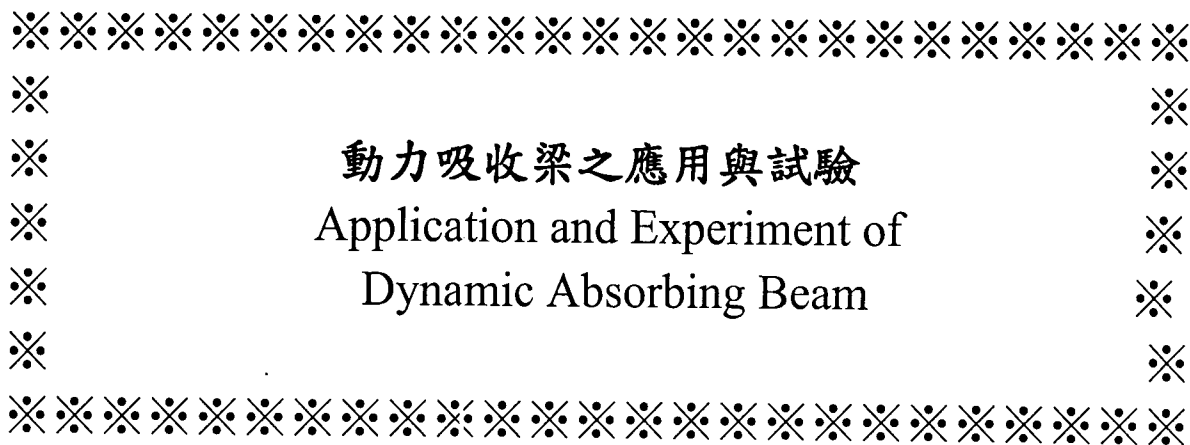


行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告



動力吸收梁之應用與試驗 Application and Experiment of Dynamic Absorbing Beam

計畫類別：☐個別型計畫 ☐整合型計畫

計畫編號：NSC 89-2211-E-002-034

執行期間：88 年 08 月 01 日至 89 年 07 月 31 日

計畫主持人：陳永祥

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- ☐赴國外出差或研習心得報告一份
- ☐赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- ☐出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- ☐國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：台灣大學工學院土木工程學研究所

中 華 民 國 90 年 02 月 27 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

動力吸收梁之應用與試驗

Application and Experiment of Dynamic Absorbing Beam

計畫編號：NSC 89-2211-E-002-034

執行期限：88 年 8 月 1 日至 89 年 7 月 31 日

主持人：陳永祥 台灣大學工學院土木工程學研究所

E-mail: yhchen@ce.ntu.edu.tw

一、摘要

動力吸收梁結構是由一根副梁(梁上可附加一個或多個集中質量)及一黏彈性材料(或高阻尼橡膠)層，以特殊強力黏著劑將高阻尼橡膠層之上緣及下緣分別與主梁及副梁黏結在一起，所組合而成，藉由正確的結構分析與最佳化設計，動力吸收梁可以非常有效地降低主梁之振動。本文研討動力吸收梁之最佳設計參數與動力反應，並製作動力吸收梁試驗件，執行動力吸收梁結構之靜力與動力反應試驗，以驗證其在工程實務應用上之可行性。

關鍵詞：動力吸收梁、黏彈性阻尼橡膠、損失因子、模態試驗

Abstract

A sub-beam with one or several concentrated masses attached to the main beam by means of a viscoelastic layer can function as a dynamic absorbing beam. By performing the structural analysis and optimal design properly, this so-called dynamic-absorbing beam can reduce the vibration of the main beam very efficiently. The optimal design parameters and the dynamic responses of a dynamic absorbing beam are present in this research. Some experiment species of dynamic absorbing beam are studied to prove the potential of the dynamic-absorbing beam in engineering applications.

Keywords: Dynamic-Absorbing Beam, Viscoelastic Layer, Loss Factor, Modal Testing.

