

馬達驅動波形最佳化之研究

Optimization of Current Pattern for Driving a DC Brushless Motor

計劃編號: NSC89-2213-E-002-151

執行日期: 89.08.01~90.07.31

主持人: 陸一平 國立臺灣大學機械工程學系

luhyp@ms19.hinet.net

中文摘要

直驅式車輪馬達可提高電動機車整體效率，特別是當其操作在低轉速、高轉矩的條件下。本文的目的為：針對軸向磁通直流無刷馬達，設計出最佳化電流驅動波形，使馬達以最好的效率提供相同的扭矩。首先以能量法推導出力矩方程式，並依馬達的特性對方程式進行修正；接著利用磁路模型分析，導出力矩與輸入電流的關係式；再依不同的驅動架構，提出三種不同的限制條件，以力矩最大為目標函數，計算最佳化的電流波形，最後經模擬證實在銅損限制下的波形可產生最大的力矩及效率，是三種不同狀況下最佳的結果。

ABSTRACT

Direct driving wheel motor can improve the overall operating efficiency of the electrical motorcycle, especially at the low speed, but high torque operating range. This study develops the methods to achieve the driving current pattern optimization for the direct driving wheel motor. First, the torque equation is deduced by the energy method, and is modified by the features of the real wheel motor. Second, the relational equations between the output torque and the input currents are developed by the flux model analysis. Third, the

maximum torque destination function and three different constraints per different driving structures are used to calculate the optimization current pattern. At last, the copper loss constraint is improved to obtain the torque and efficiency optimization among the above three constraints.

計劃起緣與目的

以馬達為動力來源的電動車輛具有許多傳統車輛沒有的優點，包括效率高、無污染、低噪音及騎乘舒適等。再加上節約能源及環境保護的要求，在未來以電動車來替代傳統以引擎為動力來源的車輛，是必然的結果。

因此，近年來對電動車輛的研究正如火如荼地進行著，由於電動車輛高能量密度、高效率、高起動轉矩及高巡航速度等要求，研究者不斷分析、比較各種不同型式、結構的馬達，期望找出最適合的馬達類型，例如各式軸向磁通馬達的研究[1]，以及包含內磁鐵、外磁鐵、徑向磁通、軸向磁通、方波反電動勢及弦波反電動勢等不同型式的永磁式直流無刷馬達[2]。其中永磁式直流無刷馬達是許多人研究的重點：包括新式永磁式直流無刷馬達設計及分析[3]、直流無刷馬達驅動[4]，以及鐵心損失及效率的分析[5]。

為了進一步提升電動車輛的效率，許多研究者將馬達直接裝置於車輪上，以去除傳動機構造成的損失，但去除傳動機構後，馬達輸出轉矩無法藉速度的降低來提高，造成低速時起動轉矩不足，為解決這個問題，許多研究希望由改變輸入電流的點火角或是電流的波形，來提高馬達力矩[13][14][15]，這此研究中，電流波形通常仍為方波輸入，研究重點放在點火角的選擇上，本文則試圖將此一限制去除，期望在具有無限可能性的任意輸入波形中，能找到一種更好的趨動波形，能產生最大的輸出轉矩。

研究方法

首先以能量法推導出力矩方程式，並依馬達的特性對方程式進行修正：

力矩方程式

力矩方程式可藉能量法推導而得，其基礎為能量不滅定理：能量不能被創造也不會消滅，僅有形式的改變。對於任意的機電磁系統，可寫成方程式

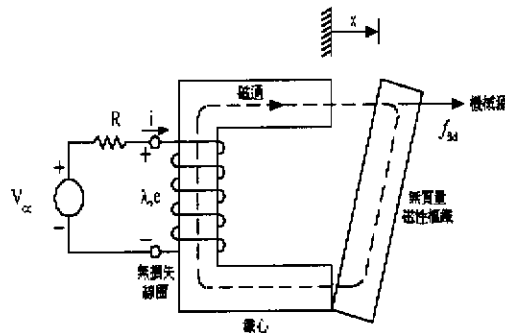
$$dW_{elec} = dW_{mech} + dW_{fld} \quad (1)$$

其中

dW_{elec} = 電能輸入的微分變量

dW_{mech} = 機械能輸出的微分變量

dW_{fld} = 磁能儲存微分變量



圖一 單輸入、單輸出機電磁系統

考慮圖一，圖中左側為電能輸入端，右側為機械輸出端，中間的鐵心則為磁能

儲存部分，此系統為單輸入、單輸出的機電磁系統。以此系統為例，對方程式(1)積分，可求得磁能為磁通鏈 λ 及位置 x 的函數

$$W_{fld}(\lambda, x) = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(x)} \quad (2)$$

