

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 ☒ 成果報告
☐ 期中進度報告

高頻壓電振盪濾波器之分析與量測

計畫類別：☒ 個別型計畫 ☐ 整合型計畫

計畫編號：NSC 90-2212-E-002-229-

執行期間：90 年 8 月 1 日至 91 年 10 月 31 日

計畫主持人：吳政忠

共同主持人：

計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)：☒ 精簡報告 ☐ 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- ☐ 赴國外出差或研習心得報告一份
- ☐ 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- ☐ 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- ☐ 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

☐ 涉及專利或其他智慧財產權，☐ 一年 ☐ 二年後可公開查詢

執行單位：國立台灣大學應用力學研究所

中 華 民 國 九 十 二 年 一 月 八 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

高頻壓電振盪濾波器之分析與量測

The Analysis and Measurement on High Frequency

Piezoelectric Resonator Filters

計畫編號：NSC90-2212-E-002-229

執行期間：90年8月1日至91年10月31日

主持人：吳政忠 國立台灣大學應用力學研究所

一、中文摘要

傳統分析 AT 切面石英平板振動大都源自 Mindlin 板理論。但隨著無線通訊市場的崛起，石英元件的規格亦日趨嚴謹，且體積越縮越小，振盪頻率的設計分析亦趨複雜。近期，Lee 提出新二維壓電平板振動分析理論，不僅考慮了壓電效應並包含電極面的質量效應。本研究進一步針對矩形高頻石英振盪器進行理論與數值分析，可以用來分析彎曲振動等模態對厚度剪切基頻的影響。另一方面，利用有限元素法針對石英平板進行模擬，分析不同尺寸、電極面的效應。本研究亦以 RLC 等效電路模擬相關試體並利用創新都普勒干涉儀(AVID)以單點量測位移的方式，瞭解相關的模態振形。進而得知傳統設計振盪器所選用的振動模態為何，與相對應的模態頻率值，並與有限元素法所得結果作比對。

關鍵詞：石英振盪器、模態振形、雷射都卜勒干涉、AVID

Abstract

Due to the rapid growth of wireless communication technology and markets, the specifications of quartz oscillators are more and more strict recently. In this project, we studied the characteristics of rectangular high frequency AT-quartz resonators as well as the design details of the dimensions of a quartz plate. The theoretical analysis was based on the Lee's approximated solutions of piezoelectric plate vibrations. Through the theoretical simulations, one can understand how the flexural and face-shear vibration modes affected the thickness shear mode. On the other hand, RLC equivalent circuit simulations and the AVID(Advanced Vibrometer Interferometer Device) were used to measure frequency responses and the displacement responses of the rectangular quartz plate. Through the measurement, one can obtain the vibration mode shapes of commercial quartz resonators and serve as an important basis for the design of high

frequency quartz resonators.

二、計畫緣由與目的

自發現石英晶體具有壓電效應以來，壓電石英晶體的技術已有 100 多年的歷史。由於石英晶體製成的元件具有很高的頻率穩定特性，所以在第二次世界大戰中，廣泛應用到軍事通訊方面。因此，壓電晶體技術從理論到實際應用得到了迅速發展，適用於各種用途之大部分石英切面都相繼研究完成，生產技術也有很大的進展。但由於石英振盪器在製程中，許多原因引起不良品的產生，振盪特性有所變化。因此，為解決相關問題進而發展我國設計研發石英振盪器的基礎，必須先收集文獻中相關資料，對傳統分析與近年來最新分析方法進行整理，建立相關設計分析模式。

本計畫建立石英振盪薄板之分析與高頻振動光學量測模式，以做為高頻石英振盪器之設計依據。利用Lee壓電平板振動理論、RLC等效電路與有限元素法，針對AT切面石英振盪器進行設計分析與模擬，並利用創新都普勒干涉儀(AVID)量測石英振盪器之模態振形，進而得知傳統設計振盪器所選用的振動模態為何，與相對應的模態頻率值，並與有限元素法所得結果作比對，建立一套完整分析模式。

三、研究方法與成果

1951年Mindlin[1]發表第一篇有關石英平板振動模態分析後，三十幾年內對石英平板振盪理論有完整分析，加上其眾多學生如Deresiewicz、Gazis、Spencer及Lee等等，對有關壓電石英平板的理論分析及實驗分析都有很多的文獻資料[2-11]；近年來，Yong等人及Wang等人[12,13]提出新的分析模式與利用有限元素分析方法對石英壓電平板有更深入的研究。有別於傳統Mindlin平板振動分析，Lee之理論[14]不僅考慮平板之壓電效應，更可分析蒸鍍於平板之上的電極面質量效應

(mass effect) 且無須考慮修正參數 (corrections)。

本計畫針對AT切面石英振盪器進行設計分析，理論部份乃以Lee壓電平板振動理論[14]；另一方面，由於有限元素法能針對不同邊界條件下及不同尺寸進行模擬，於是在理論方法建立後，採用ANSYS有限分析軟體對壓電石英平板作振盪模式分析。利用有限元素分析方法針對AT切面石英平板的厚度剪切及厚度扭轉模態進行探討，並與理論結果進行比較，計畫亦針對不同金屬電極面的效應進行研究。

1. Lee壓電平板振動理論分析

1.1 理論分析

1998 年 Lee[14]提出壓電平板理論，為最新且含壓電效應的二維分析方法。利用變分法原理 (variational principle) 如以下 (1)(2) 兩式

$$\int_{V_0} dt \int_V [(T_{ij,i} - \rho \ddot{u}_j) \delta u_j + D_{i,i} \delta \phi] dV = 0 \quad (1)$$

$$\int_{V_0} dt \int_S [(t_j - n_i T_{ij}) \delta u_j + (\sigma - n_i D_i) \delta \phi] dS = 0 \quad (2)$$