二、前言

一般梁結構的減振是採用質量阻尼器，即利用一質量塊，並藉由彈簧及吸能盤與梁結構連接在一起，其缺點為：(1) 梁結構下方需具有足夠的空間以容納質量阻尼器系統；(2) 為了吸收梁結構較大的振動量，質量塊可能會振動得非常厲害；(3) 質量阻尼器只能對某一頻率(即共振頻率)附近才有明顯的效果，所以無法廣泛應用。

有關動力吸收梁減振結構之理論分析可參考陳永祥教授之論文著作[1,2]，動力吸收梁減振結構之優點為：(1) 製造簡單、容易保養與維修；(2) 梁結構下方需要的空間不大且不需改變主梁結構；(3) 適用頻率範圍廣泛。本文將動力吸收梁減振結構簡化為二度自由度系統，並導出動力吸收梁減振結構之最佳化設計參數如最佳質量比、最佳阻尼比等。以模態試驗驗證動力吸收梁減振結構試驗件之動力反應，探討動力吸收梁減振結構在工程上之應用與可製造性。

三、最佳設計參數與動力反應

動力吸收梁結構系統包括均勻截面金屬材質之主梁與副梁(動力吸收梁)，兩支梁之間以黏彈性阻尼橡膠或其他具阻尼消能特性之材料黏接，動力吸收梁上可附加若干個集中質量，如圖 1 所示。動力吸收梁之質量、勁度($E_2 I_2$)與黏彈性阻尼橡膠夾層之彈性係數($k = k_s(1 + i\eta_s)$ ，損失因子 η_s)等，為動力吸收梁減振結構系統之重要設計參數，經適當設計參數的選

定，藉由動力吸收梁與主梁、橡膠夾層結構間之動力互制作用，則動力吸收梁可有效減小主梁之振動。

在一般結構動態特性分析中，通常以最低振頻為主振態，考慮動力吸收梁結構系統最低頻率之二個振態為主振頻，假設此二個振態之主梁與副梁具相同之模態形狀函數 $\phi_1(x)$ 、 $\phi_2(x)$ 如圖 2，利用 Hamilton 原理或 Lagrange 運動方程式可推導出動力吸收梁結構二度自由度系統之運動方程式[1,2]，利用 Hartog [3]之方法可推導出主梁中央點之動力放大因子 D_1 [2]，若 $\phi_1(x)=\phi_2(x)$ ，則

$$D_1 = \left[\frac{a^2 + b^2 \xi^2}{c^2 + e^2 \xi^2} \right]^{1/2} \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= f^2 + g^2 - \beta^2, \quad b = 2f\beta \\ c &= \beta^4 - (1 + f^2 + g^2 + \mu f^2)\beta^2 \\ &\quad + f^2 + g^2 + \mu f^2 g^2 \\ e &= 2g\beta [1 + \mu g^2 - (1 + \mu)\beta^2] \end{aligned} \quad (2)$$

上式中 ξ 為阻尼比[2]， $\mu = m_2/m_1$ ， $\beta = \omega/\omega_1$ ， $f = \omega_3/\omega_1$ ， $g = \omega_2/\omega_1$ ，其中

$$\begin{aligned} \omega_j^2 &= \frac{\int_0^L E_j I_j [\phi_j''(x)]^2 dx}{\int_0^L m_j \phi_j^2(x) dx}, \quad j=1, 2 \\ \omega_3^2 &= \int_0^L k_s \phi_2^2(x) dx / \int_0^L m_2 \phi_2^2(x) dx \end{aligned} \quad (3)$$

假設式(1)中動力放大因子之二個固定點座標為 (D_a, β_a) 與 (D_b, β_b) ，則定義二個束制條件：(1) D_a 與 D_b 為在 $D_1 - \beta$ 曲線之二個等高點，即 $D_a = D_b$ ；(2) 當 $D_1 - \beta$ 曲線之一峰值通過二個等高固定點中之一點時，此時最大動力放大因子 D_1 之值為最小值。根據 $D_1 - \beta$ 曲線具有二個不變的共同固定點之條件可以推導出固定點之頻率比方程式為：

$$\begin{aligned} (2 + \mu)\beta^4 - 2[1 + (1 + \mu)(f^2 + g^2)]\beta^2 \\ + 2(f^2 + g^2 + f^2 g^2 \mu) + g^4 \mu = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

由式(4) 方程式係數與根之關係可得：

$$\beta_a^2 + \beta_b^2 = 2[1 + (1 + \mu)(f^2 + g^2)] / (2 + \mu) \quad (5)$$

由第一個束制條件可推導出動力吸收梁結

構減振最佳化參數設計二個固定點座標頻率比關係式如下式所示：

$$\beta_a^2 + \beta_b^2 = 2(1 + \mu g^2) / (1 + \mu) \quad (6)$$

由式(5)與式(6)可得諧調頻率比 f 與質量比 μ 之關係式如下：

$$f = \sqrt{1 - g^2} / (1 + \mu) \quad (7)$$

由式(4)與式(7) 及第一個束制條件可解得 $D_1 - \beta$ 曲線之二個固定點座標 (D_a, β_a) 與 (D_b, β_b) 如下：

$$\begin{aligned} D_{a,b} &= \sqrt{(s+1)/(s-1)} / s_2 \\ \beta_{a,b}^2 &= (s_1 - s_2) \sqrt{(s-1)/(s+1)} / s \end{aligned} \quad (8)$$

