，脫層可視為比例較大的基材裂紋損傷，而從本研究所定義的損

傷變數就能予以界定，是此損傷模型的另一項貢獻，即損傷概念中不考慮各種複雜的微觀破壞機制，而希望能藉由從材料巨觀性質出發的損傷變數，有效評估結構件損傷情形的基本理念。

四、具圓孔積層板的拉伸損傷分析

複合材料應用於各種大型結構體上時，常必須仰賴適當的接合方式將個別的零件組合起來。基於各方面的考量下，機械接合方式常被採用。所謂機械接合方式，一般是指使用螺栓或鉚釘將各種不同的結構件作適當的組合，而這些應用上所需之圓孔的產生方法，是將成型後之積層板按所需孔徑直接鑽取。由彈性力學的觀點視之，當結構體受到負荷作用時，在圓孔周圍將產生高應力集中的現象，此外鑽孔亦破壞纖維的連續性，對複合材料是致命的弱點，故結構體往往從圓孔周圍開始破壞，明顯降低了使用的壽命。

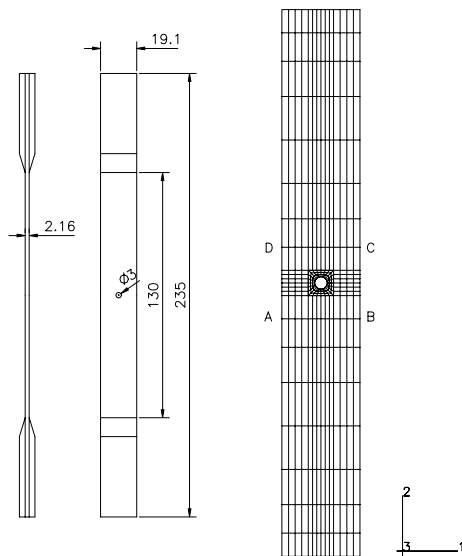
因此為確保此類積層板組合後之結構體的適用性，對於具有圓孔之複合材料積層板，其相關的力學表現就顯得格外重要，本研究目前僅針對具圓孔積層板進行模擬拉伸歷程，日後若要模擬完整的積層板與螺栓或鉚釘的組合結構，分析時僅需加進接觸的邊界條件即可。本論文將以所發展出的損傷模擬程序，及之前由相同完整材料取得的材料係數隨損傷變數劣化的規則，透過有限元素分析的方式，預測此種經開孔之結構的拉伸變形行為及損傷情形。

4.1 模擬分析程序

此處所採用的模擬分析程序與 3.1 節十分類似，所不同的是結構的幾何外形與有限元素網格的劃分（圖 13）。

雖然所選用試片的疊層方式與施加的載荷均具對稱性，但由於本研究的損傷模型是以單層的觀點處理試片的變形行為，就其中某一層偏軸的單層來看，其內部的各種物理量不一定具有對稱性，故在此仍需建立整個試片的網格進行分析的工作。此外為確實顧及試片在兩端受夾持及圓孔附近的應變或應力集中現象，在這些位置也作了較密的元素劃分，期能獲得較合理的結果。

由於在損傷特性僅和材料種類有關的前提下，可以假設材料係數隨損傷變數異動的規則，應與無圓孔之完整積層板試片的遞減關係一致，



單位：mm

節點數目：1233

元素數目：344 × (角度種類數)

圖 13 中心位置具圓孔試片的幾何尺寸與有限元素網格劃分

故在分析前所需提供給有限元素模擬軟體的材料係數劣化函數關係則同圖 4 所示。

4.2 分析結果與討論

圖 14 分別為 $[\pm 45]_{4S}$ 、 $[\pm 60]_{4S}$ 、 $[0/90]_{4S}$ 與 $[0/45/90/-45]_{2S}$ 四種不同疊層試片之模擬預測與實驗所得的拉伸關係圖，其中有階梯狀是由於儀器讀取資料精度原因，將精度調小即可解決。結果顯示由完整試片所取得的損傷成長規則，的確能進一步應用於有開孔等關鍵性幾何的結構件上，有限元素的預測結果與實驗相當接近。四種疊層方式的結果中，僅有 $[\pm 45]_{4S}$ 的誤差比較明顯，推究其原因，應是此種疊層受到單軸拉伸試驗時，剪力方面的效應佔有決定性的影響，但如 3.1 節所提到的，計算所得的 $G_{12}-D_3$ 尚未十分精準地描述該項材料性質的劣化程度，才會使得模擬分析與實驗結果有一小段落差。