力可由磁能的微分求得

$$f_{fld} = -\frac{\partial W_{fld}(\lambda, x)}{\partial x} \quad (3)$$

方程式(3)求得的是以磁通鏈及位置表示的力，若要以電流來表示力則需使用輔能(Coenergy)，定義輔能 W'_{fld} 為 i 及 x 的函數

$$W'_{fld}(i, x) = i\lambda - W_{fld}(\lambda, x) \quad (4)$$

對方程式(4)積分可得輔能

$$W'_{fld}(i, x) = \frac{1}{2} L(x) i^2 \quad (5)$$

力也可由輔能的微分求得

$$f_{fld} = \frac{\partial W'_{fld}(i, x)}{\partial x} \quad (6)$$

方程式(2)到(6)都是依圖(1)的單輸

入、單輸出的系統推導而來；我們亦

可用類似的方式去推導多輸入或是包

含永久磁鐵的系統，經推導可得到包

含繞組及永久磁鐵的馬達系統的力矩

方程式為

$$T_{fld} = \frac{\partial W'_{fld}(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\theta} - \frac{1}{2} \phi_m^2 \frac{dR_m}{d\theta} + NI \frac{d\phi_m}{d\theta} \quad (7)$$

其中的第一項為繞組磁阻力矩

(Reluctance Torque)，第二項為齒卡力

矩(Cogging Torque)，而第三項是磁鐵

磁通交鏈到繞組的對正力矩

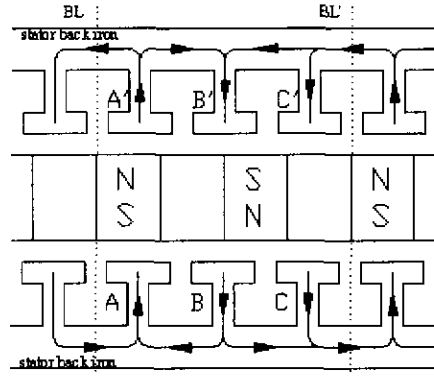
(Alignment Torque)。

齒卡力矩是馬達尺寸的函數，和電流無關，而磁阻力矩可以証明其值佔總力矩的比例很小，因此在下面的分析中，將力矩方程式簡化為

$$T_{fld} = NI \frac{d\phi_m}{d\theta} \quad (8)$$

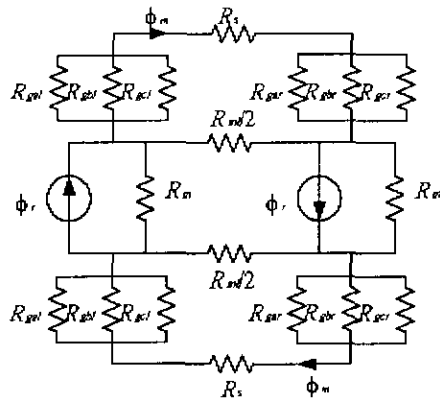
忽略磁阻力矩及齒卡力矩，僅考慮對正力矩。

磁路分析



圖二 一電氣週期的定、轉子結構及其磁路

以下針對齒極比為三比二的軸向磁通直流無刷馬達做分析，其結構如圖，每三個定子齒和二個磁極為一組，代表一個電氣週期，因為參數具週期性，所以只需要考慮一個週期即可。



圖三 等效磁路

圖三是圖二的等效磁路圖，其中

R_m = 永久磁鐵的內磁阻

R_{ml} = 磁鐵間漏磁阻

R_s = 定子軛鐵磁阻

R_{gal}, R_{gar} = 轉子磁通經過A相的氣隙磁阻和漏磁阻

R_{gbl}, R_{gbr} = 轉子磁通經過B相的氣隙磁阻和漏磁阻

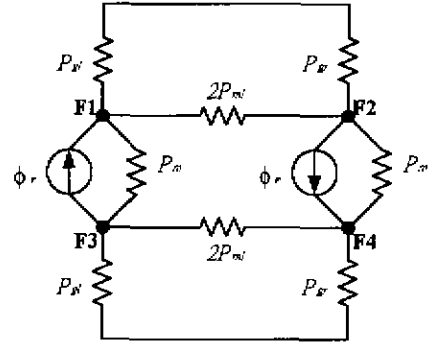
R_{gcl}, R_{gcr} = 轉子磁通經過C相的氣隙磁阻和漏磁阻

ϕ_r = 磁鐵的等效磁通源

ϕ_m = 氣隙磁通

氣隙磁導分為左右兩部分，分別對應左右兩個磁鐵，表示磁通進入或離開定子齒時的氣隙磁導。

定子齒的材料是矽鋼片，其導磁係數遠大於空氣的導磁係數，因此定子軛鐵的磁阻可忽略，另外，我們將磁阻換成磁導，三相氣隙磁通並聯為氣隙總磁通，以方便計算。整個磁路簡化如下



圖四 經簡化後的等效磁路

利用電路學中的節點電壓法，可以解出氣隙磁通 ϕ_m ；F1、F2、F3和F4為四個本質節點，令F4為零點，我們可得下列三個方程式，

(1)進入F1點的淨磁通為零

$$\phi_r + (F_2 - F_1)(2P_{ml} + \frac{P_{gl}P_{gr}}{P_{gl} + P_{gr}}) + (F_3 - F_1)P_m = 0 \quad (9)$$