並考慮壓電組成律，如以下二式：

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} - e_{kij} E_k, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (3)$$

$$D_i = e_{ijk} S_{jk} - \epsilon_{ij} E_j, \quad E_i = -\phi_{,i}. \quad (4)$$

其中， t 為時間、 ρ 為壓電板密度、 u_j 為位移場、 T_{ij} 為應力張量、 D_i 為電位移 (dielectric displacement)、 ϕ 為電位能 (electric potential)、 V 及 S 分別為試體體積及表面積、 t_j 為表面曳力 (surface traction)、 n_i 為垂直 S 之法向量、 σ 為電荷密度。可得傳統分析壓電材料之三維運動方程式及組成律關係式。

壓電平板示意圖如圖一所示，其中平板長度為 $2a$ ，寬度為 $2c$ 及厚度為 $2b$ 。將位移場 u_i 在厚度方向上以餘弦函數展開，電位能 ϕ 以正弦函數展開，並在兩個展開式中加入符合邊界形式的分量，如以下二式：

$$u_i(x_1, x_2, x_3, t) = -u_{2,i}^{(0)} x_2 + \sum_{n=0}^{\infty} u_i^{(n)}(x_1, x_3, t) \times \cos \frac{n\pi}{2} (1 - \phi). \quad (5)$$

$$\phi(x_1, x_2, x_3, t) = -V_0(t) + V_1(t)\phi + \sum_{n=0}^{\infty} \phi^{(n)}(x_1, x_3, t) \sin \frac{n\pi}{2} (1 - \phi), \quad \phi = x_2/b. \quad (6)$$

其中， $\phi = x_2/b$ 、 $u_j^{(n)}$ 及 $\phi^{(n)}$ 為 x_1 、 x_3 及 t 之函數且 $\phi^{(0)} = 0$ 。

將(5)及(6)兩式代入(1)至(4)可由三維的運動方程式簡化成二維方程式及各個邊界條件，且位移場、應力場及電位移場等變數都是 n 階的方程式，詳細推導請參考文獻[14]。但振盪器之設計都是考慮厚度剪切基頻 (fundamental thickness shear mode)，因此需將各變數之 n 階的方程式簡化成一階方程式 (first-order equations) 後進行分析。同理，應變位移關係、電場-電位能關係及邊界條件都可以由(3)(4)(5)及(6)得到。

另一方面，考慮電極質量效應；在覆蓋電極面的壓電板上，其力學效應可由電極之密度 ρ' 及厚度 $2b'$ ($b'/b \ll 1$) 來決定：

$$\begin{aligned} \rho \ddot{u}_j^{(0)} &\rightarrow \rho(1+R) \ddot{u}_j^{(0)}, \\ \rho \ddot{u}_j^{(1)} &\rightarrow \rho(1+2R) \ddot{u}_j^{(1)}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$F_j^{(n)} \rightarrow F_j^{(n)} = T'_{2j}(\bar{b}) - (-1)^n T'_{2j}(-\bar{b}), \quad n=0,1,$$

$$\text{其中， } R = \frac{2b'\rho'}{b\rho}, \quad \bar{b} = b + 2b', \quad (8)$$

由(10)及(11)的修正即可以分析壓電平板均勻覆蓋電極面的效應。

1.2 石英平板之頻散關係

根據 Mindlin[5,15]的分析，在 AT 切面石英平板兩面給予電壓驅動下，具有兩組較強的振盪模態特性存在；一組為沿著 x_1 方向上的厚度剪切 (thickness shear, TSh_1)、彎曲振動 (flexural, F_1) 及面剪切 (face-shear, FS_1) 振動模態，另一組為沿 x_3 方向上的厚度扭轉 (thickness twist, TT_3) 及面剪切 (FS_3) 振動模態。這兩組較強的振盪模態可經由一階運動方程式在邊界條件為短路 (shorted) 及不受外力及力矩作用下 (traction-free) 得到，加上是當解的形式可得兩組頻散關係如下：

$$\begin{bmatrix} (1+R)\Omega^2 & -\bar{c}_{65}Z^2 & -\frac{2}{\pi}\bar{c}_{66}Z & 0 \\ 0 & (1+R)\Omega^2 - \bar{c}_{55}Z^2 & -\frac{2}{\pi}\bar{c}_{56}Z & 0 \\ -\frac{4}{\pi}(\Omega^2 Z - \bar{c}_{11}^{(1)}Z^3) & -\frac{4}{\pi}\bar{c}_{56}Z & (1+2R)\Omega^2 - \bar{c}_{11}^{(1)}Z^2 - \bar{c}_{66} & -\frac{8}{3\pi}(\bar{c}_{11}^{(1)}Z^2 + \bar{c}_{56}) \\ \frac{\pi}{4}\bar{c}_{11}^{(1)}Z^3 & 0 & \frac{2}{3}(\bar{c}_{11}^{(1)}Z^2 + \bar{c}_{56}) & -\frac{\pi}{4}\bar{c}_{11}^{(1)}Z^2 + \bar{c}_{52} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} (1+R)\Omega^2 - \bar{c}_{55}Z^2 & -\frac{2}{\pi}\bar{c}_{56}Z & -\frac{2}{\pi}\bar{c}_{35}Z^2 & 0 \\ -\frac{4}{\pi}\bar{c}_{56}Z & (1+2R)\Omega^2 - \bar{c}_{55}^{(1)}Z^2 - 1 & -(\bar{c}_{25}^{(1)}Z^2 + \bar{c}_{56})Z & -\frac{8}{3\pi}(\bar{c}_{35}^{(1)}Z^2 + \bar{c}_{56}) \\ -\frac{4}{\pi}\bar{c}_{35}Z^2 & -(\bar{c}_{25}^{(1)}Z^2 + \bar{c}_{56})Z & \bar{c}_{33}Z^2 + \bar{c}_{22}^{(1)} & \frac{8}{3\pi}(\bar{c}_{23}^{(1)} + \bar{c}_{33})Z \\ 0 & -\frac{8}{3\pi}(\bar{c}_{35}^{(1)}Z^2 + \bar{c}_{56}) & \frac{8}{3\pi}(\bar{c}_{23}^{(1)} + \bar{c}_{33})Z & \bar{c}_{33}Z^2 + 4\bar{c}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

