

國立臺灣大學電機資訊學院電機工程學系

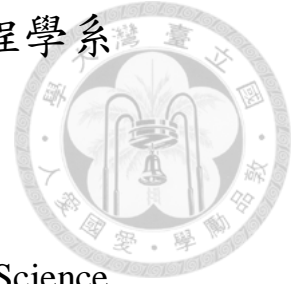
學士班學生論文

Department of Electrical Engineering

College of Electrical Engineering and Computer Science

National Taiwan University

Bachelor Degree Thesis



無摻雜鍺/鍺矽異質結構中的 Rashba 自旋軌域耦合

Rashba Spin-Orbit Coupling

in Undoped Ge/GeSi Heterostructures

周崇道

Chung-Tao Chou

指導教授：李峻賈 教授

Advisor: Prof. Jiun-Yun Li

中華民國 108 年 4 月

April 2019

國立臺灣大學學士班學生論文
口試委員會審定書

無摻雜鍺/鍺矽異質結構中的 Rashba 自旋軌域耦合

Rashba Spin-Orbit Coupling in Undoped Ge/GeSi
Heterostructures

本論文係周崇道君(B03901128)在國立臺灣大學電機工程學系完成之學士班學生論文，於民國 108 年 4 月 19 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員(3位)：

李峻

(簽名)

(指導教授)

梁啟德

張書維

系主任：

(簽名)

(是否須簽章依各院系規定)

致謝



我在 QEL 的兩年半不但累積了初步的做研究經驗為未來事業發展打下基礎，更在與人溝通和解釋自己的想法方面學到很多，我在 QEL 能有這麼多成長，首先要感謝的就是我的專題指導教授李峻實教授了，李教授不但給予我去美國實習和寫 paper 的機會，他也非常花心思的和我 meeting 並教導我做研究和做人的要點。我認為李教授的思維模式和我有許多差異，但也正是這些差異迫使我思考我的想法有哪些瑕疵。以前我習慣以描述方程式的方式來表達我的想法，但是李教授則會要求我描述方程式背後的物理意義，因為一個物理現象的方程式和其物理意義一定是相依並存的，描述物理意義的訓練使我更能向他人解釋我的想法。

再來我要感謝盧子敏博士在我在 Sandia 實驗室的三個月中對我的指導和照顧，盧博士不但花時間仔細地教我各個機台如何使用、幫我改 paper，還時常帶我去 Costco 採購，以及在我錯過最後一班公車時載我回家，使得我在公共運輸不太方便的新墨西哥州生活沒有遇到困難。

感謝梁啟德教授和張書維博士當我的論文口試委員以及耐心的點出論文中需要更正的地方以及提出實驗相關的建議。

感謝蘇誼忻學長在我剛加入 QEL 時認真地指導我做實驗的方法，以及和我討論 2DEG 相關的物理，使我能夠進入狀況。感謝邱伯元學長和我一起拆儀器來研究 4K 系統實際溫度不夠低的問題。也感謝其他實驗室的同學們在 FB 的群組和我討論物理。

感謝吳敏瑄和許耘慈同學和我一起準備 sGRE、準備申請 PhD 的各種文件。也感謝其他大學同學和我分享生活的趣事。

摘要

固態物理中自旋軌域耦合可以分開自旋簡併。自旋軌域耦合不但可以應用於自旋電子學，也是自旋霍爾效應與量子自旋霍爾效應背後的成因。本論文研究鍺/鍺矽二維電洞(two-dimensional hole gas)的自旋軌域耦合。雖然先前二維電子/電洞的自旋軌域耦合研究大多以三五族半導體材料為基底材料，四族的鍺/鍺矽的長晶與製程與現代矽製程相容，因此鍺/鍺矽的自旋軌域耦合研究將可能可以提供製作矽製程相容的自旋電子學元件之重要資訊。

本研究中鍺/鍺矽二維電洞的自旋軌域耦合是由閘極造成的不對稱電位所產生，這種自旋軌域耦合被稱為 Rashba 自旋軌域耦合並且可以受閘極電壓調控。可由閘極控制的自旋軌域耦合(spin-orbit coupling, SOC)是自旋電子元件中重要的條件之一。此外，為了避免閘極控制的自旋進動受亂序(disorder)影響而隨機化，要實現自旋場效電晶體(spin-FET)的另一個必要條件是自旋進動的長度必須比平均自由路徑短，稱為彈道自旋傳輸。在本論文中，我們團隊透過量測磁阻來研究二維電洞中自旋軌域耦合。透過閘極控制，我們觀察到磁阻(magneto-resistance)從弱侷限效應(weak localization, WL)過渡到弱反侷限效應(weak anti-localization, WAL)。在廣泛範圍的電洞濃度下，本團隊從磁阻中萃取出相位同調時間、自旋進動時間、自旋軌域能量分裂、以及立方 Rashba 係數。隨電洞濃度增加，電洞遷移率以及平均自由路徑增加而自旋進動長度因 SOC 增強而變短。當電洞濃度超過 $6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ，自旋進動長度變得比平均自由路徑短而系統進入彈道自旋傳輸狀態(ballistic spin regime)。

關鍵字：鍺/鍺矽異質、高遷移率、二維電洞、自旋軌域耦合、傳輸量測、弱反侷限效應、量子傳輸模型

目錄

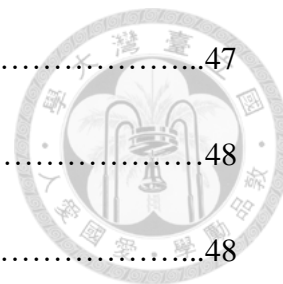


口試委員會審定書.....	1
致謝.....	2
摘要.....	3
目錄.....	4
圖目錄.....	7
表目錄.....	12
第一章 引言.....	13
1.1 研究動機	13
1.1.1 自旋電子學.....	13
1.1.2 拓樸絕緣體、Majorana 費米子	15
1.2 二維電子/電洞的自旋軌域耦合.....	16
1.3 論文架構.....	17
第二章 背景介紹.....	18
2.1 晶格電位的自旋軌域耦合.....	18
2.2 反轉不對稱產生的自旋軌域耦合.....	19
2.2.1 塊材反轉不對稱(BIA).....	20
2.2.3 結構反轉不對稱(SIA).....	21
2.2.4 SIA 隨電場的變化.....	22
2.2.5 自旋軌域耦合對自旋的作用	23
2.3 弱反侷限效應.....	24

2.4 二維電子/電洞的自旋軌域耦合文獻回顧.....	27
2.4.1 三五族的自旋軌域耦合.....	27
2.4.2 四族的自旋軌域耦合.....	27
2.5 結論.....	29
第三章 鍺/鍺矽二維電洞的自旋軌域耦合.....	30
3.1 鍺/鍺矽二維電洞.....	30
3.2 鍺/鍺矽異質磊晶.....	33
3.3 實驗方法.....	35
3.3.1 元件製作.....	35
3.3.2 儀器設置.....	36
3.4 二維電洞電性量測.....	37
3.4.1 霍爾載子濃度.....	37
3.4.2 電洞遷移率.....	38
3.4.3 SdH 和量子霍爾效應.....	39
3.4.4 弱反侷限效應.....	40
3.5 自旋軌域耦合分析.....	41
3.5.1 HLN 模型.....	41
3.5.2 Glazov 及 Golub 模型.....	43
3.5.3 自旋軌域耦合係數以及零場分裂.....	46



3.6 結論.....	47
第四章 總結.....	48
4.1 結論.....	48
4.2 未來工作.....	48
4.2.1 其他量測自旋軌域耦合的方法.....	48
4.2.2 Rashba 係數理論計算.....	48
4.2.3 自旋場效電晶體製作.....	49
參考文獻.....	50



圖目錄



- 圖 1.1 自旋場效電晶體在開和關狀態下載子自旋方向變化的示意圖[1]..... 13
- 圖 1.2 自旋軌域量子位元的(A)元件的掃描電子顯微鏡影像、(B)量子位元的元件示意圖、以及該量子位元在閘極控制下產生的 Rabi 震盪[5]..... 13
- 圖 1.3 (A)HgTe 和 CdTe 的能帶-波向量圖，(B)HgTe/CdTe 量子井的兩側(分別以紅色、藍色表示)邊界形成邊界狀態，兩邊的邊界狀態又各自包含兩個自旋相反、方向相反的 Kramer 對[10]..... 14
- 圖 1.4 自旋軌域耦合作用下，(A)零磁場、(B)小磁場和(C)大磁場的能量-波向量關係圖[3]..... 15
- 圖 1.5 (A)銻化銦奈米線被觀察到 MZM 的特徵-零偏壓峰值，(B)實驗元件的掃描電子顯微鏡影像[9]..... 15
- 圖 2.1 GaAs 塊材中在重電洞和輕電動能帶中因為 BIA 而造成的零場分裂 [18] 19
- 圖 2.2 (A)準二維量子井中的電位及電場分布示意圖和(B)自旋軌域耦合作用下的電子能量-波向量圖(E-k diagram) [15]..... 20
- 圖 2.3 透過閘極控制自旋軌域耦合的強弱示意圖[1]..... 22
- 圖 2.4 不同閘極偏壓下的能帶示意圖，透過在閘極 V_g 施加電壓，量子井內的電場可以被調控，進而改變自旋軌域耦合的強弱[20]..... 22
- 圖 2.5 DP 自旋鬆弛示意圖，二維電子/電洞在自旋軌域耦合作用下載子(紅色



圓圈)的自旋(藍色箭頭)被隨機的擴散運動鬆弛.....23

圖 2.6 環型散射路徑的時間反轉路徑，載子經過 r_i 可以通過 A_1 或 A_2 的路徑回到 r_i ，形成反向散射，其中 A_1 與 A_2 是時間反轉路徑，黑色原點代表造成散射的紊亂(disorder)。.....24

圖 2.7 弱侷限效應和弱反侷限效應隨磁場而消失的示意圖，在小磁場範圍下弱反侷限效應先被磁場洗去，使得電阻隨磁場而上升，磁場較大時弱侷限效應開始被洗去，電阻隨磁場而下降[24].....25

圖 2.8 不同比例的金、鎂合金的磁阻比較，由於金原子核重而鎂原子核輕，金比例越高自旋軌域耦合就越強[25].....25

圖 2.9 (A) InGaAs/InAlAs [27]和(B) AlGaN/GaN 異質結構[28]形成的二維電子 SdH 震盪拍頻，從 SdH 震盪的節點可以明顯看出震盪的拍頻，拍頻也能從 SdH 震盪的快速富麗葉轉換(FFT)中觀察到有兩個峰值。.....26

圖 2.10 (A) 鍺/鍺矽二維電洞的 SdH 震盪拍頻，調變摻雜的鍺/鍺矽二維電洞可以超過 $500,000 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ ，在 0.5 T 附近就出現 SdH 震盪，因此有夠多個 SdH 週期被觀察到，如此才能透過 SdH 震盪拍頻分析自旋軌域耦合[29]，(B) 矽/矽鍺二維電子系統中透過電子自旋耦合量測的 Rashba 等效磁場 [30].....27

圖 2.11 鍺/鍺矽二維電洞的弱反侷限效應，透過 HLN 模型，從弱反侷限效應中可萃取出自旋軌域耦合的強弱，且結果與 SdH 震盪拍頻的結果於同一

	個數量級[31].....	27
圖 3.1	(A)鍺/鍺矽異質結構示意圖、(B)能帶圖、和(C)電洞密度和遷移率隨溫度變化的實驗數據，(C)小圖為 0.3K 的磁阻數據[32].....	30
圖 3.2	(A)Kanel 等人研究的鍺/鍺矽異質結構示意圖，(B)該結構形成二維電洞的載子濃度和遷移率對溫度關係[33].....	30
圖 3.3	Warwick 大學團隊的(A)鍺/鍺矽異質結構圖，和(B)遷移率和載子濃度數據[34].....	31
圖 3.4	(A)東京大學團隊[31]和(B) Warwick 大學團隊[35]分別量測鍺/鍺矽二維電洞的弱侷限效應和弱反侷限效應.....	31
圖 3.5	鍺/鍺矽異質結構(A)示意圖和(B)XTEM 影像，鍺量子井上層の間隔層(TB)厚度為 t 奈米是實驗變數，圖(B)是 $t=9$ 奈米的之鍺矽異質結構的 XTEM 影像[39].....	33
圖 3.6	(A)鍺/鍺矽的 SIMS 圖形和(B)RSM 圖形。.....	34
圖 3.7	閘極霍爾棒製作流程各步驟的上視圖及紅色虛線截面的側視圖.....	35
圖 3.8	量測電路示意圖，來自鎖相放大器電壓輸出的 0.1 V 通過 10 M Ω 電阻後作為 10 nA 電流源， V_{xx} 、 V_{xy} 、 I_x 都接向 SR830 鎖相放大器， V_G 則來自 Keithley 2401 電壓源.....	36
圖 3.9	(A)不同間隔層厚度的二維電洞的電洞濃度隨閘極偏壓的變化和(B)能帶圖[39].....	37



圖 3.10 電洞遷移率對濃度關係[39] 38

圖 3.11 間隔層厚度分別為(a) 116 奈米、(b) 58 奈米、(c) 26 奈米、(d) 9 奈米的二維電洞的 SdH 震盪和量子霍爾效應，以及透過 SdH 計算的電洞濃度。圖上的數字代表量子霍爾效應的填充因子(filling factor)[39] 39

圖 3.12 間隔層為 9 奈米的二維電洞在不同電洞濃度時的弱侷限和弱反侷限效應，零磁場的位置磁阻下降的現象可導因於弱反侷限效應[41] 40

圖 3.13 間隔層 9 奈米的二維電洞在不同電洞濃度(由上到下 $p=3.6$ 、 4.1 、 4.7 、 5.1 、 5.5 、以及 $6.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$)的磁導電度 $\Delta\sigma$ (顏色點)和根據 HLN 公式近似的結果(黑色虛線)。曲線被垂直平移以清楚呈現 41

圖 3.14 以 HLN 由磁阻曲線擬合得到的(A)時間及(B)長度尺度。下標 SO、 ϕ 、以及 tr 分別表示自旋軌域(spin-orbit)、相位同調(phase coherence)、以及載子傳輸(transport) 42

圖 3.15 由上到下 $p=3.6$ 、 4.1 、 4.7 、 5.1 、 5.5 、以及 $6.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ 的磁導電度 $\Delta\sigma$ 。黑線表示以 G&G 模型得到的最佳擬合曲線。曲線被垂直平移以清楚呈現[41] 44

圖 3.16 由磁阻曲線擬合得到的(A)時間及(B)長度尺度。下標 SO、 ϕ 、以及 tr 分別表示自旋軌域(spin-orbit)、相位同調(phase coherence)、以及載子傳輸(transport)，陰影區域則表示擬合參數的誤差槓[41] 44

圖 3.17 (A)立方 Rashba 係數(α_3)對垂直電場的雙對數(log-to-log scale)關係圖。

(B)由圖 3 萃取出兩次能帶間的能量分裂 Δ_{SO} 。陰影區域代表參數的誤差槓[41].....45

圖 4.1 Vigneau 等人的梯形平台的(A、B)示意圖、(C)掃描電子顯微鏡影像[50]
.....48

表目錄



表 2.1 Extended Kane model 所計算的能帶對稱性[15]。	18
表 2.2 不同材料間自旋軌域耦合參數的比較[29]。	28
表 3.1 不同團隊在鍺二維電洞量測到的自旋軌域耦合參數[41]。	46

第一章 引言

利用鍺/鍺矽異質結構形成量子井並使其累積電洞，本論文研究高遷移率鍺二維電洞的自旋軌域耦合。透過製作閘極霍爾棒在低溫下量測鍺二維電洞的磁阻，以閘極電壓在量子井中感應形成二維電洞，並量測磁阻分析二維電洞的電性以及自旋軌域耦合。這本章中，1.1 節描述研究自旋軌域耦合的研究動機，1.2 節介紹二維電子/電洞的自旋軌域耦合，1.3 節則描述本論文的章節架構。

1.1 研究動機

自旋軌域耦合(spin-orbit coupling, SOC)在應用和基礎物理研究兩方面都扮演至關重要的角色。在自旋電子學應用中，半導體中的載子(電子或電洞)自旋的簡併會因自旋軌域耦合作用而分裂。自旋軌域耦合的效應可視為載子受到等效的自旋軌域磁場(B_{SO})作用[1]。載子在自旋軌域耦合作用下會沿著等效磁場旋轉，類似於 Lamour 進動。由於自旋軌域耦合可以在沒有磁場的情況下打破自旋簡併，加上自旋軌域耦合給予一個透過電場改變自旋方向的媒介，自旋軌域耦合在自旋電子學中有重要的應用。在基礎物理研究方面，自旋軌域耦合是量子自旋霍爾效應背後的物理機制[2]，同時也是在半導體中形成 Majorana 費米子的關鍵元素[3]。

1.1.1 自旋電子學

自旋電子學元件是指運用電子/電洞的自旋性質來運作的記憶體、邏輯運算等元件。雖然自旋電子學在記憶體中已經有商業化的應用，如磁阻隨機存取記憶體(MRAM)，在邏輯運算元件中卻仍然存在許多挑戰。在 1990 年 Datta 與 Das 提出以自旋方向進行運算的自旋場效電晶體 (spin-field effect transistor (spin-FET))[4]。在自旋場效電晶體有磁性材料的源極、汲極和有自旋軌域耦合的通道，透過源極的磁化注入特定自旋方向的載子，在通道內利用電場調控自旋軌域耦合，進而控制載子自旋方向，再藉由汲極讀出特定自旋方向載子的電流，由自旋場效電晶體透過控制自旋來決定電晶體的開與關(圖 1.1)。有些理論預期自旋場效電晶體可在較低的操作電壓下運作，然而，儘管後續研究更改良了自旋場效電晶體的架構，自旋場效電晶體仍受到散射所限制，至今只在低溫下被實現過。新的或更高品質的材料和改進元件架構對於未來實現實用的自旋電子學運算元件是必須的。

