

☐整合型計畫

計畫編號：NSC 89-2213-E-002-090

執行期間： 88 年 8 月 1 日至 89 年 7 月 31 日

計畫主持人：陳永耀教授

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- ☐赴國外出差或研習心得報告一份
- ☐赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- ☐出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- ☐國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：國立台灣大學電機工程學系

中 華 民 國 89 年 10 月 20 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

位置相關摩擦力之識別與補償研究

計劃編號: NSC89-2213-E-002-090

執行期限: 88 年 8 月 1 日至 89 年 7 月 31 日

主持人: 陳永耀

臺大電機系教授

計畫參與人員: 黃道遠、徐志剛、林威佐、張振浩 臺大電機系

一. 中文摘要

現代製造業已邁向高科技時代，產業升級已成為國家經濟發展之重要課題，自動化生產設備大量的取代傳統機械，使得產值及產能不斷的提高。近年來由於高精密零主件的生產，在國家推動自動化的腳步下，越形重要。各種精密機械精度的要求也越來越高，從數十微米 (μm) 的精度，一直到次微米的精度。精度的提升對於控制器的設計增加難度。故需了解受控系統較精細的行為，如摩擦力模型即必需考慮。傳統在工程設計上，常以固定數值估計，或假設其影響不大而忽略。但在某些系統中，如滾珠螺桿系統，由於摩擦力所產生之效應在應用於精密定位時絕不能忽略。本計畫即針對此系統所具之週期性摩擦現象加以分析與識別，並提出摩擦力補償之方法，除進行理論推導與研究外，更將已精密滾珠螺桿平台之運動分析，實際上進行摩擦力識別與補償之工作，以驗證理論之正確性。

關鍵詞：摩擦力、補償、精密滾珠螺桿

Abstract

In the real world, frictions are found in almost all motion systems. It is sometimes the key element for system functioning in some cases, e.g. the brakes. In general, the dynamics of frictions is complicated. As a result, it is commonly modeled as a constant value or even

neglected in engineering practices. However, the friction effect is sometimes so prominent to neglect that its identification and compensation become an important issue in the improvement of system performances. The frictions are usually position and velocity dependent, which is also the reason why a constant value compensation can not achieve a satisfactory result. Moreover, periodical frictions are often seen in many rotational or periodical motions such as the ball screw. This proposal will focused on the identification and analysis of these kind of periodical frictions, and will develop a friction compensation algorithm. Other than the theoretical studies, a precision ball-screw system will be used for identification and compensation of its frictions. The experimental result will verify the validity of the proposed methodology.

二. 計劃緣起及目的

系統欲完成快速精密定位時，摩擦力的掌握良好與否對其性能表現有決定性的影響 [12]，系統位移量 and 其所受摩擦力相對關係可分三個區域 [13]，在第一區，系統所受摩擦力相當小，位移量約在 100nm 之內，此時系統動態特性相當於一硬彈簧；第二區，摩擦力略大但小於最大靜摩擦力，位移量約 100

nm—100 μm 之內，相當一較軟的非線性彈簧；第三區域，系統所受力大於最大靜摩擦力，系統開始滑動。由於行程較遠之定位動作勢必歷經上述三個區域。故控制器的設計與摩擦力的補償，必須緊密配合。

個人由多年研究實驗中發現，導螺桿推進機構的摩擦力有某些特性，如其摩擦力相對於位置有重複性的現象，並且經由量測靜摩擦所得的位置相關摩擦力特性，應與動摩擦特性有一些關係。此行為應與導螺桿之結構有關，利用此關係將可以用來補償摩擦力之非線性現象。

三．研究方法與成果

研究方法

解決摩擦力鑑別問題，依 Zadeh 的定義，必須著重三方面，即數學模型形式選擇、測試訊號選擇，及鑑別之數學方法。

測試激勵訊號的選擇是重要的一環。設計測試激勵訊號的目的，是要盡量激發特定頻率範圍內受鑑系統行為。測試激勵訊號的頻率必須涵蓋足夠範圍，尤其是重要的轉折頻率附近上下範圍，必須多佈取樣點，才能確實掌握變化情形，以利隨後的曲線近似，進而增加模型參數的準度。在運算法則方面，通常是採用遞迴方式的演算法則，考慮如何降低量測雜訊的影響，來取出系統的參數。

