



## Development of Numerical Model of Land Subsidence (3)

Key words: uncouple one-dimensional land subsidence, three-dimensional land subsidence, finite analytic method, layered integration

### ABSTRACT

The goals of this study are not only to develop but also to apply an accurate and efficient large area land-subsidence model, that is, using uncouple one-dimensional model to simulate large area subsidence, whereas the three-dimensional model is applied to the locally severe land-subsidence area. In the previous two-year study, an uncouple one-dimensional large area land subsidence model was proposed and applied to simulate the subsidence in both Tzuo-Suei River Basin and Ping-Tung Plain. The simulated results agreed with the trend of measured data.

In this year ( the last year of this study), a three-dimensional land subsidence model is further proposed by adopting finite analytic method and the method of layered integration. After this three-dimensional model is verified by some analytical solutions, it is applied to Kou-Wu area. In this three-dimensional simulation, the boundary conditions of vertical displacements and pore water pressure are given from the computational results of one-dimensional model, whereas the gradients of horizontal displacements at the boundary are ignored in this study with the assumption that the variations of horizontal displacements at boundary are very smooth. The computational results show that the vertical and horizontal displacements are 11.08 cm and 0.53 cm respectively at Kou-Wu from Oct, 1996 to Feb, 1998. However, the vertical displacements are 13.03 by adopting uncouple one-dimensional model. The result reveals the fact that the vertical displacements of three-dimensional model are smaller than those of one-dimensional model due to energy viewpoint.

## 摘要

本研究之目的在於發展並應用一理論較廣義且適合大區域計算之較準確又效率高的地層下陷計算模式，最終得到由國人自行發展最適合處理臺灣地層下陷計算問題的有效方法。在前兩年研究計劃中已完成一維非耦合地層下陷模式之建立與驗證，並應用於濁水溪沖積扇與屏東平原之地層下陷模擬，且得到與實測資料趨勢吻合之模擬結果。

今年為此研究計劃之最後一年，研究中更進一步完成無因次三維地層下陷模式之建立，並且選擇半無限空間拘限含水層單井抽水與半無限空間穩點源抽水以及半無限空間非拘限含水層單井抽水等三個有解析解之案例加以驗證。模式驗證無誤後，選擇雲林縣下陷嚴重區域口湖會水附近做局部三維地層下陷模擬。模擬結果顯示，口湖會水處於 85 年 10 月至 87 年 2 月間之地層下陷量以三維模式模擬結果為 11.08 cm，而以一維模式模擬之結果則為 13.03 cm，實測值為 15.33 cm。此外，口湖會水處之水平位移為 0.53 cm。由能量觀點而言，以三維模式模擬出之地層下陷量結果應較一維模擬結果為少，因為三維模擬時加入考慮水平方向位移時所需之能量，而一維模擬時僅考慮垂直方向之變形能量，所以模擬結果應屬合理。

# 目錄

英文摘要.....	i
中文摘要.....	ii
目錄.....	iii
圖表錄.....	v
一、緒論.....	1
1.1 研究動機與目的.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 研究方法.....	3
1.4 本年度預期成果.....	5
二、地層下陷之理論基礎.....	6
2.1 三維地層下陷控制方程式.....	6
2.1.1 水流控制方程式.....	6
2.1.2 靜力平衡方程式.....	7
2.2 極限情況之地層下陷量階分析.....	8
三、一維非耦合地層下陷模式理論之建立.....	14
3.1 水流計算.....	14
3.1.1 水流控制方程式.....	14
3.1.2 初始條件.....	16
3.1.3 邊界條件.....	16
3.1.4 內插形狀函數.....	18
3.2 下陷量計算.....	19
3.3 總結模式中使用之方程式.....	19
3.4 有限解析法簡介.....	22
四、三維地層下陷模式理論之建立.....	26
4.1 分層積分控制方程式.....	27
4.1.1 控制方程式.....	27
4.1.2 邊界條件.....	28
4.1.3 層與層間之連接條件.....	30
4.1.4 初始條件.....	30

4.2 無因次分層積分控制方程式.....	30
五、三維地層下陷模式之驗證與應用	
5.1 模式之驗證.....	33
5.1.1 半無限空間拘限含水層單井抽水驗證案例.....	33
5.1.2 半無限空間穩態點源抽水驗證案例.....	34
5.1.3 半無限空間非拘限含水層單井抽水驗證案例.....	34
5.2 局部三維地層下陷模擬.....	35
六、結語.....	38
參考文獻.....	40

## 圖表錄

表 5-1.濁水溪沖積扇各測站之分層地層厚度.....	43
表 5-2.濁水溪沖積扇地質參數表.....	45
表 5-3.雲林地區 20 鄉鎮水井抽水量調查.....	46
表 5-4.濁水溪沖積扇抽水量分層分配表.....	47
表 5-5.濁水溪沖積扇各鄉鎮年入滲量表.....	48
圖 3-1.受壓含水層分層深度積分示意圖.....	49
圖 3-2.非受壓含水層分層深度積分示意圖.....	50
圖 3-3.垂直方向介面物理連接條件示意圖.....	51
圖 3-4.水平方向介面物理連接條件示意圖.....	52
圖 3-5.有限解析法說明圖.....	53
圖 5-1.半無限空間拘限含水層單井抽水驗證案例垂向示意圖.....	54
圖 5-2.半無限空間拘限含水層單井抽水驗證案例水平示意圖.....	54
圖 5-3 半無限空間拘限含水層單井抽水驗證案例水頭隨時間變化圖.....	55
圖 5-4 半無限空間拘限含水層單井抽水驗證案例水平位移隨時間變化圖.....	56
圖 5-5 半無限空間拘限含水層單井抽水驗證案例垂直位移隨時間變化圖.....	57
圖 5-6 半無限空間穩態點源抽水驗證案例垂直示意圖.....	58
圖 5-7 半無限空間穩態點源抽水驗證案例水平位移變化圖(地表為可透水).....	59
圖 5-8 半無限空間穩態點源抽水驗證案例垂直位移變化圖(地表為可透水).....	60
圖 5-9 半無限空間穩態點源抽水驗證案例水頭變化圖(地表為不可透水).....	61
圖 5-10 半無限空間穩態點源抽水驗證案例水平位移變化圖(地表為不可透水).....	62
圖 5-11 半無限空間穩態點源抽水驗證案例垂直位移變化圖(地表為不可透水).....	63
圖 5-12.半無限空間非拘限含水層單井抽水驗證案例垂向示意圖.....	64
圖 5-13.半無限空間非拘限含水層單井抽水驗證案例水平示意圖.....	64
圖 5-14 半無限空間非拘限含水層單井抽水驗證案例水頭隨時間變化圖.....	65
圖 5-15 半無限空間非拘限含水層單井抽水驗證案例水平位移隨時間變化圖.....	66
圖 5-16 半無限空間非拘限含水層單井抽水驗證案例垂直位移隨時間變化圖.....	67
圖 5-17.濁水溪沖積扇地層下陷模擬垂直分層示意圖.....	68
圖 5-18.濁水溪沖積扇地層下陷模擬水平分區網格示意圖.....	69
圖 5-19.濁水溪沖積扇模擬區域邊界示意圖.....	70
圖 5-20.雲林地區 84/1-85/10 下陷量模擬結果.....	71
圖 5-21.雲林地區 85/10-87/2 下陷量模擬結果.....	72
圖 5-22.彰化地區 84/8-86/8 下陷量模擬結果.....	73
圖 5-23 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷等高線圖(實測結果).....	74
圖 5-24 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷等高線圖(一維地層下陷模擬結果).....	75
圖 5-25 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷等高線圖(三維地層下陷模擬結果).....	76
圖 5-26 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷立體曲面圖(實測結果).....	77
圖 5-27 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷立體曲面圖(一維地層下陷模擬結果).....	78
圖 5-28 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷立體曲面圖(三維地層下陷模擬結果).....	79

# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機與目的

根據經濟部的一項資料顯示，國內地下水超抽嚴重，超抽量達三十三億噸，其結果造成一千一百七十平方公里的土地地層下陷。並由水利處與水資源局之地層下陷調查資料可知，目前發生較嚴重地層下陷之地區，包括台北、宜蘭、彰化、雲林、嘉義、高雄及屏東等沿海地區。其中最大的累計沉陷量發生於屏東沿海地區約 2.88 公尺，而以宜蘭沿海地區為較小約 0.5 公尺。事實上地下水超抽不但會造成地層下陷，沿海地區更可能因此導致海水入侵，地下水鹹化。地層一旦下陷就無法恢復舊觀，地下水鹹化更會將地下水資源破壞殆盡，所以地下水超抽引致地層下陷所產生的災害，其代價實在極大，至於沿海地區淹水對人民生活所造成的傷害與不便，就更不在話下了。由此可知，如何安全且有效地應用地下水資源，以防止地層下陷導致國土流失，儼然已成為一重要且迫切解決之課題。

國內對於地下水之調查分析，已有很大進展，例如江崇榮、賴典章、黃智昭、賴慈華、陳利貞（民國 85 年），劉聰桂、田巧玲、邱等輝、張炎銘（民國 85 年）。目前對於地層下陷的探討，則大多以調查、量測為主，例如蕭慶章（民國 79 年），簡俊彥、蔡正男、陳尚、林季麟（民國 79 年），廖日昇、李林少華、柳志錫、廖建順、林明煌（民國 79 年）等。解析研究如譚建國、呂志宗（民國 79 年）仍然循著 Hankel transform 加上 Laplace transform 的傳統方式處理之，僅適用於簡單的特例。數值研究方面，雖然近年陸續有些進展，例如簡化的 Terzaghi 一維模式（李德河等（民國 86 年），許澤善（民國 86 年）），Biot 三維有限元素法（葉弘德，葉高次（民國 85 年）），以及工研院利用商用程式 MODFLOW, COMPAC 計算水流及靜力平衡並結合 MAPINFO 作資料處理，見歐陽湘等（民國 86 年），不過

由於計算中對於變數（壓力，位移）間量階差異太大，抽水及沈陷的時間尺度不同，土壤非線性應力應變關係，以及土壤層與層間極大不同參數（例如見江崇榮（民國 86 年））的困難，在在都顯示地層下陷計算，尤其是大區域計算，仍有許多待探討及進一步研究的地方。

由上述可知，為解決臺灣地區之地層下陷問題，近年來不論中央、地方與學校投入地下水超抽導致地層下陷問題之防治研究的資源相當龐大。然而，由於是項問題千頭萬緒，牽涉極廣，因此幾年下來，政府機關與學術單位各自努力的結果，雖然已有一些成績，但似乎仍未能對此一影響民生至鉅的問題提出一套具體、有效的預測模式。緣於此，本研究之目的即在於發展並應用一適合大區域地層下陷預測模擬之數值計算模式，以作為日後如何有效且安全地運用地下水資源之基礎。

## 1.2 文獻回顧

地層下陷的研究方法，可概分為二大類。一為以模擬土壤反應的經驗式處理之（見 Corapcioglu(1984)之討論），一則建立在 Terzaghi 的有效應力(effective stress)理論上（見 Terzaghi(1925)）。由於前者侷限性較大，發展有限，故而後者的發展乃成為主流。基於有效應力理論，衍生出 Jacob(1968)的一維壓密理論(consolidation theory)，以及 Biot(1941)較完整的多孔彈性(poroelastic)三維壓密理論。

晚近的地層下陷研究，泰半皆由 Biot 氏的理論加以應用或延伸，其中較常被提起的有 Lewis and Schrefler(1978)利用有限元素法，假設軸對稱的威尼斯地層下陷研究；Corapcioglu and Brustaert(1977)的黏彈性土壤壓密；Safai and Pinder(1979)的飽和與非飽和土壤的沈陷研究等。當然其他如 Biot and Willis(1957)探討土壤壓密的彈性係

數，以及 Cooper(1966)對動座標的探討等，也都對這方面的研究有重要的貢獻。

在許多地層下陷的研究中，Bear and Corapcioglu(1981a,1981b)，Corapcioglu and Bear(1983)所提出的分層積分(layered integral)以探討區域沉陷(regional subsidence)的方法，經常被引用，公認極為出色。然而這個方法只談到含水層(aquifer)之沉陷，並未涵蓋阻水層(aquitard)的沉陷。最近 Fallou, Mei and Lee(1992)，Lee, Fallou and Mei(1992)以相當複雜的擾動(perturbation)展開法探討厚不透水層的沉陷問題。他們的方法固然因為太複雜而顯得不實用，但文中提到以 Hantush 的假設簡化處理不透水層及含水層的觀念卻頗值得參考。

最早期在模擬多含水層系統之水流時，都假設阻水層中之孔隙水壓變化為線性分佈，也就是不考慮所謂的 aquitard storage，如 Polubarinova-Kochina(1962)，Hantush and Jacob(1955)。但是此與實際之物理現象有所不符，所以 Hantush(1960)最早提出考慮 aquitard storage 在多含水層系統之水流中的影響。模擬多含水層系統之水流可直接運用三維模式，如 Frind and Verge(1978)，但用三維模式需耗用大量之記憶體，且計算時間長，使得直接運用三維模式做大區域之計算模擬不是一個好方法。所以在多含水層系統之水流中假設含水層之水流為水平流，而阻水層之水流為垂直流，如此不只簡化三維模式，又能考慮含水層與阻水層之交互作用(即 aquitard storage)，一般將此稱為擬三維模式(quasi-three dimensional model)。根據 Neumann and Witherpoon(1972)指出若含水層與阻水層之滲透率(permeability)相差兩階(order)或兩階以上時，擬三維模式之誤差一般小於 5%。

### 1.3 研究方法

為了探討地下水超抽導致地層下陷的問題，本研究中吾人提出以一維彈性土體壓密理論配合三維地下水流方程式建立之非耦合地層下陷數值計算模式，模擬因大區域超抽地下水引致之地層下陷，再以較準確之三維地層下陷理論模擬局部地層下陷嚴重區域之概念。如此，不但可有效地更可以準確地模擬地下水超抽導致之地層下陷。

在非耦合地層下陷數值計算模式中之地下水流計算方面，本研究比擬三維水流模式更進一步，阻水層與含水層皆不假設水流為垂直流與水平流，並引用分層深度積分概念處理之。為了使阻水層與含水層或含水層與含水層間之介面滿足孔隙水壓連續及水流通量連續，乃假設每個含水層與阻水層之孔隙水壓在垂直深度方向上符合二次函數變化關係。

此外，因為實際沉積性地下水流域地質的分佈並非如傳統擬三維水流模式中假設阻水層與含水層相間之層狀分佈現象在水平方向無限延伸之情況，所以為了要合理地解析水流在實際複雜地質分佈中流動之情形，研究中除了將地質依土壤之導水性質分層外，更進一步根據土層之不連續性做垂向虛擬分層。如此，模式對於區域性地下水之模擬，不但能保有以傳統擬三維水流概念模擬時之高效率特點，並且因為沒有傳統擬三維水流概念之限制，所以能模擬複雜三維地下水水流之現象。此外，為考量大區域計算與地質在水平方向之不連續性，研究中亦將模擬區域根據地質條件做適當之水平區域拆解，並以區與區間介面之孔隙水壓及水流通量需連續之連接條件，來建立數值計算模式。

至於三維地層下陷模式之發展，與一維非耦合地層下陷數值計算模式相同，採用最符合實際地質情況之分層積分方式來建立數值

計算模式。並以層與層間之水流需滿足壓力與通量連續且土體需符合位移與應力連續之條件加以連接，使其構成適當問題。此外，為了解決孔隙水壓與土體位移之量階及反應特徵時間尺度差異甚大，可能導致計算時發生不穩定情形，研究中更進一步以無因次三維地層下陷控制方程式來建立數值模式。

#### 1.4 本年度預期成果

今年度為計劃之最後一年，在前兩年計劃中完成一為非耦合地層下陷之建立與驗證，並且實際應用於濁水溪沖積扇與屏東平原之地層下陷模擬，得到與實測資料趨勢吻合之結果。本年度中之研究目標為，進一步建立無因次三維地層下陷模式，在模式驗證無誤後選擇濁水溪沖積扇中地層下陷嚴重區域做局部三維地層下陷模擬。如此，便能完成本研究之最終目的(發展並應用一適合大區域地層下陷預測模擬之數值計算模式)。

## 第二章 地層下陷之理論基礎

### 2.1 三維地層下陷控制方程式

#### 2.1.1 水流控制方程式

假設在固定座標及固定控制體積下，分別考慮流體與土體之質量守恆、即

$$\frac{\partial(n\rho_w S)}{\partial t} + \nabla \cdot (n\rho_w S \vec{V}_w) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial[(1-n)\rho_s]}{\partial t} + \nabla \cdot [(1-n)\rho_s \vec{V}_s] = 0 \quad (2.2)$$

其中  $n$  為孔隙率 (porosity)、 $\rho_w$  為流體之密度、 $\rho_s$  為土體之密度、 $\vec{V}_s$  為土體之移動速度、 $\vec{V}_w$  為流體之移動速度、 $S$  為飽和度。根據 Darcy 相對流速定律

$$\vec{q}_r = S n (\vec{V}_w - \vec{V}_s) = -\bar{K} \cdot \nabla h = -\bar{K} \cdot \nabla \left( z + \int \frac{dp}{\rho_w g} \right) \quad (2.3)$$

其中  $\vec{q}_r$  為達西相對流速、 $\bar{K}$  為水力傳導係數張量 (hydraulic conductivity tensor)、 $p$  為孔隙水壓。由式 (2.1)、式 (2.2)、式 (2.3) 化簡整理可推得三維非飽和水流控制方程式為

$$\nabla \cdot (\rho_w \vec{q}_r) + \rho_w S \nabla \cdot \vec{V}_s + n S \frac{d_s \rho_w}{dt} + \rho_w n \frac{d_s S}{dt} = 0 \quad (2.4)$$

再定義流體壓縮係數

$$\beta = \frac{1}{\rho_w} \frac{d\rho_w}{dp} \quad (2.5)$$

假設水力傳導係數為均質且等向，並且忽略非飽和以及水流與土體對流項之影響，若以孔隙水壓  $p$  為因變數時則水流控制方程式可為

$$K \frac{\partial^2 p}{\alpha^2} + K \frac{\partial^2 p}{\beta^2} + K \frac{\partial^2 p}{\gamma^2} = \rho_w g \left( \frac{\partial^2 U_{sx}}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 U_{sy}}{\partial y \partial t} + \frac{\partial^2 U_{sz}}{\partial z \partial t} + n\beta \frac{\partial p}{\partial t} \right) \quad (2.6)$$

其中  $U_{sx}$ 、 $U_{sy}$  與  $U_{sz}$  分別為土體在  $x$ 、 $y$  與  $z$  方向之位移量。

### 2.1.2 靜力平衡方程式

一般地下水之流速緩慢，故可將慣性之影響忽略，在考慮浮體重力下，流體與土體之動量守恆分別為

$$-n\nabla p - Sn^2\rho_w g K^{-1}(\bar{V}_w - \bar{V}_s) + Sn\rho_w \bar{g} = \bar{0} \quad (2.7)$$

$$-(1-n)\nabla p + \nabla \cdot \bar{\sigma}' + Sn^2\rho_w g K^{-1}(\bar{V}_w - \bar{V}_s) + (1-n)\rho_s \bar{g} = \bar{0} \quad (2.8)$$

其中  $\bar{\sigma}'$  為有效應力張量，今將(2.7)式與(2.8)式相加後並假設為飽和則可以推得三維靜力平衡方程式為

$$\nabla \cdot \bar{\sigma}' = \nabla p + [n\rho_w + (1-n)\rho_s]\bar{g} \quad (2.9)$$

若假設土體為等向均質之彈性體則三維靜力平衡方程式在 x、y 與 z 三個方向分量方程式分別為

x 方向分量為

$$\mu\nabla^2 U_x + (\mu + \lambda)\frac{\partial}{\partial x}(\nabla \cdot \bar{U}_s) = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.10)$$

y 方向分量為

$$\mu\nabla^2 U_y + (\mu + \lambda)\frac{\partial}{\partial y}(\nabla \cdot \bar{U}_s) = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.11)$$

z 方向分量為

$$\mu\nabla^2 U_z + (\mu + \lambda)\frac{\partial}{\partial z}(\nabla \cdot \bar{U}_s) = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.12)$$

其中  $\mu$ 、 $\lambda$  代表 Lamé 常數。(2.10)式、(2.11)式與(2.12)式中之土體位移與孔隙水壓皆為已扣除初始量大小之變動值。

## 2.2 極限情況之地層下陷量階分析

雖然由三維地層下陷理論可精確地同時求解垂直下陷量與水平位移量，但是對於大區域地層下陷之問題，並不見得比具有實用性與簡單性兩項重要優點之垂向一維下陷計算理論來得被廣範接受與使用。一維與三維地層下陷計算理論最大之不同點，在於一維計算只需先求解水流方程式，再將求解出之水壓變化量代入土體下陷代數計算式就可得到下陷量，此即所謂之兩步驟法(two-step method)，而不必同時聯立求解水流與土體變形方程式。但是對於滿足使用一維變形理論計算地層下陷所需地下水流之流況條件，至目前為止並沒有被提出。本節中我們將由完整的三維地層下陷方程式出發，經由量階分析技巧來討論使用一維地層下陷之適用時機。

首先令

$$x^* \approx x \quad y^* \approx y \quad z^* \approx \varepsilon^m z \quad (2.13)$$

$$U_{sx}^* \approx U_{sx} \quad U_{sy}^* \approx U_{sy} \quad U_{sz}^* \approx \varepsilon^n U_{sz} \quad (2.14)$$

$$\frac{\rho_w g}{k} \approx \varepsilon^{-\alpha} \quad \frac{l}{G} \approx \varepsilon^\gamma \quad (2.15)$$

其中當  $m > 0$  時  $\varepsilon = \frac{\|V_{wz}\|}{\|V_{wx}\|} \ll 1$ ，而當  $m < 0$  時則  $\varepsilon = \frac{\|V_{wx}\|}{\|V_{wz}\|} \ll 1$ ，而  $V_{wx}$ 、 $V_{wz}$

分別為水流之水平速度與垂直速度，同時  $\alpha > 0$ 、 $\gamma > 0$ 。

將(2.13)式、(2.14)式與(2.15)式代入(2.6)式、(2.10)式、(2.11)式與(2.12)式則分別可得

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^{*2}} + \varepsilon^{2m} \frac{\partial^2 p}{\partial z^{*2}} = \frac{\rho_w g}{k} \left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U_{sx}^*}{\partial x^*} + \frac{\partial U_{sy}^*}{\partial y^*} + \varepsilon^{m-n} \frac{\partial U_{sz}^*}{\partial z^*} \right) \right] \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial^2 U_{sx}^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 U_{sx}^*}{\partial y^{*2}} + \varepsilon^{2m} \frac{\partial^2 U_{sx}^*}{\partial z^{*2}} + \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right) \left[ \frac{\partial^2 U_{sx}^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 U_{sy}^*}{\partial x^* \partial y^*} + \varepsilon^{m-n} \frac{\partial^2 U_{sz}^*}{\partial x^* \partial z^*} \right] = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x^*} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial^2 U_{xy}^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 U_{xy}^*}{\partial y^{*2}} + \varepsilon^{2m} \frac{\partial^2 U_{xy}^*}{\partial z^{*2}} + \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right) \left[ \frac{\partial^2 U_{xx}^*}{\partial x^* \partial y^*} + \frac{\partial^2 U_{yy}^*}{\partial y^* \partial z^*} + \varepsilon^{m-n} \frac{\partial^2 U_{xz}^*}{\partial y^* \partial z^*} \right] = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y^*} \quad (2.18)$$

$$\varepsilon^{-n} \left( \frac{\partial^2 U_{xz}^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 U_{xz}^*}{\partial y^{*2}} \right) + \varepsilon^{2m-n} \frac{\partial^2 U_{xz}^*}{\partial z^{*2}} + \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right) \left[ \varepsilon^m \frac{\partial^2 U_{xy}^*}{\partial x^* \partial z^*} + \varepsilon^m \frac{\partial^2 U_{yy}^*}{\partial y^* \partial z^*} + \varepsilon^{2m-n} \frac{\partial^2 U_{xz}^*}{\partial z^{*2}} \right] = \frac{\varepsilon^m}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z^*} \quad (2.19)$$