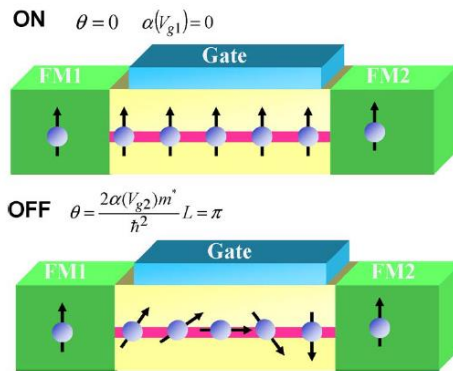


圖 1.1 自旋場效電晶體在開和關狀態下載子自旋方向變化的示意圖[1]。

除了自旋場效電晶體等邏輯運算元件，自旋軌域耦合也開啟一種實現量子計算的架構：自旋軌域量子位元 (spin-orbit quantum bit)[5]。量子位元是量子運算中必要的要素之一。量子位元需要能記錄下兩個量子狀態的疊加，同時允許外界透過閘極等方式操控這些量子狀態。自旋軌域量子位元利用強自旋軌域耦合的材料將電子的動量和自旋耦合，使得動量和自旋無法分割，這樣的狀態下形成的量子態稱為自旋軌域對 (spin-orbit doublet)。與自旋量子位元 (spin qubit) 不同的是，由於這些量子態中不只有自旋還有動量的成分，閘極所給予的電場可以更快速的控制自旋軌域對。Delft 大學的團隊在 2010 年以擁有強自旋軌域耦合的砷化銻 (InAs) 奈米線以及五條閘極形成兩組 (1,1) 電荷分佈的雙量子點作為兩個自旋軌域量子位元，以自旋阻塞 (spin blockade) 來初始化以及讀出量子位元的狀態，並利用微波電場來操控量子位元以產生 Rabi 震盪[5]。

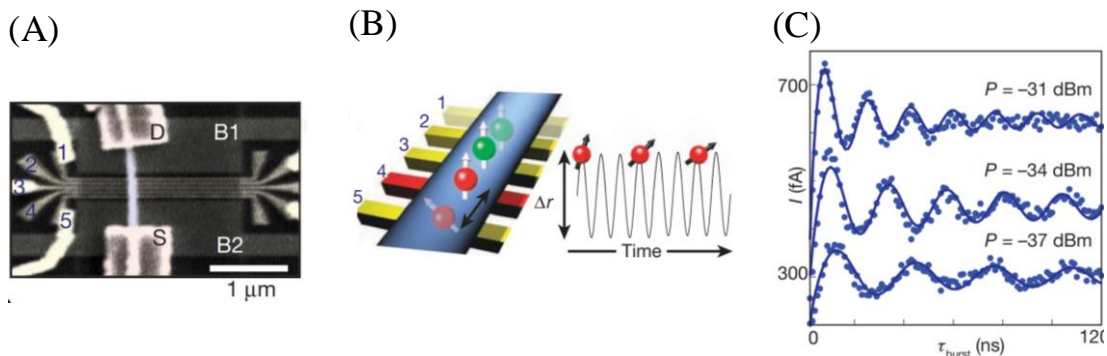


圖 1.2 自旋軌域量子位元的 (A) 元件的掃描電子顯微鏡影像、(B) 量子位元的元件示意圖、以及該量子位元在閘極控制下產生的 Rabi 震盪 [5]。

1.1.2 拓樸絕緣體、Majorana 費米子

自旋軌域耦合和拓樸絕緣體的物理性質密切相關。二維拓樸絕緣體的能帶和一般絕緣體一樣有能隙，不一樣的是二維拓樸絕緣體的邊界有一維的無能隙的邊界狀態(edge state)。三維拓樸絕緣體則是在塊材中有能隙但有二維無能隙的邊界狀態。最早被提出的二維拓樸絕緣體是 HgTe/CdTe 量子井[6](圖 1.3)，三維拓樸絕緣體則先有 $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ [7]和之後被發現的 Bi_2Te_3 、 Sb_2Te_3 [8]。這些材料的共通點在於材料中的重原子核，如 Hg 和 Bi，這些重原子核使得材料中的自旋軌域耦合較強，使塊材中的能帶被反轉。以 HgTe/CdTe 為例，HgTe 的自旋軌域耦合強，使一般是價電帶的 Γ_8 能帶能量比一般是 Γ_6 高， Γ_8 的輕電洞能帶變成導電帶， Γ_8 的重電洞變成價電帶。當這樣的能帶反轉的材料與一般材料(Γ_6 是導電帶， Γ_8 是價電帶)接觸時，界面形成二維拓樸材料。由於時間反轉對稱性，二維拓樸材料的邊界有兩個自旋方向相反、移動方向相反的簡併狀態，這兩個狀態只產生自旋電流 $I^+ - I^-$ 但不產生電流 $I^+ + I^-$ ，其中 I^+ 、 I^- 是兩種自旋分別的電流，這樣的現象被稱為量子自旋霍爾效應(Quantum spin Hall effect)，因此二維拓樸絕緣體又稱為量子自旋霍爾絕緣體。

除了形成拓樸絕緣體等材料，自旋軌域耦合也是在半導體奈米線中形成 Majorana 費米子的必要元素之一。2012 年 Delft 團隊在銻化銦(InSb)奈米線和傳統超導體界面觀察到 Majorana 費米子的特徵，如零偏壓峰值(zero bias peak)[9](圖 1.5)。在 Delft 團隊的 Majorana 費米子實驗中，擁有強自旋軌域耦合的奈米線使得載子的自旋簡併被分開，在外加磁場作用下兩個自旋子能帶之間被讓我們考慮

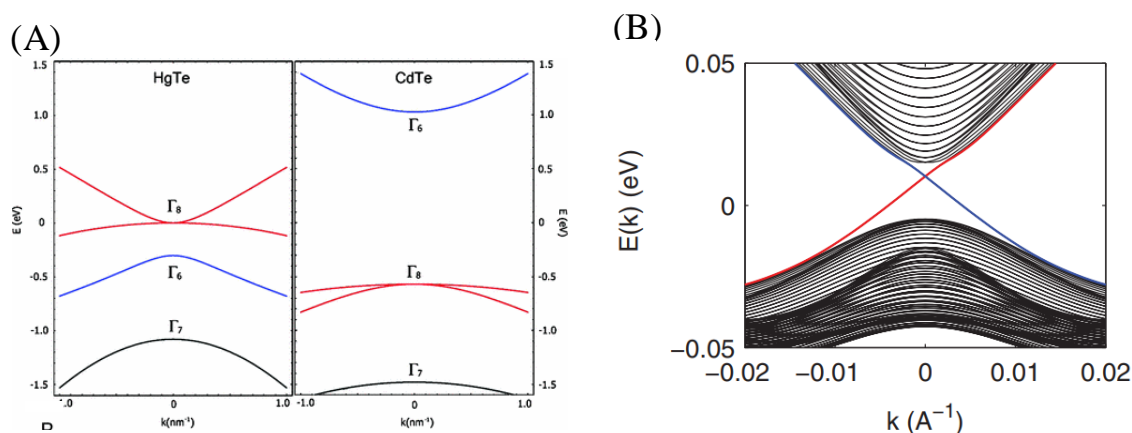


圖 1.3 (A)HgTe 和 CdTe 的能帶-波向量圖，(B)HgTe/CdTe 量子井的兩側(分別以紅色、藍色表示)邊界形成邊界狀態，兩邊的邊界狀態又各自包含兩個自旋相反、方向相反的 Kramer 對[10]。

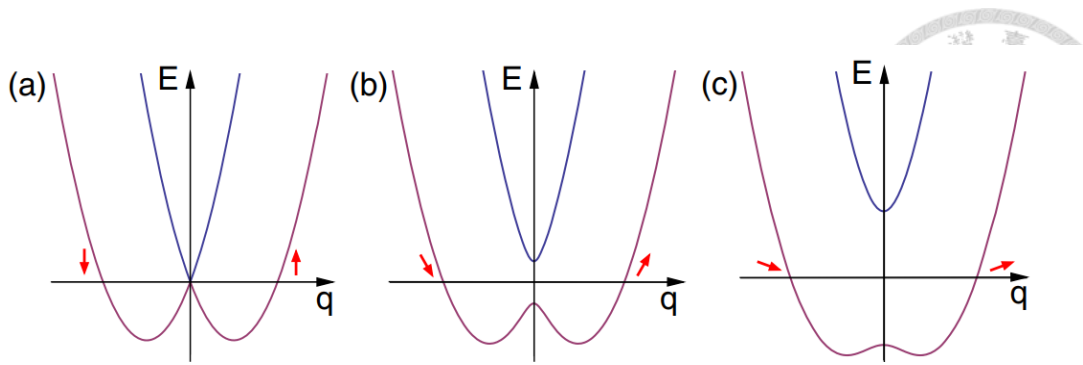


圖 1.4 自旋軌域耦合作用下，零磁場(A)、小磁場(B)和大磁場(C)的能量-波向量關係圖[3]。

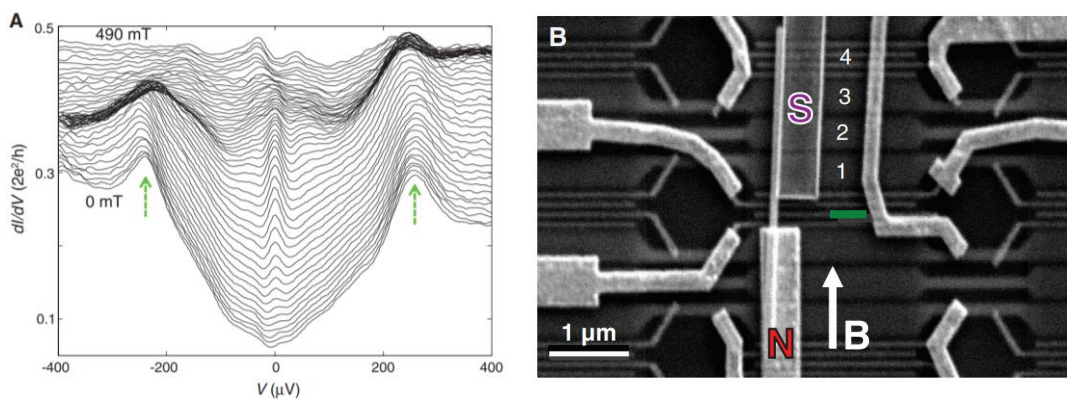


圖 1.5 (A)錒化銻奈米線被觀察到 MZM 的特徵-零偏壓峰值，(B)實驗元件的掃描電子顯微鏡影像[9]。

由自旋軌域耦合作用打開一個能量間隙的情形(圖一)。當費米能階處於這個間隙中時自旋方向受動量方向決定(圖 1.4)，這個狀況的奈米線中的電子可以視為無自旋的粒子並且可以用 Kitaev 提出用來描述一維無自旋粒子的模型來描述[11]，在 Kitaev 的一維模型中預期在磁場和超導體的鄰近效應(proximity effect)可以形成 Mjorana 零模態(Majorana zero mode, MZM)。MZM 的發現開啟了用 MZM 做為量子位元的拓樸量子計算的可能性[12]，由於拓樸量子計算受到時間反轉對稱的保護，實現拓樸量子資訊處理器可能可以提供抗去同調的量子資訊處理器。

1.2 二維電子/電洞的自旋軌域耦合

二維電子/電洞氣(two-dimensional electron/hole gas)是在半導體中被侷限於一個平面的電子/電洞。不同半導體材料形成的異質結構在介面會因為能帶差異(band offset)產生位能階梯，將導電帶能量低的材料夾在導電帶能帶較高的材料之間時，導電帶中會形成量子井，累積在量子井中的電子被稱為二維電子，二維電洞則是電洞累積於價電帶形成的量子井中。量子井在垂直於異質界面方向(z 方

向)上因為量子侷限而形成離散的侷限態，這些侷限態在另外兩個方向(x-y 方向)上仍然是半導體中的拋物線能帶，這樣的能帶稱為子能帶。最常見以及有最透徹研究的量子井二維電子氣是三五族的 GaAs 量子井，三五族的量子井擁有超高遷移率(ultra-high mobility)，且與四族半導體相比，加上三五族材料之間的晶格常數較為接進，因此異質之間的錯位(dislocation)密度較低，因此 GaAs 量子井是最乾淨的量子井之一。另一方面，四族的矽/矽鍺量子井和鍺/鍺矽量子井則因為能和現代矽 CMOS 製程相容而有應用方面的潛力。

二維電子/電洞中最常見的產生自旋軌域耦合的機制有兩種：Rashba 自旋軌域耦合和 Dresselhaus 自旋軌域耦合。Rashba 自旋軌域耦合是在量子井中存在垂直方向(z 方向)電場時，結構反轉對稱性被打破所造成的自旋軌域耦合效應[13]，這樣的自旋軌域耦合強度正比於垂直方向電場的強度。另一方面，Dresselhaus 自旋軌域耦合則是因為晶格本身的反轉不對稱所造成[14]，例如三五族材料的晶格基底含有一個三族一個五族原子核，反轉後三族和五族原子核位置交換與反轉前的晶格不同。擁有鑽石結構的四族半導體，如矽、鍺則沒有 Dresselhaus 造成的效應。

1.3 論文架構

以下是本論文的其餘部分的架構。第二章較詳細的討論了自旋軌域耦合的相關物理，包括原子核電位因為自旋軌域耦合對能帶造成的影響、反轉不對稱透過自旋軌域耦合使得兩個自旋子能帶的簡併被分開，另外也介紹自旋軌域耦合對二維電子/電洞的磁阻造成的弱反侷限效應；第三章則先回顧其他團隊對鍺/鍺矽二維電洞的研究，接著講述本論文所研究的鍺/鍺矽異質的成長、異質中二維電洞的電性量測、以及利用量子傳輸模型分析該二維電洞系統的自旋軌域耦合結果；最後，第四章總結論文以及提出未來的研究方向。

第二章 背景介紹



在原子物理中，在電場(E)中移動的電子會受到一等效磁場(B)作用，該等效磁場可視為電場經過勞倫茲轉換到電子靜止座標系的磁場。由於電子擁有自旋，等效磁場 B 對電子的哈密頓算子產生一項 H_{SO} ：

$$H_{SO} = -\frac{\hbar}{4m_0^2c^2} \sigma \cdot p \times (\nabla V_0) . \quad (2-1)$$

這一項被稱為 Pauli 自旋軌域項[15]。

在固態物理中也有類似的現象，這種因為電場而使載子的動量(k)與自旋耦合的現象也被稱為自旋軌域耦合。在 $k \cdot p$ 理論中，透過哈密頓算子中導入 Pauli 自旋軌域項可以考慮自旋軌域耦合造成的影響[15]：

$$\left[\frac{p^2}{2m_0} + V_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + \frac{\hbar}{m_0} k \cdot \pi + \frac{\hbar}{4m_0^2c^2} p \cdot \sigma \times (\nabla V_0) \right] |nk\rangle \quad (2-2)$$
$$= E_n(k) |nk\rangle$$

where

$$\pi := p + \frac{\hbar}{4m_0c^2} \sigma \times \nabla V_0 ,$$

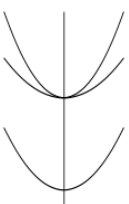
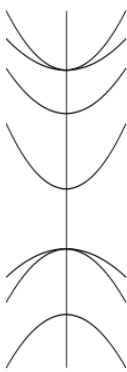
其中 p 是動量算子， m_0 是真空電子質量， k 是波向量， σ 是 Pauli 自旋矩陣， V_0 是晶格的原子核電位。雖然這裡的 Pauli 自旋軌域項與真空中相似，實驗量測到的半導體中的自旋軌域耦合卻比直接使用勞倫茲轉換所計算的等效磁場造成的自旋軌域耦合要更強，這是因為勞倫茲轉換沒有考慮原子核電位對 Bloch 電子波的影響。

2.1 節描述晶格電位造成的自旋軌域耦合對於導電帶及價電帶的影響；2.2 節則描述在反轉不對稱的結構下自旋的簡併因自旋軌域耦合而分裂的效應；2.3 節則是關於自旋軌域耦合造成的弱反侷限效應以及一個解釋該效應的半古典的模型；2.4 節則回顧不同材料中自旋軌域耦合的實驗研究。

2.1 晶格電位的自旋軌域耦合

Pauli 自旋軌域項中的 V_0 指的是晶格的週期電位，在自旋軌域耦合的影響下價電帶頂部分裂出自旋分裂能帶 (spin split-off band)，如表 2.1[15] 整理的能帶示意圖，表 2.1 左側代表沒有考慮自旋軌域耦合的能帶，其中有 Γ_1 的導電帶和 Γ_5

表 2.1 Extended Kane model 所計算的能帶對稱性[15]。

Single group		Double group	
O_h/T_d	Full rotation group \mathcal{R}	O_h/T_d	
	$l = 1$ (\mathcal{D}_1^-) p antibonding	$j = 3/2$ ($\mathcal{D}_{3/2}^-$) $j = 1/2$ ($\mathcal{D}_{1/2}^-$)	Γ_8^- Γ_7^-
Γ_1^-	$l = 0$ (\mathcal{D}_0^-) s antibonding	$j = 1/2$ ($\mathcal{D}_{1/2}^-$)	Γ_6^-
Γ_5^+	$l = 1$ (\mathcal{D}_1^+) p bonding	$j = 3/2$ ($\mathcal{D}_{3/2}^+$) $j = 1/2$ ($\mathcal{D}_{1/2}^+$)	Γ_8^+ Γ_7^+
			

的價電帶。考慮自旋軌域耦合後，如表 2.1 右側所示，原本 $l=0$ 的導電帶變為 $j=1/2$ ，能帶變為 Γ_6 ，而原本簡併的 Γ_5 分裂成 $j=3/2$ 的 Γ_8 和 $j=1/2$ 的 Γ_7 ，價電帶中 Γ_7 能帶稱為分裂能帶(split-off band, SO band)和 Γ_8 的能帶又含有兩個在 Γ 點簡併的能帶，其中等效質量較大的重電洞(heavy hole, HH)和等效質量較輕的輕電洞(light hole, LH)，在不考慮反轉不對稱的情況下，這些能帶(導電帶、SO 能帶、HH 能帶、LH 能帶)都因為自旋的自由度而成為雙數簡併的能帶(2.2 節)。

SO 能帶跟 HH、LH 之間的能量分裂大小 Δ_0 可透過 extended Kane model 得出[15]：

$$\Delta_0 = -\frac{3\hbar}{4m_0^2c^2} \langle X | [(\nabla V_0) \times p]_y | Z \rangle . \quad (2-3)$$

其中 m_0 是真空中電子質量， c 是真空中光速， X 和 Z 是價電帶狀態向量。 Δ_0 可以由實驗量測得知[16]，其大小代表該材料中自旋軌域耦合的強弱，自旋軌域耦合越強的材料 Δ_0 就越大。由於 Δ_0 是由晶格電位 V_0 造成，而原子核越重 V_0 變化越大，因此 Δ_0 也越大，以四族元素為例，矽的 Δ_0 只有 44 meV，鍺則有 290 meV， α 錫更被理論預期有 800 meV[16]。

2.2 反轉不對稱產生的自旋軌域耦合

在空間對稱的半導體中，電子的波函數滿足空間對稱性(parity symmetry)，代表當 $k \rightarrow -k$ ，其能量 $E_+(k) = E_+(-k)$ 。另外，當電子的波函數滿足時間反轉對稱(time reversal symmetry)，代表 $t \rightarrow -t$ 時，能量的特徵值不變，由於 $t \rightarrow -t$ 使得 $k \rightarrow -k$