傳統的頻率響應系統鑑別方法只適用於線性系統，但是實際上系統多少都會有非線性特性，頻域系統鑑別方法是採用傅立葉轉換分析與 covariance 分析為基礎的分析技巧。對於摩擦力、背隙與飽和現象等未列入考慮。所以鑑別過程中此一些非線性行為便會干擾線性系統鑑別演算法。對於系統本身描述基本上亦都是以一階模型表示，來降低系統的複雜度。大部分方法都是利用適應控制原理即時時域系統鑑別方法，基於系統的認知與複雜的數

學理論運算得到摩擦力參數。近年來亦有利用演化式的規劃方法來解決此問題。其作法是將摩擦力鑑別的問題轉化成參數最佳化的問題，由於演化式的規劃方法有別於傳統數學微分求斜率法，在時間足夠的情況下，理論上能夠找到全域的最佳解，而不會陷入區域解中。

研究成果

1. 摩擦力模型

本文所探討之系統以直流馬達驅動之導螺桿為主，大部分有關直流馬達伺服系統之摩擦力的論文，如 Canudas de Wit, *et al.* [6] 與 Tung and Tomizuka [10-11]，都採用較簡易之方程式來代表其機械系統特性因此，本文也以一階系統作為討論基礎。將其寫成微分方程式並加入摩擦力，可以下式表之：

$$M \frac{dv}{dt} + Bv = u(t) - F_f(t), \quad v = \dot{x} \quad (1)$$

x 代表機械平台位移， v 代表機械平台速度而

$F_f(t)$ 是摩擦力。

從觀察機械平台的運動時發現，其在前進和後退時所受之摩擦力是不同，所以可定義成非對稱的摩擦力型式。以 F_s^+ 和 F_s^- 代表正方向與負方向之靜態摩擦力，而 F_c^+ 與 F_c^- 代表正方向與負方向之動態庫倫摩擦力。可將其表示如下：

在 $|\dot{x}| > 0$ 時 (slipping mode 滑移狀態)

$$F_f(t) = F_c^{\text{sgn}(\dot{x})} \cdot \text{sgn}(\dot{x}) \quad (2)$$

在 $\dot{x} = 0$ 時 (sticking mode 黏著狀態)

$$F_f(t) = \begin{cases} u(t), & \text{for } -F_s^- \leq u(t) \leq F_s^+ \\ F_s^{\text{sgn}(u(t))} \cdot \text{sgn}(u(t)), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

本文所討論的摩擦力模型中並未加入黏滯摩擦，因為在系統鑑別過程中黏滯摩擦影響，通常會併入伺服系統阻尼參數中。

2. 系統的分解

討論如圖 1 (a)的系統，做系統鑑別時，將設計好的 u 灌入系統中，並量取其輸出 v ，便得到輸出/輸入資料組。經由系統鑑別運算方法，便可得一數學模型。但摩擦力在系統中為一非線性並與速度相關之負回授項。故可將系統中線性與非線性部分分開討論，如以 $G(s)$ 來代表線性部分，系統則如圖 1(b)。

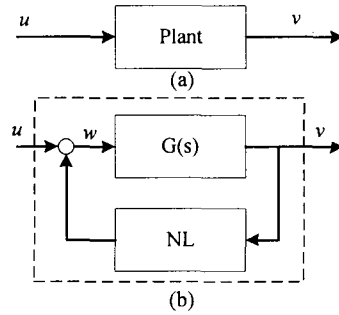


圖 1 (a)典型伺服系統，(b)線性及非線性部分分解後系統方塊圖。

圖中符號 u 為系統輸入， w 來代表線性方塊 $G(s)$ 的輸入， w 與 v 分別為線性系統輸入與輸出。若可得這兩訊號來做系統鑑別，那現有方法即能得到很好的結果。但通常 w 是無法量得，所以鑑別的結果，會受非線性方塊的影響而扭曲。