(2)進入F2點的淨磁通為零

$$\phi_r + F_2P_m + (F_2 - F_1)(2P_{ml} + \frac{P_{gl}P_{gr}}{P_{gl} + P_{gr}}) = 0 \quad (10)$$

(3)進入F3點的淨磁通為零

$$\phi_r + (F_3 - F_1)P_m + F_3(2P_{ml} + \frac{P_{gl}P_{gr}}{P_{gl} + P_{gr}}) = 0 \quad (11)$$

這三個方程式可以解出F1、F2和F3三個

未知數，再代入方程式(3-5)就可以求得

總氣隙磁通

$$\phi_m = (F_1 - F_2) \frac{P_{gl} P_{gr}}{P_{gl} + P_{gr}} \quad (12)$$

而三相氣隙磁通可用分流的方式求得

$$\phi_a = \frac{P_{ga}}{P_{ga} + P_{gb} + P_{gc}} \phi_m \quad (13)$$

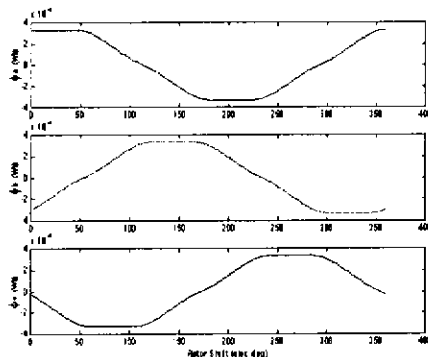
$$\phi_b = \frac{P_{gb}}{P_{ga} + P_{gb} + P_{gc}} \phi_m \quad (14)$$

$$\phi_c = \frac{P_{gc}}{P_{ga} + P_{gb} + P_{gc}} \phi_m \quad (15)$$

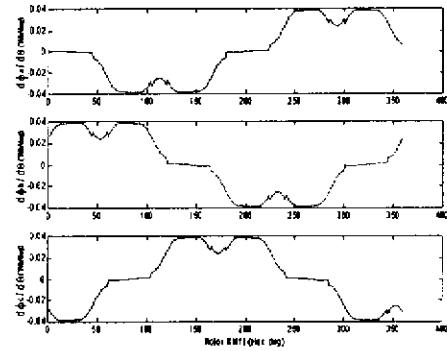
表一 馬達定轉子尺寸

輸入電壓(V)	48	磁鐵厚(cm)	1
定子齒數	48 (每邊 24)	磁鐵外緣半徑(cm)	8.9
轉子極數	16	磁鐵內緣半徑(cm)	6
磁鐵寬(cm)	1.25	磁鐵殘磁(Tesla)	1.05
齒寬(cm)	1.4	磁鐵相對導磁係數	1.1
氣隙寬(cm)	0.05	繞組匝數	130
磁鐵長(cm)	2.9	最大平均電流(A)	6
相數	3		

表一為本文分析的馬達尺寸，代入公式可計算出三相氣隙磁通及其微分，圖五及圖六，計算出磁通微分後就可以進行最佳化的分析。



圖五 三相氣隙磁通



圖六 三相氣隙磁通微分

最佳化波形計算

目標函數

在直接驅動式電動機車上，遇到的最大問題就是馬達起動扭矩不足，因此最佳化的目標函數為輸出力矩，變數為三相電流，方程式如下

$$f = f(I_a, I_b, I_c) \\ = N(I_a \frac{d\phi_a}{d\theta} + I_b \frac{d\phi_b}{d\theta} + I_c \frac{d\phi_c}{d\theta}) \quad (16)$$

限制條件

本文使用下列三組不同的限制條件來進行計算：

- (1) 三相 Y 接
- (2) 三相獨立
- (3) 限制銅損

三種限制條件代表了三種不同的驅動器及馬達間的連接方式，後面將詳細討論。

除了上述限制條件外，還有一個共通的限制條件：三相繞組的相電壓不得超過供應電壓，其方程式為

$$\omega_e \frac{d\lambda_a}{d\theta} + R_a i_a < V_{cc} \quad (17)$$

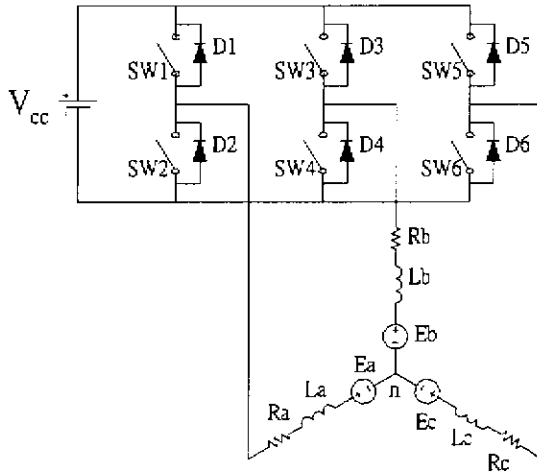
$$\omega_e \frac{d\lambda_b}{d\theta} + R_b i_b < V_{cc} \quad (18)$$