其中， $A_1 \sim A_4$ 及 $B_1 \sim B_4$ 分別代表各模態之振幅係數且

$$Z = \frac{\xi}{(\pi/2b)}, \Omega = \frac{\omega}{\omega_1}, \omega_1^2 = \frac{\pi^2}{4b^2} \frac{c_{66}}{\rho}, \bar{c}_{pq} = \frac{c_{pq}}{c_{66}},$$

$$\bar{e}_{ip} = \frac{e_{ip}}{(c_{66}\epsilon_{22})^{1/2}}, \bar{\epsilon}_{ij} = \frac{\epsilon_{ij}}{\epsilon_{22}}, \bar{c}_{pq}^{(1)} = \frac{c_{pq}^{(1)}}{c_{66}},$$

$$\bar{e}_{ip}^{(1)} = \frac{e_{ip}^{(1)}}{(c_{66}\epsilon_{22})^{1/2}}, \bar{\epsilon}_{ij}^{(1)} = \frac{\epsilon_{ij}^{(1)}}{\epsilon_{22}}.$$

為求(9)及(10)式中各模態振幅係數之非零解，須求出滿足某一正規化頻率(normalized frequency) Ω 下，以正規化波數(normalized wave number) Z 為變數的矩陣行列式值為零之根，而(9)及(10)兩式在某一頻率下可化簡為 Z^2 的四次方程式，如此各矩陣所求得之根即可在圖中畫出各模態的 Ω - Z 關係圖，如圖二及圖三所示。

圖二及圖三之頻散關係分別為 x_1 方向無限長及 x_3 方向無限長之尺寸關係。針對石英平板有限尺寸之設計分析，考慮四邊 $x_1 = \pm a$ ， $x_3 = \pm c$ 為自由邊界之 AT 切面石英長方形平板(如圖一所示)。針對 $TS_h - F_1 - FS_1$ Vibrations 及 $TT_3 - FS_3$ Vibrations 下，其邊界條件可令為自由邊界並可得到兩組模態頻率關係式

$$\sum_{s=1}^4 M_{rs} A_{4s} = 0, r=1,2,3,4 \quad (11)$$

$$\sum_{s=1}^4 N_{rs} B_{4s} = 0, r=1,2,3,4 \quad (12)$$

其中， M_{rs} 為 Ω 及長/厚比 a/b 為變數之矩陣， N_{rs} 為 Ω 及寬/厚比 c/b 為變數之矩陣。於是可求得頻率方程式

$$F_1(\Omega, a/b) = |M_{rs}| = 0, r,s=1,2,3,4 \quad (13)$$

$$F_3(\Omega, c/b) = |N_{rs}| = 0, r,s=1,2,3,4 \quad (14)$$

針對不同的長/厚比 a/b ，其模態頻率關係圖如圖四所示。圖中縱軸代表正規化頻率值

$$\Omega^2 = \frac{4\rho b^2 \omega^2}{\pi^2 c_{66}}, \quad (15)$$

及針對不同的寬/厚比 c/b ，其模態頻率關係圖如圖五所示。

由(13)及(14)式可知所推導得到的頻率反應方程式相對於 Mindlin 及 Gazis[5] 考慮了石英平板的壓電效應及電極面的質量效應，對於真實石英振盪器的各種振盪模態的反應及設計分析可以更加掌握關鍵資訊。

2. 石英振盪器之尺寸設計分析

在電子工業中，石英業者最棘手的問題如圖六所示。依照設計尺寸下所製造出來的成品，常常有很多未知的原因造成試片頻率反應不理想的現象，諸如激生振盪影響主波、無法激振主波或是阻抗值不符合產品規格等問題[15]。

因此，經由(13)及(14)式之頻率反應方程式可以針對實際應用的石英振盪器尺寸進行設計分析。如圖七所示，代表在寬/厚比 c/b 為 54.017、質量效應 $R=0.001$ ，長/厚比 a/b 由 33.5 至 42.5 的頻率變化圖。圖中可以發現，當在質量效應 $R=0.001$ 的電極面下，其厚度剪切基頻的頻率會有 $\Omega < 1$ 現象。另一方面，當固定一個長/厚比 a/b 的值時，沿縱軸畫一條線，即可知道在石英平板有限尺寸下，其各個模態出現的順序及其頻率值。

圖八代表中心頻率為 8MHz 的實際產品振盪器模擬圖，寬/厚比 $c/b=13.6$ 、長/厚比 a/b 由 23 至 27，但圖八橫軸以真實長軸(x_1 方向)尺寸、縱軸為頻率值之頻率變化圖。以石英平板長度為 5.1mm 往縱軸畫一條直線即可知道此試片所製作出來的振盪器會有哪些模態發生。