由(2.16)式我們可知，當  $m > 0$  時表示水壓力在水平方向之變化遠大於垂直方向即水流為水平流，當  $m < 0$  時表示水流為垂直流，而  $m = 0$  時則表示水流為垂直與水平分量相當之三維水流。因為抽水引致之地層下陷很少發生水平位移量遠大於垂直下陷量，所以  $n$  只有可能存在  $n > 0$  或  $n = 0$  之情況。以下我們將分別對  $m$ 、 $n$  可能發生之情況加以分析討論。

情況一：  $m > 0$ ， $n > 0$  且  $n > m$

$m > 0$  表示壓力在水平方向之梯度遠大於垂直方向，也就是  $\frac{\partial p}{\partial x} \gg \frac{\partial p}{\partial z}$

且  $\frac{\partial p}{\partial y} \gg \frac{\partial p}{\partial z}$ ，取(2.17)式與(2.18)式之最大量階項分別得

$$(\mu + \lambda) \frac{\partial^2 U_{xz}}{\partial x \partial z} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.20)$$

$$(\mu + \lambda) \frac{\partial^2 U_{xz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.21)$$

由(2.20)式與(2.21)式壓力  $p$  之量階為  $O(\varepsilon^{m-n-\gamma})$ ，且由(2.16)我們可得時間  $t$  之量階為  $O(\varepsilon^{-m+n+\gamma-\alpha})$ 。若(2.19)式中取量階  $O(\varepsilon^{2m-n-\gamma})$  之項可得

$$(2\mu + \lambda) \frac{\partial^2 U_{xz}}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.22)$$

因為  $O(\varepsilon^{m-n-\gamma}) \gg O(\varepsilon^{2m-n-\gamma})$  若以量階  $O(\varepsilon^{m-n-\gamma})$  而言(2.22)式可變為

$$(2\mu + \lambda) \frac{\partial^2 U_{xz}}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2.23)$$

在由(2.20)式、(2.21)式與(2.23)式並假設初始時壓力與變形量皆為零，亦即只考慮變動量則可得

$$p = (\mu + \lambda) \frac{\partial U_{,zz}}{\partial z} \quad (2.24)$$

若將(2.24)式積分則可得總下陷量計算式為

$$\delta(x, y, t) = \int \frac{\partial U_{,zz}}{\partial z} dz = \int \frac{p}{(\mu + \lambda)} dz \quad (2.25)$$

另外，將(2.24)式對 t 微分代入(2.16)式，並加入液体壓縮性之影響則可得水平地下水控制方程式為

$$k \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) = \rho_w g \left( n\beta + \frac{1}{\mu + \lambda} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.26)$$

(2.26)式即為一般水平流地下水控制方程式。此外我們更得到比貯水

係數  $S_s = \rho_w g \left( n\beta + \frac{1}{\mu + \lambda} \right)$  之重要結果。至於  $m > 0$ 、 $n > 0$  且  $m > n$  之情況，

同上述步驟可證明此狀況不合理，亦即不可能存在此種物理狀態。

情況二： $m < 0$ ， $n > 0$

$m < 0$  表示壓力在垂直方向之梯度遠大於水平方向，也就是  $\frac{\partial p}{\partial z} \gg \frac{\partial p}{\partial x}$

且  $\frac{\partial p}{\partial z} \gg \frac{\partial p}{\partial y}$ ，所以(3.19)式可變為

$$(2\mu + \lambda) \frac{\partial^2 U_{,zz}}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.27)$$

由(2.27)式可知壓力  $p$  之量階為  $O(\varepsilon^{m-n-\gamma})$ ，且由(2.16)我們可得時間  $t$  之量階為  $O(\varepsilon^{-3m+n+\gamma-\alpha})$ 。若將(2.17)式與(2.18)式之量階與(2.19)比較則可將(2.17)式與(2.18)式分別簡化為

$$(\mu + \lambda) \frac{\partial^2 U_{,xz}}{\partial x \partial z} = \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.28)$$

$$(\mu + \lambda) \frac{\partial^2 U_{,yz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.29)$$

在由(2.27)式、(2.28)式與(2.29)式並假設初始時壓力與變形量皆為零，亦即只考慮變動量則可得

$$p = (2\mu + \lambda) \frac{\partial U_{xz}}{\partial z} \quad (2.30)$$

若將(2.30)式積分則可得總下陷量計算式為

$$\delta(x, y, t) = \int \frac{\partial U_{xz}}{\partial z} dz = \int \frac{p}{(2\mu + \lambda)} dz \quad (2.31)$$

另外，將(2.30)式對 t 微分代入(2.16)式，並加入液体壓縮性之影響則可得垂直水流控制方程式為

$$k \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \rho_w g \left( n\beta + \frac{1}{2\mu + \lambda} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.32)$$

(2.32)式即為一般垂直流地下水控制方程式，此外我們更得到比貯水係數  $S_v = \rho_w g \left( n\beta + \frac{1}{2\mu + \lambda} \right)$  之重要結果。

情況三：m=0，n>0

m=0 表示壓力在垂直方向之梯度相當於水平方向的三維水流，也就是  $\frac{\partial p}{\partial z} \approx \frac{\partial p}{\partial x}$  且  $\frac{\partial p}{\partial z} \approx \frac{\partial p}{\partial y}$ ，如同情況一與情況二之分析步驟，(2.17)式、

(2.18)式與(2.19)式可分別變為

$$(\mu + \lambda) \frac{\partial^2 U_{xz}}{\partial x \partial z} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.33)$$

$$(\mu + \lambda) \frac{\partial^2 U_{xz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.34)$$

$$\mu \left( \frac{\partial^2 U_{xz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{xz}}{\partial y^2} \right) + (2\mu + \lambda) \frac{\partial^2 U_{xz}}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.35)$$

我們可以證明(2.33)式、(2.34)式與(2.35)式並非相依方程式，也就是無法存在唯一解，亦即此種狀況並不符物理現象。

由上述之分析我們可知，經由完整之三維水流方程式與三維土体位移方程式出發，當水壓力在垂直方向之變化遠小於水平方向即

水流為水平流( $m>0$ )，且土體之垂向變位遠大於水平方向即垂直一維下陷( $n>0$ )時，利用量階分析我們可合理地同時導出符合 Dupuit 假設的水平地下水流方程式及符合 Terzaghi 結論的一維垂向土體變形方程式。而當水壓力在垂直方向之變化遠大於水平方向即水流為垂直流( $m<0$ )，且土體之垂向變位遠大於水平方向即垂直一維下陷( $n>0$ )情況下，我們亦可同時導出一般常使用於計算阻水層下陷量之垂直一維水流方程式與符合 Terzaghi 結論的一維垂向土體變形方程式。此外，這兩種情況下我們也可以得到比出水係數(specific storativity)之物理關係式。

但是當水壓力在垂直方向之變化相當於水平方向時即水流為三維水流( $m=0$ )，以及土體之垂向變位遠大於水平方向即垂直一維下陷( $n>0$ )之情況下，我們卻無法由量階分析合理地導出符合 Terzaghi 結論的一維垂向土體變形方程式，顯示此種極限狀況不存在。如此我們便可以得到垂向一維下陷理論適用時機之重要結論。也就是垂向一維下陷理論適用地下水流狀況趨近於單一水平方向或單一垂直方向之水流中，而不適用於垂直與水平分量相當之三維地下水流中。

因為大自然之沉積作用，一般區域性地下水流域中之地質有類似含水層與阻水層相間形成之層狀分佈現象。而此種含水層與阻水層相間之多含水層系統的地下水流狀況常使用已被廣泛接受與肯定之擬三維水流概念來分析，即假設含水層為水平流與阻水層為垂直流。由此我們可知若以大區域之尺度而言，對於區域地層下陷之計算應符合垂向一維下陷理論適用之時機。但對於如抽水井附近存在有明顯局部三維水流流動之狀況下垂向一維下陷理論並不適用，而需要完整地同時聯立求解三維水流與三維土體變形方程式才可合理地考慮超抽地下水引起之地層下陷。

由上述討論可知在土体為一維下陷假設下，多含水層系統中含水層之水流方程式與土体下陷方程式分別為 (2.26) 式與 (2.25) 式，而阻水層則分別為 (2.32) 式與 (2.31) 式。然而，本研究中含水層與阻水層使用之水流方程式皆為

$$k\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right) = S_s \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.36)$$

而(2.36) 式比 (2.26) 式與 (2.32) 式更一般性，也就是研究中不須假設含水層之水流為水平流以及阻水層水流為垂直流。

### 第三章 一維非耦合地層下陷模式理論之建立

#### 3.1 水流計算

##### 3.1.1 水流控制方程式

在假設水流流動符合 Darcy 定律且土體為非均質等向性下，基本地下水水流質量守衡方程式為(參見式(2.36))

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) = S_s \frac{\partial \Phi}{\partial t} + Q(x - x_w, y - y_w, z - z_w), \quad j = 1, 2, 3, \quad (3.1)$$

式中  $k$  為水力傳導係數(hydraulic conductivity)、 $S_s$  為比貯水係數(specific storage)、 $Q$  為流源項(source term)、 $\Phi = z + \frac{P}{\rho_w g}$  為水頭(hydraulic head)、 $P$  為孔隙水壓、 $\rho_w$  為流體密度、 $g$  為重力加速度。若將(3.1)式與(2.6)式比較我們可以清楚發現，一般地下水流計算中之比貯水係數代表的就是土體變形率與水體壓縮性之效應。若土體變形為垂直一維，根據 2.2 節之推導我們可知，當地下水流為水平流與垂直流時，比貯水係數與土體之彈性常數與水體壓縮性關係分別由(2.26)式與(2.32)式可知。

今將  $\Phi$ 、 $P$ 、 $Q$  分別表示為初始值(上標為  $o$ )與增加值(上標為  $e$ )之和，即  $\Phi = \Phi^o + \Phi^e$ 、 $P = P^o + P^e$  與  $Q = Q^e$ ，則  $\Phi^o$  與  $\Phi^e$  可分別表示為

$$\Phi^o(x, y, z) = z + \frac{P^o(x, y, z)}{\rho_w g}, \quad (3.2)$$

$$\Phi^e(x, y, z, t) = \frac{P^e(x, y, z, t)}{\rho_w g}, \quad (3.3)$$

綜合上述將(3.2)式與(3.3)式代入(3.1)式，則(3.1)式可簡化為

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial \Phi^e}{\partial x_j} \right) = S_s \frac{\partial \Phi^e}{\partial t} + Q^e(x - x_w, y - y_w, z - z_w). \quad (3.4)$$

本研究中採分層深度積分來建立模式。故將(3.4)式做深度積分得(見圖 3-1 與圖 3-2)

$$\int_{b_i(x,y,t)}^{b_{i+1}(x,y,t)} \frac{\partial}{\partial x_j} (k \frac{\partial \Phi^e}{\partial x_j}) dz = \int_{b_i(x,y,t)}^{b_{i+1}(x,y,t)} (Ss \frac{\partial \Phi^e}{\partial t} + Q^e(x-x_w, y-y_w, z-z_w)) dz \quad (3.5)$$

式中  $z=b_{i+1}(x,y,t)$ 、 $z=b_i(x,y,t)$  分別表示含水層上、下邊界函數。(註：若為非拘限含水層，則(3.5)式中  $z=b_{i+1}(x,y,t)$  代表自由液面函數。)根據 Leibnitz 法則與連鎖律且忽略次要項之影響，即假設含水層上、下邊界函數在空間上之變化遠小於含水層之厚度或水深，則(3.5)式可變為

$$KB \frac{\partial^2 \bar{\Phi}^e}{\partial x^2} + KB \frac{\partial^2 \bar{\Phi}^e}{\partial y^2} = SsB \frac{\partial \bar{\Phi}^e}{\partial t} + K \left( \frac{\partial \Phi^e}{\partial z} \Big|_{b_i} - K \frac{\partial \Phi^e}{\partial z} \Big|_{b_{i+1}} \right) + \bar{Q}^e(x-x_w, y-y_w), \quad (3.6)$$

其中  $K(x,y)$ 、 $Ss(x,y)$ 、 $\bar{\Phi}^e$  分別代表深度積分之平均值，即  $\bar{\Phi}^e = \frac{1}{B} \int_{b_i}^{b_{i+1}} \Phi^e dz$ ，

$B=b_{i+1}(x,y,t)-b_i(x,y,t)$  表示含水層之厚度或水深，另外  $K \frac{\partial \Phi^e}{\partial z} \Big|_{b_{i+1}}$ 、 $K \frac{\partial \Phi^e}{\partial z} \Big|_{b_i}$

為上、下邊界之水流通量。(3.6)式若應用至非拘限含水層中則須對

上邊界之水流通量作進一步處理，因此，若不考慮地表入滲量，自

由液面之運動邊界條件可表示為

$$S_y \frac{\partial b_{i+1}}{\partial t} = -K \frac{\partial \Phi^e}{\partial z} \Big|_{b_{i+1}} \quad (3.7)$$

令  $\eta(x,y,t) = B = b_{i+1}(x,y,t) - b_i(x,y,t)$  表示非拘限含水層之水深，且假設自由液面對時間之變化遠大於下邊界之變化，即  $\frac{\partial b_{i+1}}{\partial t} \gg \frac{\partial b_i}{\partial t}$ ，則(3.7)式可變為

$$S_y \frac{\partial \eta}{\partial t} = -K \frac{\partial \Phi^e}{\partial z} \Big|_{b_{i+1}}, \quad (3.8)$$

式中  $s_y$  為比出水係數(specific yield)。又因非拘限含水層中自由液面之動力邊界條件為  $P(x, y, b_{i+1}(x, y, t), t) = 0$ ，故應用(3.2)式與(3.3)式可得

$$\Phi^e(x, y, b_{i+1}(x, y, t), t) = -\frac{P^0(x, y, b_{i+1}(x, y, t))}{\rho_w g} \quad (3.9)$$

若假設  $P^0(x, y, b_{i+1}(x, y, t)) = \rho_w g(\eta^0(x, y) - \eta(x, y, t))$  則(3.9)式可變為

$$\eta(x, y, t) = \eta^0(x, y) + \Phi^e(x, y, b_{i+1}(x, y, t), t) \quad (3.10)$$

式中  $\eta^0$  表示初始時非拘限含水層之水深函數。

### 3.1.2 初始條件

因為模式中採用增加量為因變數(見(3.4)式)，所以對阻水層與含水層其初始條件皆為

$$\overline{\Phi^e(x, y, t=0)} = 0 \quad , \quad x, y \in \Omega \quad (3.11)$$

上兩式中， $\Omega$  表示求解之區域。

### 3.1.3 邊界條件

研究中因為利用垂直分層與水平區域拆解之概念建立模式，所以對垂直及水平方向之邊界都可分為自然邊界與內部介面邊界兩種。以下分別對垂直與水平之自然邊界條件與內部介面邊界條件加以闡述。

#### (a) 垂直邊界條件

對垂直邊界而言，自然邊界條件是指模擬區域中最上層與最下層之邊界。自然邊界若給定水頭邊界條件，即 Dirichlet 型態之條件，

則可表示為

$$\Phi^e \Big|_{\text{boundary}} = \Phi^* ; \quad (3.12)$$

另外，若給定為流量邊界條件，即 Neumann 型態之條件，則可表示為

$$\frac{\partial \Phi^e}{\partial n} \Big|_{\text{boundary}} = -q_n , \quad (3.13)$$

其中  $\Phi^*$  與  $q_n$  為給定之值。此外，所謂垂直方向之內部介面邊界，則是指經分層後阻水層與含水層或含水層與含水層間之介面邊界。研究中每一子含水層採用分層深度積分建立控制方程式，為了合理的連接各層所以每個介面邊界需同時滿足水流通量連續與孔隙水壓連續之連接條件。今令上標 1、2 分別表示相鄰邊界不同分層之介質， $\bar{n}$ 、 $\bar{i}$  為邊界面之法線向量與切線向量(見圖 3-3)，則如圖 3-3，層與層間之水流通量連續可表示為

$$q_m^{(1)} = q_m^{(2)} , \quad (3.14)$$

也就是

$$K^{(1)} \frac{\partial \Phi^{e(1)}}{\partial n} = K^{(2)} \frac{\partial \Phi^{e(2)}}{\partial n} 。 \quad (3.15)$$

另外孔隙水壓連續可表示為

$$\Phi^{e(1)} = \Phi^{e(2)} 。 \quad (3.16)$$

### (b) 水平邊界條件

對於水平方向而言，自然邊界是指海岸線、河川、山嶺線或模擬區域之最外圍邊界等，而內部介面邊界則是指經區域拆解後區與區之介面邊界(見圖 3-4)。因為模式以分層深度積分建立水流方程式，

所以自然邊界條件若給定為水頭或水流通量，則可分別表示為

$$\overline{\Phi^e} = \overline{\Phi_c^e} \quad , \quad \Gamma_1 \in \Gamma \quad , \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \overline{\Phi^e}}{\partial n} = -q_m \quad , \quad \Gamma_2 \in \Gamma \quad , \quad (3.18)$$

式中 $\Gamma$ 為自然邊界。另外，研究中採用以區與區間介面之連接條件疊代計算各區的求解步驟建立模式，因此為了使整個求解之問題成為數學上所謂之適當問題(well-posed problem)，區與區之連接條件與層與層間之介面相同，需同時滿足孔隙水壓連續及水流通量連續，即

$$K^{(1)} \frac{\partial \overline{\Phi^e}^{(1)}}{\partial n} = K^{(2)} \frac{\partial \overline{\Phi^e}^{(2)}}{\partial n} \quad , \quad (3.19)$$

$$\overline{\Phi^e}^{(1)} = \overline{\Phi^e}^{(2)} \quad . \quad (3.20)$$

### 3.1.4 內插形狀函數

研究中以分層深度積分建立模式，為了使層與層間之介面滿足孔隙水壓連續與水流通量連續，故假設每個子含水層之孔隙水壓在垂直深度方向上符合二次形狀函數變化關係，即

$$\Phi^e(x, y, z, t) = a(x, y, t) + b(x, y, t)z + c(x, y, t)z^2 \quad . \quad (3.21)$$

由(3.21)式可知，傳統擬三維水流概念根據 Dupuit 假設視含水層之水流為水平流，即為(3.21)式中假設 $b(x, y, t)$ 與 $c(x, y, t)$ 為零之特殊情況。如圖 3-1 與圖 3-2 所示，將每一子含水層之 $\Phi^e|_{bi+1} = \Phi^e(x, y, B, t)$ 、 $\Phi^e|_{bi} = \Phi^e(x, y, 0, t)$ 與 $\overline{\Phi^e} = \frac{1}{B} \int_0^B \Phi^e(x, y, z, t) dz$ ，代入(3.21)式對深度方向之微分，可得

$$\frac{\partial \Phi^e}{\partial z} \Big|_{bi+1} = \frac{1}{B} (4\Phi^e|_{bi+1} + 2\Phi^e|_{bi} - 6\overline{\Phi^e}) \quad , \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial \Phi^e}{\partial z} \Big|_{bi} = \frac{1}{B} (-2\Phi^e|_{bi+1} - 4\Phi^e|_{bi} + 6\overline{\Phi^e}) \quad . \quad (3.23)$$

(3.22)式與(3.23)式顯示含水層之上、下邊界之垂直深度方向微分值，可由上、下邊界值及垂直深度積分平均值來表示之。

### 3.2 下陷量計算

根據 2.2 節由完整三維地層下陷方程式出發，經由量階分析方法我們得到垂向一維地層下陷理論僅在地下水流為近似垂直流或水平流之流況方才適用的重要結論。所以對於水流為水平流之含水層的垂向一維總下陷量方程式為

$$\Delta z = U_{sz}|_{bi+1} - U_{sz}|_{bi} = \int_{bi(x,y,t)}^{bi+1(x,y,t)} \frac{P^e}{\mu + \lambda} dz \quad (3.24)$$

而對於水流為垂直流之阻水層的垂向一維總下陷量方程式則為

$$\Delta z = U_{sz}|_{bi+1} - U_{sz}|_{bi} = \int_{bi(x,y,t)}^{bi+1(x,y,t)} \frac{P^e}{2\mu + \lambda} dz \quad (3.25)$$

式中  $\mu$ 、 $\lambda$  為土體之 Lamé 常數， $U_{sz}|_{bi+1}$ 、 $U_{sz}|_{bi}$  分別為上、下邊界之位移量。(3.24)式及(3.25)式結合 3.1 節的水流控制方程式及邊界、起始條件，我們於是可建立適用於大區域的一維下陷的計算方法。

### 3.3 總結模式中使用了之方程式

綜合上述之推導可將研究中拘限含水層(阻水層處理方式與拘限含水層相同)、非拘限含水層使用之水流控制方程式及下陷量計算方程式分別歸納如下：

#### (a) 拘限含水層與阻水層

結合(3.6)式、(3.22)式與(3.23)式可得水流方程式為

$$\frac{\partial^2 \overline{\Phi^c}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{\Phi^c}}{\partial y^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial \overline{\Phi^c}}{\partial t} + \frac{1}{B^2} (-6\overline{\Phi^c}|_{bi+1} - 6\overline{\Phi^c}|_{bi} + 12\overline{\Phi^c}) + Q'_i(x-x_w, y-y_w) \quad (3.26)$$

上、下邊界水流通量分別由(3.22)式與(3.23)式表示為

$$\frac{K}{B}(4\Phi^e|_{hi+1} + 2\Phi^e|_{hi} - 6\overline{\Phi^e}) = q_l|_{hi+1}, \quad (3.27)$$

$$\frac{K}{B}(-2\Phi^e|_{hi+1} - 4\Phi^e|_{hi} + 6\overline{\Phi^e}) = q_l|_{hi}, \quad (3.28)$$

式中  $q_l|_{hi+1}$ 、 $q_l|_{hi}$  分別表示流入與流出含水層上、下邊界之流量。另外下陷量計算方程式若為含水層與阻水層則分別如(3.24)式與(3.25)式所示

### (b)非拘限含水層

水流方程式為

$$\frac{\partial^2 \overline{\Phi^e}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{\Phi^e}}{\partial y^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial \overline{\Phi^e}}{\partial t} + \frac{1}{\eta^2} (-6\Phi^e|_{hi+1} - 6\Phi^e|_{hi} + 12\overline{\Phi^e}) + Q'_L(x-x_w, y-y_w) \quad (3.29)$$

上邊界自由液面運動邊界條件由(3.7)式與(3.21)式可得

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{-K}{S_s \eta} (4\Phi^e|_{hi+1} + 2\Phi^e|_{hi} - 6\overline{\Phi^e}) \circ \quad (3.30)$$

下邊界流量連續條件為

$$\frac{K}{\eta} (-2\Phi^e|_{hi+1} - 4\Phi^e|_{hi} + 6\overline{\Phi^e}) = q_l|_{hi} \circ \quad (3.31)$$

上兩式中水深  $\eta$  可由(3.10)式得為

$$\eta = \eta^o + \Phi^e|_{hi+1} \circ \quad (3.32)$$

下陷量  $\Delta z$  為

$$\Delta z = \frac{\rho_w g \eta \overline{\Phi^e}}{\mu + \lambda} \circ \quad (3.33)$$

註：若於非拘限含水層中引用傳統慣用之 Dupuit 假設，即

$\overline{\Phi^e} = \Phi^e|_{hi+1} = \Phi^e|_{hi}$  則(3.11)式可改寫為

$$\overline{\Phi^e} = \eta - \eta^o \circ \quad (3.34)$$

將(3.34)與(3.8)式代入(3.6)式並將  $K \frac{\partial \overline{\Phi^e}}{\partial z} \Big|_{hi} = q_l|_{hi}$  表示為下邊界之通量，

則非拘限含水層水流方程式可簡化為

$$K\eta \frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial x^2} + K\eta \frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial y^2} = S_y \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + q_l|_{h_i} + Q_i^c(x-x_w, y-y_w), \quad (3.35)$$

式中假設  $S_y \gg S_{s\eta}$ 。(3.35)式即為忽略非拘限含水層下邊函數在空間變化之 Boussinesq 方程式。

另外，拘限含水層、非拘限含水層與阻水層之初始條件、垂直與水平方向之自然邊界條件與內部人為邊界條件則分別如(3.10)至(3.20)式所示。

在 3.2 節中我們由完整三維地層下陷方程式出發，經由量階分析方法得到垂向一維地層下陷理論僅能在地下水流為近似垂直流或水平流之流況方才適用的重要結論。因此本章所發展之水流計算方法在不考慮土體變形下可作完全的三維地下水流計算，而結合垂向一維變形代數式所建立之一維地層下陷計算方法則僅能適用於地下水流為近似垂直流或水平流之流況，例如沉積性區域地下水流域中多含水層系統的地層下陷量計算就是一可適用之時機。