本研究所使用的損傷模型因顧及複合材料的異向性，故在各個主軸方向放置數個獨立的損傷變數，用以顯示該方向材料性質的劣化程度。就結構內部的同一塊區域來看，不僅各個損傷變數的分佈不盡相同，各損傷變數最嚴重的位置也不一定會一樣，若要在分析結果中指出損傷最嚴重的位置，進而預測破壞開始成長的區域，各個損

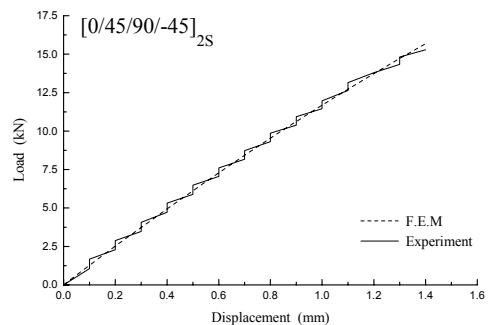
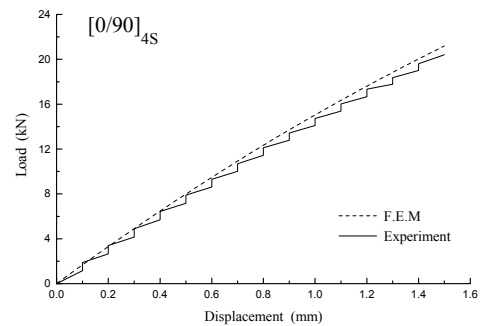
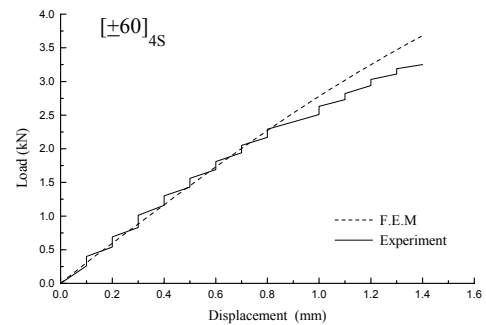
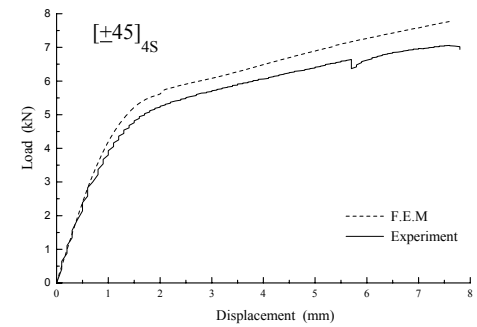


圖 14 中心位置具圓孔試片的拉伸曲線

傷變數可能會出現各種不同的答案。因此本研究以類似材料力學中主應力 (principal stress) 的概念，將三個損傷變數組合後 (D_1 、 D_2 與 D_3 分別取代一般應力張量中的 σ_{11} 、 σ_{22} 與 τ_{12})，找出個別位置的主損傷 (principal damage)，來代表三種損

傷變數的整體表現。圖 15 模擬 $[\pm 45]_{4s}$ 試片的拉伸過程，在破壞時靠近圓孔附近之主損傷值分佈與擴展的情形。由圖中可以清楚發現，在單軸拉伸的載荷條件下，損傷最嚴重的部位會集中在圓孔的左右兩端，與試片在拉伸實驗過程中，從圓孔兩側開始出現裂紋，並沿著纖維方向成長的現象相當一致（試片破壞後的外觀參見圖 16）。可以證實主損傷的確可以相當準確地反應出結構受損的嚴重程度。