$> -k$ 且自旋方向相反，及 $E_+(k)=E_-(-k)$ ，當一個系統同時擁有空間及時間對稱時，同時反轉空間及時間給我們 $E_+(k)=E_-(k)$ ，電子的波函數一定是雙數簡併的[15]。為了要打破自旋簡併，空間和時間的對稱性中至少要有一個對稱性被打破，加入磁場可以打破時間對稱性，使自旋的簡併被分離，半導體中該現象被稱為 Zeeman 效應。當空間上的對稱性被打破時(及擁有反轉不對稱時)，自旋的簡併則可透過自旋軌域耦合而分離，這樣的現象被稱為零場分裂。由於這時仍有時間對稱性，在 $k=0$ 時 $E_+(0)=E_-(0)$ 仍然成立，因此自旋軌域耦合只能在 k 不為 0 時使自旋簡併分裂。

由於反轉不對稱造成的零場分裂大小與該材料的 Δ_0 密切相關[17]，因此 Δ_0 的數據可以預測該材料中反轉不對稱造成自旋軌域耦合的效應的強弱，通常原子核越重的材料 Δ_0 越大，自旋軌域耦合的效應也因此更明顯。

這一節將描述最常見的兩種打破空間對稱的成因，2.2.1 描述在晶格不具有反轉對稱中心時(如 Zinc-Blende 晶格)，晶格的反轉不對稱(又稱為塊材反轉不對稱，BIA)所造成的自旋軌域耦合，2.2.2 和 2.2.3 則分別描述電子、電洞在不同種材料在空間上不對稱時，能帶差異(band offset)造成的反轉不對稱，稱為結構反轉不對稱(SIA)。結構反轉不對稱存在於準二維的量子井或是異質結構中，而塊材反轉不對稱則存在於不對稱晶格的塊材、準二維量子井、和異質結構中；2.2.4 描述 SIA 受外加閘極偏壓的影響，2.2.5 描述自旋軌域耦合下載子自旋的行為。

2.2.1 塊材反轉不對稱(BIA)

由於 III-V 族半導體的晶格結構是 Zinc-Blende 結構，III-V 族材料中並沒有反轉對稱中心，因此沒有空間對稱性，而這種空間不對稱(稱為 BIA)所造成的自旋軌域耦合又 Dresselhaus 自旋軌域耦合[14]。在 IV 族元素中，原子核的排列成

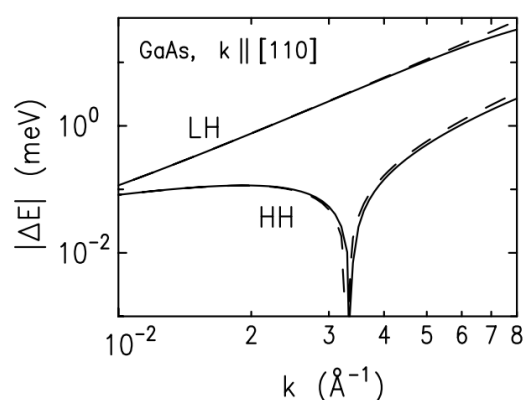
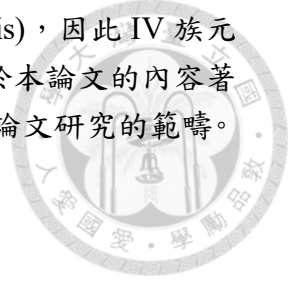


圖 2.1 GaAs 塊材中在重電洞和輕電洞能帶中因為 BIA 而造成的零場分裂[18]。

鑽石結構，鑽石結構具有滑動平面(glide plain)和螺軸(screw axis)，因此 IV 族元素的塊材中仍有空間對稱性，也就不存在 Dresselhaus 項。由於本論文的内容著重於 IV 族的鍺和鍺矽半導體，BIA 造成的自旋軌域耦合不是本論文研究的範疇。



2.2.2 結構反轉不對稱(SIA)

SIA 造成的自旋軌域耦合又稱為 Rashba 自旋軌域耦合。如圖 2.2A 所示，在準二維量子井中，載子的波函數受到一個不對稱造成的電場加上兩個因為介面能帶差異所造成的似達爾塔函數(delta-like)的電場。根據 Rashba 項，電子在導電帶中的自選軌域耦合決定於材料參數 r_{41}^{6c6c} 和價電帶電場 ϵ_z [15]：

$$E_{\pm}(k_{\parallel}) = \langle \mu_c \rangle k_{\parallel}^2 \pm \langle r_{41}^{6c6c} \epsilon_z \rangle k_{\parallel} . \quad (2-4)$$

其中 r_{41}^{6c6c} 和 $\langle r_{41}^{6c6c} \epsilon_z \rangle$ 都有時被稱為 Rashba 係數，以下分別以 α_1 和 β_1 代表，而自旋的分裂 ΔE 可以表示為 βk 。雖然對於一個侷限狀態(bound state)而言電場的平均值永遠是零(Ehrenfest 定理)，即 $\langle \epsilon_c \rangle = 0$ ，但由於 ϵ_c 和 ϵ_v 的能帶差異不同，電子波函數的價電帶電場平均 $\langle \epsilon_v \rangle$ 不等於零，因此能夠受到 ϵ_v 造成的自旋軌域耦合。如圖 2.2B 所示，價電帶受到 SIA 自旋軌域耦合而在能量上分裂成兩個子能帶 E_+ 和 E_- ，由於兩個子能帶的能量-波向量關係不同，兩個子能帶所含有的載子濃度也不同，這樣的載子濃度差異可以透過 Shubnikov-de Haas 震盪實驗來量測(2.4 節)。

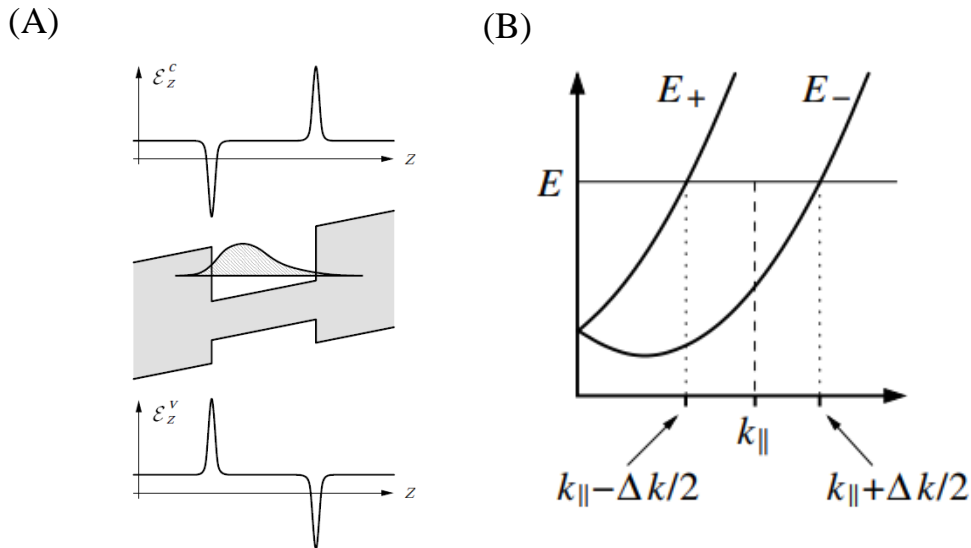


圖 2.2 (A)準二維量子井中的電位及電場分布示意圖和(B)自旋軌域耦合作用下的電子能量-波向量圖(E - k diagram) [15]。

電洞的自旋軌域耦合則較複雜，在電場 ε_z 下，電洞的哈密頓算子的矩陣表示式中主導的項[15]：

$$\mathcal{H}_{8v8v}^r = r_{41}^{8v8v} \varepsilon_z \begin{pmatrix} 0 & \frac{i\sqrt{3}}{2} k_- & 0 & 0 \\ -\frac{i\sqrt{3}}{2} k_+ & 0 & ik_- & 0 \\ 0 & -ik_+ & 0 & \frac{i\sqrt{3}}{2} k_- \\ 0 & 0 & -\frac{i\sqrt{3}}{2} k_+ & 0 \end{pmatrix} \quad (2-5)$$

其中基底座標分別是 $m_j=(-3/2, -1/2, 1/2, 3/2)$ 的(HH, LH, LH, HH)， r 是材料參數，從哈密頓算子的矩陣可以看出 HH 與 LH 之間有 k 一次方的耦合，而兩個 LH 之間也有 k 一次方的耦合，但兩個 HH 之間則沒有 k 一次方的耦合。因此，HH 的自旋軌域耦合正比於 k 立方：

$$E_{HH}(k_{||}) \propto \pm \langle r_{41}^{8v8v} \varepsilon_z \rangle k_{||}^3 . \quad (2-6)$$

而 LH 的自旋軌域耦合則與 k 一次方成正比：

$$E_{LH}(k_{||}) \propto \pm \langle r_{41}^{8v8v} \varepsilon_z \rangle k_{||} . \quad (2-7)$$

由於 HH 的能量分裂正比 k 立方，該自旋軌域耦合又稱為立方 Rashba 效應，其中 r_{41}^{8v8v} 和 $\langle r_{41}^{8v8v} \varepsilon_z \rangle$ 都有時被稱為立方 Rashba 係數，分別以 α_3 和 β_3 代表，能量分裂 ΔE 可以表示為 $\beta_3 k^3$ 。

2.2.4 SIA 隨電場的變化

與 BIA 不同的是 SIA 可以受到外加電場控制，如圖 2.3 所示，透過改變閘極偏壓，電場 $\langle \varepsilon_z \rangle$ 可以被調整，由於 Rashba 自旋軌域耦合是受電場決定，實驗中可以透過閘極外加電場來控制 Rashba 自旋軌域耦合的強弱，這也是 Das 等人提出的自旋場效電晶體的運作原理，自旋場效電晶體透過閘極改變自旋軌域耦合的強弱，藉此改變自旋能量分裂的大小，由於能量分裂的大小決定兩個子能帶的波向量差，閘極可透過電場控制兩個子能帶通過通道後的相位差，藉此決定電晶體的開或關[4]。

雖然要分別控制量子井的電場和電位需要同時從兩邊的閘極施加偏壓，實作中較常見的是只有頂閘極的準二維量子井結構，由於只有一邊能受閘極控制，量子井中的電場不再是獨立受控的參數，當閘極電壓被改變，量子井中的載子濃度也會跟著改變，在沒有摻雜的系統中，電場的變化—能帶彎曲(band bending)正比於載子濃度，因此量子井中的電場 ε_z 也正比於載子濃度。對於電子而言， ΔE 正

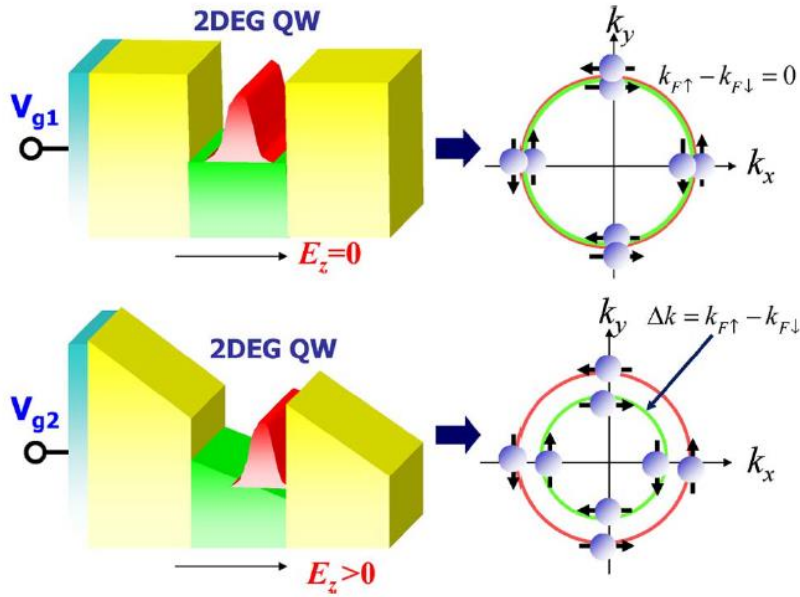


圖 2.3 透過閘極控制自旋軌域耦合的強弱示意圖[1]。

比於 $\alpha_1 < \epsilon_z >$ ，因此 ΔE 正比於載子濃度 p_{2D} 。電洞則與電子不同，電洞的 Rashba 參數 $r_{41}^{8\nu 8\nu}$ 與 LH-HH 分裂有關，而 LH-HH 分裂也跟電場有關，使得 $r_{41}^{8\nu 8\nu}$ 正比於 ϵ_z 的 -4/3 次方，因此電洞濃度 p_{2D} 的對於 $\beta_3 = < r_{41}^{8\nu 8\nu} \epsilon_z >$ 影響較小，甚至有負向的影響[19]，該現象可由哈密頓算子解釋，由於兩個 HH 之間並沒有直接耦合的項，當 HH 和 LH 能量分裂變大時，兩 HH 之間的耦合也因此變弱。

2.2.5 自旋軌域耦合對自旋的作用

在磁場的作用下，載子的自旋會延著磁場的方向進動，這樣的進動稱為 Larmor 進動。由於自旋軌域耦合使得兩自旋子能帶分裂，其效應可以等效於一

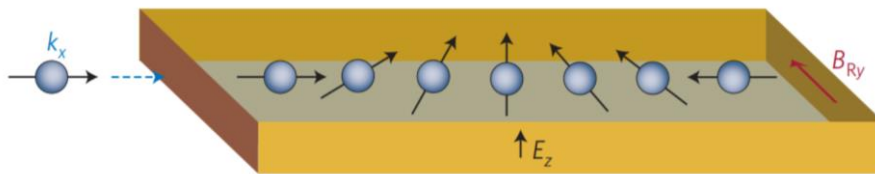


圖 2.4 不同閘極偏壓下的能帶示意圖，透過在閘極 V_g 施加電壓，量子井內的電場可以被調控，進而改變自旋軌域耦合的強弱[20]。

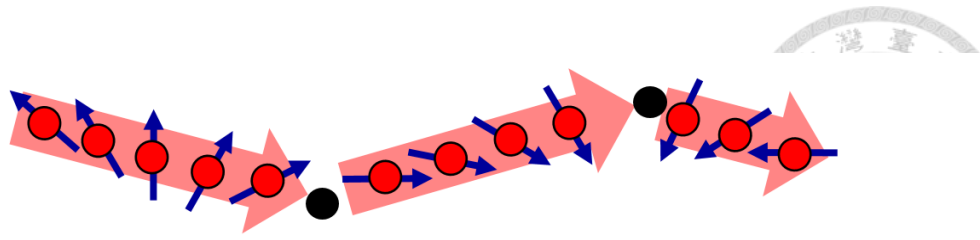


圖 2.5 DP 自旋鬆弛示意圖，二維電子/電洞在自旋軌域耦合作用下
載子(紅色圓圈)的自旋(藍色箭頭)被隨機的擴散運動鬆弛。

個磁場(B_{SO})的作用，自旋軌域耦合也會使自旋進動，這樣的進動一圈所行進的距離即為：

$$L_{precession} = 2\pi/\Delta k . \quad (2-8)$$

其中 Δk 等於兩個子能帶在費米能階的波向量差異，如圖 2.4 所示，spin-FET 就是利用這種進動控制自旋方向。

雖然自旋軌域耦合在彈道傳輸(距離小於平均自由路徑)的尺度下使載子進動，在較大尺度下，載子除了電場造成的漂移運動還有隨機的運動，因此等效磁場的方向(也是進動的方向)也有隨機的成份，這樣隨機的效果使得出使不同自旋方向的載子最終自旋皆與平均的等效磁場同向，而載子失去原本自旋方向的訊息，這樣的現象被稱為 Dyakonov–Perel (DP)自旋鬆弛(圖 2.5)，是二維電子/電洞中主導的自旋鬆弛機制。DP 自旋鬆弛導致的自旋鬆弛所花的時間為[1]：

$$\tau_{SO} = 1/2|\Omega_3|^2\tau_{tr} . \quad (2-9)$$

因此，自旋軌域耦合越強的材料中，自旋被鬆弛的速率也比較高。

2.3 弱反侷限效應

實驗中可以透過量測零場分裂分析材料的自旋軌域耦合，而準二維量子井中的零場分裂除了可以用光學方法[21, 22]以及 2.2 節提到的 SdH 震盪來量測，弱反侷限效應所造成的異常磁阻中也能萃取出零場分裂。弱侷限效應和弱反侷限效應分別是載子因為量子干涉效應使導電度下降與提升的效應，雖然定量的描述需要借助於量子傳輸理論[23]，其成因可以用以下簡化的半古典模型來得到定性的了解。

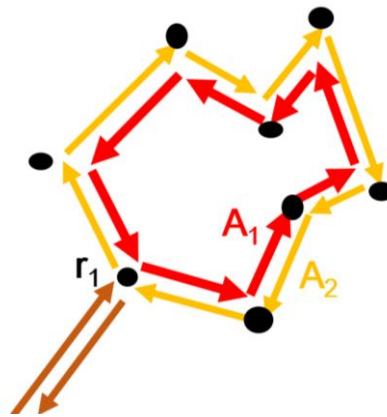


圖 2.6 環型散射路徑的時間反轉路徑，載子經過 r_i 可以通過 A_1 或 A_2 的路徑回到 r_i ，形成反向散射，其中 A_1 與 A_2 是時間反轉路徑，黑色原點代表造成散射的紊亂(disorder)。

在沒有自旋軌域耦合的二維系統中載子透過散射可以形成一個環形的散射路徑，並且行進一圈之後往與原本行進方向相反的方向行進，這樣的散射稱為反向散射。由於載子在環中可以順時針或逆時針行進(圖 2.6 的 A_1 和 A_2)，反向散射機率受到順時針與逆時針的載子波函數的量子干涉影響。由於載子在順時鐘與逆時鐘行進的路徑是時間反轉路徑，在時間反轉對稱的條件下，載子經過兩路徑所需時間相同，因此兩路徑所產生的量子干涉是建設性的，代表載子會有比古典理論所預期的反向散射機率還要大，而二維系統的電阻反比於散射頻率。因此這樣的量子干涉會導致電阻較大。由於二維系統中載子的同調性不能維持超過相位同調距離，只有周長小的環才有干涉效應，其餘的則因為量子去同調而失去干涉作用。