而石英振盪器之設計，通常會有未知的原因促使原先要設計之中心頻率飄移掉，其中尺寸的變化對於頻率飄移的影響最為顯著。本文針對電極覆蓋厚度相對於

平板厚度之比 $R=0\sim0.005$ 進行各模態頻率值分析，質量效應依次增加 0.001 結果如圖九所示，發現各模態頻率值隨質量效應之增加而成線性減少，這樣考慮電極面厚度些微變化可能造成頻率變化的效應探討對於線上製程提供一個準則，以避免頻率飄移過大。

圖十代表兩個部分，圖中左方代表固定長/厚比 $a/b=31.498$ ，寬/厚比 c/b 由 31 至 33 的頻率變化圖；而圖中右方代表固定長/厚比 $a/b=31.607$ ，而寬/厚比 c/b 由 33 至 35.5 的頻率變化圖。圖中左右兩圖的交界處可以得知 F_1 及 FS_1 模態主要受長/厚比 a/b 的影響， FS_3 則主要受寬/厚比 c/b 的影響；然而， TSh_1 及 TT_3 則較不受長/厚比 a/b 及寬/厚比 c/b 的影響[14]。因此這樣的結果對於矩形石英振盪器的尺寸社既有著相當大的幫助。以上各關係圖中的各種不同模態交會處即是頻率反應可能發生問題的原因。本文提出在某些尺寸下，由於彎曲振動模態影響厚度剪切基頻的狀況下，其結果會產生如圖六之瑕疵品。

3. 有限元素法模擬

AT 切面石英振盪器之頻率反應模擬相當複雜，如不規則的電極覆蓋面、銀膠的邊界條件設計及電極面的厚度都需考慮，因此有限元素模擬分析有其必要性與實用性。本研究採用 ANSYS 有限元素分析軟體來模擬，選用 Solid 5 為元素，此元素為正方體中分佈有八個節點的壓電元素。主要模擬分兩大類，第一類為自由平板振動，此部分為不包含電極面之結果；考慮不同的電場分佈型態對基頻的影響。第二類為電極厚度對頻率的影響；在實際的產品裡，通常使用銀或金為電極面，所以在此部分是探討不同的電極材料、不同厚度和邊界條件變化對基頻的影響。不同邊界條件之模擬程序關係如圖十一所示。

3.1 純壓電平板振動模擬

模擬壓電平板受到均勻電場及部分覆蓋電場下其模態頻率變動的情況。在振盪器中，由於基頻主要是受到壓電平板厚度的影響，厚度約等於半波長，因此可以 (16) 式去推估振盪器的工作頻率，

$$f \approx \frac{1}{2t} \sqrt{\frac{c_{66}}{\rho}} = \frac{1654}{2b} \quad (16)$$

其中 $2b$ 為石英平板厚度。

在此反推的振盪頻率乃假設無限平板狀況下之結果。但由於有限平板的邊界效應與電極面的鋪設區域不同，會影響激生振盪(spurious mode)的形式產生，這些不希望出現的模態通常是彎曲模態或是其非諧振性倍頻，因此要更精確得到頻率值就必須進一步做分析。

考慮石英平板長×寬×厚為 $5.39 \times 1.995 \times 0.104\text{mm}$ 之自由振動，上層施加 1 伏特的電壓，下層電壓為 0，其基頻頻率為 16.023MHz。此結果為全部覆蓋電場時基頻之頻率值，但在實際的電場條件為部分覆蓋電場。將模擬的電場條件更改為部分覆蓋電場，其部分電極面之形式如圖十二所示，此種電極面為典型的電極設計方式。不同的電極設計會造成基頻的變化，也會影響振盪器的品質。但是在此並不探討電極面設計的變化對頻率的影響；僅就典型的電極面設計來探討完整覆蓋電場與部分覆蓋電場對頻率的影響。模擬所得基頻頻率為 16.0809MHz，且發現在電場施加面上會有較大的位移變化，其餘無電場覆蓋處則變位較小，明顯與全部覆蓋電場的情況不同。此部分正可以說明石英晶體的逆壓電效應，在電場的方向上會有較大變位。

3.2 金屬覆蓋對頻率的影響

在實際的產品裡，通常使用銀或金為電極面，因此本文針對此兩種不同電極材料，在不同厚度和邊界條件變化下分別探討對基頻的影響。其結果如圖十三所示，圖中探討電極厚度在平板上下面各為 50nm 的結果。由於金的密度比銀大，模擬結果可以發現電極面上鍍金後的頻率相對於鍍銀後的頻率下降來的大。

另一方面，比較電極面覆蓋情況對頻率的變化量，可知在部分覆蓋電極面與全部覆蓋下的差異；部分覆蓋下，因為所受到的質量效應較小，所以頻率相對會比較高。而不管電極面是鍍金或鍍銀，邊界條件為簡支板的情況下，相對於自由振動之

情形差異不大，約低於 100Hz，探究原因主要是因為厚度剪切模態恰好在兩端為節線，可視為在兩端線為固定且因為未考慮銀膠效應的結果，因此將一端固定在支撐結構上，對頻率的變化就很小。其變動之趨勢與文獻[15]中陳述一致。

4. 等效電路模擬

在電性的分析上，由壓電組成率推導得 Mason's 等效電路，經由機電耦合係數的關係，可將石英振盪器的振盪特性以 RLC 等效電路方式來模擬，即可以幾個簡單的電路元件(如圖十四所示)來模擬共振與反共振頻率的振盪狀況，此等效電路包含一 R-L-C 串聯電路與並聯一靜態電容。