$$\omega_e \frac{d\lambda_c}{d\theta} + R_c i_c < V_{cc} \quad (19)$$

波形計算

三相 Y 接

三相 Y 接是目前三相馬達最常見的驅動架構，如圖七，



圖七 三相 Y 接馬達驅動架構

三相 Y 接的架構，除了電壓方程式的限制外，還有兩個限制條件：

(1) 流入中性點 n 的淨電流為零

$$I_a + I_b + I_c = 0 \quad (20)$$

(2) 單一繞組最大電流為 6 安培

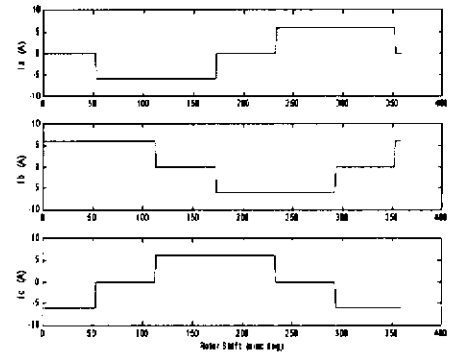
$$I_a \leq 6 \quad (21)$$

$$I_b \leq 6 \quad (22)$$

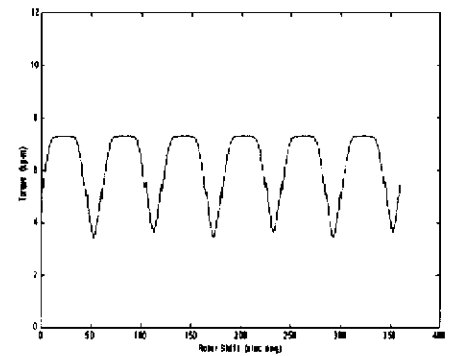
$$I_c \leq 6 \quad (23)$$

計算結果如下，圖八是三相電流波形，圖九是總和力矩波形，圖十則為力矩的頻譜分析圖。

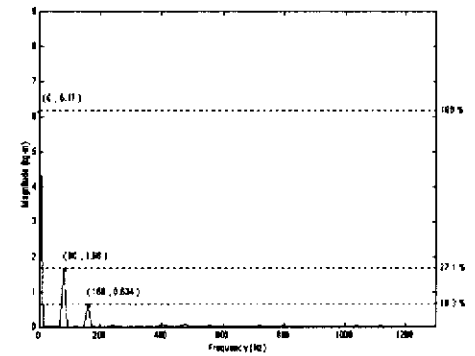
由圖八可知，任一瞬間僅兩相通入電流，且電流為上限 6 安培，另一項電流為零，這其實就是傳統的六步方波驅動(Six-Step Drive)的波形 [1][2][6]。三相 Y 接的平均力矩為 $6.189 \text{ Kg} \cdot m$ 。



圖八 三相 Y 接電流波形



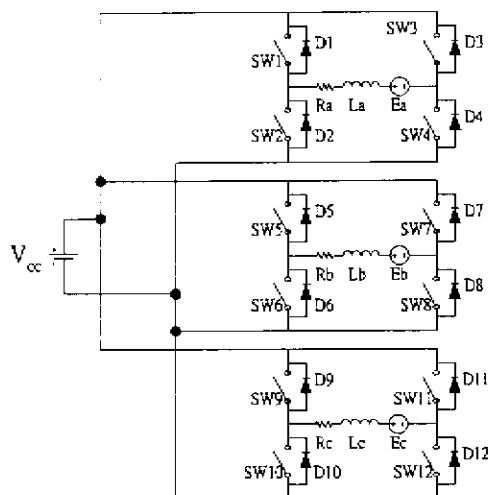
圖九 三相 Y 接總和力矩



圖十 三相 Y 接力矩頻譜分析

三相獨立

三相獨立與三相 Y 接的不同點主要在於其繞線連接方式：三相獨立繞組之間不存在中性點，如圖十一。

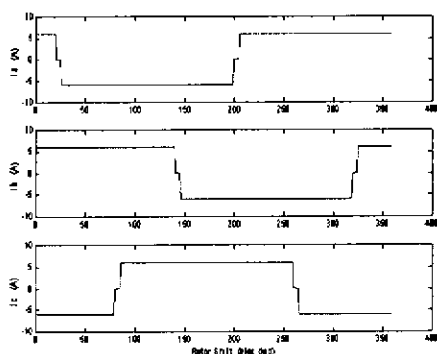


圖十一 三相獨立馬達驅動架構

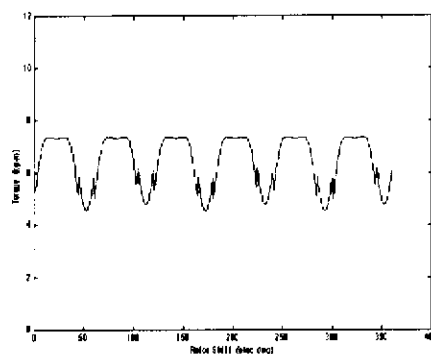
限制條件除了電壓方程式外，僅需限制單一繞組的最大電流，不需加入三相電流相加為零的限制：