上式中， $s = 1 + \mu$ ， $s_1 = 1 + g^2 \mu$ ， $s_2 = 1 - g^2$ 。若將式(1)動力放大因子 D_1 對頻率比 β 作微分求其導數，或令頻率比 β 以 $\beta + \varepsilon$ (或 $\beta^2 + \varepsilon$) 代入式(1)之係數內，其中 ε 為極微小值，將各係數展開後並將 ε^2 項省略，則可求得動力放大因子之峰值通過等高固定點時之阻尼比如下：

$$\xi_{a,b}^2 = \frac{s_2(s-1) \left[\frac{2s+1}{s+1} \mp 2\sqrt{(s-1)/(s+1)} \right]}{4s[s_1 \mp s_2 \sqrt{(s-1)/(s+1)}]} \quad (9)$$

令 $\xi_{opt}^2 = (\xi_a^2 + \xi_b^2) / 2$ 為動力吸收梁結構系統之最佳阻尼比的平方值，由式(9)可得最佳阻尼比 ξ_{opt} 如下：

$$\xi_{opt}^2 = \frac{s_2[2s_2(s-1) - s_1(2s+1)]}{4s[s_2^3 - s_1^2(s+1)/(s-1)]} \quad (10)$$

由式(9)可得動力吸收梁之最佳質量比 μ 如下式所示：

$$\mu_{opt} = (r_1 - \sqrt{r_1^2 - 4r_2}) / 2 \quad (11)$$

上式中

$$\begin{aligned} r_1 &= \int_0^L E_1 I_1 [\phi_1''(x)]^2 dx / \int_0^L k_s \phi_2^2(x) dx - 2 \\ r_2 &= \int_0^L E_2 I_2 [\phi_2''(x)]^2 dx / \int_0^L k_s \phi_2^2(x) dx + 1 \end{aligned} \quad (12)$$

設動力吸收梁結構系統之主梁尺寸與材料性質為長 $L = 1.0 \text{ m}$ 、寬 $b = 0.03 \text{ m}$ 、高 $h = 0.02 \text{ m}$ 、密度 $\rho = 0.76 \text{ Kg/m}^3$ 、楊氏模數 $E_1 = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 、柏松比 $\nu = 0.3$ ，剪切變形係數 $k' = 0.87$ 。表 1 為動力吸收

梁與附加集中質量、黏彈性阻尼橡膠之尺寸材料性質等資料。當主梁之邊界條件為簡支承而表 1 中動力吸收梁之二端為自由端時，其動力放大因子與最佳損矢因子計算結果如圖 3 所示。

四、動力吸收梁之應用與試驗

動力吸收梁減振結構不僅設計製造簡單、維修與保養方便、成本低，且應用方便、經濟實用。在實際應用上，可作為(1)馬達支承梁基座之減振(或隔振)結構；(2)精密加工機具與機電設備之減振(或隔振)結構；(3)晶圓廠房、電腦室等之地板與基礎減振(或隔振)構造；(4)精密儀器表板與機體之減振；(5)高架軌道、橋樑之減振(或隔振)結構等。

為了驗證動力吸收梁之實用性，本研究計畫委由國內連福橡膠製品股份有限公司製造動力吸收梁試驗件，試驗件成品全長為 0.9 m，而橡膠材料則採用天然橡膠(Natural Rubber)，硬度為 45 Shore A 與 60 Shore A 兩種。橡膠材料之動態性能試驗是依據規範 ASTM-D2231[4]試驗方法，利用國立臺灣大學固體力學聯合實驗室之高速率試驗系統(MTS HIGH RATE SYSTEM, MTS810)，在室溫 $23\pm 2^{\circ}\text{C}$ 下，以正弦(sinusoidal)之固定最大位移控制(displacement control)，經由試件夾頭之測力計(load cell)量測正弦力之變化，藉以求取黏彈性橡膠材料之遲滯迴圈曲線，60 Shore A 天然橡膠之遲滯迴圈曲線如圖 4 所示，由循環變化應力-應變所形成之橢圓形遲滯迴圈曲線資料，可計算求得黏彈性橡膠材料之剪切模數與損失因子等動態性能[5]。