在有自旋軌域耦合的材料中，載子的自旋方向會受到自旋軌域耦合而產生自旋鬆弛(2.2 節)，使得載子經過一段距離後自旋方向與自旋軌域耦合的等效磁場同向。由於自旋軌域耦合的等效磁場方向受載子動量決定，載子在自旋軌域耦合的作用下進入散射環時自旋會隨動量轉動而轉動，順時鐘與逆時鐘的時間反轉路徑之間也就產生了 2π 的相對轉動，這樣 2π 的轉動對電子、電洞這些半奇整數粒子作用下產生 Berry 相位 π ，使得原本的建設性干涉反轉成破壞性干涉，以至於反向散射的機率較古典理論預期的低。但是並不是所有時間反轉路徑間都變為破壞性干涉，只有周長夠大的路徑才能讓自旋隨著動量而變化進而在時間反轉路徑中旋轉 2π ，其長度約為二維系統的自旋鬆弛距離，而更小的環則依然產生弱局限效應。

在加入磁場後時間反轉對稱被打破，因此無論是弱局限效應或是弱反局限效應，原本的建設性、破壞性干涉都因為磁場產生的 Aharonov-Bohm 相位 φ_{AB} 而改

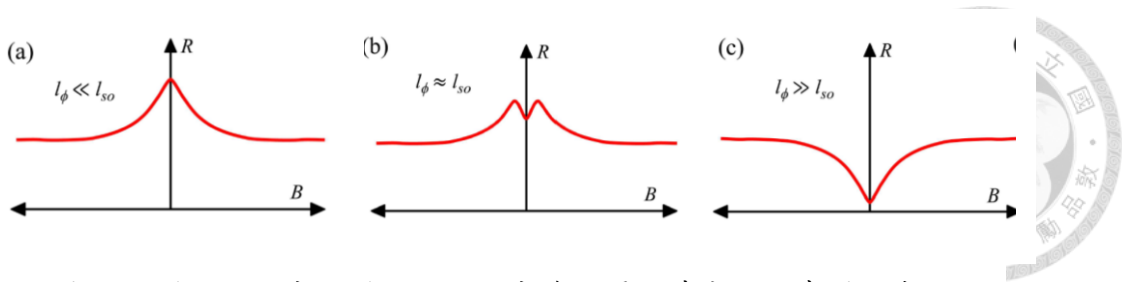


圖 2.7 弱侷限效應和弱反侷限效應隨磁場而消失的示意圖，在小磁場範圍下弱反侷限效應先被磁場洗去，使得電阻隨磁場而上升，磁場較大時弱侷限效應開始被抑制，電阻隨磁場而下降[24]。

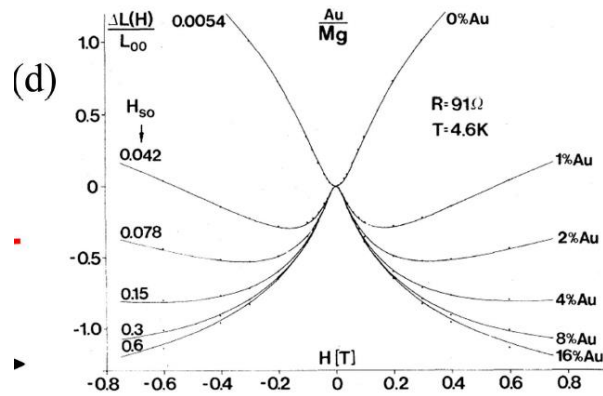


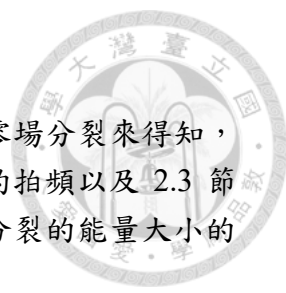
圖 2.8 不同比例的金、鎂合金的磁阻比較，由於金原子核重而鎂原子核輕，金比例越高自旋軌域耦合就越強[25]。

變：

$$\phi_{AB} = \frac{e}{\hbar} \int_{r_0}^r \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad (2-10)$$

由於 AB 相位正比通過散射環的磁通量，涵蓋面積大的散射環所接收的 AB 相位比面積小的接收的多，因此，在弱外加磁場下，只有需要大散射圈(長距離)的弱反侷限效應消失，導電率下降，隨著磁場增強，剩餘小散射圈也開始受到 AB 相位影響，弱侷限效應消失，導電率反為上升(圖 2.7)。從這種導電率隨磁場先降後升的異常磁阻效應可以萃取出二維系統的自旋鬆弛距離，進而計算零場分裂以及自旋軌域耦合強度。其導電度的變化可以被 Hikami 等人提出的 HLN 模型所計算的公式預測[26]：

$$\begin{aligned} \sigma = \sigma_0 - \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} & \left[\psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\tau_1 a}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\tau_2 a}\right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\tau_2 a}\right) - \frac{1}{2} \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\tau_3 a}\right) \right], \end{aligned} \quad (2-11)$$



2.4 二維電子/電洞的 SOC 的文獻回顧

如 2.2 和 2.3 節所述，自旋軌域耦合的強弱可以透過量測零場分裂來得知，除了光學實驗外，最常見的兩種實驗方式就是量測 SdH 震盪的拍頻以及 2.3 節敘述的弱反侷限效應，這一節整裡了三五族及四族材料的零場分裂的能量大小的實驗數據的文獻回顧。

2.4.1 三五族的自旋軌域耦合

量測 SdH 震盪的拍頻是研究三五族二維電子/電洞系統最常見的方式。如 2.2.3 節所述，SdH 震盪是自旋軌域耦合使兩個自旋子能帶載子濃度不同的結果。由於 SdH 震盪的週期是反比於子能帶的載子濃度，在自旋軌域耦合的作用下，兩個子能帶造成的 SdH 震盪週期不同，因此產生拍頻，從節點的位置及可算出兩個子能帶的載子濃度差異，並算出兩能帶的能量分裂大小。三五族材料如 InGaAs/InAlAs (圖 2.9A)[27]和 AlGaN/GaN (圖 2.9B)[28]的二維電子的 SdH 震盪有明顯的拍頻。

2.4.2 四族的自旋軌域耦合

由於 SdH 的震盪受到載子遷移率造成的 Landau level broadening 限制，SdH 震盪的拍頻只在高遷移率的材料中才能被觀測到，除了 2014 年在鍺/鍺矽的調變摻雜(modulation doped)異質結構中有關測到 SdH 震盪的拍頻[29](圖 2.10A)，其他矽/矽鍺二維電子及鍺/鍺矽二維電洞的研究則用電子自旋共振[30](圖 2.10B)

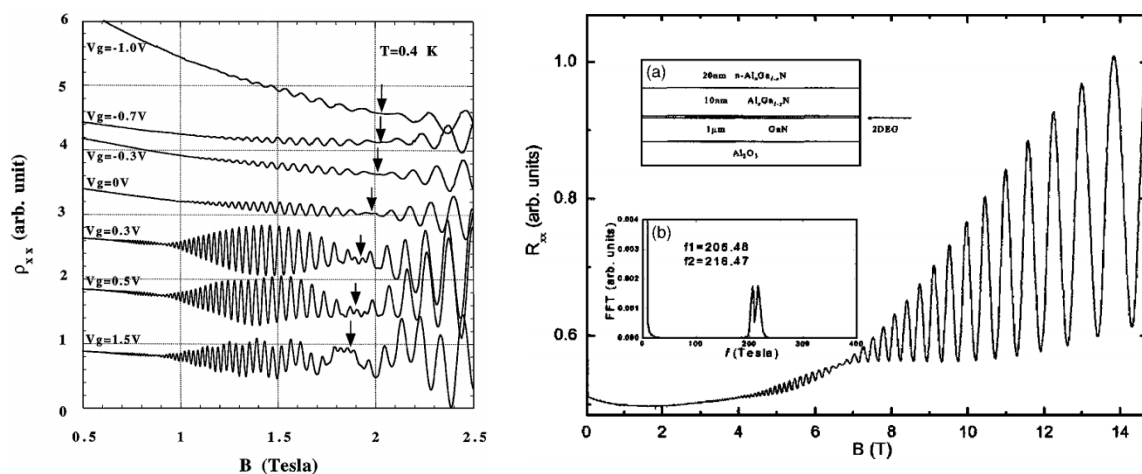


圖 2.9 (A) InGaAs/InAlAs [27]和(B) AlGaN/GaN 異質結構[28]形成的二維電子 SdH 震盪拍頻，從 SdH 震盪的節點可以明顯看出震盪的拍頻，拍頻也能從 SdH 震盪的快速傅立葉轉換(FFT)中觀察到有兩個峰值。

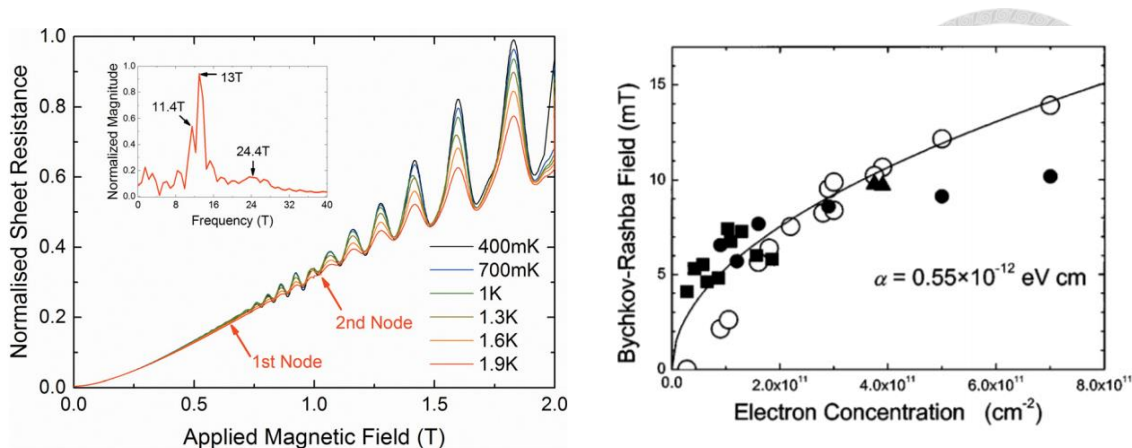


圖 2.10 (A) 鍺/鍺矽二維電洞的 SdH 震盪拍頻，調變摻雜的鍺/鍺矽二維電洞可以超過 $500,000 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ ，在 0.5 T 附近就出現 SdH 震盪，因此有夠多個 SdH 週期被觀察到，如此才能透過 SdH 震盪拍頻分析自旋軌域耦合[29]，(B) 矽/矽鍺二維電子系統中透過電子自旋耦合量測的 Rashba 等效磁場[30]。

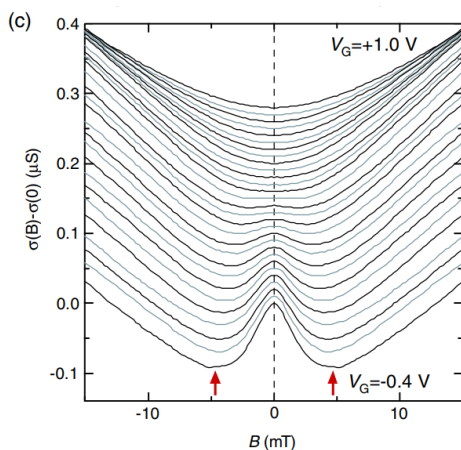


圖 2.11 鍺/鍺矽二維電洞的弱反侷限效應，透過 HLN 模型，從弱反侷限效應中可萃取出自旋軌域耦合的強弱，且結果與 SdH 震盪拍頻的結果於同一個數量級[31]。

或是弱反侷限效應[31](圖 2.11)來測量零場分裂。

在參考文獻[29]中用表格(表 2.2)比較了不同材料的自旋軌域耦合強弱，表中可以看出四族中矽/矽鍺二維電子的自旋軌域耦合比三五族材料小兩到三個數量級，而鍺/鍺矽二維電洞的則與三五族材料的零場分裂位於同一個數量級。這也與 2.2 節自旋軌域耦合強弱與 Δ_0 密切相關的續數相符合，由於矽的 Δ_0 只有 44 meV 而鍺則是 290 meV，以鍺為主的鍺/鍺矽二維電洞的自旋軌域耦合比以矽為主的矽/矽鍺二維電子要強。

表 2.2 不同材料間自旋軌域耦合參數的比較[29]。

	AlGaIn/GaN 2DEG ⁸ (L)	GaSb/InAs 2DEG ^{9,10} (L)	InGaAs/InAlAs 2DEG ¹¹ (L)	Ge 2DHG (C)	Ge 2DHG (C) ²⁴	Si 2DEG ²³ (L)
Low Temperature Mobility (cm ² /Vs)	...	~20 000	95 000	450 000	~5 000	200 000
Rashba spin-orbit parameter α or β	8.1×10^{-12} eVm	9×10^{-12} eVm	4×10^{-12} eVm	1.0×10^{-28} eVm ³	0.2×10^{-28} eVm ³	5.5×10^{-15} eVm
Rashba spin-orbit energy (meV)	11.6	4.0	2.50	1.4	0.30	~0.001
Lattice mis-match strain	0.8%	2.1%	...

2.5 結論

固態物理中可以在哈密頓算子中引入 Pauli 自旋軌域項來考慮自旋軌域耦合造成的效應，原子核的電場所造成的自旋軌域耦合使得價電帶分為 $j=3/2$ 的重電洞、輕電洞能帶，以及 $j=1/2$ 的分裂能帶，其能量分裂正比於原子核的電場，因此原子核越重的元素中 $j=3/2$ 和 $j=1/2$ 的價電帶之間的能量分裂 Δ_0 就越大。

除了原子核電場對能帶的影響，在反轉不對稱的情況下自旋軌域耦合還會使原本雙數簡併的自旋子能帶分裂，這樣不需要外加磁場所產生的自旋分裂稱為零場分裂，零場分裂的大小也和原子核重量正相關，因此可以從材料的 Δ_0 預測零場分裂的大小。半導體中最常見的兩種反轉不對稱的成因是晶格結構造成的塊材反轉不對稱(BIA)和元件的結構不對稱所造成的結構反轉不對稱(SIA)，四族的材料中只有 SIA 而沒有 BIA，而 SIA 造成的自旋軌域耦合又稱為 Rashba 自旋軌域耦合，其強度與量子井的垂直方向電場成正比，因此可以由閘極控制電場進而調控自旋軌域耦合強度。對於二維電子，Rashba 自旋軌域耦合所造成零場分裂能量的大小正比於電子波向量，這樣的線性關係稱為線性 Rashba 效應。另一方面，對於重電洞能帶形成的二維電洞， B_{SO} 的大小正比於波向量的三次方，稱為立方 Rashba 效應。

Rashba 效應對二維電子/電洞的磁阻產生兩種效應，SdH 震盪拍頻以及弱反侷限效應。Rashba 自旋軌域耦合使得兩自旋子能帶分裂，形成兩個載子濃度不同的子能帶，這樣的現象會使 SdH 震盪擁有兩個不同的震盪週期，因此形成拍頻，透過量測 SdH 震盪的拍頻可以回推自旋軌域耦合的強度。弱反侷限效應則是量子干涉使得載子後散射機預降低的效應，從描述量子傳輸的模型近似弱反侷限效應造成的異常磁阻也可以回推自旋軌域耦合的強度。本章節回顧不同材料中的自旋軌域耦合，雖然矽的自旋軌域耦合的零場分裂能量比三五族材料的小兩到三個數量級，2014 年鍺二維電洞的研究則顯示其零場分裂與三五族的零場分裂大小相近，因此鍺二維電洞有潛力應用於矽相容的自旋電子學中。

第三章 鍺/鍺矽二維電洞的自旋軌域耦合



利用不同半導體材料的能帶差異，吾人可將價電帶能量低的材料夾在價電帶能量高的材料中形成電洞量子井，並利用頂閘極施加電壓可以在量子井中產生二維電洞，同時電場使得二維電洞有結構反轉不對稱，進而產生自旋軌域耦合。第三章描述本團隊透過磊晶成長將鍺夾在鍺矽之間以形成量子井，並製作閘極霍爾棒以形成鍺二維電洞，同時量測磁阻來分析鍺材料中的自旋軌域耦合。

首先在 3.1 節回顧鍺二維電洞的研究，包括貝爾實驗室(Bell Laboratory)等團隊在 1990 年代的研究[32]，以及 2014 年以後 Warwick 大學的團隊和東京大學團隊分別對鍺二維電洞的自旋軌域耦合的研究。在 3.2 節描述本團隊所磊晶成長的鍺/鍺矽異質結構，以及該異質結構的材料分析，包括 XTEM、SIMS、和 RSM。3.3 節則描述閘極霍爾棒的製作流程，以及用來量測霍爾棒磁阻的量測系統。3.4 節則回顧本團隊蘇誼忻學長分析閘極霍爾棒磁阻數據所得到的電洞密度和遷移率結果。3.5 節則分析弱侷限效應和弱反侷限效應造成的磁阻變化，並且透過不同量子傳輸模型來量化分析鍺二維電洞的自旋軌域耦合和 Rashba 係數。

3.1 鍺/鍺矽二維電洞

1993 年貝爾實驗室以分子束磊晶(Molecular beam epitaxy)成長調變摻雜(modulation doped)結構形成鍺二維電洞[32]，該團隊用來研究鍺二維電洞的異質結構和能帶圖(band diagram)分別如圖 3.1(A)、(B)所示，用線性漸變(linearly graded)的鍺矽形成鬆弛(relaxed)的鍺矽，再用 n+摻雜層將量子井和矽基板隔離，並且在 n+摻雜層上方用 B 摻雜提供電洞給量子井，並且在 4.2 K 下觀察到遷移率高達 $55,000 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ (圖 3.1(C))。