在實驗量測分析中，本文利用網路分析儀量測石英振盪器之頻率反應，由阻抗值之大小可觀察其振盪特性。利用實驗的結果可以得到石英振盪器的阻抗值 Z ，如圖十五所示。對阻抗值取 $-20\log$ 可得 CI 值，即 $CI = -20\log(Z)$ 。根據 CI 值與頻率的關係圖可以反算 RLC 各等效電路值，找到一個最吻合的曲線。而此時每個分量值即所要求的等效電路值。其相關之參數值粹取方式如下[16]：

1. 利用串聯共振頻率時 f_s 的 CI 值來計算 R_m 。通常振盪器為低損失元件，所以 R_m 通常為幾十 Ω 左右。

2. 給定 C_m 電容一個初始猜測值，一般約幾個 fF 。

3. 同樣利用共振頻率 $f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_m \cdot C_m}}$ 來決定動態項中的等效電感 L_m 值。

4. 利用反共振頻率 $f_p = \frac{1}{2\pi\left[\frac{1}{L_m C_m} \left(1 + \frac{1}{r}\right)\right]^{\frac{1}{2}}}$ ，其中 $r = \frac{C_s}{C_m}$ ，可以得到靜態電容 C_s 值。

5. 找出最吻合的曲線，所得的等效電路即為所求。

利用上述粹取參數的步驟分別求實驗 10MHz (圖十六) 與 16MHz (圖十七) 等效電路值。在 10MHz 的例子中，在訊號量測的範圍內並無其他激生振盪產生

(spurious mode)產生，因此可以得到很好的反算值， $R_m = 22.0188 \Omega$ 、 $L_m = 28.468 \text{ mH}$ 、 $C_m = 8.9006 \text{ fF}$ 及 $C_s = 7.6537 \text{ pF}$ 。在 16MHz 的例子中，在基頻後面仍有兩個模態產生，但是根據上述粹取參數的原則並無法模擬後面兩個模態，只能模擬基頻時的振盪情況，其反算值為 $R_m = 6.0967 \Omega$ 、 $L_m = 3.619 \text{ mH}$ 、 $C_m = 27.359 \text{ fF}$ 及 $C_s = 34.32 \text{ pF}$ 。

4. 石英振盪器振動變形之量測

為了進一步瞭解石英振盪器振動模態的特性，進而瞭解頻率設計是否飄移掉？本研究利用創新都普勒干涉儀(AVID)量測石英振盪器之模態振形。AVID 量測系統以 He-Ne 雷射為接收源，其能量不會傷害到試片表面並可量測位移變化到 nm 的等級。而給石英振盪器電壓驅動的來源為波形產生器，亦可利用網路分析儀知道頻率響應的結果，對模態頻率與振動變形之比對有相當重要的參考價值。

首先量測石英晶體在網路分析儀驅動下之頻率反應圖，如圖十八所示可以得知石英振盪器之振盪頻率為 7.998MHz。針對此振盪頻率，可以利用波形產生器約 8MHz 的驅動使石英晶體激振，如此同時利用 AVID 量測石英晶體的振動變形(實驗架構如圖十九所示)，進而得知傳統設計振盪器所選用的振盪模態為何。單點位移量測結果如圖二十所示。其單點位移訊號之頻譜圖如圖二十一所示，主要之頻率為 8MHz，相當符合激振來源之頻率。另一方面，將石英平板面上各點之位移結果以立體圖表示，即可知其模態振形為何，與有限元素法及理論分析所得結果作比對如圖二十二所示，由於量測真實振盪器之表面只有部分電極面，而未覆蓋電極面之地方無法知道其振動變形，但考慮理論分析及有限元素之模擬可以發現，量測之最大振幅依舊在電極面中間處，亦相當符合。

如此，利用量測模態振形的方式，針對頻率飄移的不良品亦可得知其偏移至哪個模態，以作為製成步驟中檢測振盪器優劣的參考依據。

四、計畫成果自評

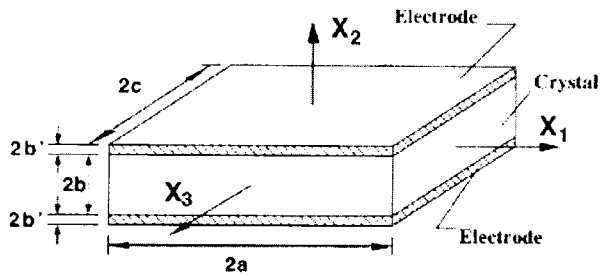
本計畫的研究內容均依原先訂定的進度順利完成，成果具學術與應用價值，相關結果除於國內研討會發表外[18,19]，亦已投稿於國內著名期刊[20]。本研究從力學的觀點並引用最新 Lee 壓電平板振動之分析理論，提出平板尺寸的些許變化足以影響模態個數、模態產生順序等等問題。因此，本文研究成果可初步應用於石英產業，以期協助大幅改善成品良率。