單獨一根金屬梁承受靜態集中荷重之靜態反應理論計算，可利用提摩仙可梁動態勁度矩陣理論[6]，令振動頻率為零，即可求得提摩仙可梁之靜態勁度矩陣，繼而求出梁受靜態荷重之靜態反應。圖 5 為簡支承金屬主梁(長 $L=0.9\text{m}$ 、寬 $b=0.03\text{m}$ 、厚 $h=0.02\text{m}$)以提摩仙可梁理論與尤拉

(Euler)梁理論計算承受兩種靜荷重($\text{Load1}=52.8\text{N}$ 、 $\text{Load2}=100.45\text{N}$)之變位結果與試驗量測結果之比較。圖 6 為動力吸收梁試驗件(副梁長 $L=0.9\text{m}$ 、寬 $b=0.03\text{m}$ 、厚 $h=0.01\text{m}$)編號 A5 (硬度 45 Shore A 之全分佈橡膠夾層，厚 0.07m)與編號 A6 (硬度 45 Shore A 之部份分佈橡膠夾層，厚 0.07m)，承受中央集中靜荷重時梁之變位，其中主梁兩端為簡支承，動力吸收梁(副梁)兩端為自由。

本研究計畫藉由模態試驗(modal testing)，來求得動力吸收梁試驗件的模態參數，包括模態頻率(modal frequency)、模態阻尼(modal damping)與振態(mode shape)等，並經模態分析軟體分析得到動力吸收梁試驗件的頻率反應函數，藉以了解動力吸收梁之動力特性，並與理論分析結果比較，以驗證動力吸收梁理論分析之數學模型與減振設計參數的正確性，以及動力吸收梁結構在實際應用上的可實現性。在執行模態試驗中，動力吸收梁試驗件的支承方式有兩種，而其激振力的輸入方式亦不相同。第一種支承方式是將梁試驗件是放置在柔軟海綿墊上，如圖 7，模擬自由支承邊界條件，激振力的輸入方式是採用衝擊錘激振，儀器設備之配置如圖 8，實驗結果主要可獲得自由支承狀態動力吸收梁試驗件的模態頻率、振態與模態阻尼等模態參數，如圖 9。第二種支承方式是利用簡支承夾具，將簡支承夾具鎖緊固定在剛性地板上，以電磁式激振器激振方式輸入正弦激振力，試驗之實景與儀器設備之配置如圖 10 與圖 11。此實驗的結果除了可以得到簡支承狀態黏彈性夾層動力吸收梁試驗件的模態頻率、振態與模態阻尼等模態參數外，如圖 12，另可由試驗件之主梁中心點所量測到的正弦激振力(輸入)與加速度反應(輸出)訊號結果，經模態分析軟體分析得到動力吸收梁試驗件的頻率反應函數，如圖 13，藉以判別動力吸收梁之動力特性，並與理論分析結果比較。圖 14 與圖 15 為動力吸收梁結構($L=0.9\text{m}$, $b=0.03\text{m}$, $h=0.02\text{m}$, $\mu_b=0.5$, $k_s=1.55\times 10^5\text{ N/m}^2$)之理論分析結果。

五、結論

本研究計畫執行結果可獲得以下結論：

- (1) 動力吸收梁結構之副梁除了可束制夾層材料以提高有效阻尼比之外，亦可對主梁的自然頻率產生諧調作用，以減小主梁結構之動力放大因子，有效達到減振作用。
- (2) 動力吸收梁結構中，副梁的邊界條件會影響主梁結構的動力反應：二端皆為自由邊界之副梁對主梁結構的諧調減振作用效益最高，在製造上也最經濟簡單。
- (3) 在動力吸收梁結構系統之副梁上附加集中質量，可有效提高諧調減振功能，降低主梁結構的動力反應。
- (4) 當動力吸收梁結構系統之副梁上所附加的單一集中質量佔總諧調質量之百分比愈高，其減小主梁結構的動力反應愈有效，且對於主諧調頻率之減振行為逐漸趨近於諧調質量阻尼器。
- (5) 動力吸收梁減振結構對於較高頻率的振動，具有明顯的減小振動功能，當附加的單一集中質量接近總諧調質量時，對於較高頻率之動力放大因子減振效果顯著提高。
- (6) 動力吸收梁減振結構系統之主梁靜力試驗，其變位與理論分析計算結果頗為吻合。
- (7) 動力吸收梁的模態試驗結果可與理論分析之自然頻率與振態結果比對，並估算黏彈性橡膠夾層材料之彈性係數近似值。
- (8) 動力吸收梁的模態試驗結果驗證了黏彈性夾層動力吸收梁之理論分析的正確性與減振結構的可製造性。