最佳化計算結果下，圖十二是電流波形，圖十三是力矩波形，圖十四為力矩頻譜分析。

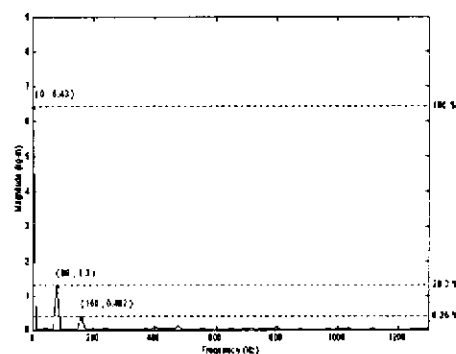
由圖十二，三相繞組在全部360度電氣角都通有電流，且都到達其極限值 6 安培，平均力矩為 $6.444 \text{ Kg} \cdot \text{m}$ ，較三相Y接架構增加約 $0.26 \text{ Kg} \cdot \text{m}$ ，而力矩漣波則略小於三相Y接架構。



圖十二 三相獨立驅動電流波形



圖十三 三相獨立驅動總和力矩



圖十四 三相獨立驅動力矩頻譜分析

銅損限制

回顧力矩方程式

$$T_{fd} = NI \frac{d\phi_m}{d\theta} \quad (25)$$

很顯然地，我們在 $\frac{d\phi_m}{d\theta}$ 較大的位

置通入電流所得的力矩，比在 $\frac{d\phi_m}{d\theta}$ 較小的位置通入電流所得的力矩大。但由前面兩種架構所得的電流波形，輸入的電流都是最大電流下的方波波形，但這樣的結果並不符合上述想法，為了符此概念，一定要把最大電流限制的條件去除。

最大電流的限制是為了防止電流過大，產生過量的熱而將馬達燒毀，因此我們僅限制總銅損(總發熱量)，就可以求出任意的電流波形，而不會對馬達造成損害，其限制條件可寫成下列方程式：

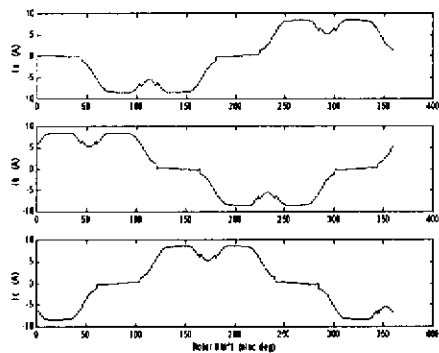
$$\int_0^{2\pi} I_a^2 d\theta \leq \int_0^{2\pi} 6^2 d\theta \quad (26)$$

$$\int_0^{2\pi} I_b^2 d\theta \leq \int_0^{2\pi} 6^2 d\theta \quad (27)$$

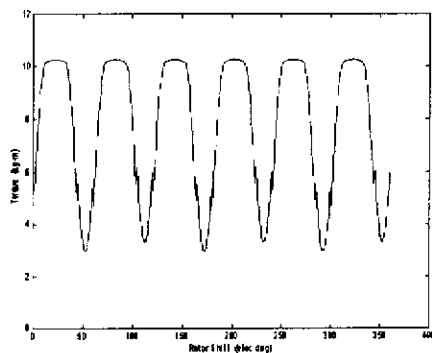
$$\int_0^{2\pi} I_c^2 d\theta \leq \int_0^{2\pi} 6^2 d\theta \quad (28)$$

再加上電壓方程式，即可代入程式計算，結果如下，圖十五是電流波形，圖十六是力矩波形，圖十七是力矩的頻譜分析。

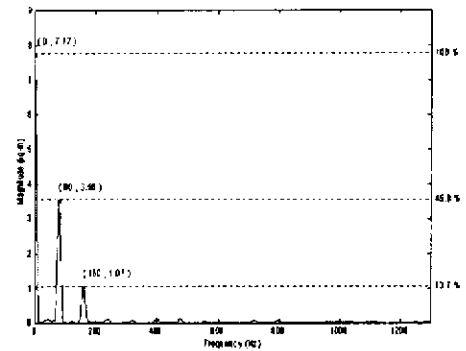
圖十五中的電流波形不是方波，而是隨著磁通微分變化而改變的電流波形，瞬間最大電流約為 8.47 安培；平均力矩為 $7.789 \text{ Kg} \cdot \text{m}$ ，較三相 Y 接產生的力矩提高 $1.6 \text{ Kg} \cdot \text{m}$ ，而力矩鏈波亦比其它兩種方式大。