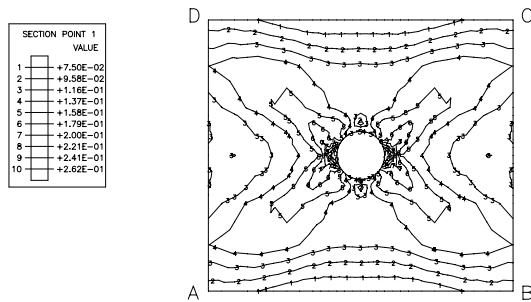


圖 15 $[\pm 45]_{4s}$ 試片於圓孔附近的主損傷分佈 (ABCD 位置參照圖 13)



圖 16 $[\pm 45]_{4s}$ 試片破壞外形

從預測具圓孔結構之非線性變形行為結果，可以再度確定本研究所提出的損傷分析程序，不但使用簡易直接，從少量基本實驗所取得的損傷特性，亦能擴展至一般結構之力學行為的預測上。

3、結論與未來研究方向

複合材料結構在製造或使用過程中，難免會有微觀缺陷的材料損傷產生，這些缺陷雖不會立刻引起材料的毀損，但是其所導致結構巨觀性質的劣化，往往使得設計者必須重新修正設計的參數，以符合原先在「材料性質無損傷」之假設下的要求。損傷力學引進一種類似黑盒子概念的「損傷變數」，來處理複合材料複雜的微觀損傷效應，除了能夠大為簡化分析工作的困難度，同時亦能兼顧材料性質損傷的事實。

綜合本論文的分析與佐證，可以歸納成下列數點：

1. 本研究發展出的單層觀點損傷模型，在單層的主軸坐標系統下定義個別的損傷變數，使結構體在受力過程中，隨時依據個別的損傷變數調整其對應的材料性質，進行試片變形行為的分析預測。由 $[0]_{16}$ 、 $[90]_{16}$ 及 $[\pm 45]_{4s}$ 試片的簡單拉伸實驗，取得 E_1 、 E_2 及 G_{12} 隨個別損傷變數遞減規則的損傷特性，將其代進有限元素分析程式，進行其他種角度或不同疊層方式之試片的拉伸損傷預測上，獲得與實驗相當接近的結果。
2. 從完整試片取得的損傷特性，能相當接近地預測內部存在圓孔結構的損傷狀態，證明本研究所發展的損傷分析程序，是相當準確並且可靠的。
3. 本研究面臨最大的困難，是受限於實驗技術無法得到局部位置真正應力與應變的關係，導致殘餘材料係數實際的劣化程度界定困難。雖然有限元素分析預測的結果與實驗比較，絕大部份仍相當接近，但若更能精準地掌握每一組材料係數隨損傷變數異動的函數關係，應能有更吻合的預測。
4. 未來僅需視個別的需求增加損傷變數，應能進一步應用於更複雜的幾何或應力狀態下，進行結構力學行為的損傷分析。

在有限元素模擬程式中，加入會隨時視損傷狀態調整材料係數的單層損傷模型，結合簡單有效的分析程序，能有效並準確地評估複合材料結構的損傷變形行為，同時大量減少實驗的需求，以提供設計者及維修者在材料特性的瞭解上有更清楚的認識，進行結構體損傷狀態的界定，相信必能協助工業界在深入瞭解其力學特性的同時，亦能將具有多種優異性質的複合材料，推廣至更多的產品應用上。

誌謝

本研究蒙國科會編號 NSC-86-2212-E-002-059 計畫經費補助，謹此誌謝。

參考文獻

1. Highsmith, A. L. and Reifsnider, K. L., "Stiffness Reduction Mechanisms in Composite Laminates," *Damage in Composite Materials, ASTM STP 775*, pp. 103-117 (1983).