六、參考文獻

- [1] Y. H. Chen and C. Y. Lin, "Structural Analysis and Optimal Design of a Dynamic Absorbing Beam", *Journal of Sound and Vibration*, **212**(5), 1998, 759-769.
- [2] 陳永祥，黃燕輝，"動力吸收梁之動力特性

與應用”，國立台灣大學工程學刊，第 78 期，2000 年 2 月，第 75-80 頁。

- [3] Den Hartog, J. P., *Mechanical Vibrations*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, U.S.A., 1962, 93-100.
- [4] ASTM D2231-82. *Standard Practice for Rubber Properties in Forced Vibration*.
- [5] 黃燕輝，"動力吸收梁之理論、設計與應用"，國立台灣大學土木工程學研究所博士論文，89 年，第 6 章。
- [6] Y. H. Chen, "General Dynamic Shape Function and Stiffness Matrix and Their Application to Structural-Borne Noise On Ships", *Journal of ship Research, SNAME*, **32**, No. 3, 1988, 177-185.

表 1. 動力吸收梁與附加集中質量、黏彈性阻尼橡膠資料

動力吸收梁編號	質量比 $\mu = \frac{m_2}{m_1}$	截面慣性矩比 I_1/I_2	附加集中質量之質量比 m_1/mL	橡膠單位長度彈性係數 $k_s (N/m^2)$
一	0.1	1000	-	31900
二	0.075	1000	0.025	47400
三	0.05	1000	0.05	71500
四	0.025	1000	0.075	96600
五	0.005	1000	0.095	115600

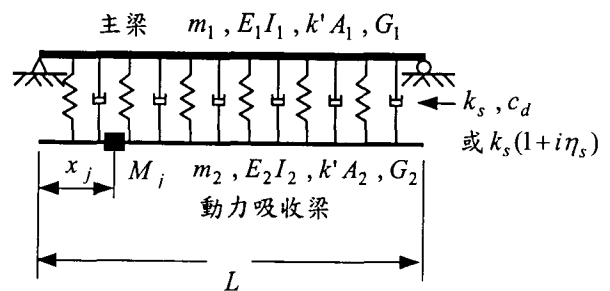


圖 1. 動力吸收梁系統

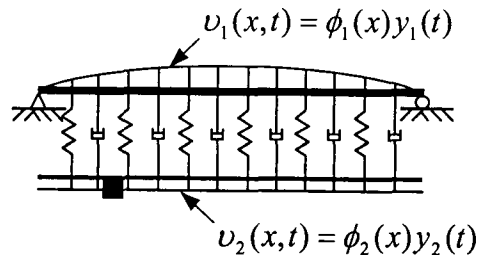


圖 2. 動力吸收梁系統之變位

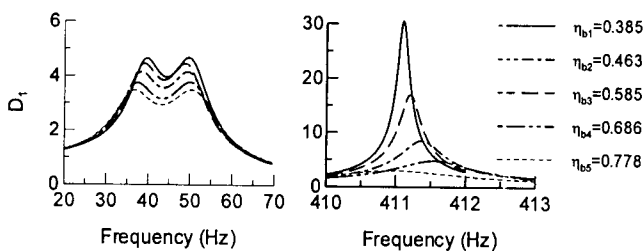


圖 3. 動力吸收梁系統一~五之動力放大因子

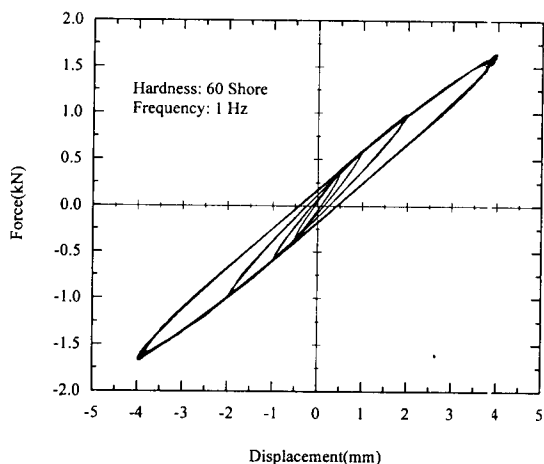


圖 4. 橡膠材料 60 Shore A 之遲滯迴圈比較(頻率 1 Hz)