圖十五 銅損限制下三相電流波形



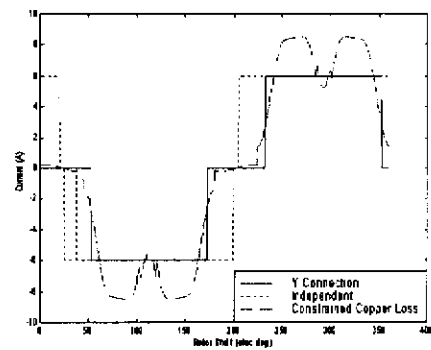
圖十六 銅損限制下總和力矩波形



圖十七 銅損限制下的力矩頻譜分析

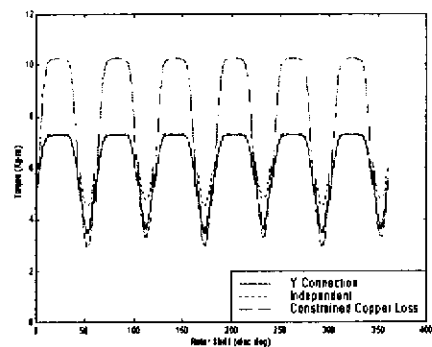
結果比較

力矩及電流波形比較



圖十八 電流波形比較

圖十八比較三種不同架構下的 A 相電流波形，三相 Y 接選擇磁通微分最大的 240 度電氣角通入電流，三相獨立視磁通微分的正負號，隨時通入最大電流 6A，銅損限制條件則視磁通微分的大小而通入大小不等的電流。



圖十九 力矩波形比較

低速性能比較

我們設定馬達轉速為 100rpm，且三種條件的電流波形不變，僅可改變電流的振幅；分別以輸出最大平均力矩、輸出定力矩來做比較。

輸出最大平均力矩

表二為比較結果。由表中可看出，銅損限制的平均力矩最大，比三相 Y 接的方式增加約 1.58 Kg-m，力矩常數也較其它兩種架構高；但力矩漣波較其它兩種架構大 10% 以上，瞬間最大電流則高約 2.4 安培，最高單一繞組需達 8.47 安培。而三種架構的損失，銅損都是最主要部分，遠高於鐵損及其它損失。而以效率來看則是三相 Y 接最佳。

表二 性能比較 ($T_{Mean} = \text{Max}$, Speed = 100rpm)

	三相 Y 接	三相 獨立	銅損 限制
平均力矩(kg-m)	6.189	6.44	7.789
最大力矩(kg-m)	7.30	7.34	10.27
最小力矩(kg-m)	3.42	4.53	2.97
力矩漣波(%)	18.00	13.83	31.88
力矩常數(kg-m/A)	0.027	0.023	0.029
單極最大電流(A)	6.00	6.00	8.47
銅 損 (W)	466.66	676.83	699.98
鐵 損 (W)	34.02	25.06	18.57
輸出功率(W)	635.15	661.30	799.33
效 率 (%)	54.40	47.36	51.31

輸出定力矩(5 Kg-m)

在不同力矩下比較效率，會得到不準確的結果，因為較大的力矩可能是由較大的電流產生，因此其銅損較大，可能會造成效率較差。因此我們

讓三種架構輸出相同力矩(5Kg-m)，再來比較三者的性能。表 3 為計算結果。

輸出力矩下降，三種架構的效率都提高了，而銅損仍是損失的最主要部分。值得注意的是，銅損限制架構下的效率變成最高，較三相 Y 接架構高約 2%。

表三 性能比較($T_{Mean} = 5 \text{ Kg-m}$, Speed = 100rpm)

	三相 Y 接	三相 獨立	銅損 限制
最大力矩(kg-m)	5.90	5.692	6.594
最小力矩(kg-m)	2.76	3.517	1.905
力矩漣波(%)	18.00	13.83	31.880
力矩常數(kg-m/A)	0.02	0.023	0.0285
單極最大電流(A)	4.847	4.656	5.439
輸出功率(W)	513.1 $\checkmark$	513.1	513.13
銅 損 (W)	304.57	407.5	288.46
鐵 損 (W)	23.664	16.28	8.740
效 率 (%)	59.183	53.31	61.380

各轉速性能比較

以下將分析三種架構在不同轉速下，各項性能的比較。

平均力矩

如圖 20，給定相同的電流命令時，銅損限制可產生最大的平均力矩，三相獨立則略高於三相 Y 接。由力矩方程式

$$T_{fld} = NI \frac{d\phi_m}{d\theta} \quad (29)$$

可看出力矩大小和馬達轉速無關，而三相 Y 接的力矩在轉速為 900 rpm 以後急速下降，則是由於電壓方程式限制住了輸入電流的關係。

5.3.2 力矩漣波

如圖二十一，在中低轉速下，力矩

連波都是銅損限制最大，三相獨立最小，在高轉速時，同樣由於電壓方程式的限制，三相 Y 接架構在高轉速時力矩連波急速上升。

銅損

如圖二十二，銅損限制架構下，銅損略高於三相獨立架構，三相 Y 接則由於同時僅兩相有電流通過，銅線利用率最小，因此銅損最低；而高轉速時，因電壓方程式的限制，無法輸出大電流，使得銅損下降。