隨著長晶技術的進步，鍺/鍺矽異質所形成的二維電洞的遷移率也逐漸提高。

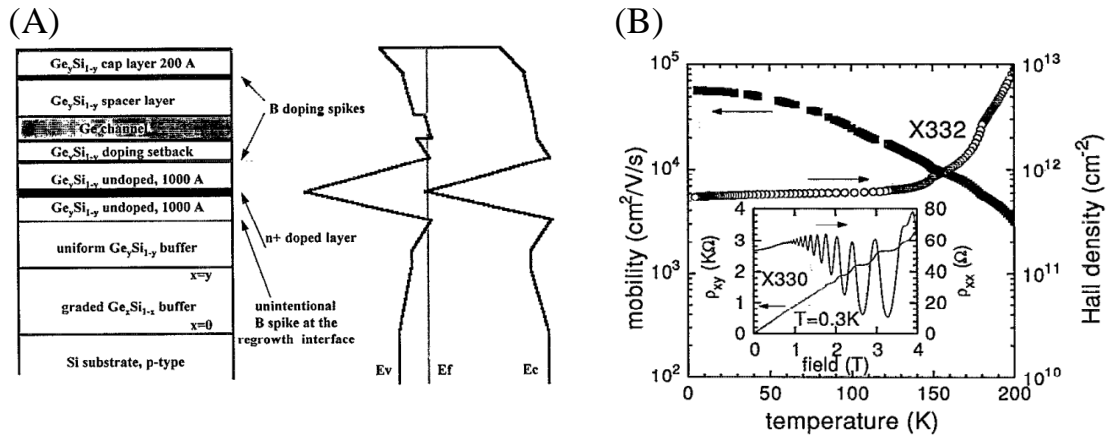


圖 3.1 (A) 鍺/鍺矽異質結構示意圖、(B) 能帶圖、和 (C) 電洞密度和遷移率隨溫度變化的實驗數據，(C) 小圖為 0.3 K 的磁阻數據[32]。

2003 到 2004 年 Kanel 等人[33]利用電漿提升化學氣相沉積成長調變摻雜的鍺/鍺矽異質，其量子井中形成的二維電洞在 4 K 的遷移率可超過 $100,000 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ (圖 3.2)，如圖 3.2 所示。2012 年 University of Warwick 的團隊以減壓化學氣相沉積成長鍺/鍺矽異質結構[34]，並且達到 $1,000,000 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ 以上的電洞遷移率 (圖 3.3)，該團隊將高遷移率的結果歸因於減壓化學氣相沉積所達到的高純度的鍺通道以及低背景雜質濃度。

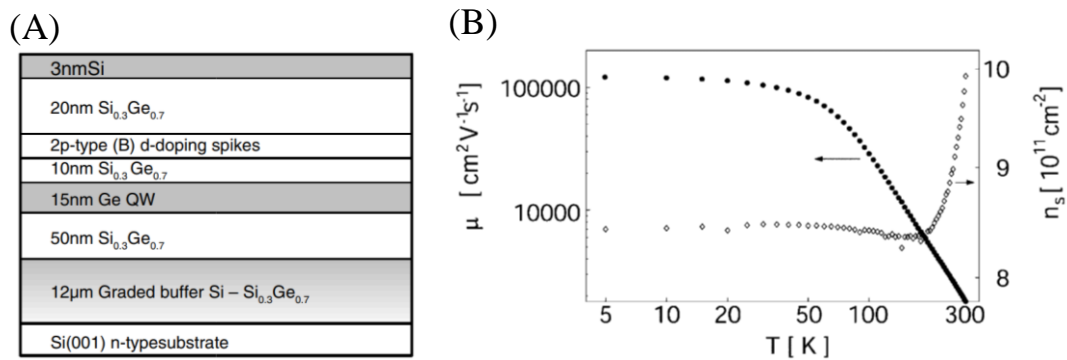


圖 3.2 (A) Kanel 等人研究的鍺/鍺矽異質結構示意圖，(B) 該結構形成二維電洞的載子濃度和遷移率對溫度關係[33]。

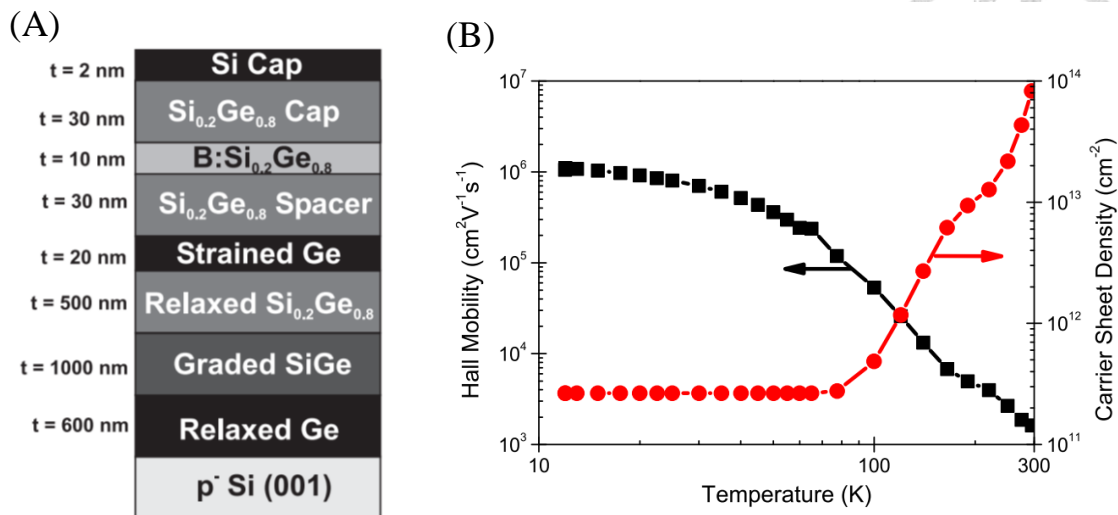


圖 3.3 Warwick 大學團隊的(A)鍺/鍺矽異質結構圖，和(B)遷移率和載子濃度數據[34]。

關於鍺二維電洞的自旋軌域耦合研究則在2014年分別由東京大學的團隊[31]和 Warwick 大學的團隊[35]同年發表。東京大學團隊在遷移率較低(約為 5000 cm²/V-s)的鍺二維電洞磁阻中觀察到弱侷限效應以及弱反侷限效應造成的異常現象(圖 3.4A)[31]，並分別用描述 k 一次方以及 k 立方的量子傳輸模型對磁阻數據進行擬合(fitting)，近似的結果顯示只有 k 立方的模型才能近似數據。該研究因此顯示鍺二維電洞的自旋軌域耦合確實是強度正比於 k 立方，與重電洞的立方 Rashba 效應符合。此外，該團隊透過改變背閘極(back gate)電壓調整 Rashba 自旋

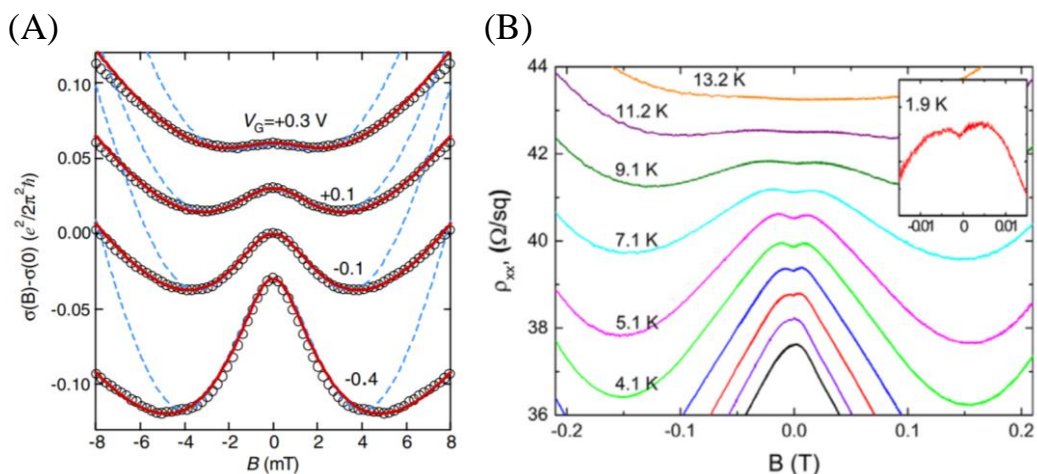


圖 3.4 (A)東京大學團隊[31]和(B) Warwick 大學團隊[35]分別量測鍺/鍺矽二維電洞的弱侷限效應和弱反侷限效應。

軌域耦合的強弱，並發現弱反侷限效應隨電場增加而變得更明顯，這樣的現象顯示鍺二維電洞的自旋軌域耦合可以受到閘極調控。同樣於 2014 年 Warwick 大學團隊發表在高遷移率鍺二維電洞中也觀察到弱反侷限效應(圖 3.4B)[35]以及 SdH 震盪的拍頻[29]，並且從拍頻萃取自旋軌域耦合的強度。



3.2 鍺/鍺矽異質磊晶

3.1 中關於鍺/鍺矽二維電洞的研究皆使用調變摻雜結構，但調變摻雜結構的摻雜層有可能導通，使得分析數據複雜化[35]，同時，摻雜層的載子可屏蔽閘極所施加的電壓，使得閘極對量子井中的二維電洞的調變能力下降；另外，摻雜層中離子化的摻雜原子核會產生庫倫位能，使得量子井中的電洞受到庫倫散射而降低遷移率。因此，使用無摻雜異質場效電晶體結構則避免了這些問題，無摻雜結構利用頂閘極感應形成二維電洞，因此不需要摻雜層來提供電洞。

本節描述無摻雜結構的減壓化學氣象沉積(reduced pressure chemical vapor deposition)磊晶的成長與材料分析。圖 3.5(A)顯示無摻雜鍺/鍺矽異質結構的磊晶結構示意圖。利用減壓化學氣象沉積在矽(100)基板上成長無摻雜的鍺/鍺矽異質結構，磊晶的反應物是甲鍺烷(GeH_4)和甲矽烷(SiH_4)。磊晶的詳細的步驟如下：首先，在矽(100)基板上成長 200 奈米的矽之後再成長 200 奈米的鬆弛鍺，接著在 825°C 下進行原位退火。在鍺層上在依序成長 100 奈米鍺、3 微米鍺矽($\text{Ge}_{0.85}\text{Si}_{0.15}$)、24 奈米鍺、t 奈米鍺矽($\text{Ge}_{0.85}\text{Si}_{0.15}$)，其中 t 是實驗變數。本實驗總共成長四片鍺/鍺矽異質的結構，分別是 $t = 9, 26, 58$ 與 116 奈米。上述的鍺/鍺矽異質結構可以形成量子井以形成二維電洞，並減少晶格鬆弛產生的錯位，降低錯位造成的庫倫散射以達到高遷移率。在最底層成長鍺層的作用是使磊晶的晶格常數從基板的矽晶格常數鬆弛成鍺的晶格常數，接著成長 3 微米鍺矽使得磊晶的晶格常數變為鍺矽的晶格常數，接著成長鍺量子井層後成長鍺矽間隔層。透過改變間隔層厚度 t，我們可以改變二維電洞與頂閘極的距離以研究該距離對二維電洞電性的影響。

鍺量子井的厚度選定為 20 奈米的原因是鍺成長於鍺矽的臨界厚度約為 20 奈米[36]，比臨界厚度更厚的量子井會產生錯位、降低載子遷移率，而太薄的量子井則會受到表面粗糙散射的影響[37]，因此量子井的厚度被選定為與臨界厚度相近的 20 奈米。

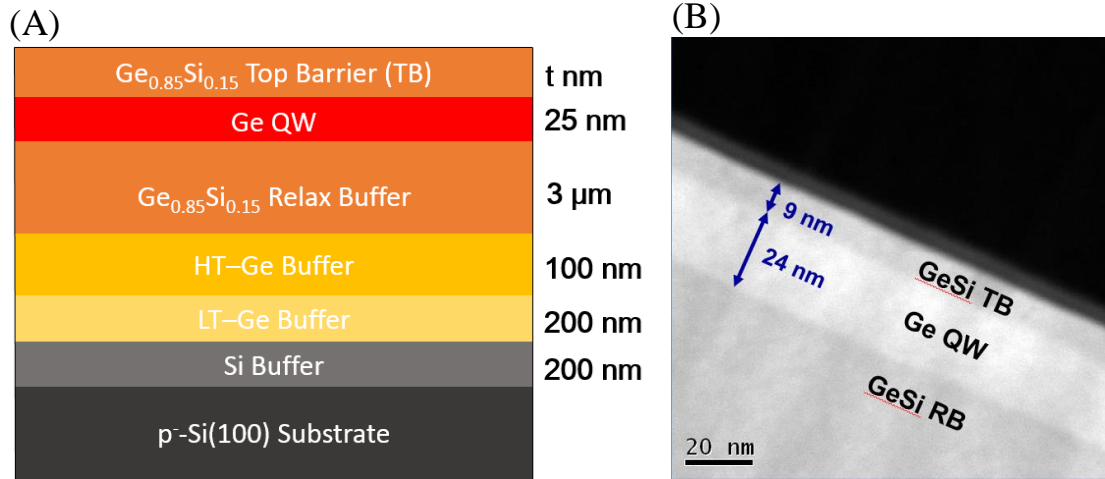


圖 3.5 鍺/鍺矽異質結構(A)示意圖和(B)XTEM 影像，鍺量子井上層の間隔層(TB)厚度為 t 奈米是實驗變數，圖(B)是 $t = 9$ 奈米的之鍺矽異質結構的 XTEM 影像[39]。

量子井上方的間隔層厚度則會影響製霍爾棒之閘極與量子井的距離，由於閘極是透過電容式耦合來調變量子井中的二維電洞濃度，間隔層層越厚(閘極與量子井距離越遠)，閘極對二維電洞的調變能力就越弱。雖然電洞傾向於優先流入量子井，在閘極電場夠大且量子井中累積透多電洞時，電洞可以離開量子井並且穿隧進入間隔層/氧化層介面[38]，形成類似於 MOSFET 通道的電荷分佈，因此在量子井中累積的電洞濃度有一定的上限，根據本實驗室先前發表的論文[39]，這個電洞濃度上限與間隔層層厚度成反比。研究自旋軌域耦合時，為了要有更強的自旋軌域耦合，二維電洞濃度要有夠大的費米波向量 k (自旋軌域耦合強度正比於 k 立方)，因此間隔層的厚度需要夠薄才能研究自旋軌域耦合造成的磁阻效應。另一方面，間隔層的厚度太薄則會讓間隔層/氧化層介面的 dangling bond、impurity charge 等庫倫作用對二維電洞造成額外的散射，進而限制電洞遷移率。

本團隊藉由截面傳輸電子顯微鏡(Cross-sectional transmission electron microscopy, XTEM)確認鍺量子井及鍺矽上間隔層的厚度，如圖 3.5(B)所示，量子井的厚度皆在 20~25 奈米範圍，而間隔層厚度則分別是 9、26、58 與 116 奈米。圖 3.6 顯示鍺矽的 secondary ion mass spectroscopy (SIMS)和 reciprocal space mapping (RSM)的結果，從 SIMS 的結果可看出磊晶中硼和磷的雜質濃度皆小於 1×10^{17} atoms/cm³，而透過 RSM 峰值的位置可以判斷異質的各層之間鬆弛或應力的狀況，三個鬆弛的峰值由左下而右上分別對應到鍺層、鍺矽層、矽層，而在與鍺矽層橫向晶格 Q_x 相等的正下方則有一個應力鍺量子井層造成的峰值，從應力

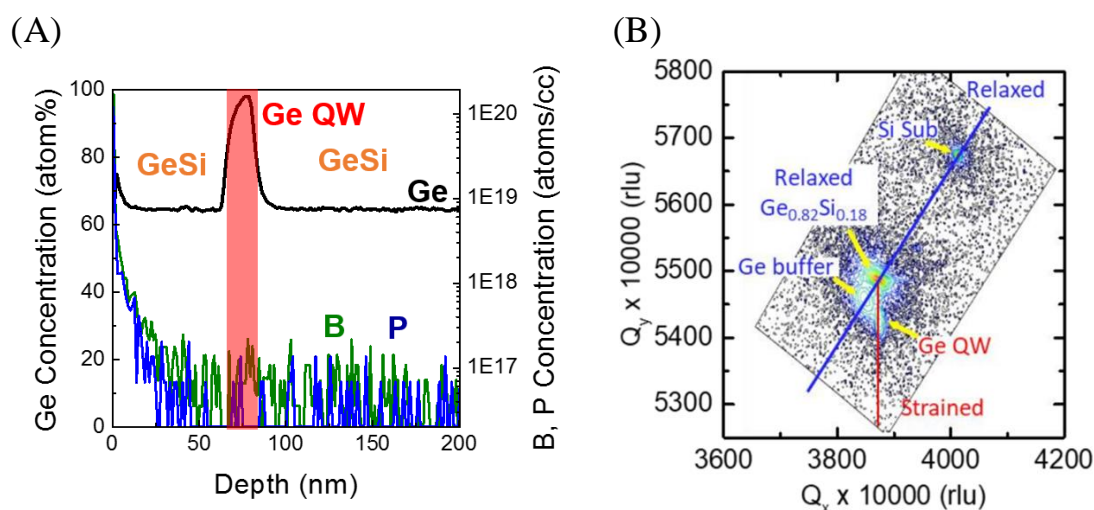


圖 3.6 (A)鍺/鍺矽的 SIMS 圖形和(B)RSM 圖形。

鍺的橫向晶格常數與鬆弛鍺矽相同可推斷鍺量子井層受鍺矽完全應力，故沒有因為晶格差異而鬆弛並造成額外錯位。

3.3 實驗方法

3.3.1 元件製作

圖 3.7 是本實驗用來量測二維電洞電性的元件的製程流程圖。首先，在鍺/鍺矽異質結構(圖 3.7A)上用電子束蒸鍍以每秒 4 埃的沉積速率沉積鋁再進行掀離製程，在 370 °C 下進行快速熱退火持續 5 分鐘以形成歐姆接觸，接著用原子層沉積於 200 °C 沉積 60 奈米的 Al_2O_3 (圖 3.7C)，再分別以每秒 0.5 埃和埃和每秒 2 埃沉積鈦和金，厚度分別為 10 奈米和 150 奈米作為金屬閘極(圖 3.7D)。接著用緩衝氧化層蝕刻劑(buffer oxide etchant, BOE)濕蝕刻 Al_2O_3 (圖 3.7E)之後，再用與閘極相同的速率和厚度沉積鈦和金作為電極接觸(圖 3.7F)。