五、參考文獻

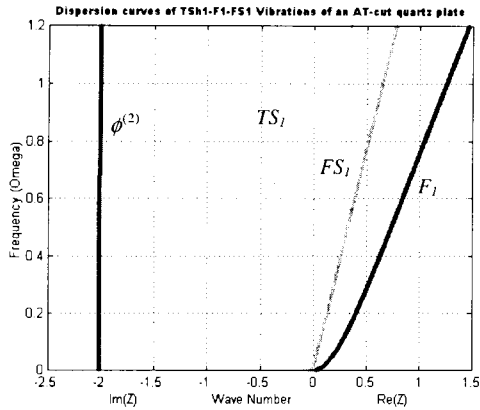
- [1] Mindlin, R.D. "Thickness-Shear and Flexural Vibrations of Crystal Plates". *J. Appl. Phys.* 22, p.316-323, (1951).
- [2] Mindlin, R.D. "Forced Thickness-Shear and Flexural Vibrations of Piezoelectric Crystal Plates". *J. Appl. Phys.* 23, p.83-88, (1952).
- [3] Mindlin, R.D. and H. Deresiewicz "Thickness-Shear and Flexural Vibrations of Rectangular Crystal Plates". *J. Appl. Phys.* 26, p.1435-1442, (1955).
- [4] Mindlin, R.D. "High Frequency Vibrations of Crystal Plates". *Quart. Appl. Math.* 19, p.51-61, (1961).
- [5] Mindlin, R.D., D.C. Gazis "Strong Resonances of Rectangular AT-Cut Crystal Plates". *Proceedings of the Fourth U.S. National Congress of Applied Mechanics*, p.305-310, (1962).
- [6] Mindlin, R.D., Lee, P.C.Y. "Thickness-Shear and Flexural Vibrations of Partially Plated, Crystal Plates". *Int. J. Solids Structures* 2, p.125, (1966).
- [7] Mindlin, R.D., Spencer, W.J. "Anharmonic, Thickness-Twist Overtones of Thickness-Shear and Flexural Vibrations of Rectangular, At-Cut Quartz Plates". *J. Acoust. Soc. Amer.* 42, p.1268-1277, (1967).
- [8] Mindlin, R.D. "Thickness-Twist Vibrations of A Crystal Strip". *Int. J. Solids Structures* 7, p.1-4, (1971).
- [9] Mindlin, R.D. "High Frequency Vibrations of Piezoelectric Crystal Plates". *Int. J. Solids Structures* 8, p.895-906, (1972).
- [10] Mindlin, R.D. "On Thickness Twist Vibrations of a Crystal Strip". In *Some Aspects of Mechanics of Continua*, Department of Mathematics, Jadavpur University, Calcutta, Part I, p.29-31, (1977).
- [11] Tiersten, H.F., "Forced Vibrations of Piezoelectric Crystal Plates". *Quart. Apply Math.* 20, p.107, (1962).
- [12] Y.K. Yong, J. Wang, T. Imai, S. Kanna and E. Momosaki. "A Set of Hierarchical Finite Element for Quartz Plate Resonators". In *Proceedings of 1996 IEEE Ultrasonics Symposium*, p.981-985, (1996).
- [13] Ji. Wang, Yook-Kong Yong, and Tsutomu Imai. "Finite Element Analysis of the Piezoelectric Vibrations of Quartz Plate Resonators With Higher-order Plate Theory". In *Proceedings of 1997 IEEE International Frequency Control Symposium*, p.650-658, (1997).
- [14] Lee, P.C.Y. "A new two-dimensional theory for vibrations of piezoelectric crystal plates with electroded faces". *J. Appl. Phys.* 83, p.1213-1223, (1998).
- [15] 黃自貴, "高頻石英薄板振動模態之研究". 碩士論文, 台灣大學應用力學研究所

(2000).

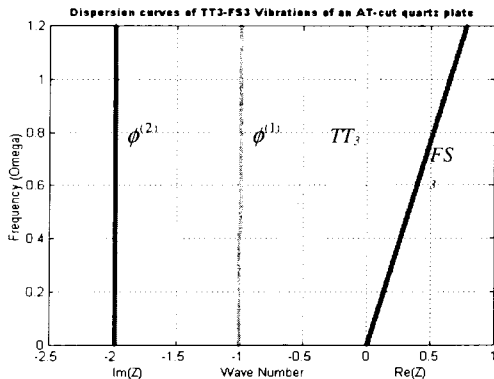
- [16] 李冠學, "壓電平板之模擬與量測". 碩士論文, 台灣大學應用力學研究所 (2001)
- [17] AVID USER'S MANUAL, AHEAD OPTOELECTRONICS, INC.
- [18] 吳政忠, 黃自貴, 李冠學 "高頻石英振盪器之設計與實驗量測分析" 第十八屆中國機械工程學會. (2001)
- [19] 吳政忠, 黃自貴, "以 Lee 壓電平板振動理論對石英振盪器之模擬與量測分" 第十九屆中國機械工程學會. (2002)
- [20] Wu, T.-T. and Z.-G. Huang (2002) "On the Design and Analysis of High Frequency Quartz Resonators," *Chinese Journal of Mechanics*, series B, (accepted) (in Chinese)



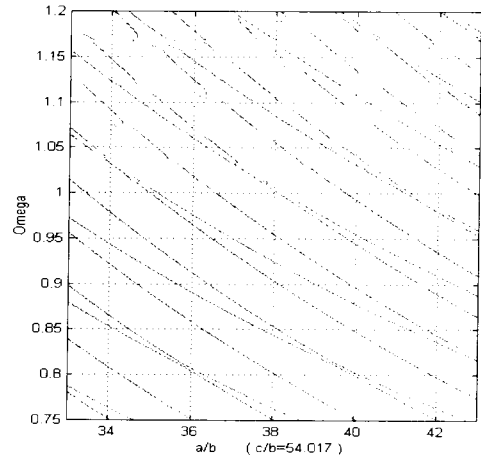
圖一 壓電平板示意圖(摘自[14])