鐵損

如圖 23，鐵損和磁通頻率間有正的比例關係，因此，鐵損會隨著馬達轉速的上升而增加。而三種架構中，三相 Y 接最大，銅損限制最小。

注意三相 Y 接的鐵損與轉速關係曲線，當速度超過 900 rpm 後，其鐵損的增加速度劇增，這是由於電壓限制下的輸入電流波形改變所造成，電流波形改變產生了較多的磁通諧波，造成鐵損增加。

輸出功率

如圖 24，輸出功率和轉速成正比，因此隨著轉速上升而增加，其中銅損限制由於輸出力矩較大，故輸出功率亦較高。三相 Y 接在高速時因電壓的限制，輸出力矩降低，故輸出功率反而下降。

效率

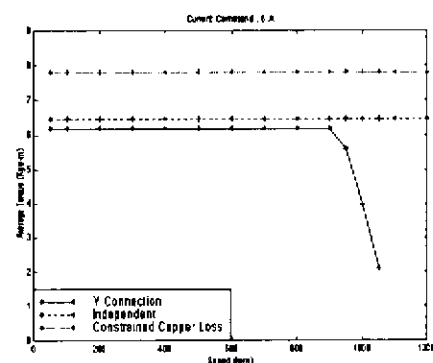
如圖 25，比較效率時，需將輸出力矩限制在相同大小才能作比較，因此效率的比較不使用相同電流命令，而以電流命令為 1A、2A、3A、4A、5A 及 6A 時三相 Y 接的輸出力矩為比較基準。

馬達在低速時，輸出功率較小，但

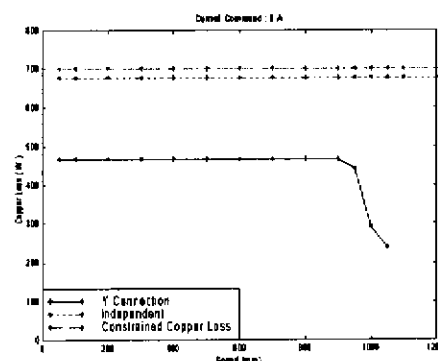
為輸出大的力矩，電流反而較大，因此低速時銅損佔比例較大，使得低速馬達效率較差，高速時效率較佳。

低速時，比較效率的高低依序是銅損限制高於三相 Y 接，三相 Y 接高於三相獨立。而隨著轉速的增加，三相 Y 接的鐵損增加速度較快，使得效率漸漸被三相獨立追過，到了 900 rpm 後，更由於電壓限制，使得效率快速下降。

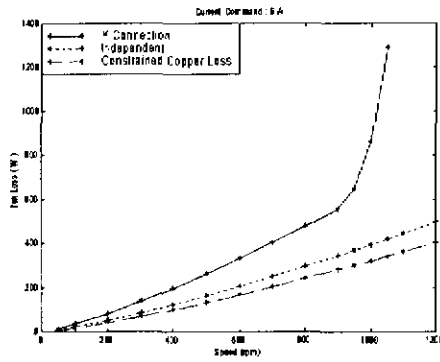
考慮定速度，不同負載與效率的關係，如圖 26，銅損限制的效率仍是最高的，而三相 Y 接和三相獨立則互有高低：負載較小時，三相 Y 接效率較差；轉速較大時，鐵損因高頻率而大增，三相 Y 接效率也較差。



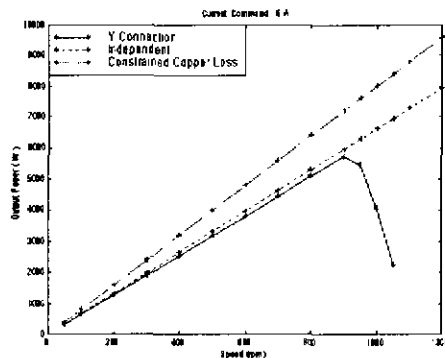
圖二十一 電流命令 6A 下力矩連波對轉速



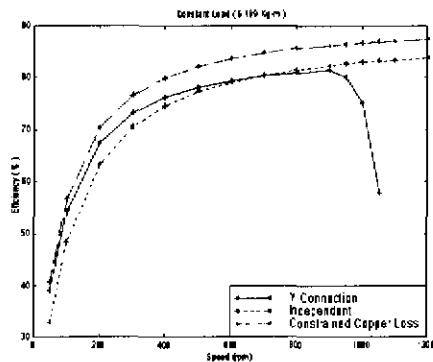
圖二十二 電流命令 6A 下銅損對轉速



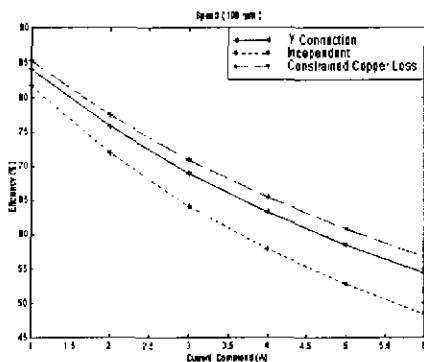
圖二十三電流命令 6A 下鐵損對轉速



圖二十四 電流命令 6A 下輸出功率對轉速



圖二十五 定負載 6.189 Kg-m 下效率對轉速



圖二十六 轉速 100 rpm 下效率對電流命令

總結以上分析，銅損限制架構下的

電流波形，是三種架構中性能最佳的一種。其在各轉速下或在各負載條件下的效率都是最佳，其所能產生的力矩也最大；三相 Y 接與三相獨立的力矩相差不多，在效率上則是各有其適合的操作點，三相 Y 接在高負載、低轉速下效率較佳，而三相獨立則較適合在低負載、高轉速的狀態操作。