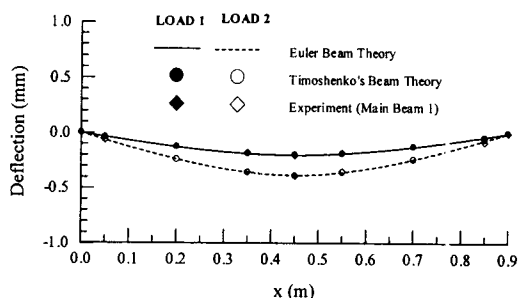


圖 5. 主梁變位之理論計算與試驗量測結果比較

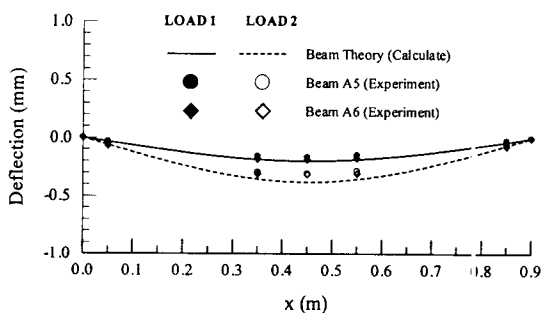


圖 6. 主梁變位計算與梁試驗件 A5、A6 變位量測結果比較

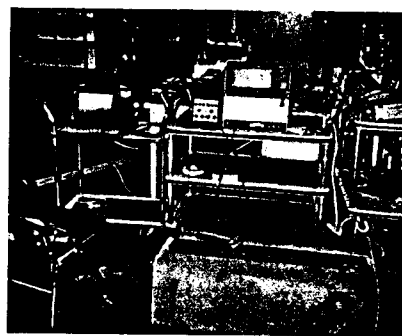


圖 7. 衝擊鎚激振模態試驗(梁試驗件放置在海綿墊上)