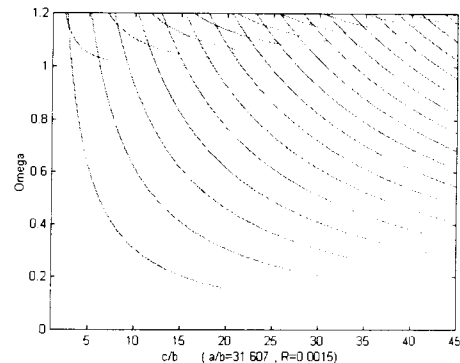
圖二 $TS_{h1} - F_1 - FS_1$ 模態頻率關係圖



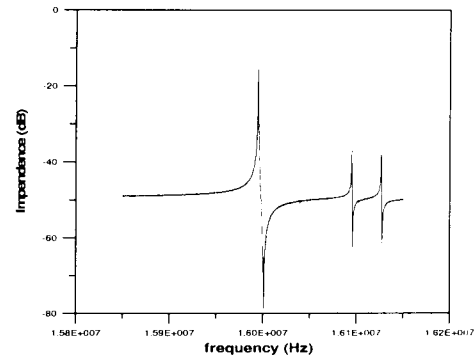
圖三 $TT_3 - FS_3$ 模態頻率關係圖



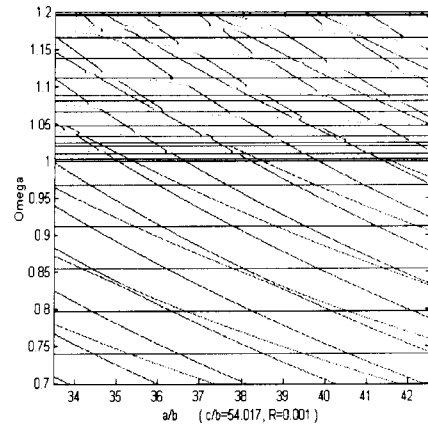
圖四 $TS_{h1} - F_1 - FS_1$ 模態頻率關係圖



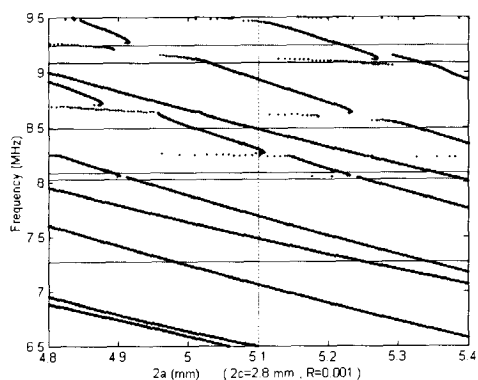
圖五 $TT_3 - FS_3$ 模態頻率關係圖



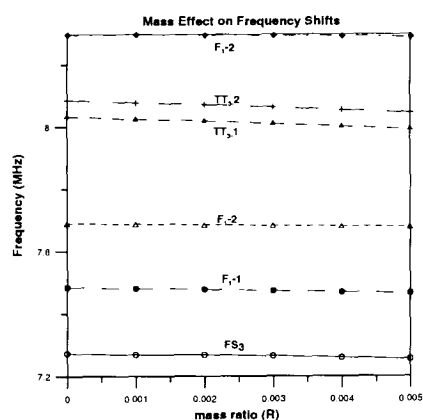
圖六 石英振盪器瑕疵品之頻率反應圖



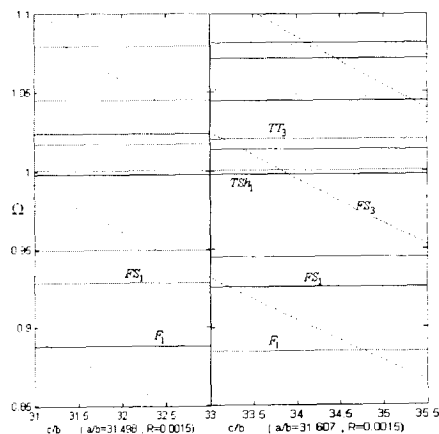
圖七 石英平板有限尺寸之各模態頻率關係圖



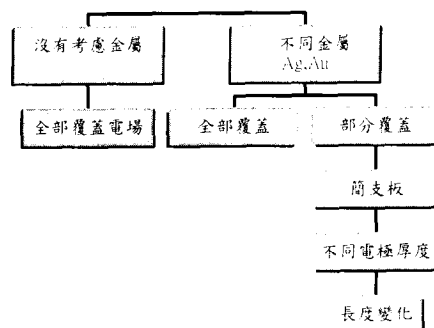
圖八 中心頻率為8MHz的實際產品振盪器模擬圖



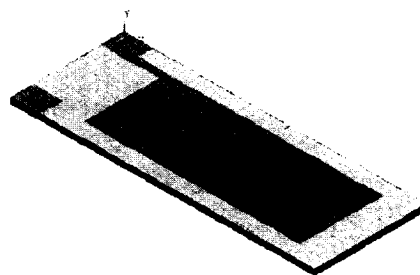
圖九 8MHz振盪器各模態隨電極面厚度變化圖



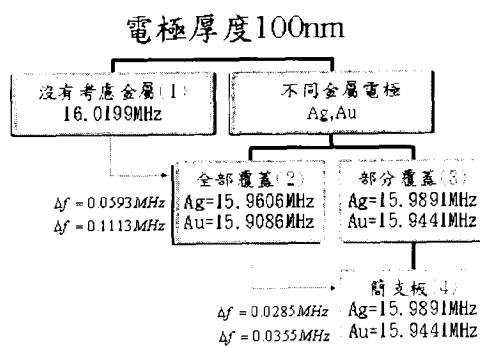
圖十 尺寸變化對模態頻率的變化