由於求解問題可能發生複雜不容易收斂之數值計算問題，所以我們將採用收斂性較佳之有限解析法完整地建立非耦合一維地層下陷數值計算模式。

傳統的數值方法有，有限差分法、有限元素法、邊界元素法等，各應用於不同領域中，且各有其優缺點。而有限解析法為一較新的數值方法，由佛羅里達大學工學院院長陳景仁教授(C.J.Chen)所提出。有限解析法已應用於計算流體力學多年且獲得肯定(見 Chen(1984))，近年來更應用於地下水領域中有不錯之結果(見

Hwang(1985))。

有限解析法可分為隱式有限解析法與顯式有限解析法兩種，本研究採用穩定性較佳的隱式有限解析法。對隱式有限解析法而言，因其具有局部解析解與屬無條件收斂之數值方法等性質，使得隱式有限解析法應用於複雜不容易收斂之數值計算問題時，有其穩定收斂之特點。應用本模式概念模擬地層下陷時，需將模擬計算區域做垂直分層及水平區域拆解，每區中可能有不同層數之垂直分層，且對每區每層中之土壤性質可能差異頗大。因此由經驗可知，此地層下陷模擬其收斂性將是一個大問題，所以在數值方法上採用隱式有限解析法。

### 3.4 有限解析法簡介

二維有限解析法之標準形式如(3.36)式所示，其中包括四個部份，擴散項(diffusion term)、非恒定項(unsteady term)、對流項(advection term)、與流源項(source term)。若所要解之偏微分方程式不能符合有限解析法之標準形式，就必需將那些不符合之項歸於流源項，並以有限差分法處理。以下是有限解析法之簡單說明：

$$D_{xx} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + D_{yy} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = R \frac{\partial \Phi}{\partial t} + V_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} + V_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} + F(x, y, t) \quad (3.36)$$

將偏微分方程式(3.36)式線性化得

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + C \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 2A \frac{\partial \Phi}{\partial x} + 2BC \frac{\partial \Phi}{\partial y} + G \quad (3.37)$$

其中：

$$C = \left( \frac{D_{yy}}{D_{xx}} \right)_p, \quad A = \frac{1}{2} \left( \frac{V_x}{D_{xx}} \right)_p, \quad B = \frac{1}{2} \left( \frac{V_y}{D_{yy}} \right)_p$$

$$G = R^* \left( \frac{\Phi_p^n - \Phi_p^{n-1}}{\Delta t} \right) + f_p$$

$$R^* = \left( \frac{R}{D_{xx}} \right)_p$$

$$f_p = \left( \frac{F(x, y, t)}{D_{xx}} \right)_p \quad (3.38)$$

p 表示每個計算方格之中心點值，參考(圖 3-5)

邊界條件：

假設西邊之邊界條件為：

$$\Phi_w(y) = \alpha_{0w} + \alpha_{1w}y + \alpha_{2w}(e^{2By} - 1)$$

所以

$$\alpha_{0w} = \Phi_{wc}$$

$$\alpha_{1w} = \frac{\Phi_{nw} - \Phi_{sw} - \coth BK (\Phi_{nw} + \Phi_{sw} - 2\Phi_w)}{2K}$$

$$\alpha_{2w} = \frac{\Phi_{nw} + \Phi_{sw} - 2\Phi_w}{4 \sinh^2 BK} \quad (3.39)$$

同理假設北邊之邊界條件：

$$\Phi_n(x) = \alpha_{0n} + \alpha_{1n}x + \alpha_{2n}(e^{2Ax} - 1)$$

$$\alpha_{0n} = \Phi_{nc}$$

$$\alpha_{1n} = \frac{\Phi_{ne} - \Phi_{nw} - \coth Ah (\Phi_{ne} + \Phi_{nw} - 2\Phi_{nc})}{2h}$$

$$\alpha_{2n} = \frac{\Phi_{ne} + \Phi_{nw} - 2\Phi_{nc}}{4 \sinh^2 Ah} \quad (3.40)$$

由(3.37)式與四個邊之邊界條件，其中西邊之邊界條件如(3.39)式，北邊之邊界條件如(3.40)式，南邊與東邊之邊界條件也同理可得。如此利用分離變數法可解得每個計算方格之解析解，再將每個計算方格之中心點 p 點表示成與鄰近旁邊八點之關係可得：

$$\Phi_p = \frac{1}{1 + \frac{R^*}{\Delta t} C_p} (C_{ne} \Phi_{ne} + C_{nw} \Phi_{nw} + C_{se} \Phi_{se} + C_{sw} \Phi_{sw} + C_{wc} \Phi_{wc} + C_{ec} \Phi_{ec} + C_{nc} \Phi_{nc} + C_{sc} \Phi_{sc} + \frac{R^*}{\Delta t} C_p \Phi_p^{n-1} - C_p f_p)$$

其中：

$$C_{ec} = EB \cdot e^{-Ah} \quad C_{ne} = E \cdot e^{-Ah-Bk}$$

$$C_{wc} = EB \cdot e^{Ah} \quad C_{nw} = E \cdot e^{Ah-Bk}$$

$$C_{sc} = EA \cdot e^{Bk} \quad C_{se} = E \cdot e^{-Ah+Bk}$$

$$C_{nc} = EA \cdot e^{-Bk} \quad C_{sw} = E \cdot e^{Ah+Bk}$$

$$C_p = \frac{1}{2(A^2 + B^2C)} [(C_{nw} + C_{wc} + C_{sw} - C_{ne} - C_{ec} -$$

$$C_{se})Ah + (C_{sw} + C_{se} + C_{se}$$

$$- C_{nw} - C_{nc} - C_{nc})Bk]$$

$$E = \frac{1}{4 \cosh(Ah) \cosh(Bk)} - E_2 Ah \coth(Ah) - Bk E_2^* \coth(Bk)$$

$$EA = 2Ah \frac{\cosh^2(Ah)}{\sinh(Ah)} E_2$$

$$EB = 2Bk \frac{\cosh^2(Bk)}{\sinh(Bk)} E_2^*$$

$$E_2^* = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-(-1)^m (\lambda_m k)}{[(Bk)^2 + (\lambda_m^* k)^2]^2 \cosh \mu_m^* h}$$

$$E_2 = \frac{k^2}{Ch^2} E_2^* + \frac{BCh \tanh(Ah) - Ak \tanh(Bk)}{4ABCh^2 \cosh(Ah) \cosh(Bk)}$$

$$\mu_m^* = (A^2 + B^2C + \lambda_m^{*2} C)^{\frac{1}{2}} \quad m=1,2,3,\dots$$

$$\lambda_m^* = \frac{(2m-1)\pi}{2k} \quad m=1,2,3,\dots \quad (3.41)$$

如此對每一計算格網點建立與其旁邊鄰近八點之關係，就形成一組聯立方程式，再求解此聯立方程式。由此可知有限解析法所形成之係數矩陣形式為九條之帶狀矩陣。

本研究前期已完成非耦合地層下陷模式中水流模式計算正確性之驗證；並且實際應用於濁水溪沖積扇與屏東平原之地層下陷模擬，亦得到與實測資料趨勢吻合之結果。

## 第四章 三維地層下陷模式之建立

雖然一維非耦合地層下陷理論對大區域地下水超抽引致之地層下陷計算，不失為一有效且簡單之方法，但是對於局部下陷嚴重地區，可能較無法完全模擬出土壤三維變形之行為而產生誤差。另一方面而言，若以三維地層下陷理論直接計算大區域地下水超抽引致之地層下陷，則可能因為電腦模擬時間龐大及所需之率定資料難以取得，而無法有效率地執行現地模擬之工作。有鑑於此，本研究提出，以一維非耦合地層下陷理論模擬大區域地下水超抽引致之地層下陷，再配合以三維下陷理論計算局部下陷嚴重地區之概念。如此，不但能有效率地模擬地層下陷，更可以精確地解析下陷嚴重區域土壤三維之變形行為。研究中，與一維非耦合地層下陷相同，三維地層下陷模式亦以有限解析法來建立。

在土壤為等向性假設，並忽略流體壓縮效應之下，三維地層下陷控制方程式之水流控制方程式(見(2.6)式)為

$$\frac{\partial}{\partial x}(K \frac{\partial \Phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(K \frac{\partial \Phi}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(K \frac{\partial \Phi}{\partial z}) = \frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial y \partial t} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z \partial t} \quad (4.1)$$

而  $x$ 、 $y$  及  $z$  方向之土體靜力平衡方程式(見(2.10)式至(2.11)式)分別為

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[ (2\mu + \lambda) \frac{\partial U_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial U_y}{\partial y} + \lambda \frac{\partial U_z}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \frac{\partial U_y}{\partial x} + \mu \frac{\partial U_x}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \frac{\partial U_z}{\partial x} + \mu \frac{\partial U_x}{\partial z} \right] &= \rho_w g \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \frac{\partial U_y}{\partial x} + \mu \frac{\partial U_x}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (2\mu + \lambda) \frac{\partial U_y}{\partial y} + \lambda \frac{\partial U_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial U_z}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \frac{\partial U_z}{\partial y} + \mu \frac{\partial U_y}{\partial z} \right] &= \rho_w g \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \frac{\partial U_z}{\partial x} + \mu \frac{\partial U_x}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \frac{\partial U_y}{\partial z} + \mu \frac{\partial U_z}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ (2\mu + \lambda) \frac{\partial U_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial U_y}{\partial y} + \lambda \frac{\partial U_x}{\partial x} \right] &= \rho_w g \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{aligned} \quad (4.2)$$

其中  $\Phi$ 、 $U_x$ 、 $U_y$  與  $U_z$  分別為水頭 (hydraulic head) 與  $x$ 、 $y$  及  $z$  方向之

位移量(displacement)。  $K$ 、  $\mu$  與  $\lambda$  則分別為水力傳導係數(hydraulic conductivity)與拉梅常數(Lame constants)。此外，(4.1)與(4.2)式中之水頭與位移量分別為已扣除初始靜態平衡值之變動值。

#### 4.1 分層積分三維地層下陷控制方程式

本研究發展之三維地層下陷模式，與一維非耦合地層下陷模式相同，採用最符合地質狀況之分層積分方式來建立模式。並且假設流體水頭與土體位移量在垂直深度方向之變化滿足二次多項式分佈(quadratic polynomial function)。此外，層與層間之介面亦需同時滿足流體之壓力與水流通量連續以及土體之位移與應力連續之條件，使其構成適當問題。

##### 4.1.1 控制方程式

將(4.1)與(4.2)式分別做分層深度積分，並假設每個土層之厚度變化效應可以忽略。則分層積分水流控制方程式為

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \left[ \frac{1}{KB} \frac{\partial}{\partial x} (KB) \right] \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \left[ \frac{1}{KB} \frac{\partial}{\partial y} (KB) \right] \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{1}{B^2} (-12\bar{\Phi} + 6\Phi|_{h_{i+1}} + 6\Phi|_{h_i}) = \\ & \frac{1}{K} \frac{\partial^2 \bar{U}_x}{\partial x \partial t} + \frac{1}{K} \frac{\partial^2 \bar{U}_y}{\partial y \partial t} + \frac{1}{KB} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (U_z|_{h_{i+1}} - U_z|_{h_i}) \right] \end{aligned} \quad (4.3)$$

而分層積分土體靜力平衡控制方程式在 x 方向之分量為

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \bar{U}_x}{\partial x^2} + \left( \frac{\mu}{\mu + \lambda} \right) \frac{\partial^2 \bar{U}_x}{\partial y^2} + \left[ \frac{1}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial}{\partial x} [(2\mu + \lambda)B] \right] \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} + \left[ \frac{1}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial}{\partial y} [\mu B] \right] \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial y} \\ & + \frac{\mu}{(\mu + \lambda)B^2} (-12\bar{U}_x + 6U_x|_{h_{i+1}} + 6U_x|_{h_i}) + \left( \frac{\mu + \lambda}{\mu + \lambda} \right) \frac{\partial^2 \bar{U}_y}{\partial y \partial x} + \frac{1}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial}{\partial y} (\mu B) \frac{\partial \bar{U}_y}{\partial x} \\ & + \left[ \frac{1}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial}{\partial x} (\lambda B) \right] \frac{\partial \bar{U}_y}{\partial y} + \frac{1}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial \lambda}{\partial x} (U_z|_{h_{i+1}} - U_z|_{h_i}) + \frac{\mu + \lambda}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial}{\partial x} (U_z|_{h_{i+1}} - U_z|_{h_i}) \\ & = \frac{\rho_w g}{2\mu + \lambda} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x} \end{aligned} \quad (4.4)$$

y 方向為

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 \bar{U}_y}{\partial x^2} + \left( \frac{2\mu + \lambda}{\mu} \right) \frac{\partial^2 \bar{U}_y}{\partial y^2} + \left[ \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial x} (\mu B) \right] \frac{\partial \bar{U}_y}{\partial x} + \left[ \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial y} [(2\mu + \lambda)B] \right] \frac{\partial \bar{U}_y}{\partial y} \\
 & + \frac{1}{B^2} (-12\bar{U}_y + 6U_y|_{b_{i+1}} + 6U_y|_{b_i}) + \left( \frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) \frac{\partial^2 \bar{U}_x}{\partial y \partial x} + \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial x} (\mu B) \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial y} \left[ \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial y} (\lambda B) \right] \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} \\
 & + \frac{1}{\mu B} \frac{\partial \lambda}{\partial y} (U_z|_{b_{i+1}} - U_z|_{b_i}) + \frac{\mu + \lambda}{\mu B} \frac{\partial}{\partial y} (U_z|_{b_{i+1}} - U_z|_{b_i}) = \frac{\rho_w g}{\mu} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

z 方向為

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 \bar{U}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}_z}{\partial y^2} + \left[ \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial x} (\mu B) \right] \frac{\partial \bar{U}_z}{\partial x} + \left[ \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial y} (\mu B) \right] \frac{\partial \bar{U}_z}{\partial y} \\
 & + \frac{2\mu + \lambda}{\mu B^2} (-12\bar{U}_z + 6U_z|_{b_{i+1}} + 6U_z|_{b_i}) + \left( \frac{\mu + \lambda}{\mu B} \right) \frac{\partial}{\partial x} (U_x|_{b_{i+1}} - U_x|_{b_i}) + \left( \frac{\mu + \lambda}{\mu B} \right) \frac{\partial}{\partial y} (U_y|_{b_{i+1}} - U_y|_{b_i}) \\
 & + \frac{1}{\mu B} \frac{\partial \mu}{\partial x} (U_x|_{b_{i+1}} - U_x|_{b_i}) + \frac{1}{\mu B} \frac{\partial \mu}{\partial y} (U_y|_{b_{i+1}} - U_y|_{b_i}) = \frac{\rho_w g}{\mu B} (\Phi|_{b_{i+1}} - \Phi|_{b_i})
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

其中  $\bar{\Phi} = \frac{1}{B} \int_{b_i}^{b_{i+1}} \Phi(x, y, z) dz$ 、 $\bar{U}_x = \frac{1}{B} \int_{b_i}^{b_{i+1}} U_x(x, y, z) dz$ 、 $\bar{U}_y = \frac{1}{B} \int_{b_i}^{b_{i+1}} U_y(x, y, z) dz$  與  $\bar{U}_z = \frac{1}{B} \int_{b_i}^{b_{i+1}} U_z(x, y, z) dz$ 。  $B(x, y, t) = b_{i+1}(x, y, t) - b_i(x, y, t)$ 。  $z = b_{i+1}(x, y, t)$  與  $z = b_i(x, y, t)$  分別表示每層中上邊界與下邊界函數。  $\Phi|_{b_{i+1}}$ 、 $\Phi|_{b_i}$  表示上邊界與下邊界之水頭，而  $U_x|_{b_{i+1}}$ 、 $U_x|_{b_i}$  與  $U_y|_{b_{i+1}}$ 、 $U_y|_{b_i}$  及  $U_z|_{b_{i+1}}$ 、 $U_z|_{b_i}$  分別表示上邊界與下邊界在  $x$ 、 $y$  與  $z$  方向之位移量(其示意圖參見圖 3-1 與圖 3-2)。若為非拘限含水層時， $z = b_{i+1}(x, y, t)$  之上邊界為自由液面。

#### 4.1.2 邊界條件

##### (a) 垂直邊界條件

對流體與土體而言，若給定為水頭與位移條件，即 Dirichlet 型

態之條件，則邊界條件可表示為

$$\Phi|_{boundary} = \Phi_{\Gamma} \quad (4.7)$$

$$\bar{U} = \bar{U}_{\Gamma} \quad (4.8)$$

另外，若給定為流量與應力邊界條件，即 Neumann 型態之條件，

則邊界條件可表示為

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} \Big|_{boundary} = -q_n \quad (4.9)$$

$$\bar{\sigma} \cdot \vec{n} \Big|_{boundary} = \vec{T} \quad (4.10)$$

其中  $\bar{\sigma}$  為土體之有效應力張量。若為非拘限含水層時，則在自由液面上之動力邊界條件為孔隙水壓為零，即

$$\Phi|_{boundary} = 0 \quad (4.11)$$

而在不考慮入滲影響下，自由液面之運動邊界條件可表示為

$$S_y \frac{\partial \eta}{\partial t} = -K \frac{\partial \Phi^e}{\partial z} \Big|_{bi+1} \quad (4.12)$$

其中  $\eta(x, y, t) = B = b_{i+1}(x, y, t) - b_i(x, y, t)$  表示非拘限含水層之水深， $S_y$  為比出水係數(specific yield)。至於非拘限含水層中自由液面上之土體邊界條件，則設定為有效應力之變化為由自由液面變動造成之土體體積重之改變所產生(見 Bear and Corapcioglu (1983))，即

$$\bar{\sigma} \cdot \vec{n} \Big|_{boundary} = -n\rho_w g s \vec{k} \quad (4.13)$$

其中  $n$ 、 $s$  與  $\rho_w$  分別為孔隙率與水位洩降以及流體密度。

#### (b)水平邊界條件

對流體而言，若給定為定水頭或流量邊界條件，則可表分別示為

$$\overline{\Phi} \Big|_{\text{boundary}} = \overline{\Phi}_\Gamma \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial n} \Big|_{\text{boundary}} = -q_n \quad (4.15)$$

另外，對土體而言，若給定為位移與應力邊界條件，則可分別表示為

$$\overline{U} = \overline{U}_\Gamma \quad (4.16)$$

$$\overline{\sigma} \cdot \vec{n} \Big|_{\text{boundary}} = \vec{T} \quad (4.17)$$

#### 4.1.3 層與層間之連接條件

層與層間之介面需同時滿足流體壓力與水流通量連續，即土體位移與應力連續之條件，可分別表示為

$$\Phi^{(1)} = \Phi^{(2)} \quad (4.18)$$

$$K^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial n} = K^{(2)} \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial n} \quad (4.19)$$

$$\vec{U}^{(1)} = \vec{U}^{(2)} \quad (4.20)$$

$$\overline{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{n} = \overline{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{n} \quad (6.21)$$

其中上標 (1) 與 (2) 分別表示相鄰不同分層之介質，而  $\vec{n}$  為介面邊界之法線向量(參見圖 3-3 與圖 3-4)。

#### 4.1.4 初始條件

因為模式中以變動量為因變數，所以對流體水頭與土體位移量之初始條件皆分別為零，即

$$\overline{\Phi}(x, y, t=0) = 0 \quad (4.22)$$

$$\overline{U}(x, y, t=0) = \vec{0} \quad (4.23)$$

## 4.2 無因次分層積分三維地層下陷控制方程式

三維地層下陷理論需同時求解流體壓力與土體位移量，因為流

體壓力與土體位移量之量階與反應時間特徵尺度差異均甚大，所以為了使建立之模式能穩定的計算，研究中以無因次化分層積分控制方程式來建立數值計算模式。令無因次變數為  $\bar{\Phi}^* = \bar{\Phi}/L$ 、 $x^* = x/L$ 、 $y^*/L$ 、 $K^* = K/K_f$ 、 $\mu^* = \mu/\mu_f$ 、 $\lambda^* = \lambda/\lambda_f$ 、 $\bar{U}^* = \lambda_f \bar{U}/\rho_w g L^2$  與  $t^* = K_f \lambda_f t/\rho_w g L^2$ 。其中  $L$ 、 $K_f$ 、 $\mu_f$  與  $\lambda_f$  分別為特徵長度與特徵水力傳導係數與特徵拉梅生常數(通常特徵長度選擇為格網之大小，而特徵水力傳導係數與特徵拉梅生常數則選擇為土層中之最小參數值)。則無因次分層積分三維地層下陷方程式分別如下所示：

無因次分層積分水流控制方程式為

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \bar{\Phi}^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \bar{\Phi}^*}{\partial y^{*2}} + \left[ \frac{1}{KB} \frac{\partial}{\partial x^*} (KB) \right] \frac{\partial \bar{\Phi}^*}{\partial x^*} + \left[ \frac{1}{KB} \frac{\partial}{\partial y^*} (KB) \right] \frac{\partial \bar{\Phi}^*}{\partial y^*} + \frac{L^2}{B^2} (-12\bar{\Phi}^* + 6\bar{\Phi}^*|_{bi+1} + 6\bar{\Phi}^*|_{bi}) = \\ & \frac{K_f}{K} \frac{\partial^2 \bar{U}_x^*}{\partial x \partial t} + \frac{K_f}{K} \frac{\partial^2 \bar{U}_y^*}{\partial y \partial t} + \frac{K_f L}{KB} \left[ \frac{\partial}{\partial t^*} (U_z^*|_{bi+1} - U_z^*|_{bi}) \right] \end{aligned} \quad (4.24)$$

而無因次分層積分土體靜力平衡控制方程式在 x 方向之分量為

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \bar{U}_x^*}{\partial x^{*2}} + \left( \frac{\mu}{\mu + \lambda} \right) \frac{\partial^2 \bar{U}_x^*}{\partial y^{*2}} + \left[ \frac{1}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial}{\partial x^*} [(2\mu + \lambda)B] \right] \frac{\partial \bar{U}_x^*}{\partial x^*} + \left[ \frac{1}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial}{\partial y^*} [\mu B] \right] \frac{\partial \bar{U}_x^*}{\partial y^*} \\ & + \frac{\mu L^2}{(\mu + \lambda)B^2} (-12\bar{U}_x^* + 6\bar{U}_x^*|_{bi+1} + 6\bar{U}_x^*|_{bi}) + \left( \frac{\mu + \lambda}{\mu + \lambda} \right) \frac{\partial^2 \bar{U}_y^*}{\partial y^* \partial x^*} + \frac{1}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial}{\partial y^*} (\mu B) \frac{\partial \bar{U}_y^*}{\partial x^*} \\ & + \left[ \frac{1}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial}{\partial x^*} (\lambda B) \right] \frac{\partial \bar{U}_y^*}{\partial y^*} + \frac{L}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial \lambda}{\partial x} (U_z^*|_{bi+1} - U_z^*|_{bi}) + \frac{(\mu + \lambda)L}{(2\mu + \lambda)B} \frac{\partial}{\partial x^*} (U_z^*|_{bi+1} - U_z^*|_{bi}) \\ & = \frac{\lambda_f}{2\mu + \lambda} \frac{\partial \bar{\Phi}^*}{\partial x^*} \end{aligned} \quad (4.25)$$

y 方向為

$$\frac{\partial^2 \bar{U}_y^*}{\partial x^{*2}} + \left( \frac{2\mu + \lambda}{\mu} \right) \frac{\partial^2 \bar{U}_y^*}{\partial y^{*2}} + \left[ \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial x^*} (\mu B) \right] \frac{\partial \bar{U}_y^*}{\partial x^*} + \left[ \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial y^*} [(2\mu + \lambda)B] \right] \frac{\partial \bar{U}_y^*}{\partial y^*}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{L^2}{B^2} (-12\bar{U}_y^* + 6U_y^*|_{hi+1} + 6U_y^*|_{hi}) + \left( \frac{\mu+\lambda}{\mu} \right) \frac{\partial^2 \bar{U}_x^*}{\partial y^* \partial x^*} + \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial x^*} (\mu B) \frac{\partial \bar{U}_x^*}{\partial y^*} + \left[ \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial y^*} (\lambda B) \right] \frac{\partial \bar{U}_x^*}{\partial x^*} \\
& + \frac{L}{\mu B} \frac{\partial \lambda}{\partial y^*} (U_z^*|_{hi+1} - U_z^*|_{hi}) + \frac{(\mu+\lambda)L}{\mu B} \frac{\partial}{\partial y^*} (U_z^*|_{hi+1} - U_z^*|_{hi}) = \frac{\lambda_f}{\mu} \frac{\partial \bar{\Phi}^*}{\partial y^*} \quad (4.26)
\end{aligned}$$

z 方向為

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 \bar{U}_z^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \bar{U}_z^*}{\partial y^{*2}} + \left[ \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial x^*} (\mu B) \right] \frac{\partial \bar{U}_z^*}{\partial x^*} + \left[ \frac{1}{\mu B} \frac{\partial}{\partial y^*} (\mu B) \right] \frac{\partial \bar{U}_z^*}{\partial y^*} \\
& + \frac{(2\mu+\lambda)L^2}{\mu B^2} (-12\bar{U}_z^* + 6U_z^*|_{hi+1} + 6U_z^*|_{hi}) + \left( \frac{\mu+\lambda}{\mu B} \right) \frac{\partial}{\partial x^*} (U_x^*|_{hi+1} - U_x^*|_{hi}) + \\
& \left( \frac{\mu+\lambda}{\mu B} \right) \frac{\partial}{\partial y^*} (U_y^*|_{hi+1} - U_y^*|_{hi}) + \frac{L}{\mu B} \frac{\partial \mu}{\partial x^*} (U_x^*|_{hi+1} - U_x^*|_{hi}) + \frac{L}{\mu B} \frac{\partial \mu}{\partial y^*} (U_y^*|_{hi+1} - U_y^*|_{hi}) = \\
& \frac{\lambda_f L}{\mu B} (\Phi^*|_{hi+1} - \Phi^*|_{hi}) \quad (4.27)
\end{aligned}$$