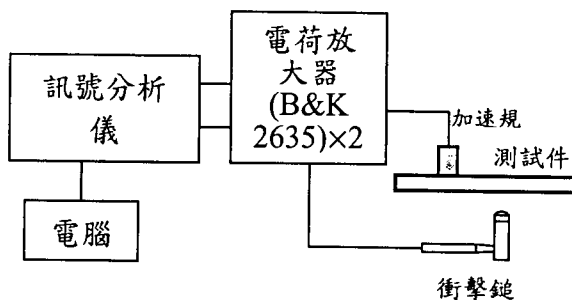


圖 8. 衝擊鎚激振模態試驗之儀器設備佈置圖

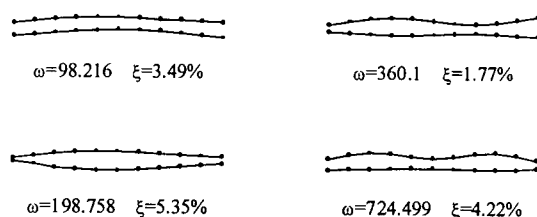


圖 9. 試驗件 A6 衝擊鎚激振模態試驗之模態頻率、模態阻尼與振態

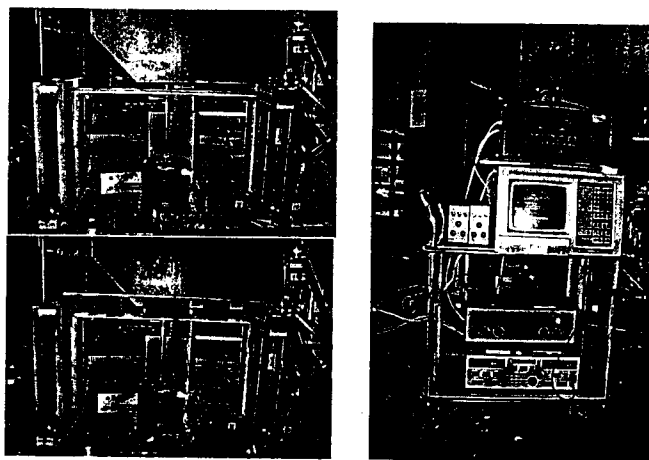


圖 10. 簡支承試驗件之激振器激振模態試驗實景

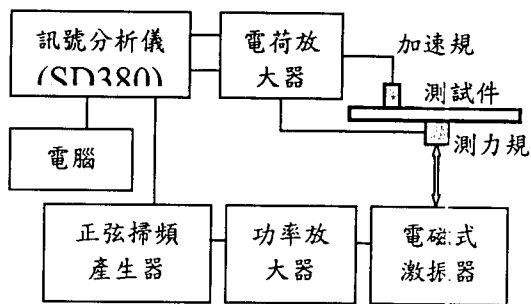


圖 11. 激振器激振模態試驗之儀器設備佈置圖

$$L = 0.9m, \quad b = 0.03m, \quad h = 0.02m, \\ \mu_b = 0.5 \quad k_s = 1.55 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

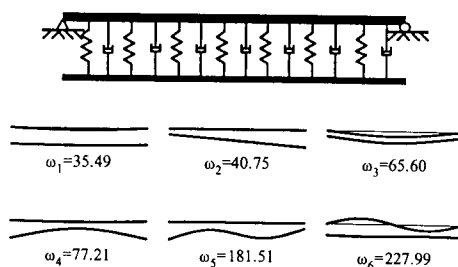


圖 14. 動力吸收梁之自然頻率(Hz)與振態理論計算結果

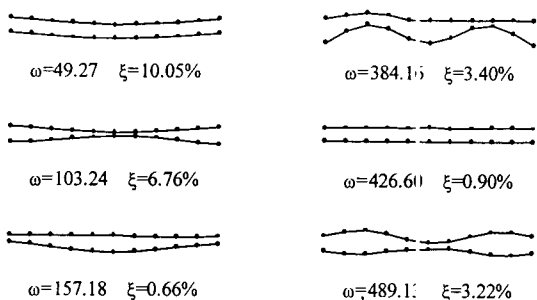


圖 12. 簡支承試驗件 A6 激振器激振模態試驗之模態頻率、模態阻尼與振態

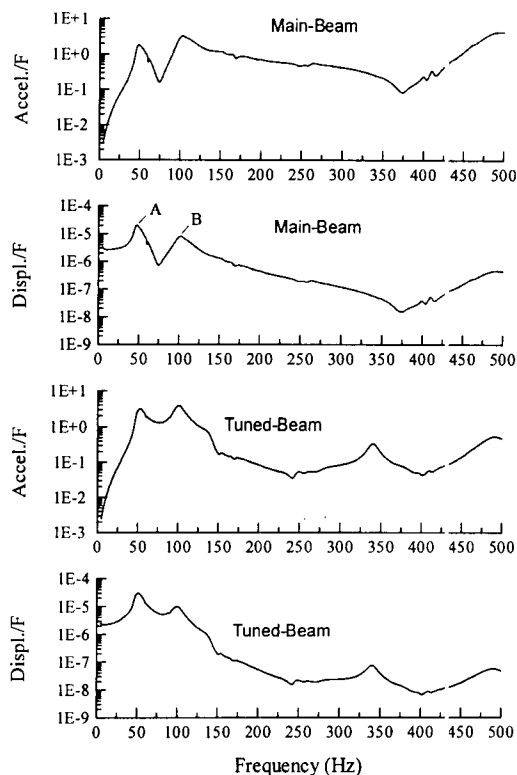


圖 13. 簡支承試驗件梁 A6 主梁與副梁中點之頻率反應函數曲線

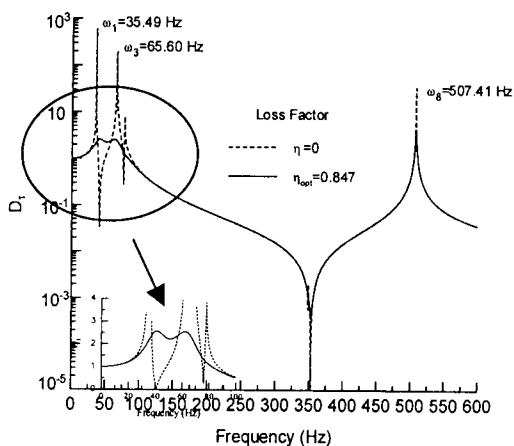


圖 15. 動力吸收梁之動力放大因子隨頻率變化之理論計算結果