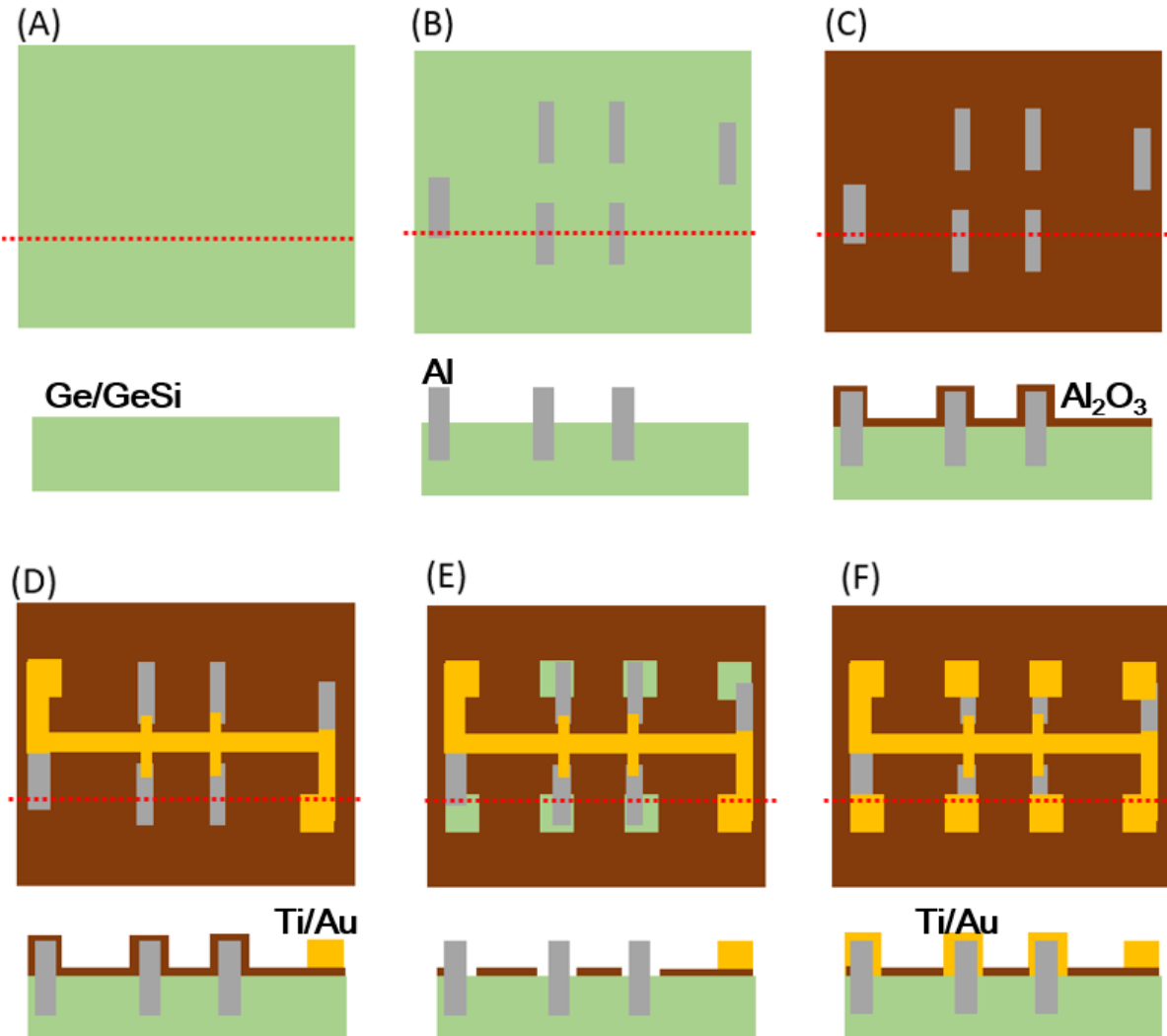


圖 3.7 閘極霍爾棒製作流程各步驟的上視圖及紅色虛線截面的側視圖。

3.3.2 儀器設置

在 ^3He 低溫系統(最低溫約為 260 mK)藉由改變閘極偏壓來調變電洞濃度，並以標準低頻率鎖相(lock-in)技術量測低磁場的磁阻。透過 Keithley 2401 施加直流閘極電壓，並以 SR830 鎖向放大器的輸出 0.1 V 經過 10 M Ω 電阻後接到輸入霍爾棒一端，作為 10 nA 電流源，霍爾棒的另一端則接至第一台 SR830 的電流計輸入以此量測通過霍爾棒的電流 I_x ，再將霍爾棒的側邊接角接至第二、三台 SR830 的電壓計輸入以此量測磁場下霍爾棒的橫向、縱向電壓 V_{xy} 、 V_{xx} (圖 3.8)，二維電洞的磁阻及是：

$$\rho_{xx} = \frac{V_{xx}}{I_x} \times \frac{W}{L}, \quad \rho_{xy} = \frac{V_{xy}}{I_x} . \quad (3-1)$$

其中 W 是霍爾棒的寬度， L 是量測 V_{xx} 兩接腳間的距離， ρ_{xx} 是片電阻(sheet resistance)， ρ_{xy} 是霍爾磁阻。

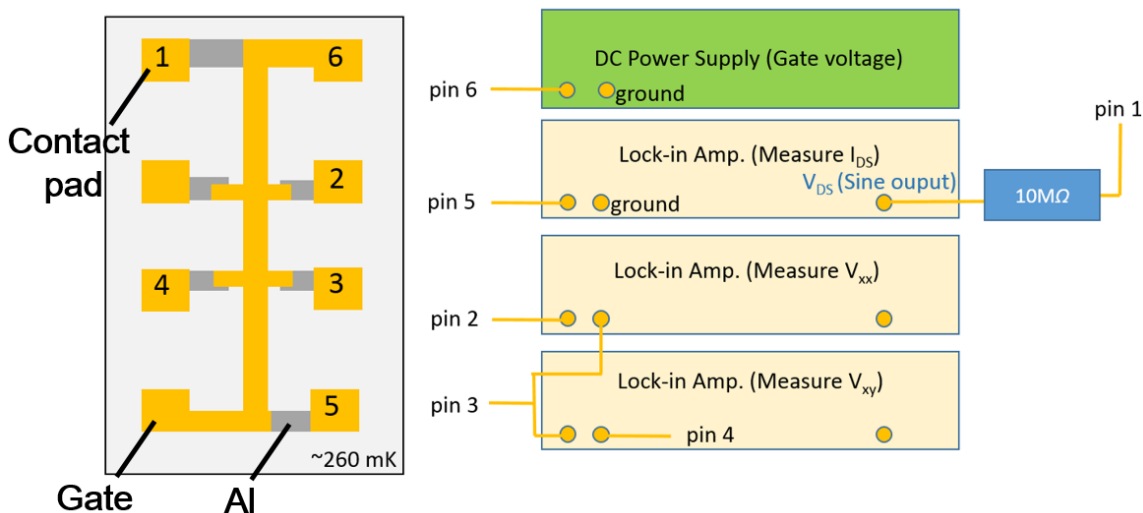


圖 3.8 量測電路示意圖，來自鎖相放大器電壓輸出的 0.1 V 通過 10 MΩ 電阻後作為 10 nA 電流源， V_{xx} 、 V_{xy} 、 I_x 都接向 SR830 鎖相放大器， V_G 則來自 Keithley 2401 電壓源。

二維電洞的磁導電率則是磁阻的倒矩陣：

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}, \quad \sigma_{xy} = \frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}. \quad (3-2)$$

SR830、Keithley 2401 等儀器都可以透過 National Instrument 的 IEEE 488 界面以電腦遠端控制。

3.4 二維電洞電性量測

3.3 節討論二維電洞的量測數據，3.3.1 和 3.3.2 分別是霍爾量測所得到的載子密度和遷移率，3.3.3 則是 Shubnikov-de Haas (SdH) 震盪的分析，3.3.1 到 3.3.3 主要是回顧蘇誼炘學長的研究，3.3.4 則是分析弱侷限和弱反侷限效應造成的磁阻效應。

3.4.1 霍爾載子密度

透過霍爾量測，二維電洞的電洞濃度 p_{2D} 可以透過小磁場下的橫向磁阻得知：

$$p_{2D} = \frac{1}{e} \times \left(\frac{\partial \rho_{xy}}{\partial B} \right)^{-1}. \quad (3-3)$$

其中 e 是電子電量， ρ_{xy} 對 B 在小磁場下約為直線，因此 $\frac{\partial \rho_{xy}}{\partial B}$ 對 B 而言約為定值。

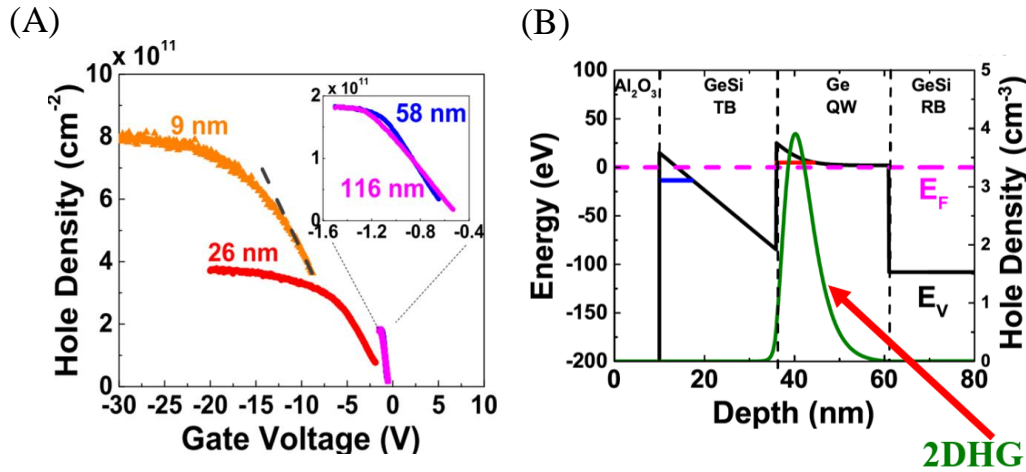


圖 3.9 (A)不同間隔層厚度的二維電洞的電洞濃度隨閘極偏壓的變化和(B)能帶圖[39]。

圖 3.9(A)顯示不同閘極偏壓下的電洞濃度，二維電洞在開始導通後電洞濃度隨著閘極偏壓 V_G 變更負而增加。隨閘極被施加更多負偏，電洞濃度-閘極偏壓關係的斜率漸漸變小，最後達到飽和。這種電洞濃度先增加再飽和的現象已經在先前在矽/矽鍺二維電子系統中被觀察到，並且可以透過表面穿隧效應解釋：在二維電洞刚开始導通時，由於鍺量子井層的價電帶能量最低，電洞先在量子井層開始累積以平衡閘極的負電壓，這時的電洞濃度隨閘極偏壓線性增加，增加的速率可以用平行板電容模型描述。隨著量子井中有電洞累積，電洞的正電荷以及閘極的負偏壓使得間隔層的價電帶能量下降，形成三角形位能井，如圖 3.9(B)所示，當三角形位能井的最低子能帶的能量低於量子井中二維電洞的費米能量時，二維電洞開始離開量子井並穿隧至三角形位能井，使得二維電洞的二維電洞濃度增加速率變慢，最終達到飽和，詳細的分析請看本實驗室先前的發表[39]。

3.4.2 電洞遷移率

圖 3.10 顯示不同間隔層厚度的二維電洞的電洞濃度對遷移率關係，不同間隔層厚度的二維電洞的遷移率都隨電洞濃度提升而提升，這個現象可以透過費米波向量 k_F 隨電洞濃度 p_{2D} 增加而增加來解釋：

$$k_F = \sqrt{2 \times \pi \times p_{2D}} . \quad (3-4)$$

直觀上 k_F 增加(動量增加)使得載子更難被散射因此遷移率增加，數學上可以從費米黃金定則(Fermi's golden rule)計算載子的散射機率[40]，波向量越大的載

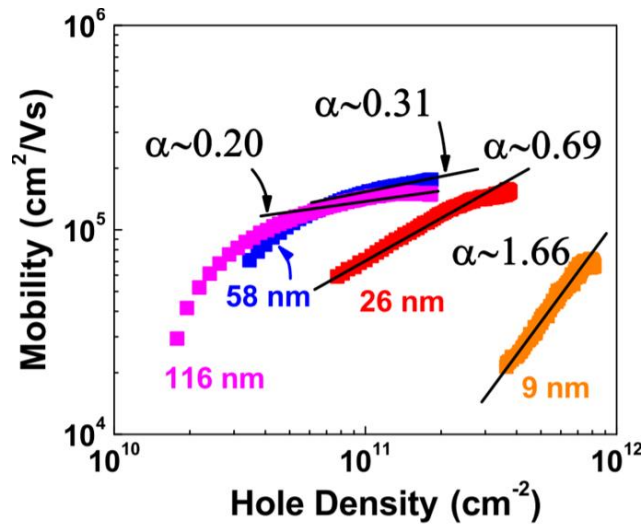


圖 3.10 電洞遷移率對濃度關係[39]。

子需要受到越高空間頻率的電位微擾(perturbation)才能散射，因此遷移率隨載子濃度而增加。從電洞濃度對遷移率的關係圖斜率 α 可以推斷間隔層 9 奈米的二維電洞受半導體/氧化層介面的電荷造成的遠端散射為主導的散射機制(遠端散射的 α 理論值 1.5)，其他三個二維電洞則斜率較小，代表其他散射機制也限制了遷移率。

比較不同的間隔層厚度的二維電洞在同一個載子濃度的遷移率可以看出隨間隔層厚度從 58 奈米減少成 9 奈米，遷移率則隨間隔層厚度而下降，這代表限制間隔層 26 奈米和 9 奈米的二維電洞的載子遷移率的散射機制與間隔層厚度相關，最有可能的是來自間隔層/氧化層介面的庫侖散射，間隔層厚度越薄氧化層介面的電荷就和二維電洞越近，因此散射強度越強，使得遷移率越低。另一方面，間隔層為 116 奈米和 58 奈米的二維電洞的遷移率沒有明顯的隨間隔層厚度而變化的趨勢，這代表限制間隔層 116 奈米的二維電洞的遷移率的散射機制與間隔層厚度關係較小，或者沒有關聯，可能的散射機制有背景雜質散射、錯位散射等。這樣的結果與斜率 α 的分析結果相符。

3.4.3 SdH 和量子霍爾效應

圖 3.11 顯示不同間隔層厚度的二維電洞所量測到的 SdH 震盪，SdH 震盪是 Landau 能階隨著磁場增加所形成並造成電阻率 ρ_{xx} 隨之震盪的現象。其電阻率對磁場倒數 $1/B$ 的頻率 ω 可以算出該子能帶的載子密度：

$$p_{SdH} = \frac{e \times \omega}{h} \quad (3-5)$$

所有 SdH 震盪都沒有明顯的拍頻現象，而且 ω 都只有一個峰值，這個峰值是兩個

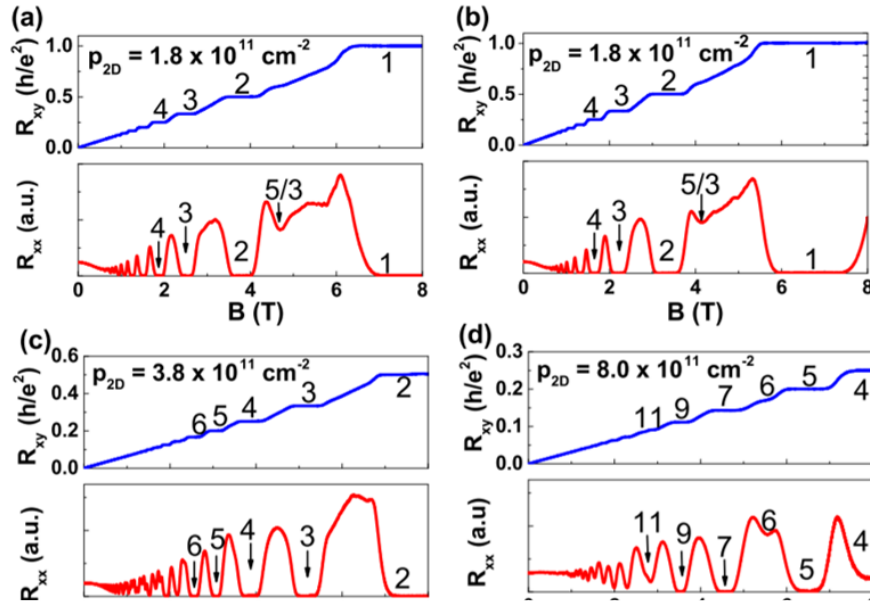


圖 3.11 間隔層厚度分別為(a) 116 奈米、(b) 58 奈米、(c) 26 奈米、(d) 9 奈米的二維電洞的 SdH 震盪和量子霍爾效應，以及透過 SdH 計算的電洞濃度。圖上的數字代表量子霍爾效應的填充因子 (filling factor)[39]。

自旋的最低子能帶的震盪疊加後的結果，因此處於這兩個最低子能帶的載子濃度總合是 $2 \times p_{SdH}$ ，以這個數值與霍爾效應的 p_{2D} 相近，代表絕大多數的載子都處於最低子能帶， p_{2D} 和 p_{SdH} 之間有些微差異可能是因為更高能量的子能帶也有載子但載子濃度還沒有高到在 SdH 震盪頻譜上產生一個新的峰值。

由於 SdH 震盪和量子霍爾效應是由 Landau 能階的形成造成的，遷移率太低的系統中 Landau 能階因為紊亂 (disorder) 變寬，因而抑制 SdH 和量子霍爾效應，因此半導體異質形成的量子井的 SdH 震盪和量子霍爾效應對於長晶品質要求較高，本團隊量測到 SdH 震盪顯示了高品質的鍺/鍺矽異質磊晶。

3.4.4 弱反侷限效應

在間隔層最薄 (9 奈米) 的二維電洞中，低磁場下有明顯的弱侷限效應和弱反侷限效應，圖 3.12(A~C) 顯示電洞濃度分別為 3.6 、 4.7 與 $6.6 (\times 10^{11} \text{ cm}^{-2})$ 時在

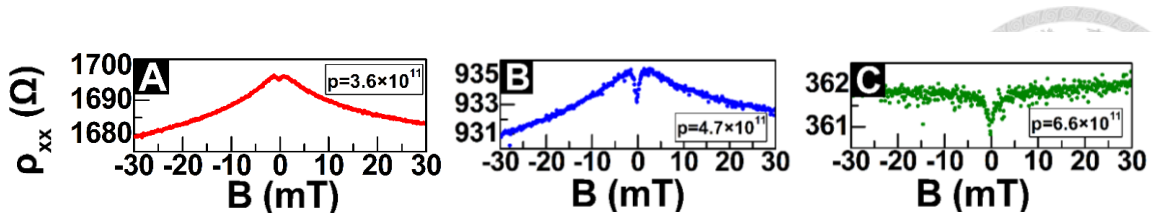


圖 3.12 間隔層為 9 奈米的二維電洞在不同電洞濃度時的弱侷限和弱反侷限效應，零磁場的位置磁阻下降的現象可導因於弱反侷限效應[41]。

小磁場($B < 30$ mT)的縱向磁阻 $\rho_{xx}(B)$ 。當電洞濃度較低時(圖 3.12A)電阻大致隨磁場增加而增加，該現象即為 WL 效應。在零磁場下電阻受 WAL 影響而稍微下降。隨著電洞濃度受閘極電壓影響而增加，零磁場電阻下降的現象變得更加明顯，WL 的效應仍然存在(圖 3.12B)。當電洞濃度更高時，WL 效應消失，只剩下 WAL 造成的電阻下降的峰值(圖 3.12C)。由於 WAL 是由二維電洞中自旋軌域耦合造成，磁阻隨電洞濃度增加，使 WL 主導變為 WAL 主導可證明自旋軌域耦合可被閘極調控。隨著電洞濃度增加，WAL 效應造成的峰值更加明顯，顯示自旋軌域耦合的強度隨電洞濃度增加而變強，與 Rashba 自旋軌域耦合的預期一致。閘極偏壓的增加使電場 E_z 變大，使結構反轉不對稱變強。此外，更大的電洞濃度對應到更大的費米波向量 k_F 。 E_z 以及 k_F 的增加都會增強自旋軌域耦合。