此外，對於初始條件與邊界條件以及層與層介面連接條件之無因次化皆可如同上述推導而得。

## 第五章 三維地層下陷模式之驗證與應用

### 5.1 模式之驗證

為了要驗證研究中所建立之三維地層下陷模式是否正確，吾人選擇以下三個有解析解之案例加以測試，此三個案例分別為半無限空間拘限含水層單井抽水驗證案例與半無限空間穩態點源抽水驗證案例以及半無限空間非拘限含水層單井抽水驗證案例。

#### 5.1.1 半無限空間拘限含水層單井抽水驗證案例

在水平無限延展之單一拘限含水層中有一完全貫穿抽水井，且僅考慮平面應力作用(即  $\sigma_{xz}^e = \sigma_{zx}^e = \sigma_{yz}^e = \sigma_{zy}^e = 0$ ，其中  $\sigma^e$  表示變化之有效應力)以及假設水平位移於垂直深度方向上為均勻分佈下，則土體之孔隙水壓力以及水平位移量與垂直位移量之解析解如 Bear and Corapcioglu (1981b) 所示。為了驗證研究中建立之三維地層下陷模式的正確性，首先採用上述之案例來驗證。在水平為 800 m × 800 m 且含水層厚度為 20 m 之模擬區域中心有一抽水量為  $2.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{sec}$  之抽水井，其模擬區域之垂直與水平示意圖分別為圖 5-1 與圖 5-2 所示。含水層之水力傳導係數為  $1.0 \times 10^{-4} \text{ m/sec}$  以及拉梅常數  $\mu$  與  $\lambda$  分別為  $1.5 \times 10^8 \text{ N/m}^2$  與  $3.0 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ 。在模擬格網為 20 m × 20 m 與時間間距為 2 天，且模擬外圍邊界與抽水井鄰近之格網點上皆給定為解析解下，在距離水井 40 m、60 m、100 m 與 200 m 處之流體水頭與土體位移量，隨時間變化之模擬結果分別如圖 5-3 至圖 5-5 所示。此案例中流體之水頭與土體之垂直與水平位移量之解析解為  $\bar{\phi} = -\frac{Q_w}{4\pi KB} W(u)$ 、 $\delta = -\frac{Q_w}{8\pi C_v} W(u)$ 、 $\bar{U}_r = -\frac{Q_w}{16\pi C_v B} [W(u) + \frac{1-e^{-u}}{u}]$ 、 $C_v = \frac{KB}{S}$  與  $u = \frac{r^2}{4C_v t}$ ，其中  $\bar{\phi}$ 、 $\delta$  與  $\bar{U}_r$  分別為流體之水頭與土體之垂直與水平位移量， $Q_w$ 、 $K$ 、 $B$ 、 $r$  與  $s$  分別為抽水量、水力傳導係數、土層厚度、離水井之距離與含水層之 storativity，而  $W(u)$  為 well function。由圖 5-3 至圖 5-5 可知，

模擬結果與解析解極為吻合。另外，此案例中吾人可發現，由於題目之假設以及只有含水層而無阻水層，因此水平位移量大於垂直位移量，且水平位移量並不是越靠近抽水井越大。

### 5.1.2 半無限空間穩態點源抽水驗證案例

在水平無限延展之土層空間中，距地表面下某深度中有一點源抽水，其穩定狀態下之解析解如 Tarn and Lu (1991) 所示。在選定水平之模擬區域為 6000 m × 6000 m 且距地表面下 400 m 下有一抽水量為 3 m<sup>3</sup>/sec 之點源抽水，含土層之水力傳導係數為 1.0×10<sup>-4</sup> m/sec 以及拉梅常數  $\mu$  與  $\lambda$  分別為 5×10<sup>8</sup> N/m<sup>2</sup> 與 1.0×10<sup>9</sup> N/m<sup>2</sup>，其示意圖如圖 5-6 所示，模擬格網為 150 m × 150 m，且模擬外圍邊界與抽水源鄰近之格網點上皆給定為解析解(見 Tarn and Lu (1991))，若地表面處之邊界為可透水且假設其孔隙水壓為零之條件下，地表面上的水平位移與垂直位移之模擬結果分別如圖 5-7 與圖 5-8 所示；此外，若地表面處之邊界為不可透水之邊界，則地表面上的孔隙水壓、水平位移與垂直位移之模擬結果則分別如圖 5-9 至圖 5-11 所示。由圖 5-7 至圖 5-11 可知，模擬結果與解析解吻合，顯示研究中使用之無因次分層積分三維地層下陷控制方程式之正確性。

### 5.1.3 半無限空間非拘限含水層單井抽水驗證案例

上述兩個測試案例皆為無自由液面之拘限含水層案例，為了驗證吾人建立之三維地層下陷模式亦能正確地模擬非拘限含水層模中之三維土體變形情況，選擇以下案例加以測試。在水平無限延展之單一非拘限含水層中有一完全貫穿之抽水井，且僅考慮平面應力作用(即  $\sigma_{xz}^e = \sigma_{zx}^e = \sigma_{yz}^e = \sigma_{zy}^e = 0$ ，其中  $\sigma^e$  表示變化之有效應力)以及假設水平位移於垂直深度方向上為均勻分佈下，則土體之孔隙水壓力、水平位移量與垂直位移量之解析解如 Bear and Corapcioglu (1983) 所示。

在水平模擬範圍為 800 m × 800 m，含水層厚度為 100 m 之模擬區域中心有一抽水量為  $3.0 \times 10^{-1} \text{ m}^3/\text{sec}$  之抽水井，其模擬區域之垂直與水平示意圖分別為圖 5-12 與圖 5-13。含水層之水力傳導係數為  $1.0 \times 10^{-3} \text{ m/sec}$  且拉梅常數  $\mu$  與  $\lambda$  分別為  $1.5 \times 10^8 \text{ N/m}^2$  與  $3.0 \times 10^8 \text{ N/m}^2$  以及模擬格網為 20 m × 20 m 與時間間距為 3 天，且模擬外圍邊界與抽水井鄰近之格網點上皆給定為解析解下，則距離水井 40 m、120 m、200 m 與 300 m 處之流體水頭與土體位移量隨時間變化之模擬結果分別如圖 5-14 至圖 5-16 所示。此案例中中流體水頭與土體位移量之解析解分別為  $\bar{\phi} = -\frac{Q_w}{4\pi KB} W(u)$ 、 $\delta = -\frac{Q_w \gamma_w}{8\pi K} [\alpha^* (1 + \frac{S_v}{2}) + \frac{S_v}{2G}] W(u)$ 、 $\bar{u}_r = -\frac{Q_w r}{16\pi C_v B} [W(u) + \frac{1-e^{-u}}{u}] [(1 + \frac{S_v}{2}) - \frac{S_v \gamma_w C_v}{2GK}]$ 、 $C_v = \frac{K}{\gamma_w \alpha^*}$ 、 $u = \frac{r^2}{4t[(S_v/T) + (1/C_v^*)]^{-1}}$ 、 $C_v^* = C_v (1 + \frac{2}{S_v})$  與  $\alpha^* = \frac{1}{G + \mu}$ ，其中  $\bar{\phi}$ 、 $\delta$  與  $\bar{u}_r$  分別為流體之水頭與土體之垂直與水平位移量， $Q_w$ 、 $K$ 、 $B$ 、 $r$  與  $S_v$  分別為抽水量、水力傳導係數、土層厚度、離水井之距離與含水層之 specific yield，而  $W(u)$  為 well function。由圖 5-14 至圖 5-16 可知，模擬結果與解析解極為吻合，顯示吾人建立之三維地層下陷模式確實能正確地模擬非拘限含水層模中之三維土體變形與流體流動之情況。另外，與拘限含水層案例相同，在此非拘限含水層案例相亦可發現水平位移量並不是越靠近抽水井越大。

## 5.2 局部三維地層下陷模擬

本研究於先前研究成果中，已經應用吾人所建立之一維非耦合地層下陷模式，實際模擬濁水溪沖積扇之地層下陷，並得到與實測資料吻合之結果。在濁水溪沖積扇地層下陷模擬中，吾人先根據中央地質調查所對濁水溪沖積扇之地質分層，將該地區深度約 200 公尺以內之水文地質分層由上而下可劃分為含水層一，阻水層一，含水層二，阻水層二，含水層三，阻水層三與含水層三，再配合各阻水層於空間上之分佈，將該模擬區域做分層(或虛擬分層)與分區如圖 5-1 與圖 5-2 所示，而各分層之厚度如表 5-1 所示。模擬時各層與各

區之水力傳導係數與 Lamé 常數之給定如表 5-2 所示。

抽水量資料採用已故嘉義農專沈向白教授發表之濁水溪沖積扇地區地下水資源調查報告中之抽水量資料，其中雲林地區之抽水量資料如表 5-3 所示。此抽水量資料為各鄉鎮年總抽水量，並未進行分層且抽水量對時間之分佈情形也不得而知，所以模式模擬時，將各鄉鎮之年總抽水量在空間上採平均分佈於每一格網點上（也就是平均分佈於鄉鎮中），且在時間上也採平均分配之假設，但對分層抽水之比例則作為模式率定之使用，如表 5-4 所示。至於地下水之入滲補注來源主要有水田灌溉入滲、旱地降雨入滲及河川補注等三項。研究中對於水田灌溉入滲與旱地降雨入滲兩者之總入滲量，引用張良正、龔誠山「區域性地下水觀測站網檢討(II)」所使用之資料，如表 5-5 所示。但對於河川之補注與入滲量，因為缺乏明確之資料，所以暫不予考慮。另外，對於抽水量與入滲量在模式中皆以點源方式處理。

至於模擬區域之邊界條件，研究中將北邊邊界(烏溪)、西邊邊界(海岸線)、東邊邊界(斗六丘陵與八卦山脈)以及南邊邊界(北港溪)皆給定為零流邊界。模擬計算網格之大小為 2 公里之矩形網格，時間間距為 2 個月，模擬時間由民國 84 年元月至 87 年 2 月，其模擬區域邊界圖，如圖 5-3 所示。計算時不考慮最上層阻水層(阻水層 1-1)之影響，並將其視為不透水可自由移動之邊界。另外，含水層三之下邊界假設為一不透水之固定岩盤。地層下陷模擬結果分別如圖 5-4 至圖 5-6 所示。

本年度計劃中為了更進一步探討局部下陷嚴重區域之三維土體變化情形，於三維地層下陷模式完成建立與驗證後，選擇以雲林縣口湖會水處為中心鄰近邊長為 4 公里之正方形區域來做局部三維地

層下陷之模擬。模擬時地質之分層與一維模擬時相同，模擬採用之時間間距為 2 個月，模擬時間為 84 年 1 月至 87 年 2 月，計算網格大小為 400 m × 400 m，模擬時垂直方向之邊界條件為，假設地表面為不透水之邊界且無載重施加，土層底部則與不透水岩盤接觸，而土體邊界條件設定為不移動之邊界。此外，對於模擬區域水平方向之水頭變化與垂直位移的邊界條件，以一維模擬之結果給定，但對於水平位移之邊界條件，則在假設模擬區域邊界距下陷嚴重處已經夠遠，而以該處水平位移梯度為零之方式給定。

模擬結果顯示，口湖會水處於 85 年 10 月至 87 年 2 月間之地層下陷量以三維模式模擬結果為 11.08 cm，而以一維模式模擬之結果則為 13.03 cm，實測值為 15.33 cm。此外，口湖會水處之水平位移為 0.53 cm。由能量觀點而言，以三維模式模擬出之地層下陷量結果應較一維模擬結果為少，因為三維模擬時加入考慮水平方向位移時所需之能量，而一維模擬時僅考慮垂直方向之變形能量，所以模擬結果應屬合理。此外，85 年 10 月至 87 年 2 月間口湖會水處附近實測之地層下陷與一維模擬以及三維模擬結果之下陷量等高線與立體曲面圖分別如圖 5-7 至圖 5-12 所示，在圖 5-10 至圖 5-12 中，為了彰顯水平位移之影響，水平座標尺度以縮為原來之四萬分之一，而計算出之水平位移量則維持原有尺度不變。

## 第六章 結語

本研究之目的在於發展並應用一理論較廣義且適合大區域計算之較準確又效率高的地層下陷計算模式，最終得到由國人自行發展最適合處理臺灣地層下陷計算問題的有效方法。此外，本研究亦預期可得到臺灣地層下陷嚴重區域（如濁水溪沖積扇、屏東平原）之具體模擬計算結果。

在前兩年研究計劃中完成一維非耦合地層下陷模式之建立與驗證，並應用於濁水溪沖積扇與屏東平原之地層下陷模擬，且得到與實測資料趨勢吻合之模擬結果。在一維非耦合地層下陷數值計算模式中之地下水流計算方面，本研究比擬三維水流模式更進一步，阻水層與含水層皆不假設水流為垂直流與水平流，並引用分層深度積分概念處理之。為了使阻水層與含水層或含水層與含水層間之介面滿足孔隙水壓連續及水流通量連續，乃假設每個含水層與阻水層之孔隙水壓在垂直深度方向上符合二次函數變化關係。

此外，因為實際沉積性地下水流域地質的分佈並非如傳統擬三維水流模式中假設阻水層與含水層相間之層狀分佈現象在水平方向無限延伸之情況，所以為了要合理地解析水流在實際複雜地質分佈中流動之情形，研究中除了將地質依土壤之導水性質分層外，進一步根據土層之不連續性做垂向虛擬分層。如此，模式對於區域性地下水之模擬，不但能保有以傳統擬三維水流概念模擬時之高效率特點，並且因為沒有傳統擬三維水流概念之限制，所以能模擬複雜三維地下水水流之現象。此外，為考量大區域計算與地質在水平方向之不連續性，研究中亦將模擬區域根據地質條件做適當之水平區域拆解，並以區與區間介面之孔隙水壓及水流通量需連續之連接條件，來建立數值計算模式。

今年為此研究計劃之最後一年，研究中更進一步完成無因次三維地層下陷模式之建立，並且選擇半無限空間拘限含水層單井抽水與半無限空間穩點源抽水以及半無限空間非拘限含水層單井抽水等三個有解析解之案例加以驗證。模式驗證無誤後，選擇雲林縣下陷嚴重區域口湖會水附近做局部三維地層下陷模擬。模擬結果顯示，口湖會水處於 85 年 10 月至 87 年 2 月間之地層下陷量以三維模式模擬結果為 11.08 cm，而以一維模式模擬之結果則為 13.03 cm，實測值為 15.33 cm。此外，口湖會水處之水平位移為 0.53 cm。由能量觀點而言，以三維模式模擬出之地層下陷量結果應較一維模擬結果為少，因為三維模擬時加入考慮水平方向位移時所需之能量，而一維模擬時僅考慮垂直方向之變形能量，所以模擬結果應屬合理。

## 參考文獻

- 江崇榮、賴典章、黃智昭、賴慈華、陳利貞，”濁水溪沖積扇之水文地質與地下水系統概念模式”，濁水溪沖積扇之地下水與水文地質研討會論文集，pp127-144，民國 85 年。
- 黃鎮臺、柳志錫、劉進金，台灣地區地層下陷井之監測分析預測與水準點檢測研究，經濟部水資源局報告，民國 88 年 6 月。
- 張良正、龔誠山，區域性地下水觀測站網檢討(III)-屏東平原觀測站網佈井及觀測頻率檢討，經濟部水資源局，1997。
- 葉弘德、葉高次，抽水引致地盤下陷的三維有限元素模式，經濟部水利司報告，民國 85 年。
- 廖日昇、李林少華、柳志錫、廖建順、林明煌，”北港沿海地區的地盤下陷及地下水污染之調查及研究”，工研院能礦所地層下陷研討會論文集，pp129-216，民國 79 年 6 月。
- 經濟部水資源局，“區域性地下水觀測站網檢討(II)-濁水溪沖積觀測站網佈井及觀測頻率檢討”，民國 85 年。
- 經濟部中央地調所，”台灣地區地下水觀測網第一期計畫-八十一，八十二，八十三年濁水溪沖積扇水文地質調查”，民國 84 年。
- 劉聰桂、田巧玲、邱等輝、張炎銘，”濁水溪沖積扇之地下水資源—碳 14 與氡定年/示蹤研究”，濁水溪沖積扇之地下水與水文地質研討會論文集，pp145-164，民國 85 年。
- 蕭慶章，”台灣地區地下水位變化與地層下陷概況”，工研院能礦所地層下陷研討會論文集，pp135-159，民國 79 年。
- 潘國樑、張德鑫，屏東平原地層下陷區安全出水量之估算與應用，財團法人土木科技研究發展文教基金會，1998。
- 譚建國、呂志宗，”飽和土層因抽水所引致之壓密沈陷分析”，中國土木水利工程學刊，第二期，pp159-167，民國 79 年。
- Bear, J. and Corapcioglu, M. Y., "Mathematical Model for Regional Land Subsidence due to Pumping. I. Integrated Aquifer Subsidence Equations based on Vertical Displacement only", W.R.R., 17 pp938-947, 1981a
- Bear, J. and Corapcioglu, M. Y., "Mathematical Model for Regional Land Subsidence due to Pumping. II. Integrated Aquifer Subsidence Equations based on Vertical and Horizontal Displacement", W.R.R., 17 pp947-958, 1981b
- Biot, M. A., "General Theory of Three Dimensional Consolidation", Journal of Applied Physics, 12, pp.155-164, 1941
- Biot, M. A. and Willis, D. G., "The Elastic Coefficients of the Theory of Consolidation", J. Appl. Mech. 24, pp.594-601, 1957.
- Bredehoef, J. D. and G. F. Pinder, "Digital Analysis of Areal Flow in Multiaquifer

- Groundwater Systems: A Quasi Three-Dimensional Model", *Water Resource Research*, 6, pp.883-888, 1970
- Chen,C.J. ,Chen,H.C., "Finite analytic numerical method for unsteady two-dimensional naiver-stokes equation", *Journal of Computation Physics*,53,209-226
- Cooper,H. H.,Jr., "The Equation of Groundwater Flow in Fixed and Deforming Coordinates", *J. Geophys. Res.*, pp4785-4790, 1966.
- Corapcioglu, M.Y. and Bear, J., "A Mathematical Model for Regional Land Subsidence due to Pumping. III. Integrated Equations for Pheratic Aquifer ", *W.R.R.*, 19 pp895-908, 1983
- Corapcioglu, M. Y., "Land Subsidedel -- A State-of-the-Art Review", in *Fundamentals of Transport in Porous Media*, Edited by Bear, J. and Corapcioglu, M.Y., pp369-444, 1984.
- Corapcioglu, M.Y. and Bear, J., "Mathematical Model for Regional Land Subsidence due to Pumping. III. Integrated Equations for a Pheratic Aquifer", *W.R.R.*19,pp-895-908,1983
- Corapcioglu, M. Y. and Brutsaert, W., "Viscoelastic Aquifer Model Applied to Subsidence Due to Pumping", *Water Resour. Res.* 13, pp597-604, 1977
- Fallou, S.N.,Mei,C.C.and Lee,C.K., Subsidence due to Pumping from Layered Soil-A Pertubation Theory, *Int. J. Numer. Analysis Mech. Geomech.*, 16,pp157-187,1-992
- Frind,E.O.,and M.J.Verge, Three-dimensional Modeling of groundwater flow system ,*W.R.R* ,14,1978
- Hantush, M.S., "Modification of the theory of Leaky Aquifer", *J. Geophys. Res.*, 65(11),pp.3713-3725, 1960
- Hantush, M.S.,and C.E.Jacob,Nonsteady radial flow in a infinite leakage aquifer, *Eos.trans.AGU*,36(1),95-100,1955
- Hantush, M.S. "Aquifer tests on partially penetrating well", *Journal of Hydraulic Div., Proceedings American Society of Civil Engineering.*, HY5, pp.171-195, 1961
- Hwang,J.C. , Chen,C.J. ,Sheikhoslami,M.and Panigrahi,B.K. "Finite analytic numerical solution for two-dimensional groundwater solute transport", *W.R.R.*, 21(9), 1354-1366,1985 .
- Jacob, C. E. "Flow of groundwater in Engineering Hydraulics", ed. By Rouse, H., pp321-386. 1968.
- Lee, C.K., Fallou, S.N., Mei, C.C., Subsidence due to Pumping from a Soil Stratum a Soft Aquitard, *Phil. Trnas. R. Soc. Lond. A.* 339,pp193-230. 1992
- Lewis, R.W.. and B.A. Schrefler, "A fully coupled consolidation model of the subsidence of Venice", *Water Resource Research*, 14, 223-230, 1978
- Neuman, S.P., and P.A. Witherspoon, "theory of flow in a confined two-aquifer system", *Water Resource Research*, 5, pp.803-816, 1969

- Polubarinova-Kochina, P. Ya., *The Theory of Groundwater Movement*, 631 pp., Princeton University Press, Princeton. N. J. 1962
- Safai, N. M., and Pinder, G. F., "Vertical and Horizontal Land Deformation due to Water Withdraw", *Int. J. Numer. Analysis Mech. Geomech.*, 4, pp132-142, 1980.
- Tarn, J.Q., and Lu, C.C., "Analysis of Subsidence due to a Point Sink in an Anisotropic Porous Elastic Half Space", *Int. J. Numer. Analysis Mech. Geomech.*, 15, pp573-592, 1991.
- Terzaghi, K., "Erdbaumechnik Auf Bodenphysikalischer Grundlage", Franz Deuticke, Vienna, 1925

表 5-1 濁水溪沖積扇各測站之分層地層厚度 (含虛擬分層)