2. Shen, W., Rao, B. and Lee, H., "A Crack-Damage Mechanics Model for Composite Laminate," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 21, No. 5, pp. 1019–1029 (1985).
3. Talreja, R., "Stiffness Properties of Composite Laminates with Matrix Cracking and Interior Delamination," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 25, No. 5/6, pp. 751–762 (1986).
4. Krajcinovic, D., "Damage Mechanics," *Mechanics of Materials*, Vol. 8, pp. 117–197 (1989).
5. Ladeveze, P. and Dantec, E. L., "Damage Modelling of Elementary Ply for Laminated Composites," *Composite Science and Technology*, Vol. 43, pp. 257–267 (1992).
6. Chou, C. L. and Wang, J., "An Anisotropic Theory of Elasticity for Continuum Damage Mechanics," *Int. J. Fract.*, Vol. 33, pp. 3–16 (1987).
7. Perreux, D. and Thiebaud, F., "Damaged Elasto-Plastic Behaviour of $[+\phi, -\phi]_n$ Fiber-Reinforced Composite Laminates in Biaxial Loading," *Composite Science and Technology*, Vol. 54, pp. 275–285 (1995).
8. Kortschot, M. T. and Beaumont, P. W., "Damage Mechanics of Composite Materials: II — A Damaged-Based Notched Strength Model," *Composite Science and Technology*, Vol. 39, pp. 303–326 (1990).
9. Hild, F., Larsson, P. L. and Leckie, F. A., "Localization due to Damage in Fiber-Reinforced Composites," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 29, No. 24, pp. 3221–3238 (1992).
10. Engblom, J. and Yang, Q., "Dynamic Residual Property Predictions for Laminated Composite Structures: FE-based Internal State Variable Approach," *Composite Structures*, Vol. 27, pp. 215–223 (1994).
11. Jones, R. M. and Nelson, D. A. R. Jr., "A New Material Model for the Nonlinear Biaxial Behaviour of ATJ-S Graphite," *J. Comp. Mater.*, pp. 10–27 (1975).
12. Abu-Farsakh, G., "New Material Models for Nonlinear Stress-Strain Behaviour of Composite Materials," *Composites*, Vol. 20, No. 4, pp. 349–360 (1989).
13. Agarwal, B. D. and Broutman, L. J., *Analysis and Performance of Fiber Composites*, Second Edition, John Wiley and Sons, Inc., Chap. 5 (1990).

DAMAGE ANALYSIS OF FIBROUS COMPOSITE MATERIALS

Jung-Ho Cheng* Miao-Tzu Tsai**

*Department of Mechanical Engineering
National Taiwan University
Taipei, Taiwan 10617, R.O.C.*

ABSTRACT

This paper employs the concept of continuum damage mechanics to explore the nonlinear deformation behavior of composite structures. A damage model at the lamina scale is proposed based on a hypothesis that the damage variable in each principal direction can be represented by "strain induced by individual stress in the principal material directions." This model allows for obtaining the in-plane elastic moduli in the principal directions of the laminates directly from the measured data of uniaxial tension tests of $[0]_{16}$, $[90]_{16}$, and $[\pm 45]_{4S}$ specimens along with classical lamination theory and numerical analysis methods. With this approach, the micro-damage which is difficult to quantify, can be determined from the deterioration degree of the macroscopic mechanical properties without having to resort to detailed investigation of various complicated microscopic damage mechanisms.

The proposed model together with the acquired damage characteristics of the composites is implemented in a finite element software which is then used to simulate the tensile processes of both unidirectional composites and laminates. The predicted stress and strain responses are compared favorably with experimental results. Finally, the program is also used to predict the deformation behavior of structures with holes. The predictive capability of the proposed damage model is confirmed once again.

The damage analysis procedure developed in this research is simple, straightforward, and is shown to adequately describe the evolutionary damage processes in loaded structures. The model can also be easily extended to give similar predictions for the cases with more complicated geometry or under different stress states simply by adding more appropriate damage variables.

Keywords: Damage mechanics, Composite materials, Nonlinear deformation, Finite element analysis.

* Professor ** Graduate student

(Manuscript received April 6, 1998,
Manuscript revised July 10, 1998,
Accepted for publication Dec. 11, 1998.)