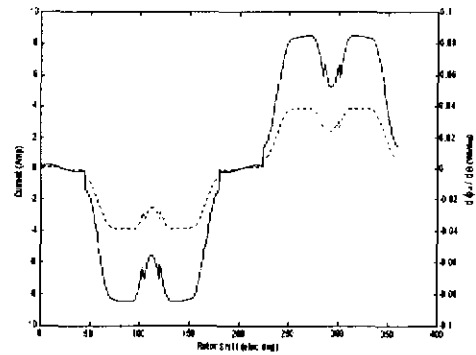


圖 27 電流與磁通微分的比較

圖 27 為電流及磁通微分的波形，兩者波形相同，僅大小不同。事實上，用科西不等式(Cauchy Inequality)就可以證明與磁通微分波形相同的電流波形可得到最大的力矩。

科西不等式可以下式表示，對於 ab 兩數列

$$(a_1^2 + a_2^2 + \dots)(b_1^2 + b_2^2 + \dots) \geq (a_1 \times b_1 + a_2 \times b_2 + \dots)^2 \quad (30)$$

兩數列平方和的乘積大於等於其乘積和的平方，且當兩數列成比例，也就是

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots \quad (31)$$

時， $(a_1 \times b_1 + a_2 \times b_2 + \dots)^2$ 會有最大值。平均力矩在實際計算時，是用有限個位置點(或時間點)相加而得，

$$T_{avg} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i \frac{d\phi}{d\theta}}{n} = \frac{N \{ i(1) \frac{d\phi}{d\theta}(1) + i(2) \frac{d\phi}{d\theta}(2) + \dots \}}{n}$$

(32)

對照方程式(30)及(32)，電流對應到數列 a ，磁通微分對應到數列 b ，當電流與磁通微分成比例時，可得到最大的力矩。

方程式(30)並沒有特殊的限制條件，對於任意數列皆可使用，因此對於任意尺寸的直流無刷馬達，只要它的力矩可以方程式(32)表示，皆可經由計算磁通微分，得到最佳驅動電流波形，使馬達輸出最大力矩。

結論

經由對電流波形、力矩波形、各轉速下性能比較後，我們得到以下二個結論：

1. 銅損限制條件所得的電流波形(圖15)，是各種條件下的最佳結果，不論轉速是高或低、負載是大或小，其表現出的效率都是最佳的，而更重要的是它的輸出力矩，比起三相 Y 接這種傳統驅動波形，要高出約 25% (從 6.211 Kg-m 增加到 7.789 Kg-m)，可解決電動機車起動力矩不足的問題。

除了數值計算的結果分析外，我們也可以用簡單的數學，來證明銅損限制下計算出的電流，其波形會和磁通微分波形成一比例，且所產生的力矩是該馬達輸出力矩的極限，除非不顧馬達壽命強制通入更電流，否則無法藉由驅動電流的改變來增加力矩輸出。

參考文獻

1. T. J. E. Miller, Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives, Oxford University Press, New York, 1989
2. Francesco Profumo, Zheng Zhang, Alberto Tenconi, "Axial Flux Machines Drives: A New Viable Solution for Electric Cars", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 44, No. 1, Feb. 1997, pp. 39-45
3. C.C. Chan, K.T. Chau, J.Z. Jiang, W. Xia, Meiling Zhu, Ruoju Zhang, "Novel Permanent Magnet Motor Drives for Electric Vehicles", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 2, Apr. 1996, pp. 331-339
4. 張崢輝，直接驅動車輪馬達之分析及最佳化，國立台灣大學機械工程學研究所碩士論文，89 年 6 月
5. 王鴻年，電動機車馬達驅動控制器之研製，國立台灣大學機械工程學研究所碩士論文，88 年 6 月
6. K.J. Tseng, S.B. Wee, "Analysis of Interior Permanent Magnet Motor", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 14, No. 4, Dec. 1999, pp. 969-975
7. 潘彥光，直接驅動車輪馬達最佳驅動波形之研究，國立台灣大學機械工程學研究所碩士論文，88 年 6 月
8. Dal Y. Ohm, "Optimized Control Method Produces Maximum Torque in PM Synchronous Motors", Powerconversion & Intelligent Motion 22, 8, Aug 1996, pp.30-45
9. Alexander Verl, Marc Bodson,

“Torque Maximizaion for Permanent
Magnet Synchronous Motors”, IEEE
Transactions on Control Systems
995) .

Technology, Vol. 6, No. 6, Nov.
1998, pp. 740-745