3.5 自旋軌域耦合分析

為了要更定量的分析，從磁阻中可萃取出自旋同調長度以及自旋進動頻率。萃取這些參數最常見的方法即是使用 HLN 模型近似[42]或 ILP 模型[43]，HLN 和 ILP 皆是描述自旋擴散區域的模型(自旋鬆弛距離 \gg 平均自由路徑)，HLN 模型適用於能量分裂正比於 k 立方的立方 Rashba 自旋軌域耦合，ILP 則同時考慮了 k 一次方的等效磁場(B_{SO1})與 k 立方的等效磁場(B_{SO3})。2014 年[31]將調變摻雜鍺/鍺矽二維電洞的磁阻用只考慮 k 一次方的 ILP 公式(假設 $B_{SO3}=0$)和只考慮 k 立方的 ILP 公式(假設 $B_{SO1}=0$)進行近似，結果顯示只有適用於 k 立方的公式可以近似實驗數據，這結果與第二章所述 HH 的自旋軌域耦合與 k 立方成正比相符合，根據這結果，本論文只對適用於 k 立方的 HLN(3.4.1 小節)和 G&G 模型(3.4.2 小節)公式進行近似。

3.5.1 HLN 模型

圖 3.13 是以 HLN 公式對本實驗數據近似的結果，HLN 的公式 f_{HLN} 中有代表自旋軌域耦合的 B_{SO} 和代表相位同調的 B_ϕ 這兩個參數：

$$f_{HLN} = f_{HLN}(B, B_{SO}, B_\phi) . \quad (3-6)$$

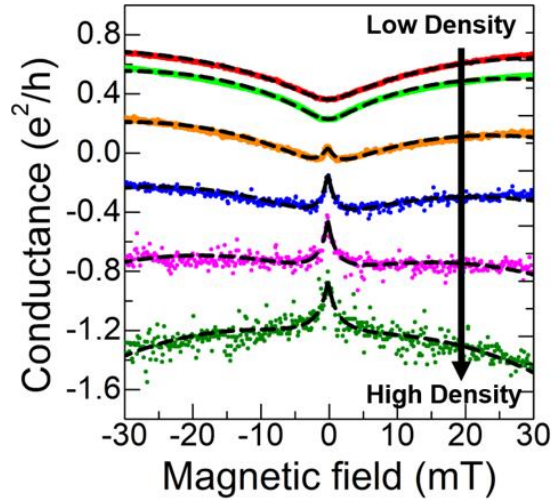


圖 3.13 間隔層 9 奈米的二維電洞在不同電洞濃度(由上到下 $p = 3.6$ 、 4.1 、 4.7 、 5.1 、 5.5 、以及 $6.6 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$)的磁導電度 $\Delta\sigma$ (顏色點)和根據 HLN 公式近似的結果(黑色虛線)。曲線被垂直平移以清楚呈現。

f_{HLN} 的詳細公式在第二章中，實驗數據中磁場的兩個極性($B > 0$ 和 $B < 0$)之間稍有不對稱，這個不對稱可能是因為量子井中的二維電洞穿隧到間隔層/氧化層表面，使得導電率隨時間緩緩下降所致，因此在近似時使用的近似函數必須考慮這個不對稱的現象，此外，先前研究指出二維電洞的導電度會因為子能帶間散射而產生一個磁場平方項，因此所使用近似之函數為：

$$f_{fit} = f_{HLN}(B, B_{SO}, B_{\phi}) + s \times B + p \times B^2 . \quad (3-7)$$

利用 Matlab 的 toolbox 找出 B_{SO} 、 B_{ϕ} 、 s 、 p 這四個參數的組合使得 HLN 公式與實驗數據之間的差異擁有最小平方誤差。雖然普遍的狀況下四個參數的近似會因為參數互相影響而失去物理意義，本實驗的近似函數約略可以分成三個部分：小磁場($B < 10 \text{mT}$)下的偶函數 f_{HLN} ，大磁場($B > 10 \text{mT}$)下的偶函數 $p \times B^2$ ，以及奇函數 $s \times B$ ，這三個部分是線性獨立的函數，因此將 p 和 s 導入近似並不會讓 f_{HLN} 的近似失去物理意義。

圖 3.14 近似萃取的自旋鬆弛長度(L_{SO})和相位同調長度(L_{ϕ})以及從遷移率計算的平均自由路徑(L_{tr})。HLN 的公式中有 B_{SO} 和 B_{ϕ} 這兩個參數，分別對應到 L_{SO} 和 L_{ϕ} ， B 和 L 的關係式：

$$B_{SO, \phi} = \frac{1}{4eL_{SO, \phi}^2} . \quad (3-8)$$

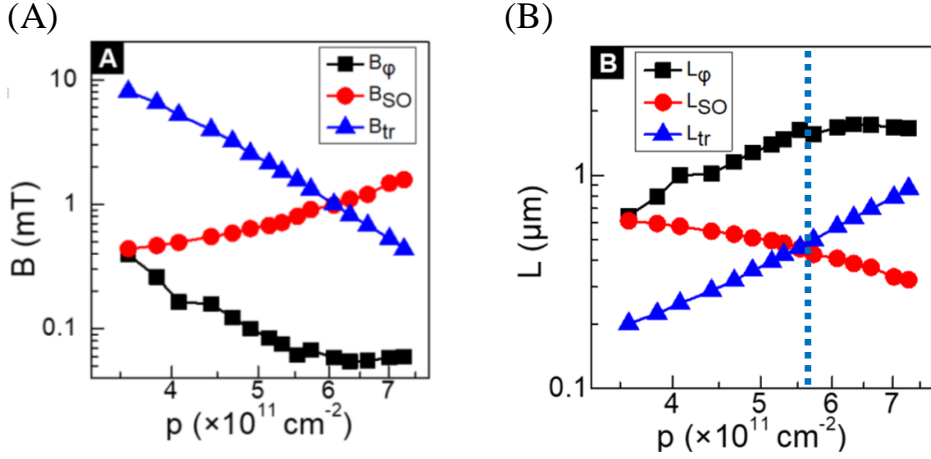


圖 3.14 以 HLN 由磁阻曲線擬合得到的(A)時間及(B)長度尺度。下標 SO、 ϕ 、以及 tr 分別表示自旋軌域(spin-orbit)、相位同調(phase coherence)、以及載子傳輸(transport)長度。

近似的結果中可以看出 L_{SO} 隨電洞濃度增加而變小，代表電洞濃度越大，電洞的自旋軌域耦合越強，這現象可以用第二章描述的 k 立方關係解釋，同時也與 3.3.4 定性的分析符合。此外，將 L_{SO} 和 L_{tr} 相比可以看出在 $p > 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ 時 $L_{SO} < L_{tr}$ ，代表系統不屬於自旋擴散區域，嚴格來說 HLN 模型是不適用的，但先前研究也有指出用 HLN 模型在自旋擴散區域以外可以得到合理的估計[44]，在下一小節比較 HLN 與 G&G 模型後，可看出 HLN 所計算的零場分裂大小與 G&G 模型相近，代表 HLN 模型在與本實驗中也能給予合理的估計值。

3.5.2 Glazov 及 Golub 模型

為了要從這些數據中萃取自旋軌域耦合參數，使用 Glazov 及 Golub 開發的更廣泛適用的模型[45]，以下簡稱 G&G 模型。該模型在自旋擴散區域以外依然適用且適用於本文的數據。然而使用該模型分析數據牽涉到數值積分。如何適當的計算該數值積分的討論以及擬合過程的細節被包含在[41]的補充資料中，這部分是由 Sandia 實驗室的 Dr. N. T. Jacobson 等人計算的，由於 G&G 的公式比 HLN 的計算更複雜：

$$\Delta\sigma = \sigma_a + \sigma_b \quad (3-9)$$

其中，

$$\sigma_a = -\frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \left(\frac{l}{l_B}\right)^2 \sum_{N=0}^{\infty} \left\{ \text{Tr}[A_N^3(I - A_N)^{-1}] - \frac{P_N^3}{1 - P_N} \right\}.$$



$$\sigma_b = \frac{e^2}{4\pi^2\hbar} \left(\frac{l}{l_B}\right)^2 \sum_{N=0}^{\infty} \left\{ \text{Tr}[\tilde{K}_N \tilde{K}_N^T A_N (I - A_N)^{-1}] \right. \\ \left. + \text{Tr}[\tilde{K}_N \tilde{K}_N^T A_{N+1} (I - A_{N+1})^{-1}] \right. \\ \left. - Q_N^2 \left(\frac{P_N}{1 - P_N} + \frac{P_{N+1}}{1 - P_{N+1}} \right) \right\}.$$

$$A_N = \begin{pmatrix} P_{N-6} - S_{N-6}^{(0)} & R_{N-6}^{(3)} & S_{N-6}^{(6)} \\ R_{N-3}^{(3)} & P_{N-3} - 2S_{N-3}^{(0)} & R_{N-3}^{(3)} \\ S_N^{(6)} & R_N^{(3)} & P_N - S_N^{(0)} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{K}_N = \begin{pmatrix} Q_{N-6} - S_{N-6}^{(1)} & -R_{N-5}^{(2)} & -S_{N-5}^{(5)} \\ R_{N-6}^{(4)} & Q_{N-3} - 2S_{N-3}^{(1)} & -R_{N-2}^{(2)} \\ S_{N-6}^{(7)} & R_{N-3}^{(4)} & Q_N - S_N^{(1)} \end{pmatrix}$$

$$P_N = \frac{l_B}{l} \int_0^{\infty} dx \exp\left(-x \frac{l_B}{l} - \frac{x^2}{2}\right) L_N(x^2)$$

$$Q_N = \frac{1}{\sqrt{N+1}} \frac{l_B}{l} \int_0^{\infty} dx \exp\left(-x \frac{l_B}{l} - \frac{x^2}{2}\right) x L_N^1(x^2)$$

$$S_N^{(m)} = \frac{l_B}{l} \frac{\sqrt{N!}}{\sqrt{(N+m)!}} \int_0^{\infty} dx \exp\left(-x \frac{l_B}{l} - \frac{x^2}{2}\right) x^m \\ \times L_N^m(x^2) \sin^2\left(\Omega\tau \frac{l_B}{l} x\right),$$

$$R_N^{(m)} = \frac{l_B}{l\sqrt{2}} \frac{\sqrt{N!}}{\sqrt{(N+m)!}} \int_0^{\infty} dx \exp\left(-x \frac{l_B}{l} - \frac{x^2}{2}\right) x^m \\ \times L_N^m(x^2) \sin\left(2\Omega\tau \frac{l_B}{l} x\right).$$

光是兩參數的 G&G 的運算複雜度就已經超出一般電腦所能處理的範圍，其中運算複雜度主要來自於 P、Q、S、R 中有高次的 Laguerre 多項式的取積分，此外，高次的 Laguerre 多項式的多項式係數會超出 2^{31} 次方，因此不能用 Matlab 的整數計算。由於計算複雜，使用 G&G 模型時我們沒有沿用 HLN 近似時敘述的四參數近似，我們先透過正磁場與負磁場的差異算出 B 線性項 $s \times B$ ，將 $s \times B$ 減去後再用 G&G 對小磁場 ($|B| < 10$ mT) 進行兩參數(一個自旋軌域參數、一個相位同調參數)近似，由於正比於磁場平方的 $p \times B^2$ 成分在小磁場下影響較小，兩參數的 G&G 近似在小磁場下受 B^2 項影響較小。圖 3.15 中顯示不同電洞密度下磁導電度 $\Delta\sigma(B)$ ，定義為 $\sigma(B) - \sigma(0)$ ，以及擬合的最佳曲線。圖中可見 G&G 的模型可適當的擬合量測到的磁阻。

由 G&G 模型的擬合過程可萃取在各濃度下自旋進動頻率 Ω_3 及相位同調時

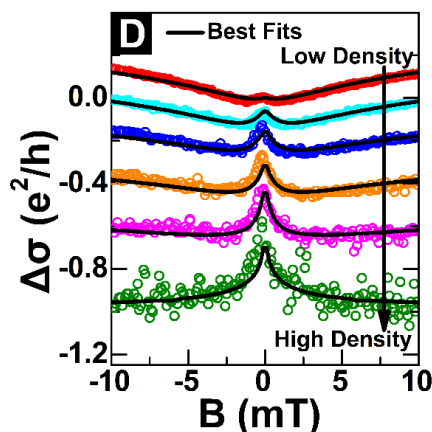


圖 3.15 由上到下 $p = 3.6、4.1、4.7、5.1、5.5$ 以及 $6.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ 的磁導電度 $\Delta\sigma$ 。黑線表示以 G&G 模型得到的最佳擬合曲線。曲線被垂直平移以清楚呈現[41]。

間 τ_ϕ 。自旋進動時間 τ_{SO} 定義為 $1/\Omega_3$ 而傳輸散射時間 τ_{tr} 定義為 $(m^* \mu)/e$ ，其中 $m^* = 0.08m_0$ 為電洞在二維平面中的等效質量，其數值由溫度相依 SdH 震盪量測。圖 3A 顯示 τ_{SO} 、 τ_ϕ 、以及 τ_{tr} 而圖 13.16(A) 顯示對應的長度尺度，其定義為自旋進動長度 $L_{SO} = \tau_{SO} \times v_F$ ，平均自由路徑 $L_{tr} = \tau_{tr} \times v_F$ ，以及相位同調長度 $L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$ ，其中 v_F 為費米速度， D 為擴散係數。如圖 13.16(B) 所示，自旋進動長度隨電洞密度增加而減少，該現象與先前提到二維電洞系統中自旋軌域耦合隨著電洞濃度增加而增強相符合。由於 WAL 對磁阻造成的影響主要由 τ_ϕ 決定且不受 τ_{SO} 影響，擬合過程中只能提供 τ_{SO} 的一個上界(upper bound)[45]。

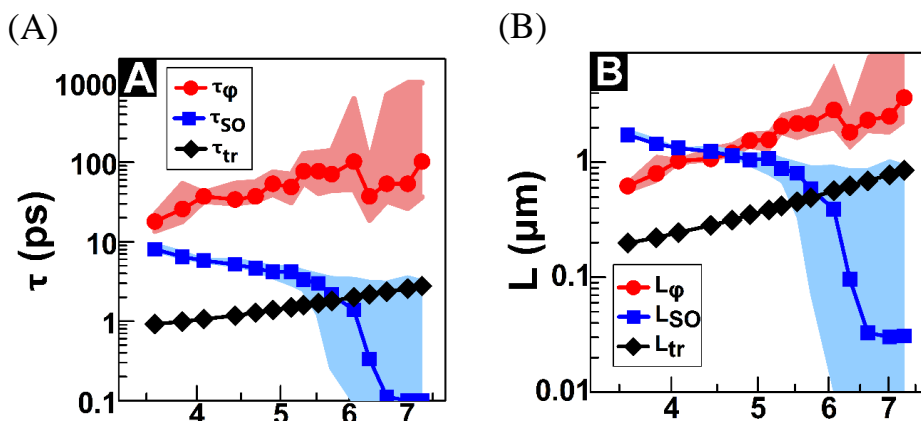


圖 3.16 由磁阻曲線擬合得到的(A)時間及(B)長度尺度。下標 SO、 ϕ 、以及 tr 分別表示自旋軌域(spin-orbit)、相位同調(phase coherence)、以及載子傳輸(transport)，陰影區域則表示擬合參數的誤差槓[41]。

圖 3.16 的結果展現銻二維電洞在自旋電子學應用中的潛力。首先，在 $p > 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ 時該二維電洞進入彈道自旋傳輸狀態，其 $\tau_{\text{SO}} < \tau_{\text{tr}} < \tau_{\phi}$ 。該狀態下電洞可在自旋進動的同時彈道傳輸[1]。此外，Rashba 自旋軌域耦合強度的可調變度也是建造自旋電子元件的關鍵性質，可調變的自旋軌域耦合允許閘極直接控制自旋的進動[4]。如圖 3.16B 所示，銻二維電洞的 L_{SO} 從濃度 $3.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ 時 $\sim 2 \mu\text{m}$ 到濃度 $6.4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ 時小於 $0.1 \mu\text{m}$ ， L_{SO} 受閘極控制而改變展現出 Rashba 自旋軌域耦合的可調變度。自旋電晶體以閘極控制自旋的方向與自旋感應器方向相同或相反 [46]，因此可調變的 Rashba 自旋軌域耦合及彈道自旋傳輸是實現 CMOS 相容的自旋電晶體的重要步驟。

3.5.3 自旋軌域耦合係數以及零場分裂

圖 3.17A、B 分別顯示立方 Rashba 係數 α_3 以及費米能階附近的自旋軌域能量分裂 Δ_{SO} 。 α_3 及 Δ_{SO} 可使用關係式 $\Delta_{\text{SO}} = \hbar |\Omega_3| = \alpha_3 E_z k_F^3$ 計算，其中 E_z 是 z 方向平均電場[15]。在低電洞濃度下誤差槓較小，紅點顯示 α_3 隨 E_z 增加而變小。這種違反直覺的現象已在實驗中被觀察[47]，並且可透過考慮 LH-HH 能量分裂隨電場 E_z 而改變來解釋[19]。當系統中 LH-HH 能量分裂是由三角形位能井的量子限制而成，理論預測次方關係 $\alpha_3 = E_z^{-4/3}$ 。另一方面，如果 LH-HH 能量分裂源於應力，則 α_3 被預期不隨 E_z 改變而改變。實驗結果量到兩者間次方關係約為 -0.5，顯示量子限制和應力都對 LH-HH 分裂有貢獻。

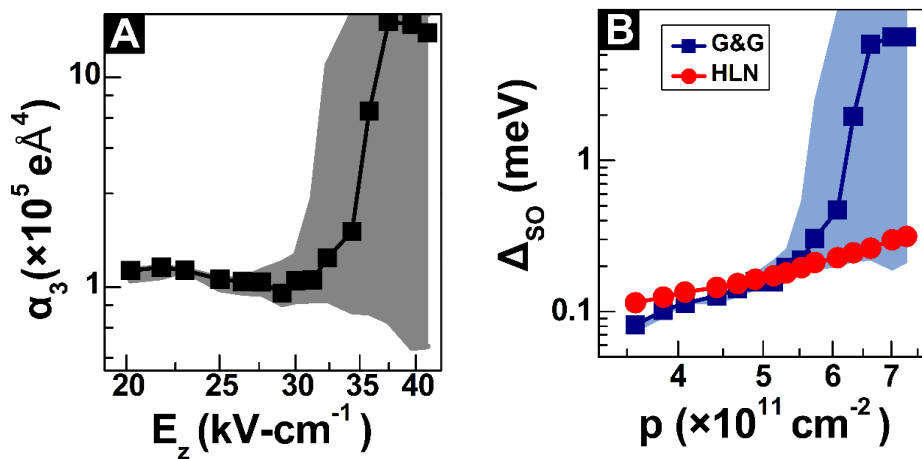


圖 3.17 (A)立方 Rashba 係數(α_3)對垂直電場的雙對數(log-to-log scale)關係圖。(B)由圖 3 萃取出兩次能帶間的能量分裂 Δ_{SO} 。陰影區域代表參數的誤差槓[41]。