3. 摩擦力作用下之系統鑑別

本計畫首先利用方波輸入作模擬，可知在對轉折處會產生超越量 d 如下圖所示。

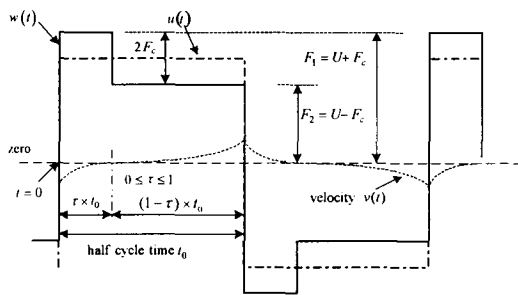


圖 2 方波輸入超越量數學分析

u 變化到摩擦力變化這段長方形的超越量時間

為 d ，而 d 佔半個週期時間 t_0 的比例為

經分析推導最後得到 的關係式，

$$\tau = \frac{-\log\left(\frac{1+\Delta+e^{-a}}{2+\Delta}\right)}{a} \quad (4)$$

其中 $\Delta > 0$ 為一正小數。而影響 τ 的因素有，輸入訊號的振幅、頻率與系統中摩擦力在正向與負向量值的大小。由上討論可知做系統鑑別時，應盡量提高方波的振幅，且理論上兩訊號振幅的差越小越好。但是實際上需考慮，如運用太大的振幅，是否會激發系統其他的非線性行為。畢竟，所謂小訊號分析，便是要保持系統擾動越小越好，這是實驗中需注意之處。至於兩訊號振幅差越小，相減後更容易將系統中的雜訊顯現，如果所取差值太小，所量測系統訊息將被雜訊所掩蓋。故在系統鑑別時，需視情況加以調整，才能得到最佳的結果。

4. 系統鑑別-配合差值法與二值激發測試訊號方式

本計畫所提出的系統鑑別方法稱為配合差值法與二值激發測試訊號方式的系統鑑別方法 (System Identification by Differential Binary Excitations)，以 SIDBE 代表。

傳統頻域分析是將單一頻率弦波，注入系統中，量取系統響應如振幅大小以及相位差等。相對於一點一點的累積資料，也可以利用線性系統的疊加原理，將所有待測頻率，全部組合在一起，合成到同一測試訊號中，建構出待測系統的頻率響應。

將相位角錯開，使各個弦波上下動作的時間不同，便可以減低合成訊號振幅。適當的相位角選擇可大幅度降低合成訊號振幅，而使較多的激發能量進入系統，有利於系統資訊之拾取。尋找適合的相位角降低總合成訊號振幅，這個過程稱為 crest factor minimization。數學方程式為：

$$cr = \frac{M^+ - M^-}{2 \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{A_i}{2}}} \quad (5)$$

相對於隨機給定的相位值，利用 Crest Factor Minimization 方法，通常可以降低 cr 值 2~3 個單位。由於所採用的測試激勵訊號並非採用弦波訊號來組成輸入測試訊號，而是採用二值，所組成的數位序列來建立測試激勵訊號，所以必須將已經最佳化的弦波測試激勵訊號轉成二值數位序列測試激勵訊號，轉換的方法可以參考 ven den Bos 與 R. G. Krol，和 K.D. Paehlike 與 H. Rake [5]。

在線性系統中，固定頻率的訊號經過線性方塊時，只改變振幅與相角，而不會改變頻率。但通過非線性系統，所產生輸出訊號會含其他頻率。即與基頻成整數倍數的訊號。若輸入訊號含兩個頻率以上，則輸出訊號可能會含有輸入訊號頻率兩兩相加或相減與其倍頻之部分會扭曲鑑識結果。故設計輸入測試訊號頻率內容時以 Mueller 提出之方法採用質數倍數頻率組來選擇盡量不相干擾的頻率改善辨識結果。