I 區	TM二度分帶 (X)	TM二度分帶 (Y)	含水層1	阻水層1	含水層2	阻水層2	含水層3
線西	195062	2669966	29.8	20.2	75.0	19.0	58.3
好修	194052	2656100	38.1	9.5	84.5	9.5	63.1
花壇	202725	2658257	20.2	21.4	89.3	21.4	52.4
員林	205885	2649930	0.0	50.0	95.2	7.1	57.1
漢寶	183282	2656147	20.0	33.8	78.8	37.5	30
趙甲	187624	2648441	20.0	22.5	93.8	28.8	51.3
溪湖	196133	2649778	12.5	25.0	102.5	27.5	65
芳苑	179990	2646954	25.5	27.7	91.5	38.3	17.0
溪州	198371	2639267	28.6	9.5	92.9	25.0	53.6
西港	176799	2639978	16.7	34.5	67.9	41.7	56.0
潭墘	182705	2637176	20.2	29.8	83.3	36.9	28.6
竹塘	190948	2639823	28.6	19.0	83.3	33.3	29.8
溪州	198371	2639267	28.6	9.5	92.9	25.0	53.6
海豐	170272	2622644	40.0	7.5	95.0	7.5	47.5
後安	171197	2632096	42.5	12.5	85.0	26.3	26.3
興化	176703	2628849	42.5	10.0	87.5	37.5	17.5
豐榮	178954	2632222	27.5	25.0	90.0	37.5	12.5
港後	187220	2632820	32.5	7.5	116.3	16.3	22.5
九隆	191170	2627770	25.0	5.0	132.5	12.5	20.0
海園	165467	2624551	45.1	15.9	68.3	19.5	51.2
安南	172567	2622644	36.6	26.8	68.3	22.0	46.3
箔子	162598	2614898	60.6	9.1	74.2	9.1	83.3
口湖	165949	2609680	42.4	21.2	81.8	13.6	65.2
飛沙	165375	2615775	53.0	12.1	89.4	15.2	48.5
蔡厝	169500	2612504	42.4	21.2	84.8	24.2	37.9
番溝	175652	2613690	28.8	34.8	84.8	12.1	45.5
元長	178788	2616956	24.2	33.3	109.1	12.1	21.2
瓊埔	168219	2602115	50.0	11.1	72.2	16.7	70.8
大溝	168608	2607404	47.2	8.3	80.6	19.4	61.1
水林	172216	2608156	50.0	11.1	72.2	25.0	55.6
北港	177919	2608767	40.3	12.5	80.6	27.8	51.4
崙子	183331	2611929	30.6	25.0	81.9	20.8	48.6

II區	TM二度分帶 (X)	TM二度分帶 (Y)	含水層1	阻水層1	含水層2	含水層2	含水層2
田洋	178717	2624989	34.1	12.2	80.5	26.8	43.9
芳草	185350	2624184	31.7	19.5	75.6	22.0	46.3
虎尾	191285	2623689	18.2	39.4	127.3	9.1	6.1
土庫	187075	2619850	15.2	39.4	124.2	9.1	12.1

III區	TM二度分帶 (X)	TM二度分帶 (Y)	含水層1	阻水層1	含水層2	阻水層2	含水層2
虎溪	199331	2624542	27.3	27.3	124.2	9.1	9.1
嘉興	194035	2616376	22.2	19.4	111.1	22.2	33.3
三和	196915	2611594	41.7	13.9	113.9	13.9	33.3
溫厝	199400	2617404	38.9	5.6	119.4	13.9	33.3

IV區	TM二度分帶 (X)	TM二度分帶 (Y)	含水層1	含水層1	含水層1	含水層1	含水層1
田中	207088	2639188	45.0	10.0	65.0	27.5	60.0
柑園	201662	2635696	28.6	9.5	97.6	17.9	48.8
二水	210242	2634428	47.6	13.1	94.0	19.0	33.3
西螺	194891	2632723	25.0	10.0	130.0	12.5	17.5
刺桐	197886	2628376	32.5	7.5	127.5	10.0	20.0
六合	204584	2629706	45.0	10.0	125.0	12.5	20.0
東和	205251	2620504	63.4	18.3	93.9	17.1	48.8
石榴	206944	2624360	50.0	10.6	136.4	9.1	9.1
烏塗	208141	2629528	39.4	9.1	142.4	9.1	12.1
崁腳	202021	2612378	93.1	6.9	119.4	16.7	27.8
古坑	204980	2615932	77.8	8.3	127.8	13.9	22.2

表5-2 濁水溪沖積扇地質參數表

區	層	K (m/s)	G(Nt/m <sup>2</sup> )	$\lambda$ (N/m <sup>2</sup> )
一	1	1.50E-04	5.00E+08	1.00E+09
	2	1.00E-08	5.00E+06	1.00E+07
	3	1.50E-04	5.00E+08	1.00E+09
	4	1.00E-08	5.00E+06	1.00E+07
	5	1.50E-04	5.00E+08	1.00E+09
二	1	2.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
	2	1.00E-08	5.00E+06	1.00E+07
	3	2.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
	4	2.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
	5	2.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
三	1	2.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
	2	1.00E-08	5.00E+06	1.00E+07
	3	2.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
	4	2.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
	5	2.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
四	1	5.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
	2	5.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
	3	5.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
	4	5.00E-04	5.00E+08	1.00E+09
	5	5.00E-04	5.00E+08	1.00E+09

表 5-3 雲林地區 20 鄉鎮水井抽水量調查表

資料來源：沈向白教授

鄉鎮	灌溉用水	養殖用水	公共用水	工業用水	畜牧用水	總計
斗六市	1,693,099	25,818	0	0	0	1,718,917
斗南鎮	18,356,715	53,914	1,003,194	388,664	82,028	19,884,515
古坑鄉	2,491,719	5,267	3,270	102,195	1,363	2,603,814
大埤鄉	18,344,623	141,813	221,301	460,000	12,695	19,180,431
荊桐鄉	6,835,265	0	207,117	17,610	0	7,059,992
林內鄉	581,948	0	238,158	210,313	10,220	1,040,638
虎尾鎮	88,189,723	218,337	4,600,384	77,668	358,184	93,444,296
西螺鎮	42,884,668	181,408	602,508	873,586	449,347	44,991,516
土庫鎮	52,342,628	1,084,993	51,405	19,985	1,448,998	54,948,008
二崙鄉	65,008,783	424,745	59,228	10,628	998,536	66,501,920
崙背鄉	67,792,584	1,534,347	287,304	3,275,458	1,142,549	74,032,243
麥寮鄉	204,825,645	169,246,223	8,754,353	12,263	1,660,031	384,498,515
褒中鄉	4,884,179	276,732	8,754,353	0	0	13,915,264
東勢鄉	37,007,458	1,109,926	19,440	0	434,488	38,571,312
台西鄉	41,905,236	19,083,047	297,592	0	55,775	61,341,650
北港鎮	23,130,834	81,390	2,971,750	521,802	61,288	26,767,063
元長鄉	4,404,980	1,727,163	72,990	296,559	452,904	6,954,596
水林鄉	12,070,585	984,509	129,586	0	159,764	13,344,444
四湖鄉	8,329,552	472,328	105,451	2,544	0	8,909,874
口湖鄉	4,670,132	3,863,865	79,212	0	128,739	8,741,949
總計	705,750,355	200,515,823	28,458,595	6,269,274	7,456,907	948,450,954

單位：立方公尺/年

表 5-4 濁水溪沖積扇抽水量分層分配表

鄉鎮市	含水層一	含水層二	含水層三	鄉鎮市	含水層一	含水層二	含水層三
崙背鄉	0.53	0	0.47	線西鄉	1	0	0
二崙鄉	0.5	0.16	0.34	伸港鄉	0.3	0.5	0.2
西螺鎮	0.5	0.4	0.1	福興鄉	0.3	0.5	0.2
荊桐鄉	0.3	0.5	0.2	秀水鄉	0.3	0.5	0.2
林內鄉	0.3	0.5	0.2	花壇鄉	0.82	0	0.18
斗六市	0.3	0.5	0.2	員林鎮	0.3	0.5	0.2
虎尾鎮	0.86	0.07	0.07	溪湖鎮	0.3	0.5	0.2
土庫鎮	0.3	0.5	0.2	田中鎮	0.3	0.5	0.2
褒忠鄉	0.68	0	0.32	大村鄉	0.3	0.5	0.2
東勢鄉	0.5	0	0.5	埔鹽鄉	1	0	0
台西鄉	0.9	0.1	0	埔心鄉	0.3	0.5	0.2
四湖鄉	0.3	0.5	0.2	永靖鄉	0.3	0.5	0.2
元長鄉	0.5	0.3	0.2	社頭鄉	0.3	0.5	0.2
大埤鄉	0.3	0.5	0.2	二水鄉	0.3	0.5	0.2
斗南鎮	1	0	0	北斗鎮	0.3	0.5	0.2
古坑鄉	0.3	0.5	0.2	二林鄉	0.3	0.5	0.2
北港鎮	0.3	0.5	0.2	田尾鄉	0.3	0.5	0.2
水林鄉	0.3	0.5	0.2	埤頭鄉	0.2	0.3	0.5
口湖鄉	1	0	0	芳苑鄉	0.5	0.3	0.2
彰化市	0.3	0.5	0.2	大城鄉	1	0	0
鹿港鎮	0.3	0.5	0.2	竹塘鄉	0.3	0.5	0.2
和美鎮	0.3	0.5	0.2	溪州鄉	0.3	0.5	0.2
麥寮鄉	1	0	0				

表5-5 濁水溪沖積扇各鄉鎮年入滲量表

彰化縣		雲林縣	
鄉鎮市	入滲量(立方公尺/年)	鄉鎮市	入滲量(立方公尺/年)
彰化市	3510942.899	麥寮鄉	10343200.47
鹿港鎮	22589086.06	崙背鄉	30845840.55
和美鎮	20449690.52	二崙鄉	37218986.15
線西鄉	8519232.208	西螺鎮	30333942.83
伸港鄉	14380864.32	莿桐鄉	30451535.91
福興鄉	29777188.8	林內鄉	2339853.408
秀水鄉	20065661.58	斗六市	31180743.38
花壇鄉	5586218.085	虎尾鎮	26334196.82
員林鎮	7319132.841	土庫鎮	15942835.57
溪湖鎮	21603891.72	褒忠鄉	22097331.65
田中鎮	11134720.1	東勢鄉	19489810.29
大村鄉	13023998.2	台西鄉	12449723.24
埔鹽鄉	27765368.02	四湖鄉	27885965.12
埔心鄉	13237957.52	元長鄉	35047885.88
永靖鄉	14758473.73	大埤鄉	25396771.87
社頭鄉	5266015.994	斗南鎮	32360822.35
二水鄉	1445707.049	古坑鄉	10084457.63
北斗鎮	12749055.56	北港鎮	17599131.45
二林鄉	54895123.15	水林鄉	33323036.64
田尾鄉	16684620.36	口湖鄉	18855392.07
埤頭鄉	29118696.04		
芳苑鄉	35328345.14		
大城鄉	31875387.05		
竹塘鄉	25226211.18		
溪州鄉	39081717.47		

資料來源：張良正教授

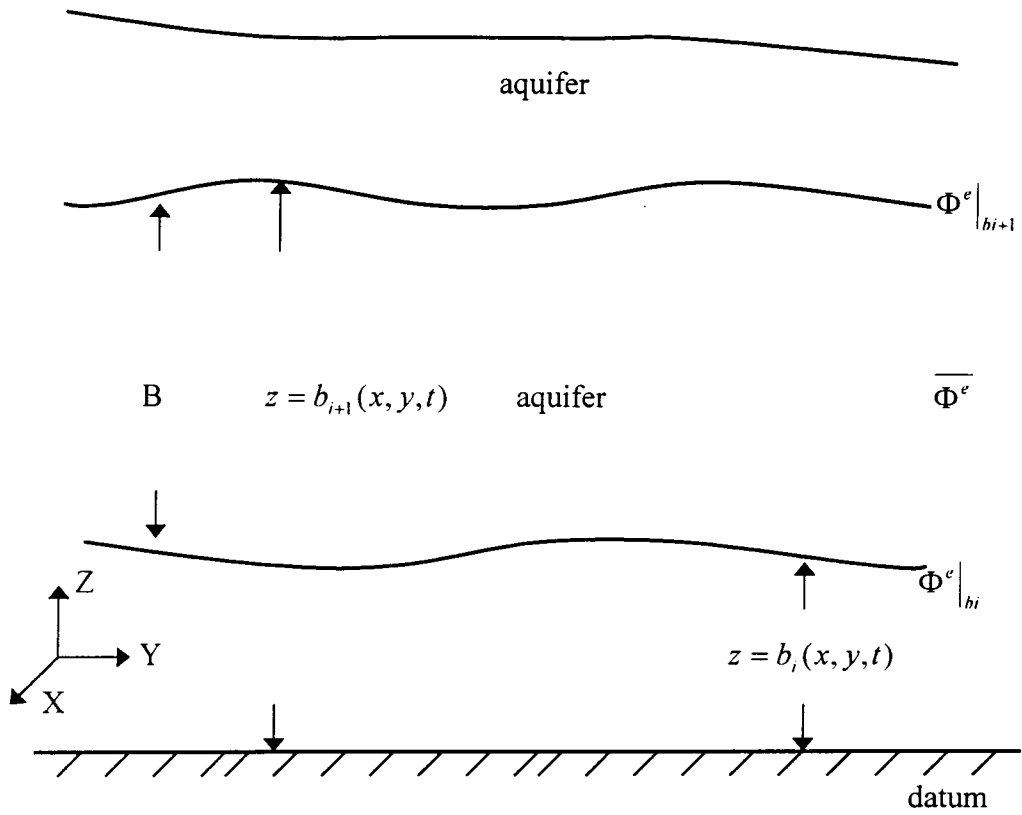


圖 3-1. 受壓含水層分層深度積分示意圖

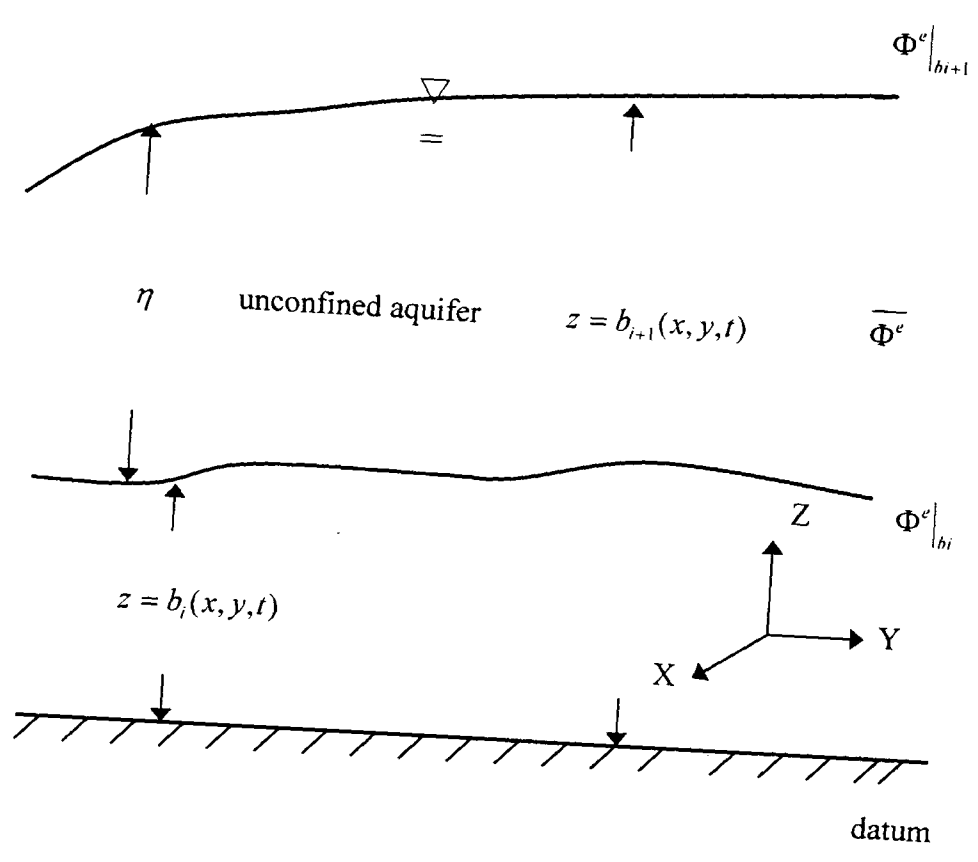


圖 3-2. 非受壓含水層分層深度積分示意圖

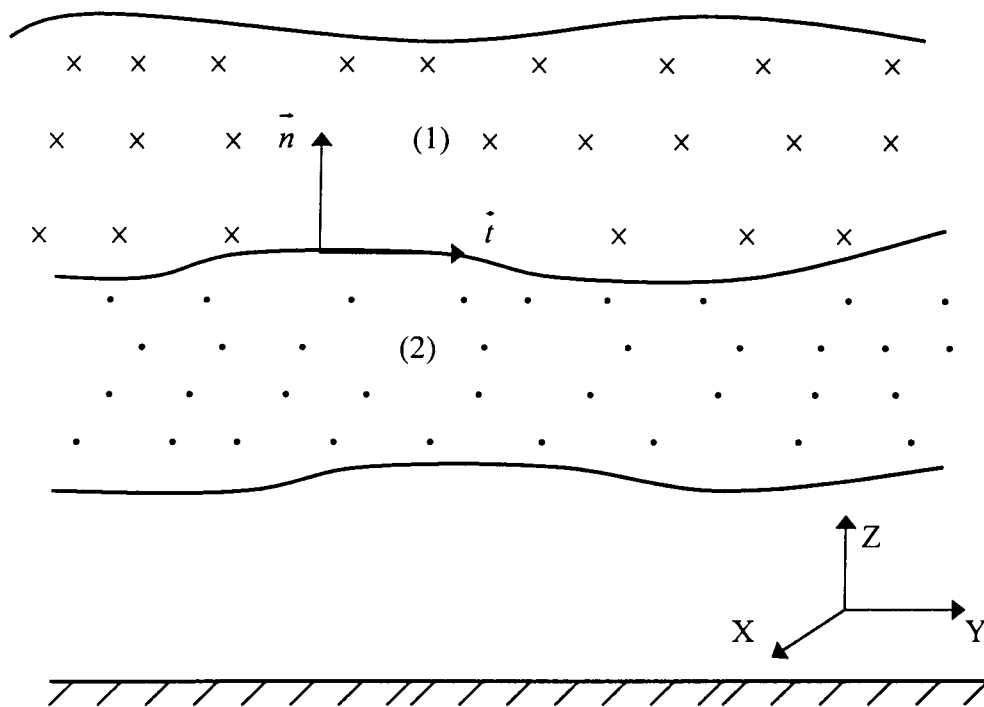


圖 3-3.. 垂直方向介面物理連接條件示意圖

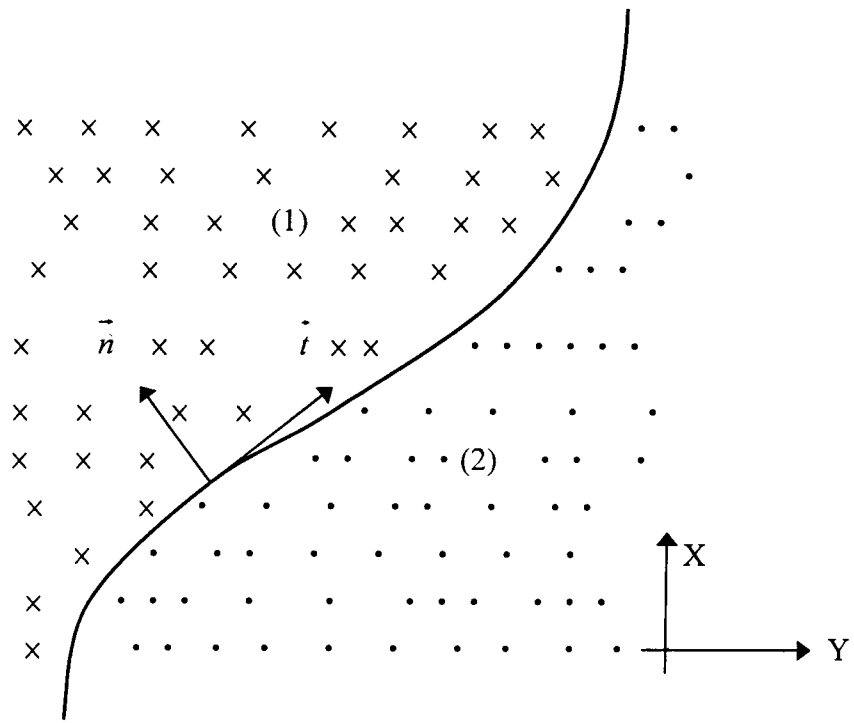
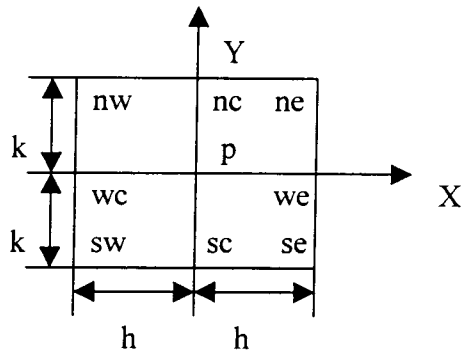
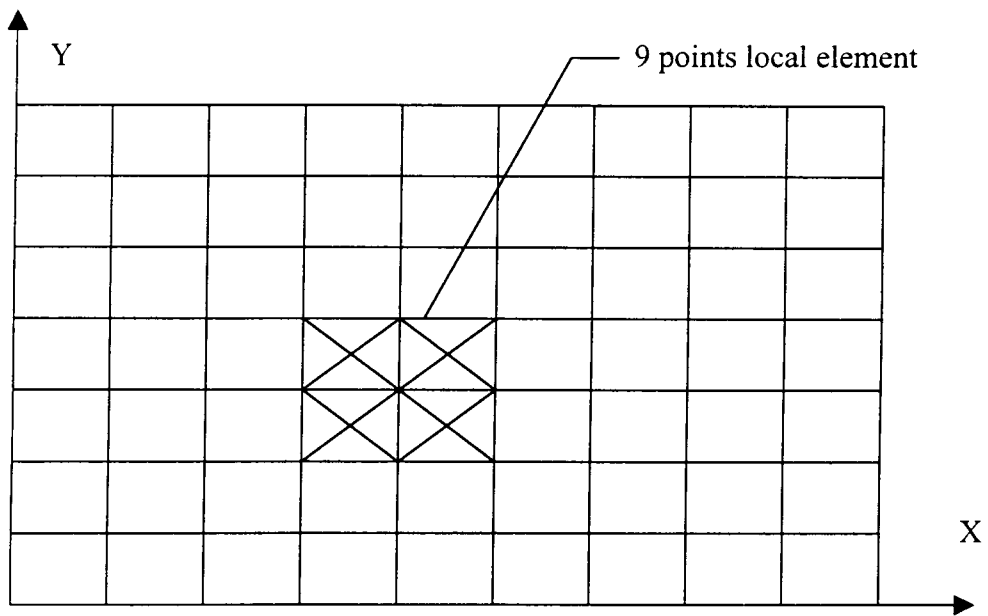