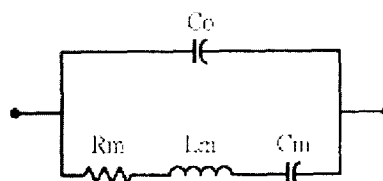
圖十一 有限元素分析步驟示意圖



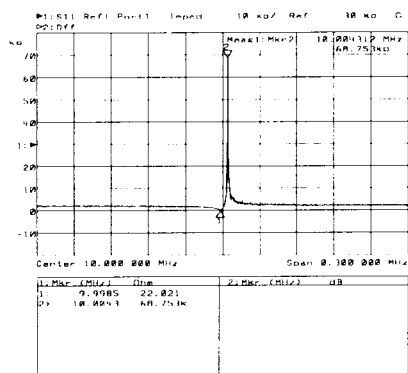
圖十二 石英平板部分覆蓋電極示意圖



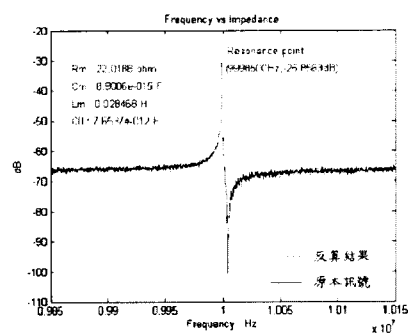
圖十三 有限元素分析不同邊界條件結果



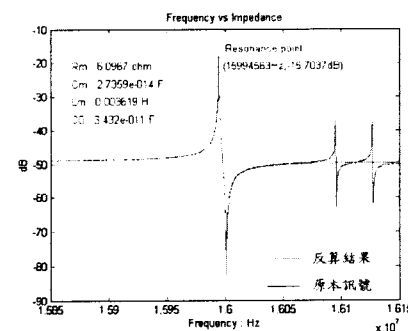
圖十四 R-L-C 等效電路圖



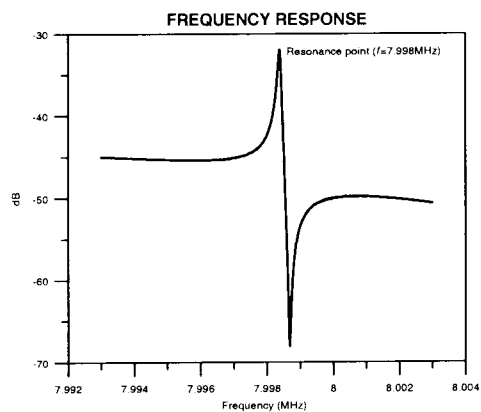
圖十五 石英振盪器之阻抗值圖



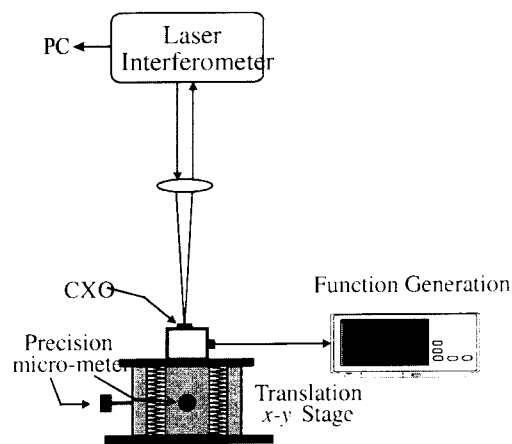
圖十六 10MHz 試片 RLC 反算結果圖



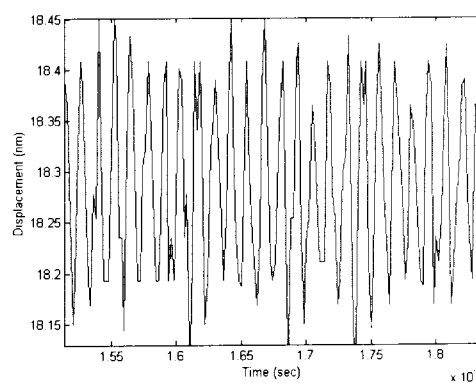
圖十七 16MHz 試片 RLC 反算結果圖



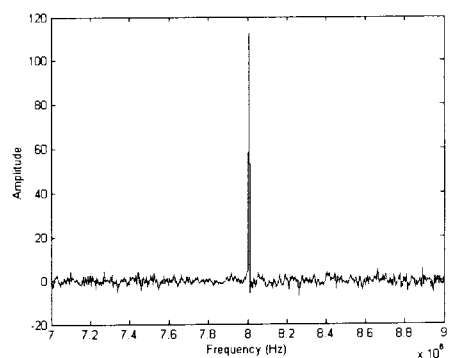
圖十八 實際產品振盪器的頻率反應圖



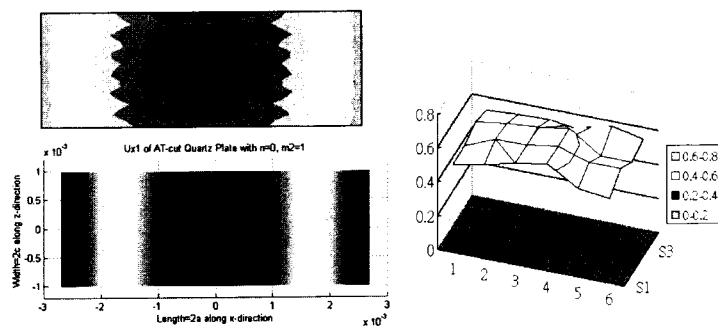
圖十九 AVID 量測實驗架構圖



圖二十 單點位移量測結果



圖二十一 單點位移頻譜圖結果



圖二十二 模態振形比對圖