表 3.1 不同團隊在銻二維電洞量測到的自旋軌域耦合參數[41]。

Reference	This work	Ref. 29	Ref. 12	Ref. 28
Structure	Undoped QW	MOS	Modulation-doped QW	Modulation-doped QW
Extraction method	WL-WAL	WL-WAL	WL-WAL	SdH
$\beta_3(\times 10^{-28} \text{ eV m}^3)$	0.3	0.7	0.2	1.0
Peak mobility ($\text{cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$)	61 000	4000	5000	780 000

圖 3.17B 所顯示的 Δ_{SO} 與 Ω_3 只差 \hbar 倍但在比較上較為方便。圖 3.17B 中比較用 G&G 模型得到的 Δ_{SO} (藍點)以及用 HLN 模型得到的 Δ_{SO} (紅點)。雖然 HLN 要求的條件沒有被滿足，用 HLN 模型擬合磁阻曲線得到的結果與 G&G 的結果相似。因此，如有些文獻中在不滿足 HLN 要求的條件下使用 HLN 模型也能得到合理的估計值[44]。表一比較不同團隊所量測的銻二維電洞的 Rashba 係數。表中比較的 β_3 是另一個形式的 Rashba 係數，其定義為 $\beta_3 = \alpha_3 E_z$ 。當不同研究的二維電洞的遷移率差異很大的同時，量測到的 β_3 數值都同樣在 $1 \times 10^{-28} \text{ eV m}^3$ 的數量級。

表 3.1[41]整理不同團隊量測的自旋軌域耦合參數以及其結構和遷移率，表中可以看出不同團隊量測的自旋軌域耦合參數在同一個數量級，且本實驗是第一個在無摻雜結構中量測到強自旋軌域耦合的現象。

3.6 結論

這一章中，3.1 節首先回顧其他團隊研究的銻/銻矽異質結構，這些研究皆利用調變摻雜結構來形成二維電洞，其中二維電洞遷移率最高的是 Warwick 大學團隊用減壓氣相沉積成長的銻/銻矽異質的二維電洞，其遷移率可高達 $1,000,000 \text{ cm}^2/\text{V-s}$ [34]。接著描述本團隊磊晶成長的無摻雜銻/銻矽異質結構，以及 RSM、SIMS、XTEM 等材料分析，從這些分析可以看出銻量子井層沒有因為鬆弛而產生額外的錯位，而且其中硼和磷的雜質濃度低，低錯位和低濃度是二維電洞達到高遷移率的重要性質。3.2 節則描述原件的製作和量測方法。3.3 節回顧蘇誼忻學長量測異質結構中二維電洞的電性和分析[39]，電性分析可看出二維電洞遷移率在間隔層小於 56 奈米時受到間隔層/氧化層介面的庫倫散射所限制，另外分析發現二維電洞濃度受到表面穿隧效應限制而飽和，飽和的電洞濃度與間隔層厚度呈現負相關，與表面穿隧模型符合。在 3.4 節則利用兩種量子傳輸模型(HLN 和 G&G 模型)分析弱侷限效應和弱反侷限效應造成的異常磁阻，透過這些模型的公式進行磁阻近似，我們可以計算自旋軌域耦合相關的參數，如自旋進動距離。在電洞濃度大於 $6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ 時自旋進動距離比平均自由路徑小，代表該二維電洞系統處於彈到自旋傳輸的狀態，這樣的狀態在部分自旋電子學元件中為必要條件。此外，我們透過自旋進動距離分析銻二維電洞的自旋軌域耦合造成的零場分裂和 Rashba 係數，零場分裂的大小與其他團隊在調變摻雜的銻/銻矽異質中量測到的數值相近。



第四章 總結

4.1 結論

本論文第二章回顧自旋軌域耦合對能帶的影響、反轉不對稱的自旋軌域耦合對載子自旋方向的作用以及弱反侷限效應。第三章先回顧蘇誼忻學長以傳輸實驗分析無摻雜鍺/鍺矽二維電洞的電性，並且描述本團隊量測到二維電洞的磁阻清楚的由 WL 到 WAL 效應的過渡過程。其數據展示閘極對 Rashba SOC 的調變能力。進一步的分析顯示該系統在電洞濃度 $p > 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ 後進入彈道自旋傳輸狀態。彈道自旋傳輸以及可調變的 Rashba SOC 使無摻雜鍺異質結構成為製作 CMOS 相容的自旋電子元件的前景看好的架構。

4.2 未來工作

關於鍺/鍺矽二維電洞的自旋軌域耦合，以下提出三個可能的研究方向以及可能會遇到的障礙。

4.2.1 其他量測自旋軌域耦合的方法

本研究透過弱反侷限效應萃取零場分裂 Δ_{SO} 並且進一步計算立方 Rashba 係數 α_3 ，這種萃取方法在量子自旋傳輸狀態下只能給予 Δ_{SO} 的下限，不能給予確切的值，其結果是 $\Delta_{SO} > 200 \text{ } \mu\text{eV}$ ，配合 SdH 震盪沒有拍頻可以給予 Δ_{SO} 的上限，以此可以給予一個 Δ_{SO} 的區間。然而為了求出更精確的 Δ_{SO} 的值則需要用其他方式量測，文獻中量測零場的方法有透過一組量子點接觸進行磁性聚焦[48]，由於磁性聚焦半徑和載子動量成正比，自旋軌域耦合會使聚焦峰值位置稍微不同。另外，自旋軌域耦合的作用下 Aharonov-Bohm (AB) 現象會出現震盪[49]，從 AB 震盪的頻率也能萃取 Δ_{SO} 。這些方法可能遇到的問題是：文獻中這些奈米結構(量子點或 AB 環)都使用 $\Delta_{SO} \sim 800 \text{ } \mu\text{eV}$ ，鍺/鍺矽二維電洞的自旋軌域耦合較弱，奈米結構的結果有可能和 SdH 震盪的結果類似，因自旋軌域耦合不夠強而分不出兩個峰值。

4.2.2 Rashba 係數的理論計算

量子井中的二維電洞的 Rashba 參數可以透過 Lowdin 微擾理論[19]算出

$$\beta_1^h = a \gamma_3 (\gamma_2 + \gamma_3) \frac{e\hbar^4}{m_0^2} \left[\frac{1}{\Delta_{11}^{hl}} \left(\frac{1}{\Delta_{12}^{hl}} - \frac{1}{\Delta_{12}^{hh}} \right) + \frac{1}{\Delta_{12}^{hl} \Delta_{12}^{hh}} \right]. \quad (4-1)$$

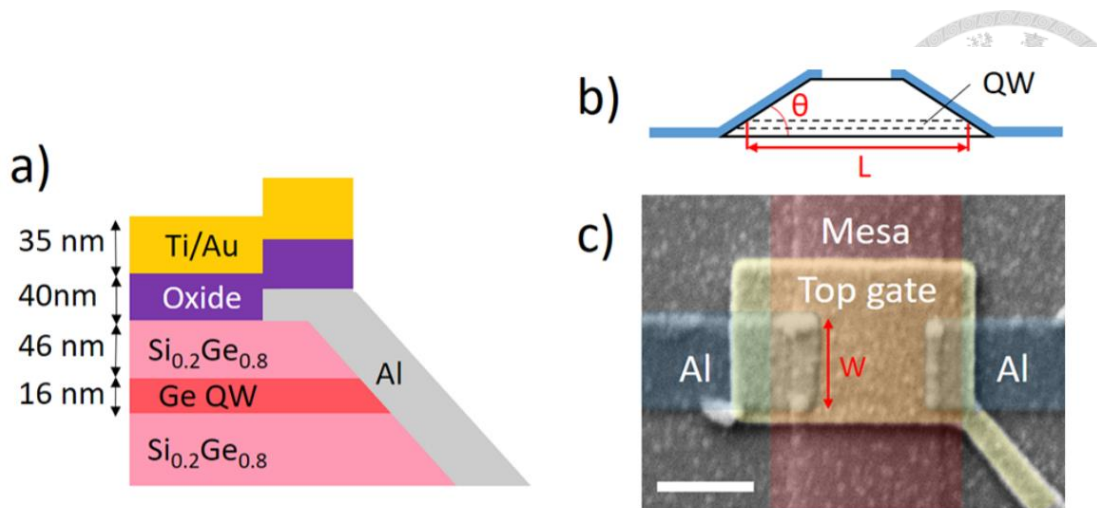


圖 4.1 Vigneau 等人的梯形平台的(A、B)示意圖、(C)掃描電子顯微鏡影像[50]。

其中 a 是受量子井位能形狀影響的係數， γ_2 、 γ_3 是材料的 Luttinger 參數， m_0 是真空電子質量， Δ_{ij}^{ab} 代表的是 a 能帶第 i 個子能帶與 b 能帶第 j 個子能帶之間的能量差 (a 、 b 的 h 代表 HH， l 代表 LH)。透過這些參數可以理論計算 Rashba 參數的理論值，以此與實驗得到的區間相比來進一步驗證實驗的正確性。這部分可能遇到的困難是計算 LH 子能帶時需要用到 LH 能帶的等效質量，但 LH 等效質量無法從 SdH 震盪或是霍爾量測得知，可能要從能帶理論計算理論值。

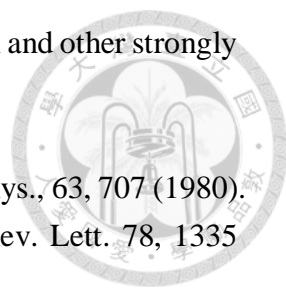
4.2.3 自旋場效電晶體製作

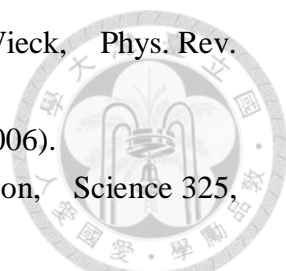
2019 年 Vigneau 等人[50]在無摻雜鍺/鍺矽異質結構透過製作梯形平台(mesa)，並且在平台兩邊沉積超導體使超導體直接接觸量子井，並且觀察到鄰近效應，由於這樣的梯形平台允許奈米尺度的電極-通道-電極元件結構，用鐵磁材料以同樣的方式代換超導體可能可以形成自旋場效電晶體，本研究中的高遷移率二維電洞的平均自由路徑可以高達 700 奈米，因此用此方式有機會製作通道 L 且 $L_{tr} < L < L_{so}$ 的彈道自旋電子學元件。可能遇到的障礙包括重現 Vigneau 等人的奈米梯形平台結構時可能會遇到製程的困難，以及在調變自旋軌域耦合時不可避免的改變電洞濃度，使得平均自由路徑縮短，實驗時可能需要製作不同通道長度的元件，以尋找能進行彈道自旋傳輸最適當的距離。

參考文獻



- [1] S. Sugahara and J. Nitta, *Proc. IEEE* 98, 2124 (2010).
- [2] C. L. Kane and E. J. Mele, *Phys. Rev. Lett.* 95, 146802 (2005).
- [3] S. R. Elliott and M. Franz, *Rev. Mod. Phys.* 87, 137 (2015).
- [4] S. Datta and B. Das, *Appl. Phys. Lett.* 56, 665 (1990).
- [5] S. Nadj-Perge, S. M. Frolov, E. P. A. M. Bakkers & L. P. Kouwenhoven, *Nature* 468, 1084 (2010).
- [6] A. Roth, C. Brüne, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, J. Maciejko, X.-L. Qi, and S.-C. Zhang, *Science* 325, 294 (2009).
- [7] D. Hsieh, D. Qian, L. Wray, Y. Xia, Y. S. Hor, R. J. Cava and M. Z. Hasan, *Nature* 452, 970 (2008).
- [8] H. Zhang, C.-X. Liu, X.-L. Qi, X. Dai, Z. Fang and S.-C. Zhang, *Nat. Phys.* 5, 438 (2009).
- [9] V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven, *Science* 336, 1003 (2012)
- [10] X.-L. Qi and S.-C. Zhang, *Rev. Mod. Phys.* 83, 1057 (2011).
- [11] A. Kitaev, *Phys.—Usp.* 44 131 (2001).
- [12] C. Nayak, S. H. Simon, A. Stern, M. Freedman, and S. D. Sarma, *Rev. Mod. Phys.* 80, 1083 (2008).
- [13] F. J. Ohkawa and Y. Uemura, *J. Phys. Soc. Jpn.* 37, 1325 (1974).
- [14] G. Dresselhaus, *Phys. Rev.* 100, 580 (1955).
- [15] R. Winkler, "Spin-orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems," (2003).
- [16] J. C. Phillips, *Bonds and Bands in Semiconductors* (Academic Press, New York, 1973)
- [17] U. Rössler, F. Malcher, and G. Lommer, *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics II*, p376-385 (1989).
- [18] M. Cardona, N. E. Christensen, and G. Fasol, *Phys. Rev. B* 38, 1806 (1988).
- [19] B. Habib, E. Tutuc, S. Melinte, M. Shayegan, D. Wasserman, and S. A. Lyon, *Appl. Phys. Lett.* 85, 3151 (2004).
- [20] A. Manchon, H. C. Koo, J. Nitta, S. M. Frolov, and R. A. Duine, *Nat. Materials* 14, pages 871 (2015).
- [21] C. Gauer, A. Wixforth, J. P. Kotthaus, M. Kubisa, W. Zawadzki, B. Brar, and H. Kroemer, *Phys. Rev. Lett.* 74, 2772 (1995).
- [22] B. Jusserand, D. Richards, H. Peric, and B. Etienne, *Phys. Rev. Lett.* 69, 848 (1992).
- [23] J. Rammer, "Quantum Transport Theory" (1998).

- 
- [24] M. Rudolph, "Quantum transport in mesoscopic systems of Bi and other strongly spin-orbit coupled materials" 2013
- [25] G. Bergman, *Phys. Rev. Lett.* 48, 1046 (1982).
- [26] S. Hikami, A. I. Larkin and Y. Nagaoka, *Prog. Theor. Exp. Phys.*, 63, 707 (1980).
- [27] J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagi, and T. Enoki, *Phys. Rev. Lett.* 78, 1335 (1997).
- [28] K. S. Cho, T.-Y. Huang, H.-S. Wang, M.-G. Lin, T.-M. Chen, C.-T. Liang, and Y. F. Chen, *Appl. Phys. Lett.* 86, 222102 (2005).
- [29] C. Morrison, P. Wiśniewski, S. D. Rhead, J. Foronda, D. R. Leadley, and M. Myronov, *Appl. Phys. Lett.* 105, 182401 (2014).
- [30] Z. Wilamowski, W. Jantsch, H. Malissa, and U. Rössler, *Phys. Rev. B* 66, 195315 (2002).
- [31] R. Moriya, K. Sawano, Y. Hoshi, S. Masubuchi, Y. Shiraki, A. Wild, C. Neumann, G. Abstreiter, D. Bougeard, T. Koga, and T. Machida, *Phys. Rev. Lett.* 113, 086601 (2014).
- [32] Y. H. Xie, Don Monroe, E. A. Fitzgerald, P. J. Silverman, F. A. Thiel, and G. P. Watson, *Appl. Phys. Lett.* 63, 2263 (1993).
- [33] H. Kanel, *Microelectronic Engineering* 76,279 (2004).
- [34] A. Dobbie, M. Myronov, R. J. H. Morris, A. H. A. Hassan, M. J. Prest, V. A. Shah, E. H. C. Parker, T. E. Whall, and D. R. Leadley, *Appl. Phys. Lett.* 101, 172108 (2012).
- [35] J. Foronda, C. Morrison, J. E. Halpin, S. D. Rhead and M. Myronov, *J. Phys.: Condens. Matter* 27, 022201 (2015).
- [36] J. Matthews and A. Blakeslee, *J. Cryst. Growth* 27, 118 (1974).
- [37] S. Yamakawa, H. Ueno, K. Taniguchi, and C. Hamaguchi, *J. Appl. Phys.* 79, 911 (1996).
- [38] T. M. Lu, C.-H. Lee, S.-H. Huang, D. C. Tsui, and C. W. Liu, *Appl. Phys. Lett.* 99, 153510 (2011).
- [39] Y.-H. Su, Y. Chuang, C.-Y. Liu, J.-Y. Li, and T.-M. Lu, *Phys. Rev. Materials* 1, 044601 (2017).
- [40] J. Davies, "The Physics of Low-dimensional Semiconductors: An Introduction" (1997)
- [41] C.-T. Chou, N. T. Jacobson, J. E. Moussa, A. D. Baczewski, Y. Chuang, C.-Y. Liu, J.-Y. Li, and T. M. Lu, *Nanoscale*, 10, 20559 (2018).
- [42] S. Hikami, A. I. Larkin, and Y. Nagaoka, *Progr. Theor. Exp. Phys.* 63, 707 (1980).
- [43] S. Iordanskii, Y. B. Lyanda-Geller, and G. Pikus, *ZhETF Pisma Redaktsiiu* 60, 199 (1994).

- 
- [44] B. Grbić, R. Leturcq, T. Ihn, K. Ensslin, D. Reuter, and A. D. Wieck, *Phys. Rev. B* 77, 125312 (2008).
- [45] M. M. Glazov and L. E. Golub, *Semiconductors* 40, 1209 (2006).
- [46] H. C. Koo, J. H. Kwon, J. Eom, J. Chang, S. H. Han, M. Johnson, *Science* 325, 1515 (2009).
- [47] R. Winkler, H. Noh, E. Tutuc, and M. Shayegan, *Phys. Rev. B* 65, 155303 (2002).
- [48] L. P. Rokhinson, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* 96, 156602 (2006).
- [49] B. Grbić, R. Leturcq, T. Ihn, K. Ensslin, D. Reuter, and A. D. Wieck, *Phys. Rev. Lett.* 99, 176803 (2007).
- [50] F. Vigneau, R. Mizokuchi, D. C. Zanuz, X. Huang, S. Tan, R. Maurand, S. Frolov, A. Sammak, G. Scappucci, F. Lefloch, and S. De Franceschi, *Nano Lett.* 19, 1023 (2019).