圖 3-4. 水平方向介面物理連接條件示意圖



(a)九點局部元素圖



(b)模擬區域示意圖

圖 3-5. 有限解析法說明圖

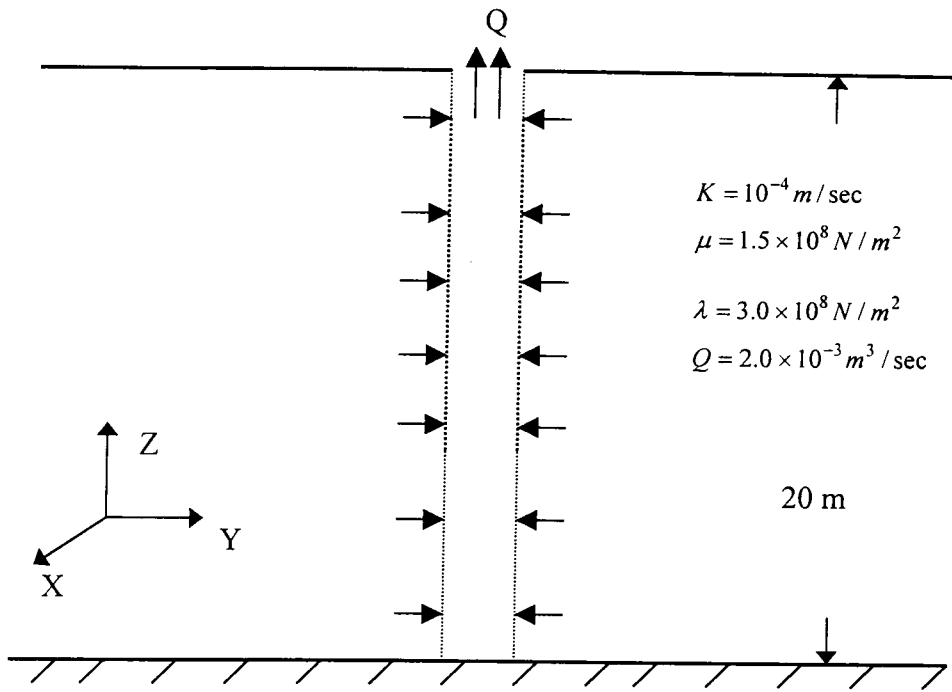


圖 5-1.半無限空間拘限含水層單井抽水測試案例垂直示意圖

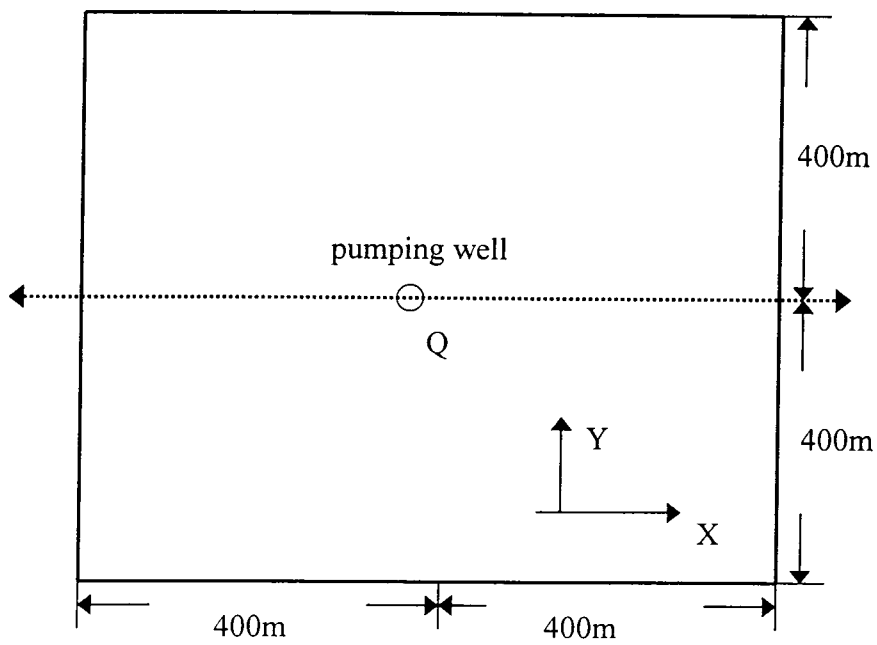


圖 5-2.半無限空間拘限含水層單井抽水測試案例水平示意圖

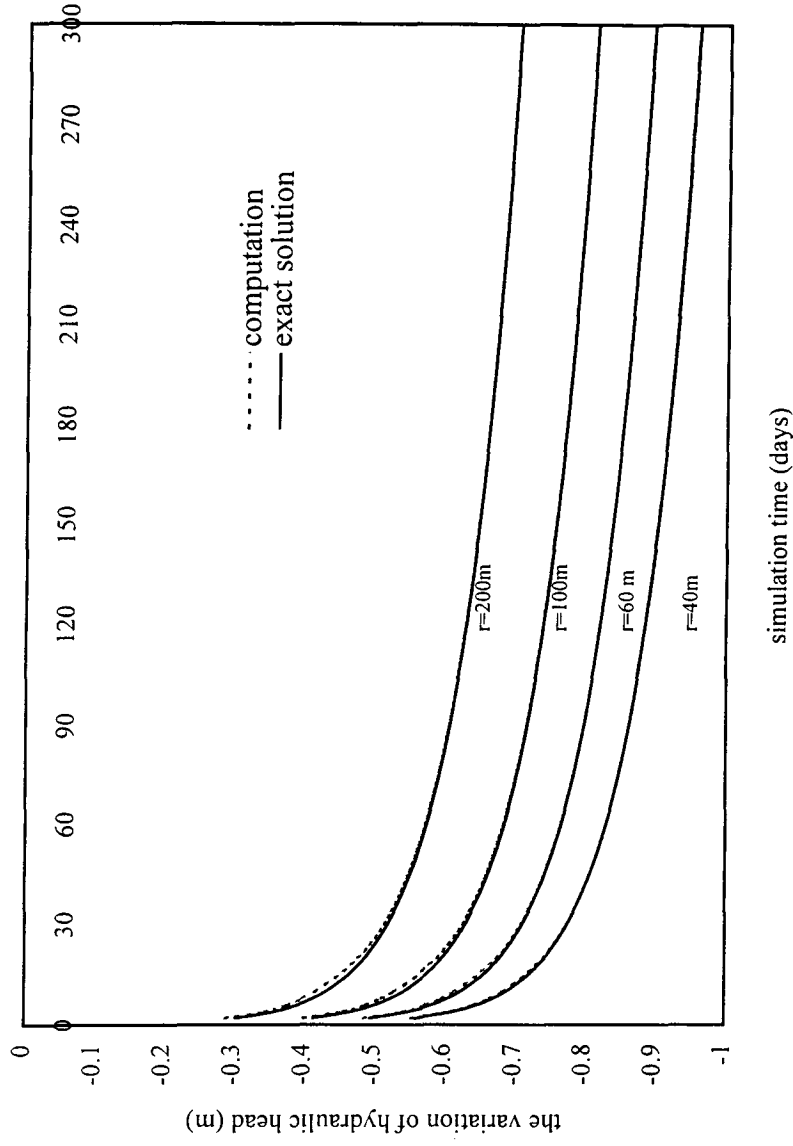


圖5-3 半無限空間拘限含水層單井抽水驗證案例水頭隨時間變化圖

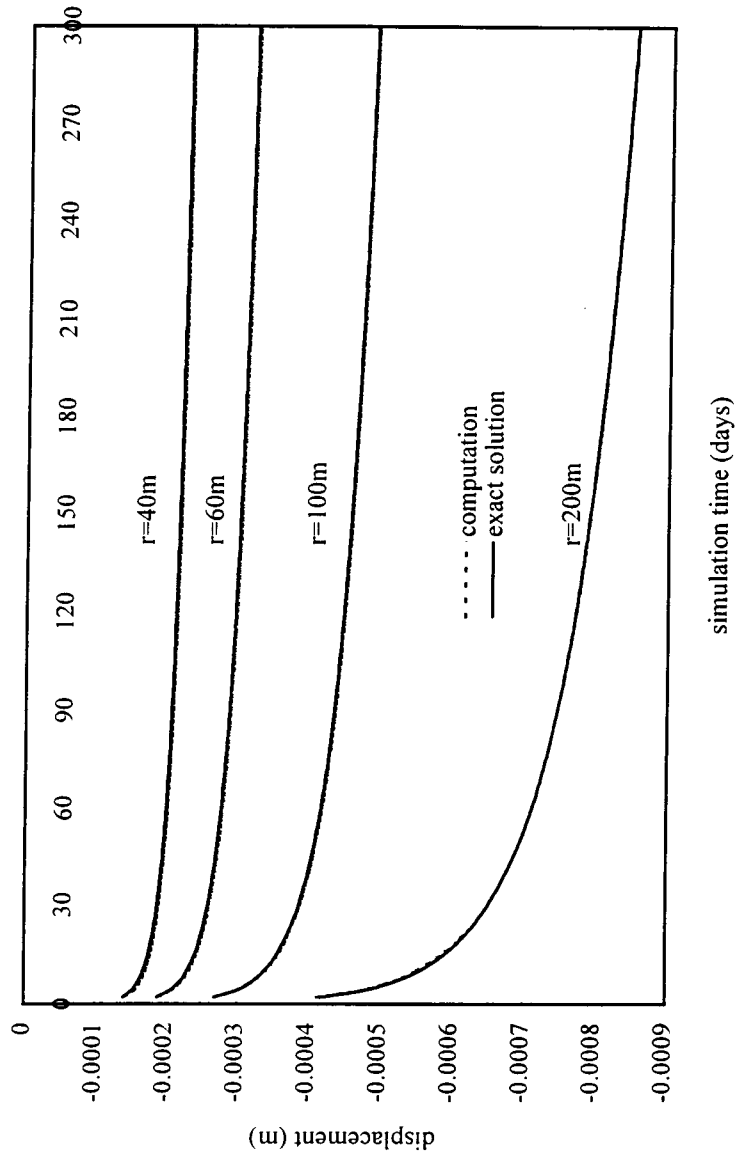


圖5-4 半無限空間拘限含水層單井抽水驗證案例水平位移量隨時間變化圖

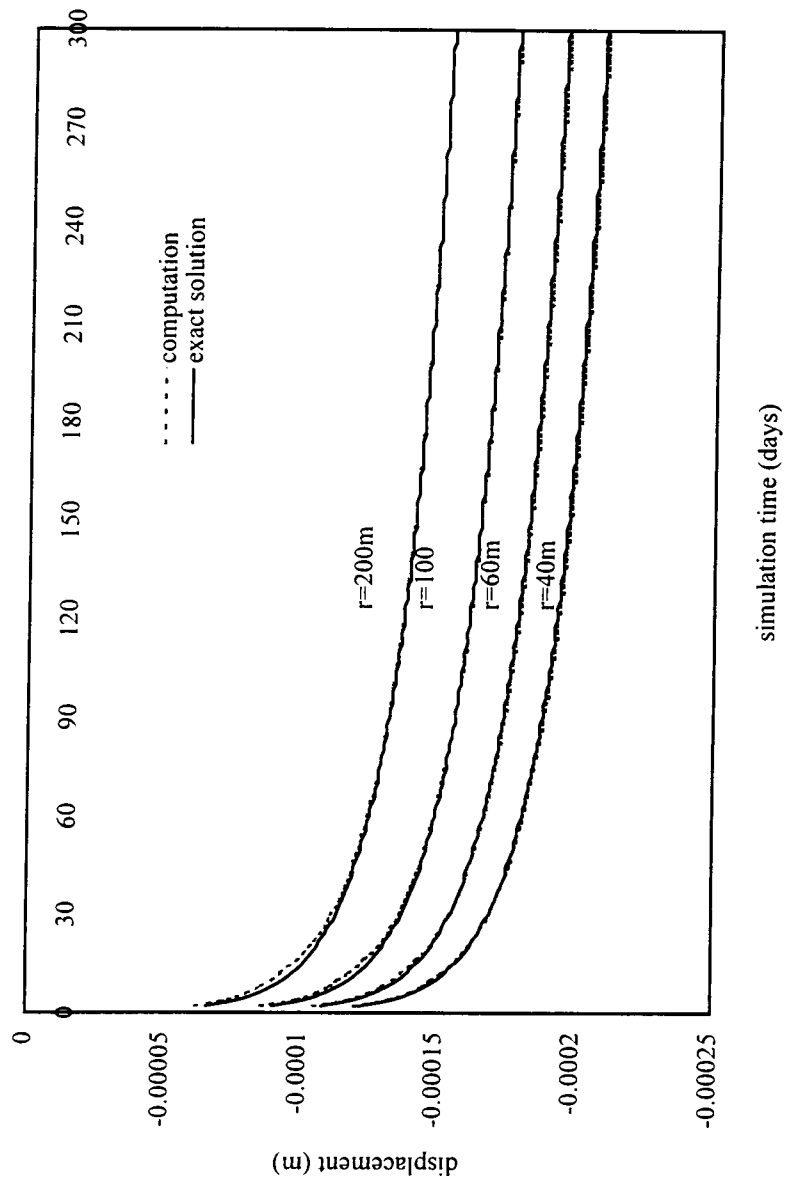
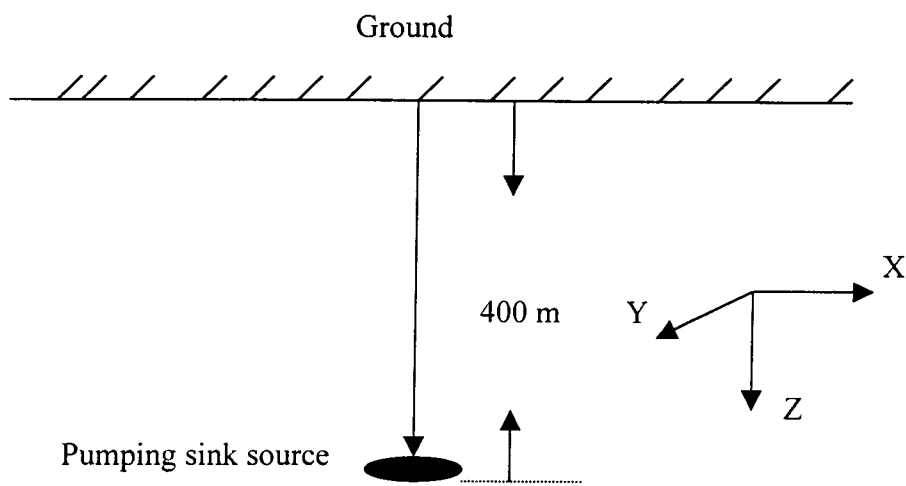


圖5-5 半無限空間拘限含水層單井抽水驗證案例垂直位移量隨時間變化關係



$$K = 10^{-4} \text{ m/sec} \quad \mu = 5.0 \times 10^8 \text{ N/m}^2 \quad \lambda = 1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \quad Q = 3.0 \text{ m}^3/\text{sec}$$

圖 5-6 半無限空間穩態點源抽水測試案例垂直示意圖

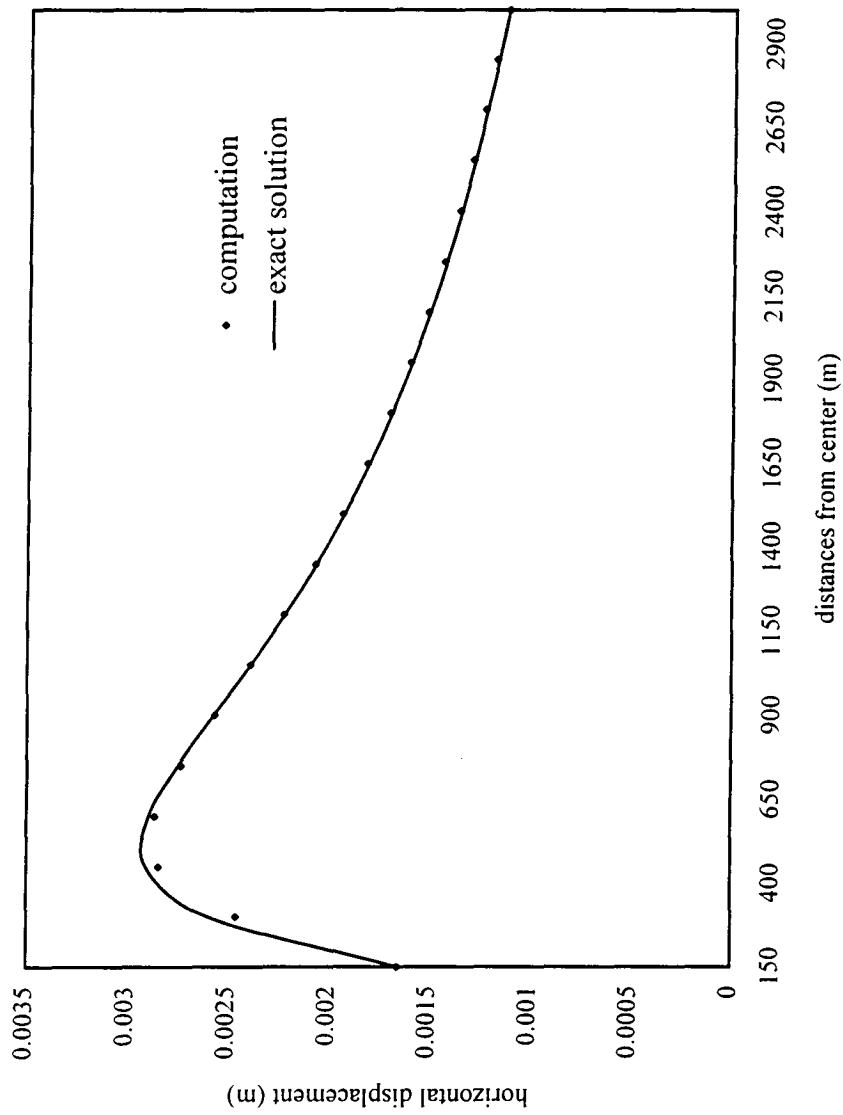


圖 5-7 半無限空間穩態點源抽水驗證案例水平位移變化圖 (地表面為可透水)

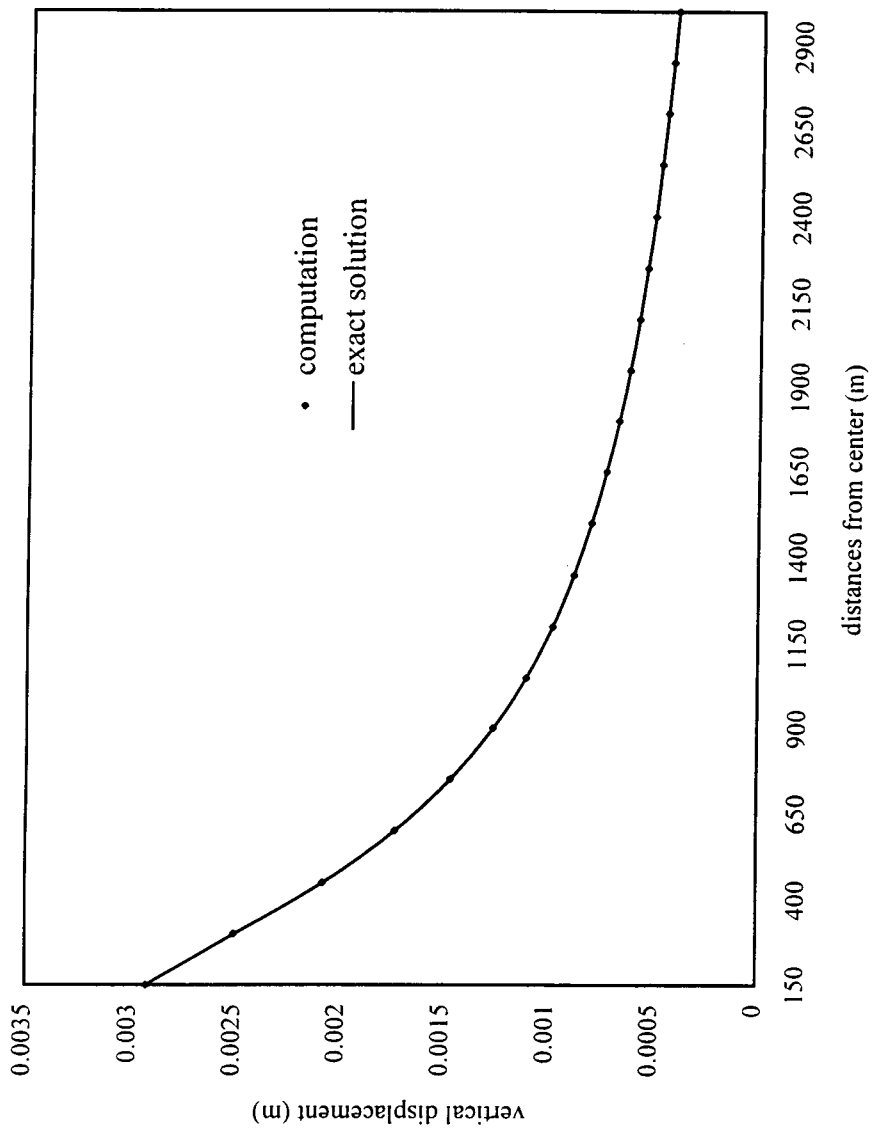


圖 5-8 半無限空間穩態點源抽水驗證案例垂直位移變化圖 (地表面為可透水)

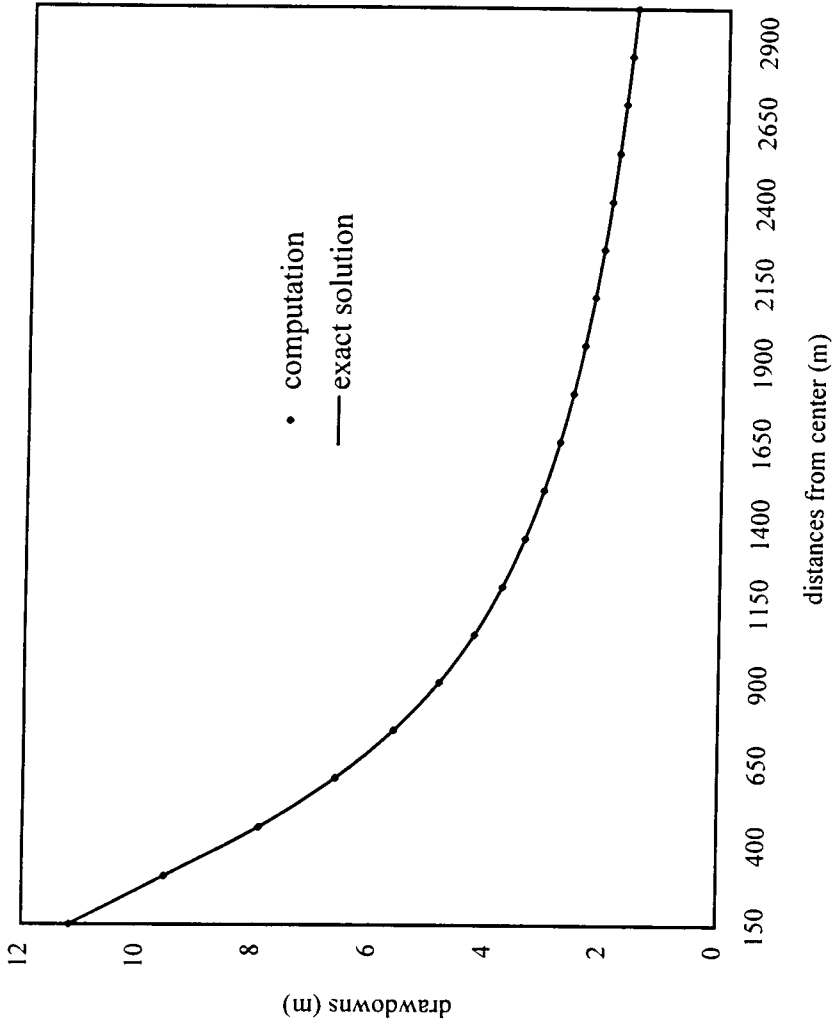


圖 5-9 半無限空間穩態點源抽水驗證案例水頭變化圖 (地表面為不可透水)

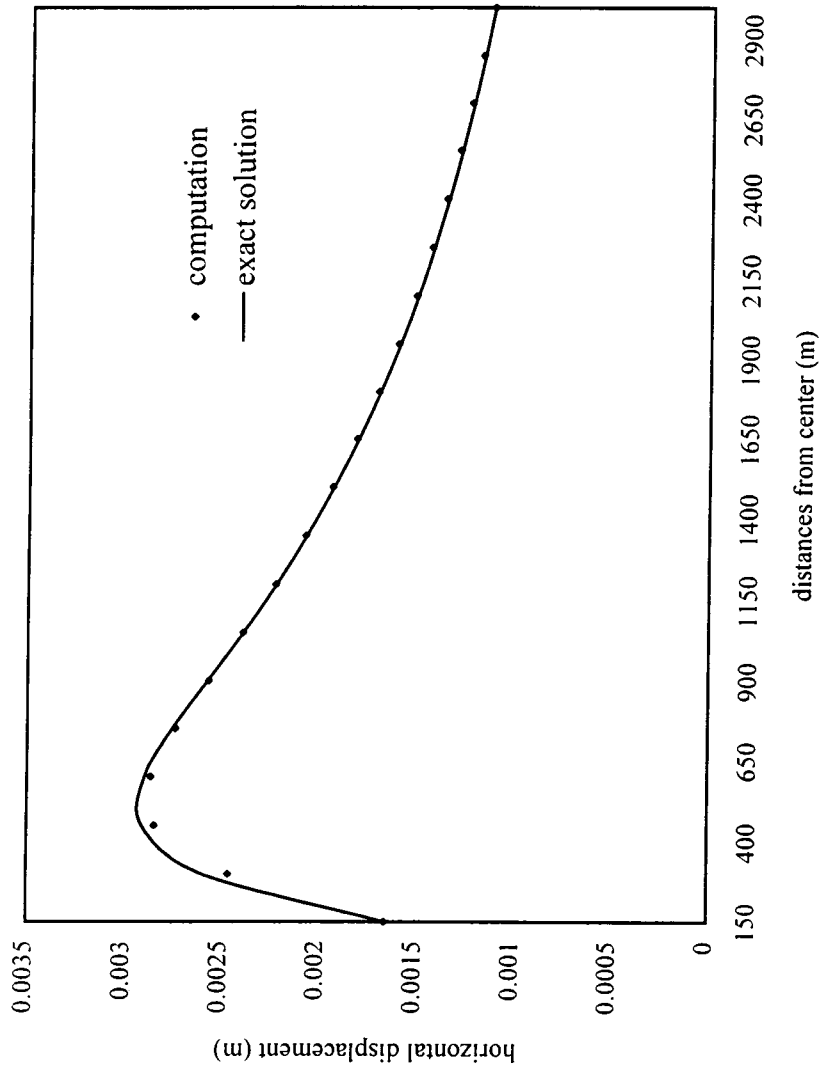


圖 5-10 半無限空間穩態點源抽水驗證案例水平位移變化圖 (地表為不可透水)