5. Maximum Likelihood 系統鑑別

在本法中，所選擇系統鑑別方法是由 Kollár 提出的 ELiS(Estimator for linear systems)，利用 Maximum likelihood 觀念來計算系統參數。根據量測到限定頻率範圍的輸出與輸入訊號，ELiS 可以直接算出系統在拉氏空間轉移函數。給定系統的輸入為 u ，輸出為 v 時，輸入輸出的關係為：

$$v_i = \frac{N(\Omega_i, P)}{D(\Omega_i, P)} \cdot u_i = H(\Omega_i, P) \cdot u_i \quad (6)$$

其中 N 與 D 是 Ω 的多項式，並在拉氏空間中有 $\Omega_i = s_i = j\omega_i$ 的關係，其中 P 代表所要鑑別的系統參數。Maximum likelihood 估測方法的成本函數(cost function)定義為：

$$C(P) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{|e^{-j\omega_i T_s} N(\Omega_i, P) u_{mk} - D(\Omega_i, P) v_{mi}|^2}{\sigma_v^2 |D(\Omega_i, P)|^2 + \sigma_w^2 |D(\Omega_i, P)|^2} \quad (7)$$

目標是找出成本函數值為最小的 P 。

在 SIDBE 中，是使用 u_1-u_2 與 v_1-v_2 來當成輸出/輸入對。但為降低雜訊影響，”減”的動作，是放在富立葉轉換之後，在頻域上進行。如此相減動作只發生在所關注的頻率上，不會引入不必要的雜訊。

6. 動摩擦鑑別

在系統的線性方塊 $G(s)$ 鑑別出來之後，可以藉此計算出兩個方向上的動摩擦力。輸入一個固定步階電壓到系統，定位平台系統將以一個固定速度 v_{dc} 移動，在步階響應時，當系統到達穩態，系統線性方塊 $G(s)$ 的輸入值為 w_{dc} ， $G(s)$ 的直流增益為 k_{dc} ，平台移動速度方程式可以寫為：

$$v_{dc} = w_{dc} \cdot k_{dc} = (u_{dc} - F_c) \cdot k_{dc} \quad (8)$$

故一個方向上之動摩擦力 F_c 等於：

$$F_c = u_{dc} - \frac{v_{dc}}{k_{dc}} \quad (9)$$

同理，改變輸入訊號極性，可得另一方向動摩擦力值。

7. SIDBE 系統鑑別程序

SIDBE 系統鑑別之流程步驟（見圖 3），列出如下：

1. 決定測試頻率範圍，以此設計測試輸入訊號 u_1 與 u_2 ，形狀相同而振幅不同。
2. 將 u_1 與 u_2 分別輸入系統，並分別量回輸出 u_1 與 u_2 。
3. 將收集到的兩組輸出輸入對 (u_1, v_1) 與 (u_2, v_2) ，先經傅立葉轉換轉成頻域資料，再兩兩相減產生 (u_1-u_2, v_1-v_2) 。
4. 利用 ELiS 與 (u_1-u_2, v_1-v_2) 算出系統 $G(s)$ 的參數。
5. 求出兩個方向之動摩擦力。
6. 透過電腦模擬比對檢驗結果，如不滿意，可稍微增加 u_1 與 u_2 振幅 並回步驟

1 重新設計頻率內容及範圍。

圖 5 SIDBE 系統鑑別實驗系統配置方塊圖

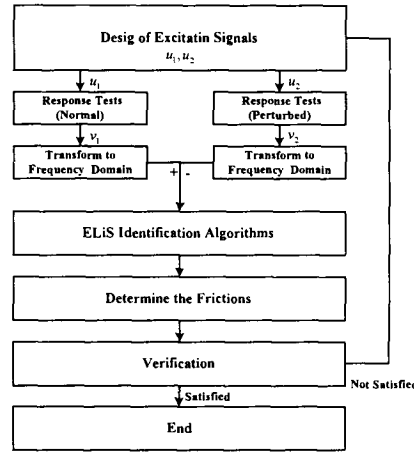


圖 3 SIDBE 系統鑑別程序

8. 數值模擬

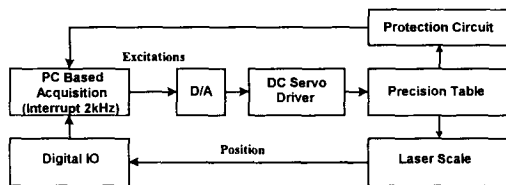
利用數值範例，先以電腦模擬顯示 SIDBE 鑑別結果。討論 $G(s)$ 是 3 個極點系統，對應於直接將平台位置量回的全回授方式，令其轉移函數為：