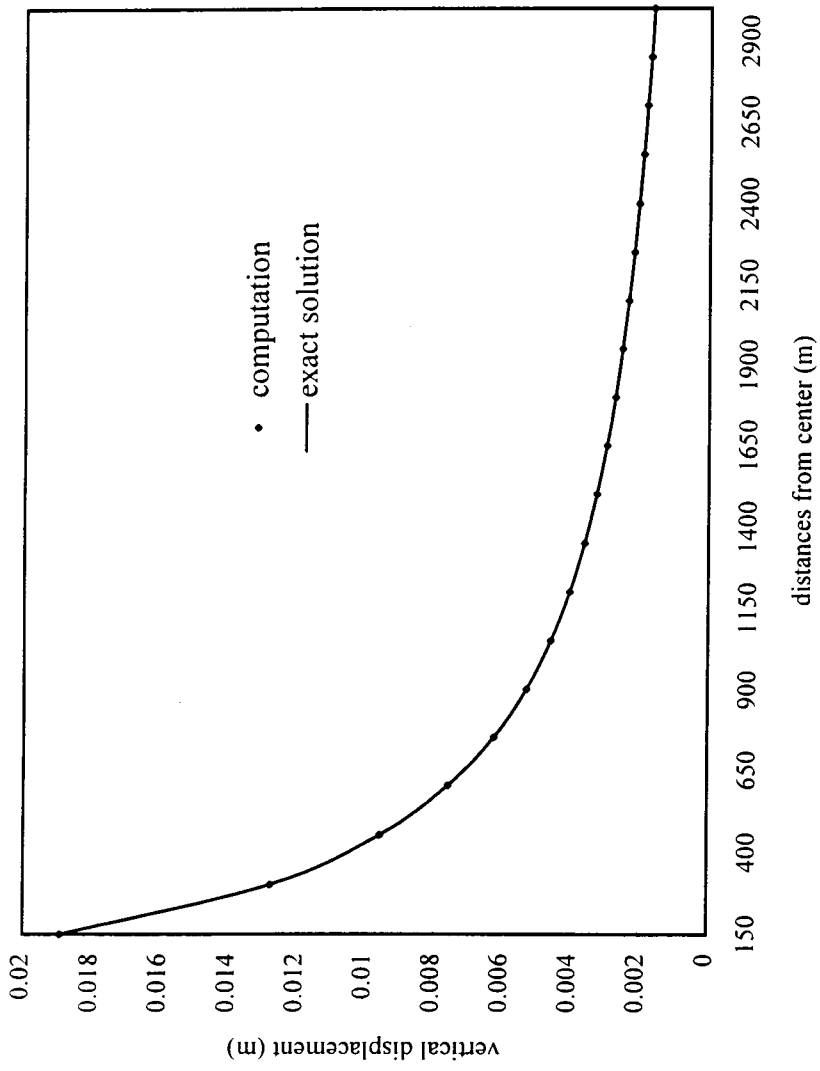


圖 5-11 半無限空間穩態點源抽水驗證案例垂直位移變化圖 (地表面為不可透水)

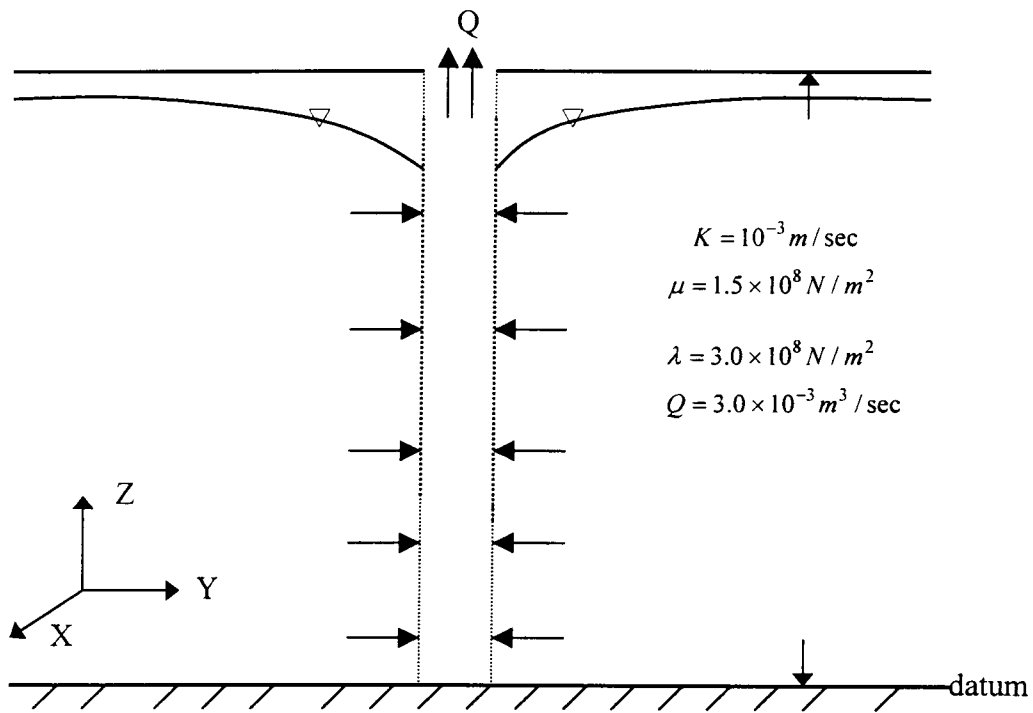


圖 5-12. 半無限空間非限含水層單井抽水測試案例垂直示意圖

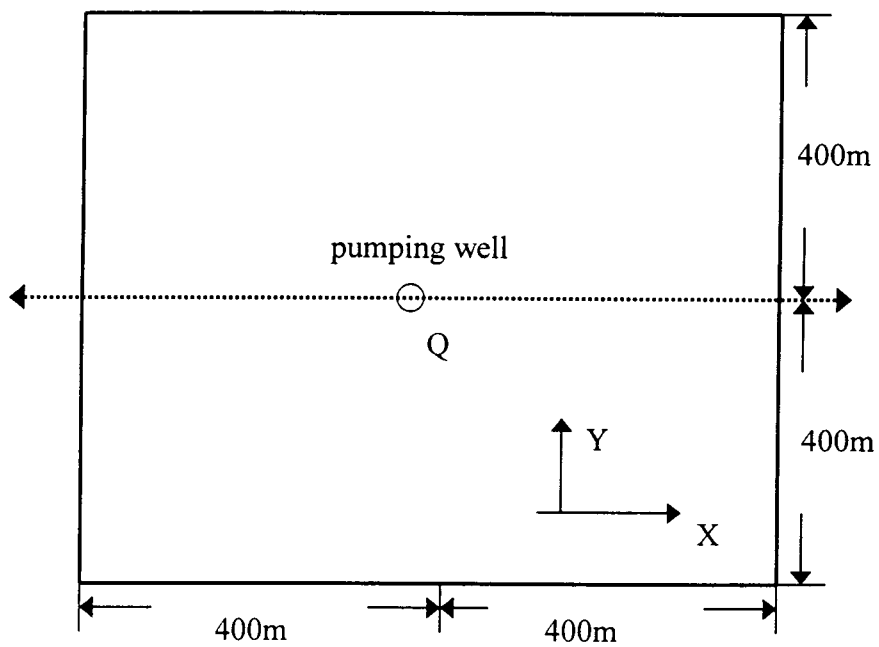


圖 5-13. 半無限空間非拘限含水層單井抽水測試案例水平示意圖

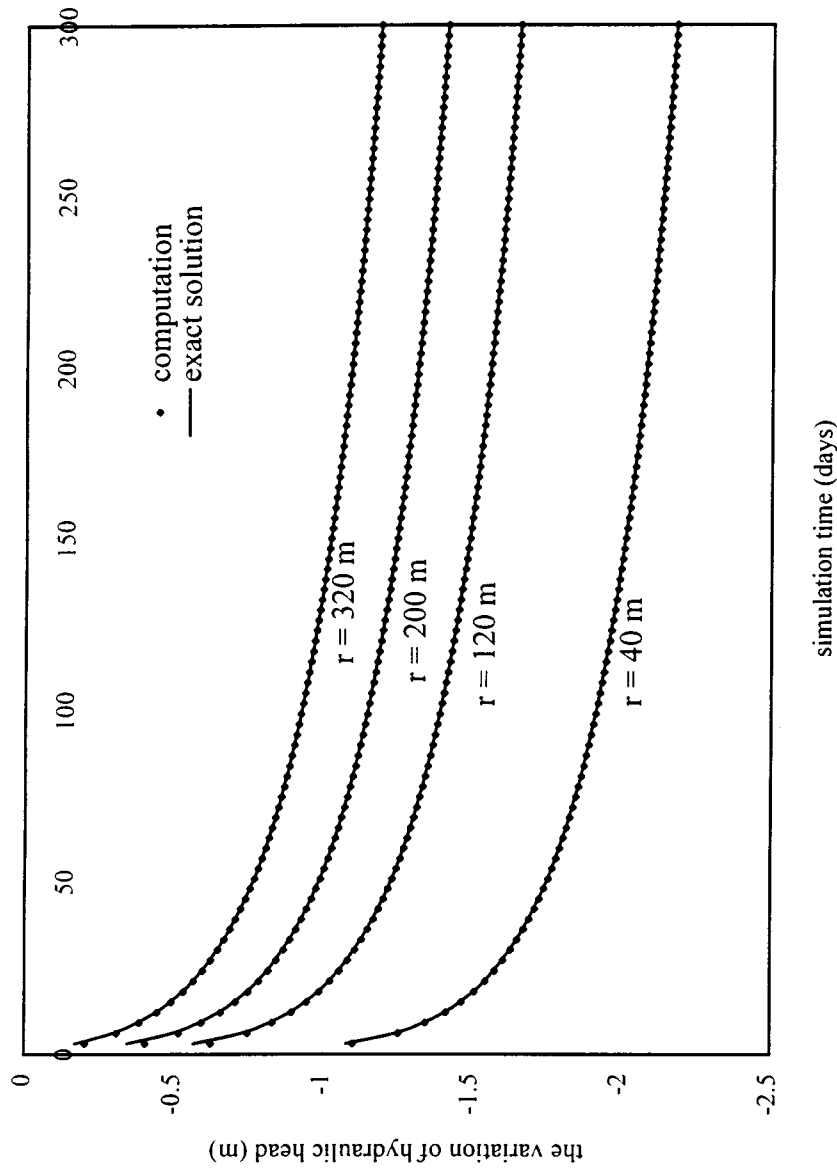


圖5-14 半無限空間非拘限含水層單井抽水驗證案例水頭隨時間變化圖

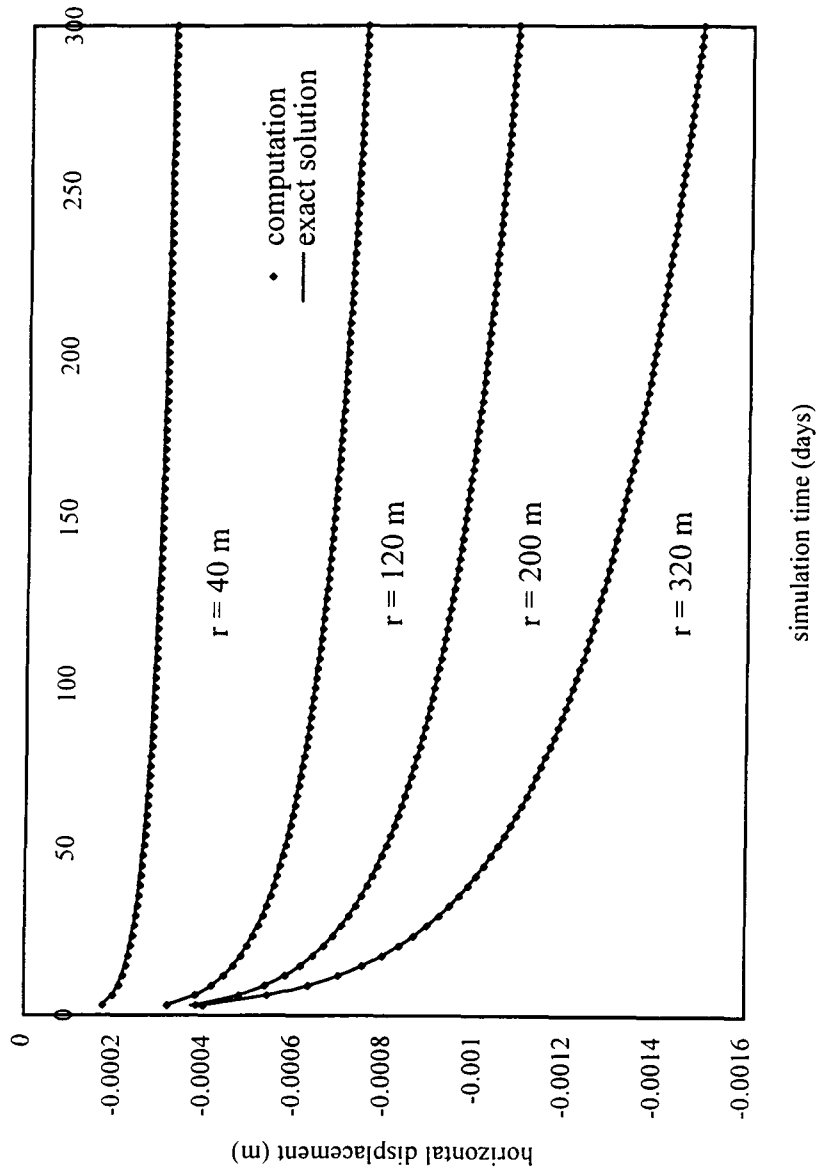


圖5-15 半無限空間非拘限含水層單井抽水驗證案例水平位移隨時間變化圖

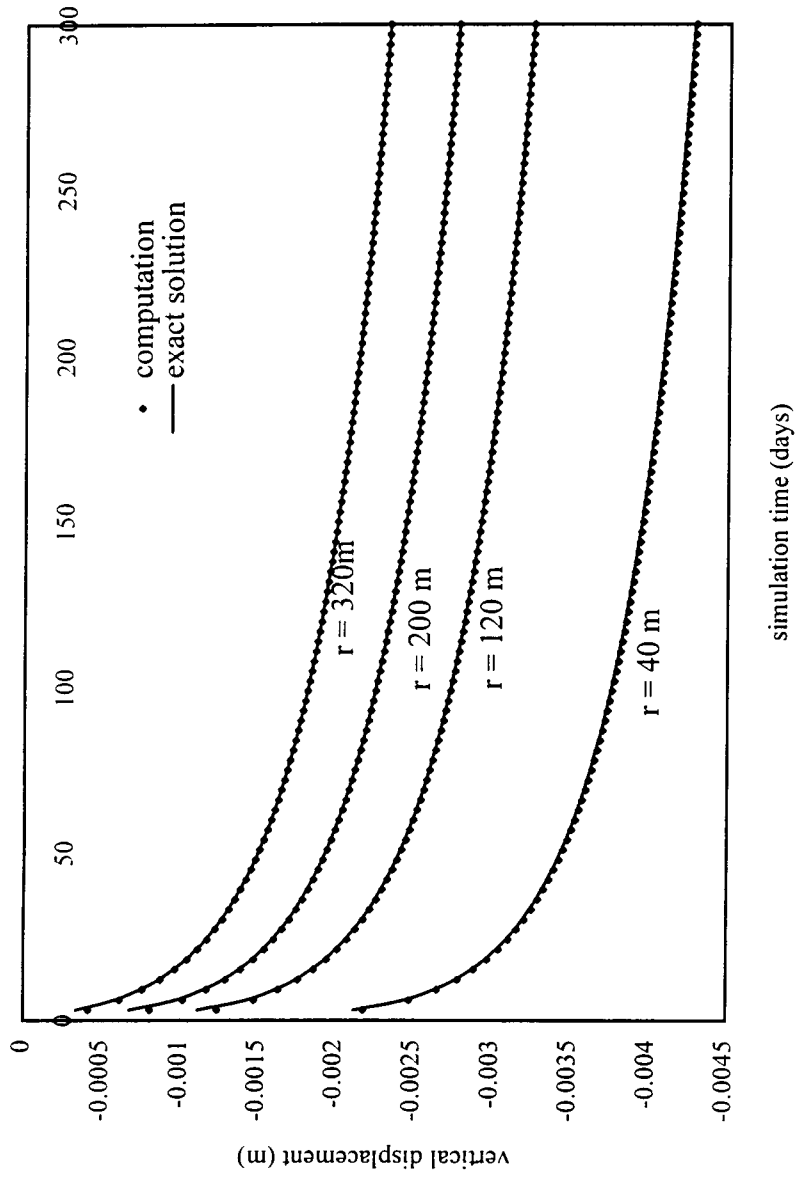


圖5-16 半無限空間非拘限含水層單井抽水驗證案例垂直位移隨時間變化圖

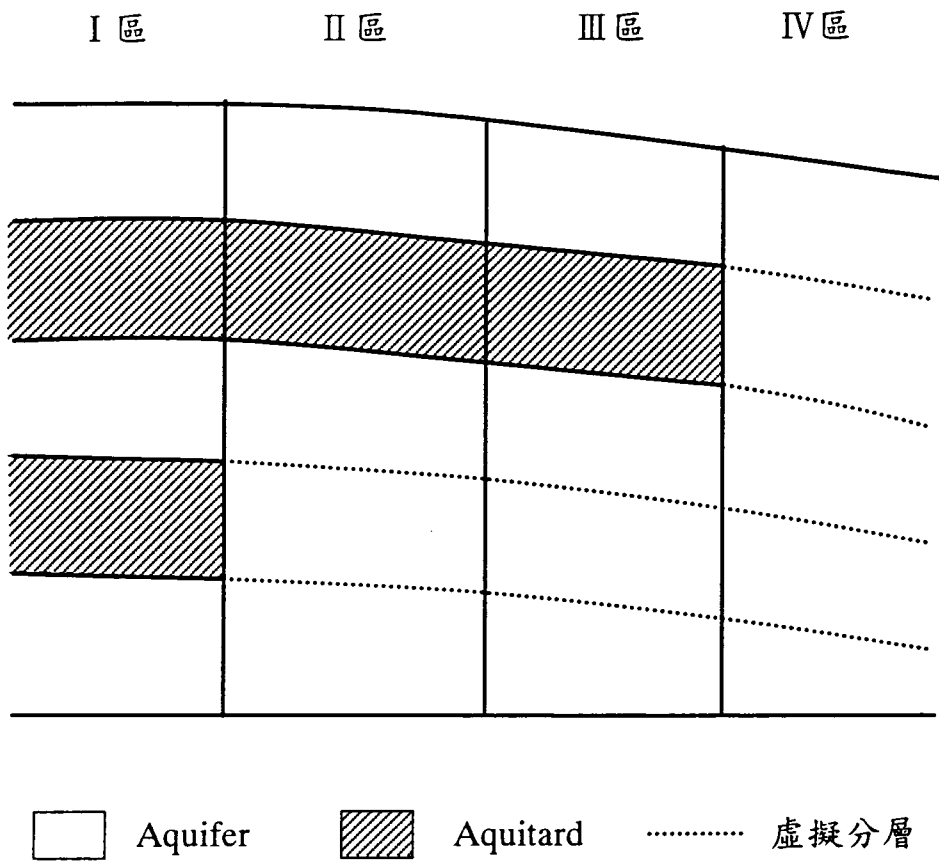


圖 5-17.濁水溪沖積扇地層下陷模擬垂直分層示意圖



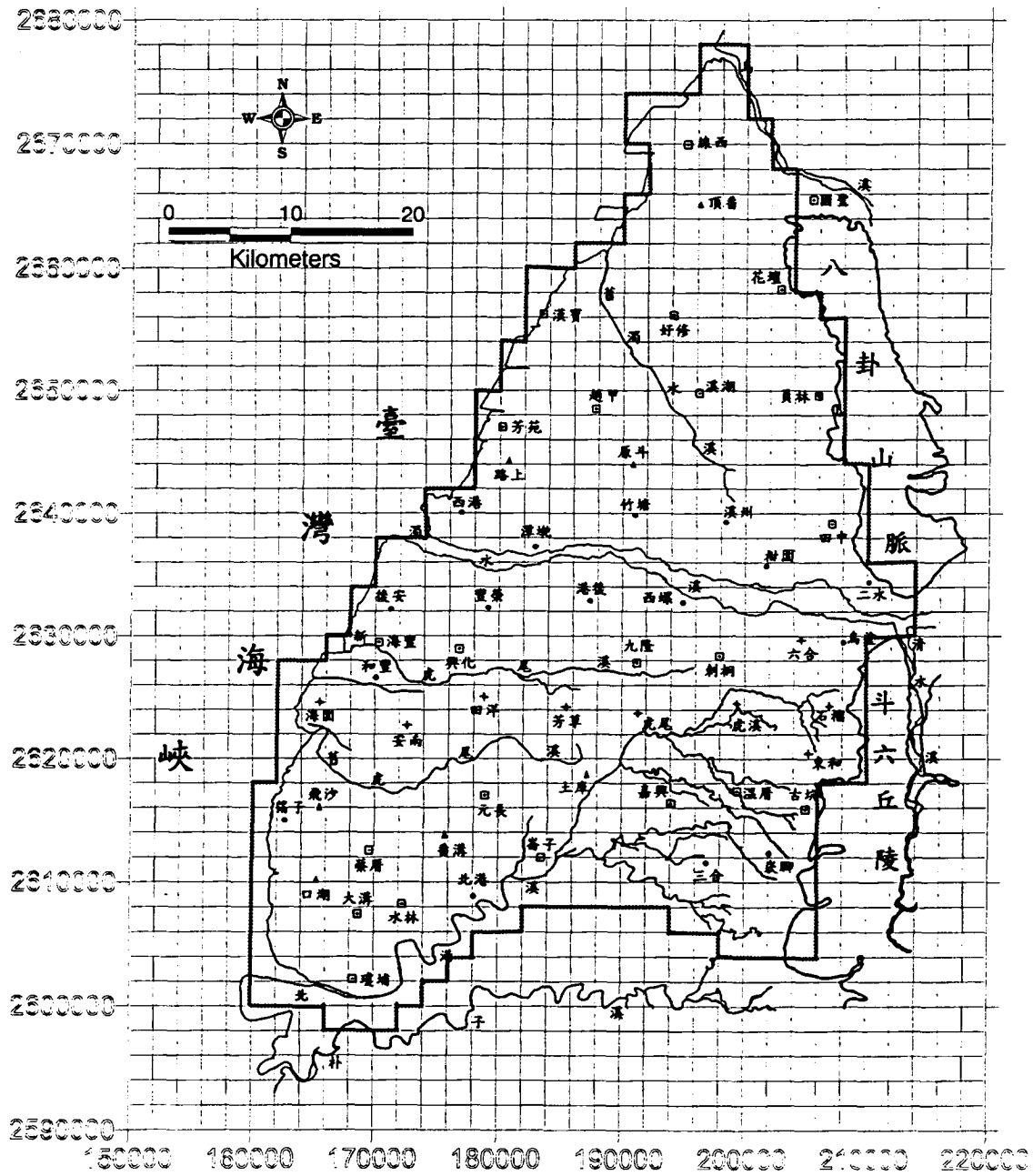


圖 5-19. 濁水溪沖積扇模擬區域邊界示意圖

(實線為實測值，虛線為計算值)

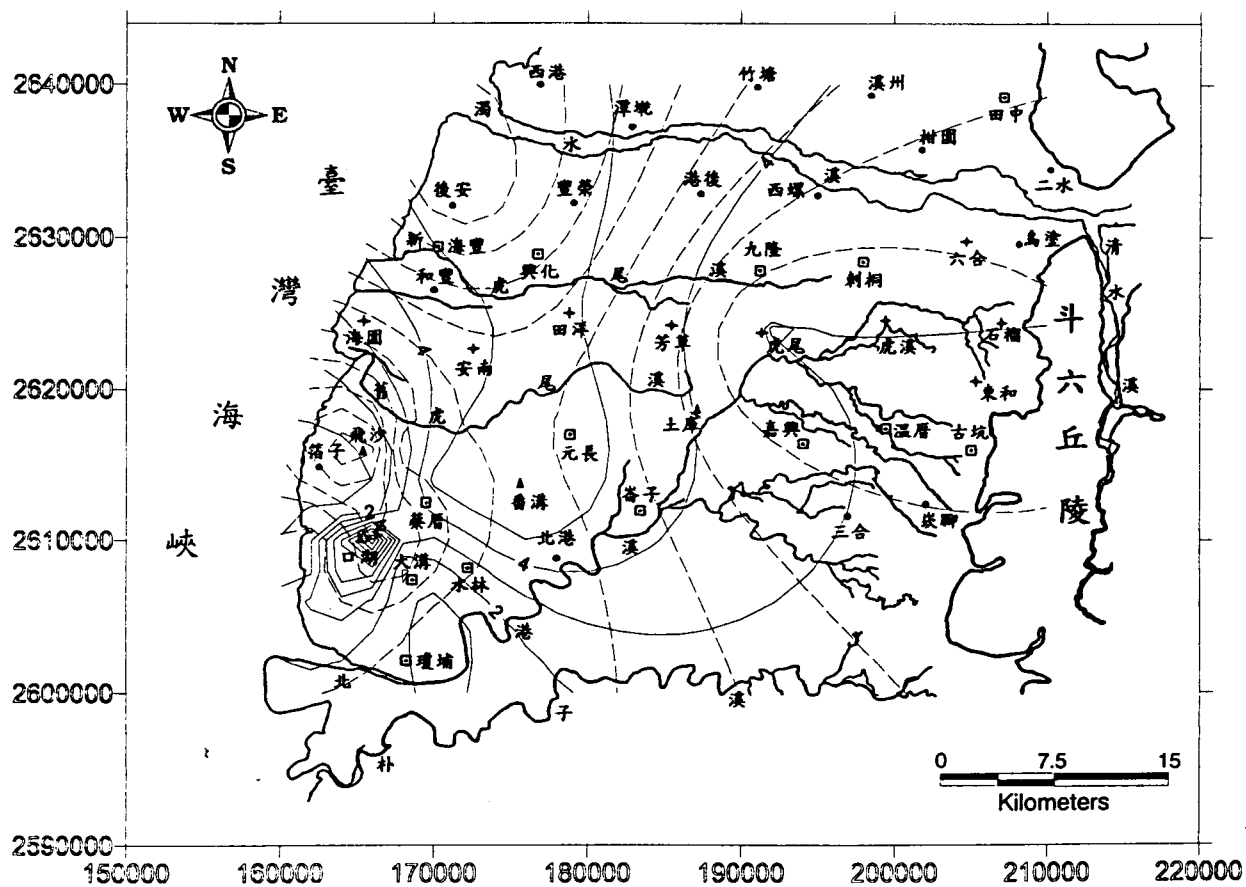


圖 5-20. 雲林地區 84/1-85/10 下陷量模擬結果



(實線為實測值，虛線為計算值)

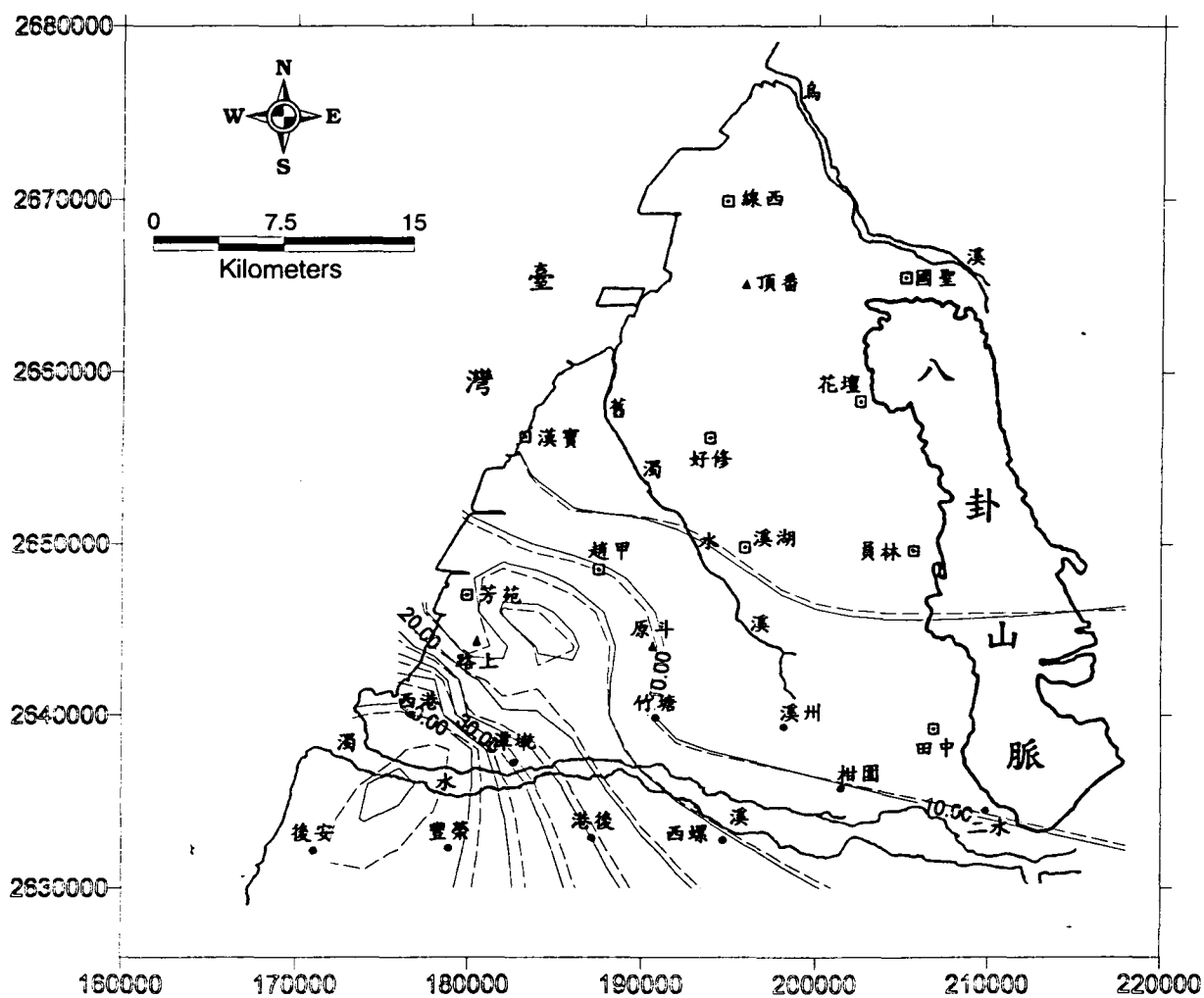


圖 5-22. 彰化地區 84/8-86/8 下陷量模擬結果

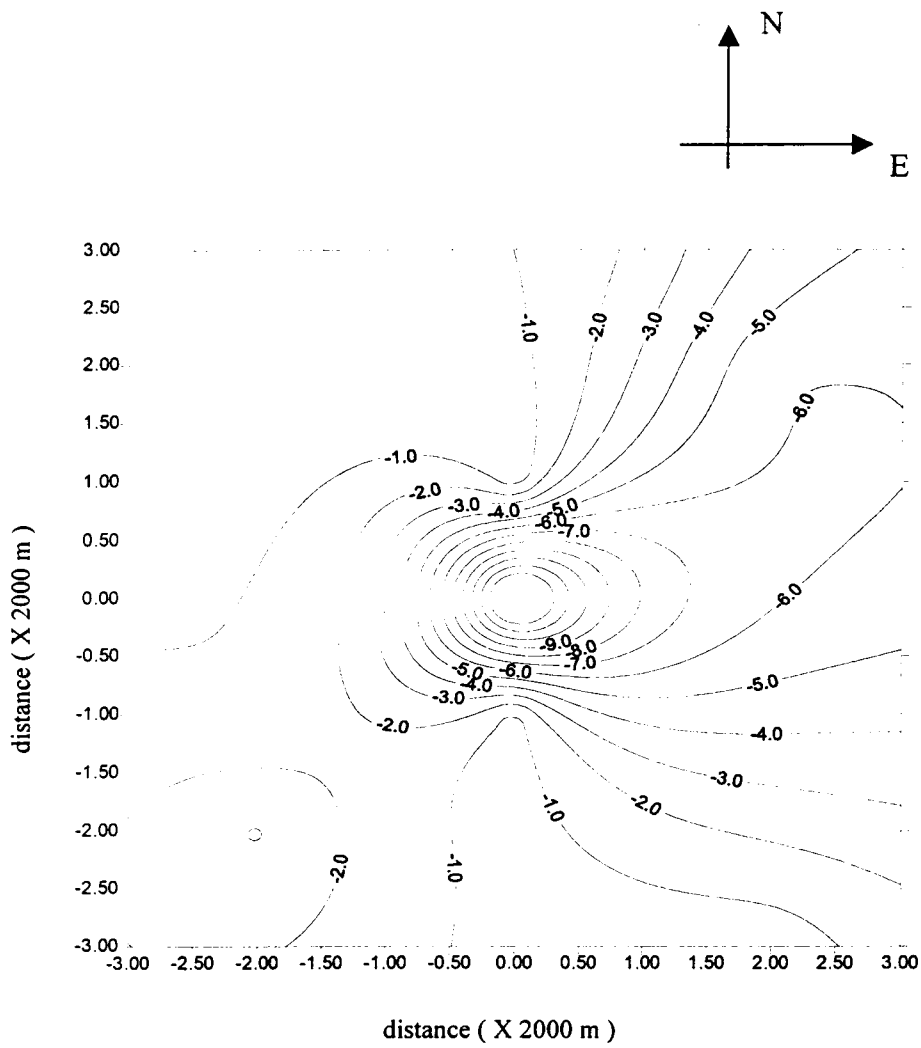


圖 5-23. 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷等高線圖 (實測結果)

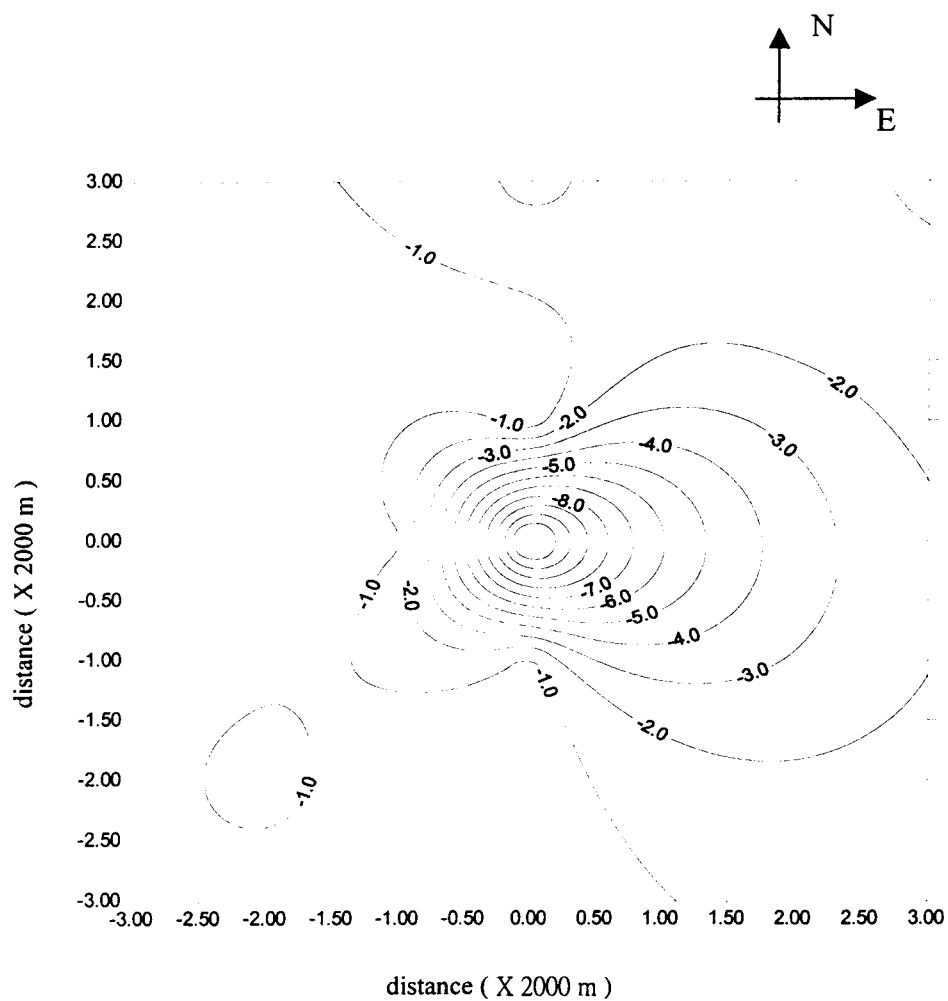


圖 5-24. 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷等高線圖 (一維地層下陷模擬結果)

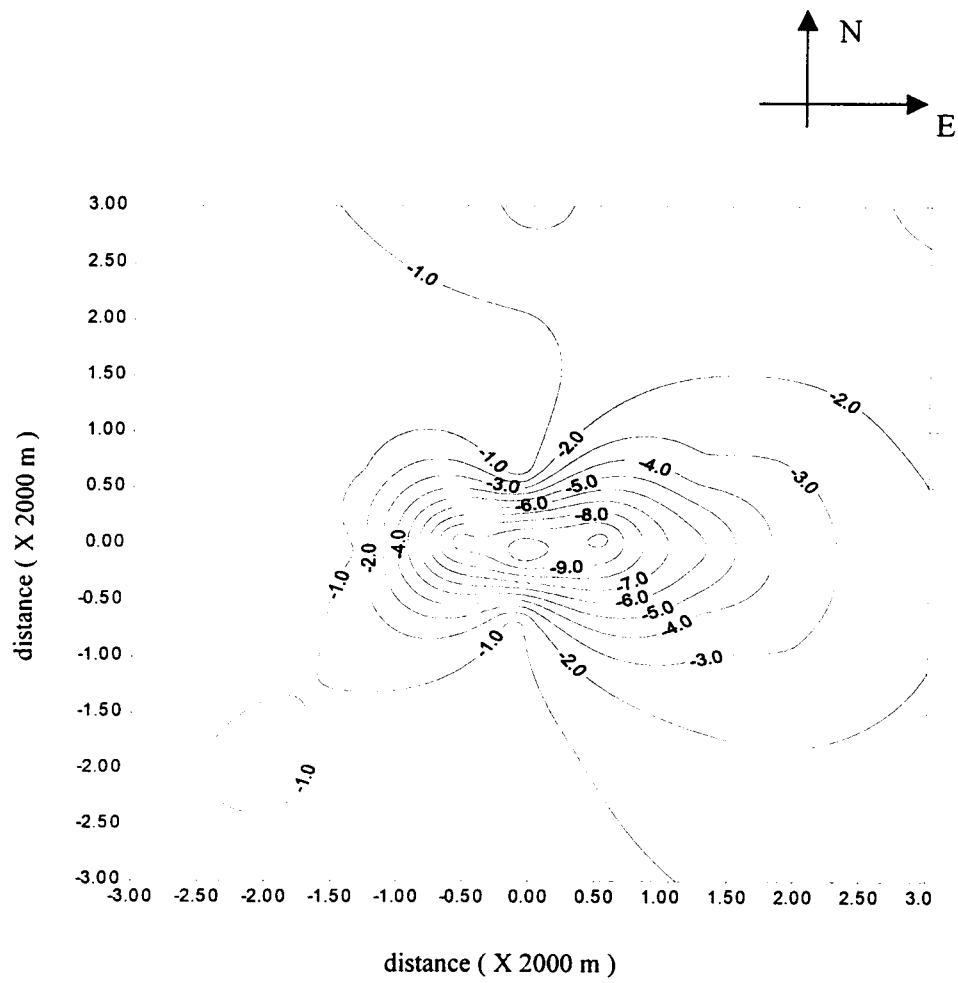


圖 5-25. 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷等高線圖 (三維地層下陷模擬結果)

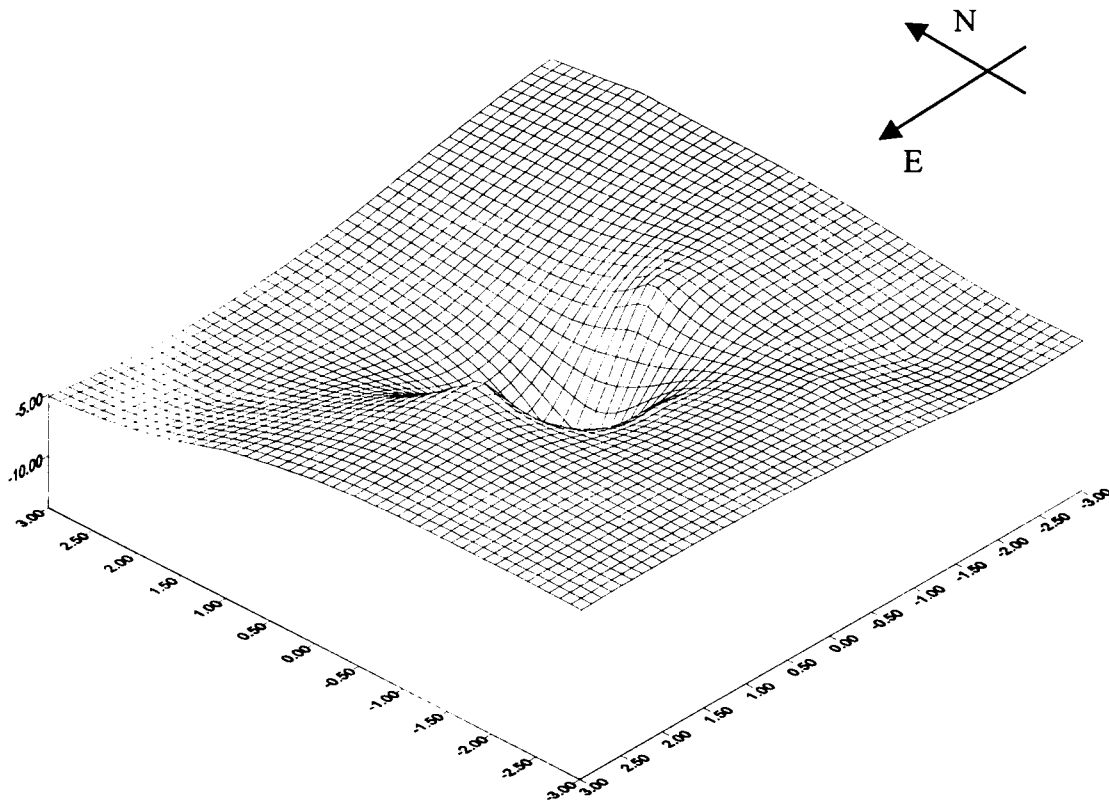


圖 5-26. 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷立體曲面圖 (實測結果)

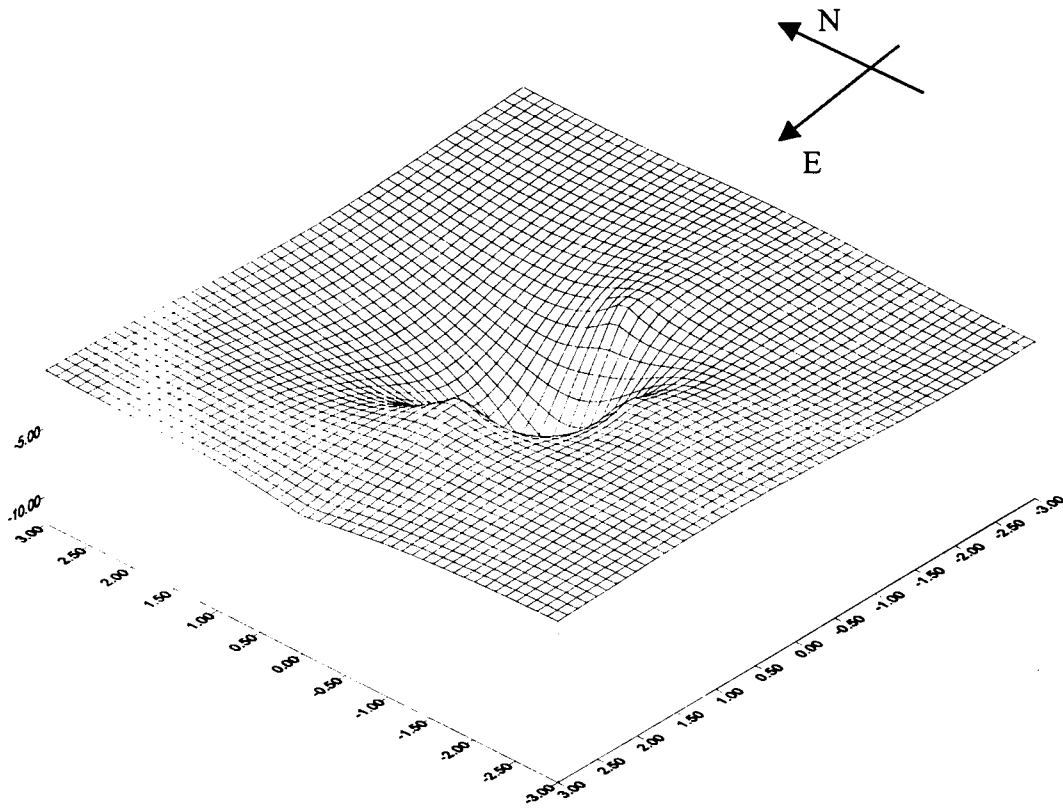


圖 5-27. 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷立體曲面圖 (一維地層下陷模擬結果)

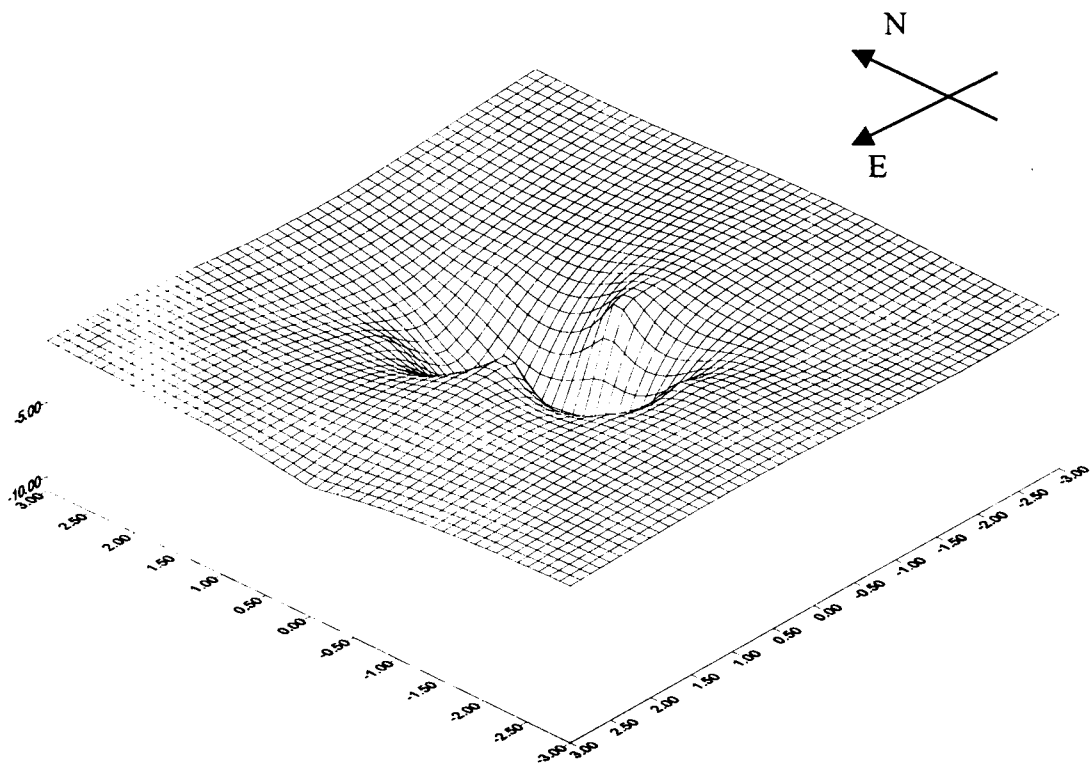


圖 5-28. 85/10 至 87/2 口湖會水附近地層下陷立體曲面圖 (三維地層下陷模擬結果)