$$G(s) = \frac{10000}{(s+10)(s^2+5s+1000)} \quad (10)$$

系統之兩個共軛根是低阻尼係數根，根據 Bayard 論文指出，若系統有這種低阻尼係數的根，計算上比較不穩定，易受數值方法影響，故選此系統來測試。為顯示 SIDBE 系統鑑別方法之效果，同時以傳統 ELiS 方法做系統鑑別(即忽略摩擦力影響直接鑑別) 加以比較，所得結果確實較優異，另外可知隨著測試訊號振幅增大，摩擦力影響比重也隨著降低，鑑別結果可更改善。

9. 實驗

利用所提出的 SIDBE 方法鑑別精密機械平台。首先，實驗系統配置如下圖



步驟 1. 輸入測試訊號的設計

在實驗中頻率內容是取關係為小於 700 而大於 2 的質數倍數的頻率來合成訊號，則頻率內容為： $[3, 5, \dots, \text{小於 } 700 \text{ 的質數}] \times F$ 。取樣頻率為 2kHz，一個週期的取樣點數為 4096 點，則有 $F=2000/4096=0.49\text{Hz}$ ，頻率的覆蓋範圍是 1.465Hz 到 389.16Hz，對大部分機械系統應足夠。本實驗共取 5 個週期即共 20480 點，將設計信號以 D/A 送出，並由雷射光學尺讀回反應。

步驟 2. SIDBE 系統鑑別

令測試訊號振幅分別為 480、490、500、510 及 520，單位為 2.48mV 共 5 組實驗，使用 SIDBE 方法計算系統的參數。經嘗試選擇 5 根的轉移函數來做 ELiS 鑑別。以 520-510 為例，下圖為實驗所得波得圖，”+”符號表示實驗所量測值，實線為 ELiS 所找到的數學模型。

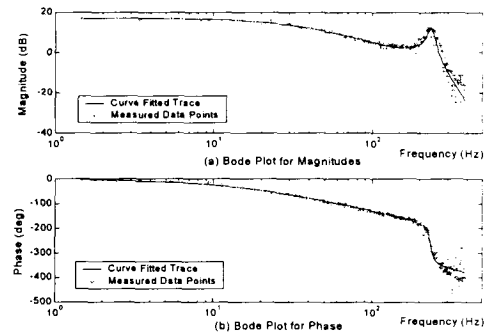


圖 6 測試訊號振幅為 520-510 波得圖

從上圖中可以看出，鑑別所得的數學模型在頻率從低頻到 200Hz 的範圍都很符合。

為得一個統一的系統數學模型，將以上四組解取其平均建立系統數學模型如下

$$G(s) = \frac{4.69e^{15}}{s^5 + 3061s^4 + 4.67e^5s^3 + 7.03e^5s^2 + 4.87e^{15}s + 6.70e^{14}} \text{ mm/Sec.Volt} \quad (11)$$

最後動態摩擦力便可由前述方程式計算得出。

步驟 3. 模型驗證

為驗證結果，另外設計一組 PRBS 輸入測試訊號，與鑑別時不同之訊號來驗證準確度。以上述同樣的輸入，測試分別三種情形，結果如下圖。(其中真實精密平台系統實驗結果-實線加圈，SIDBE 結果加動摩擦-實線，EliS 並考慮非線性情況-虛線) 從 SIDBE 方法所得到系統數學模型已可掌握系統行為，比傳統頻域系統鑑別方式得到之結果要好很多。

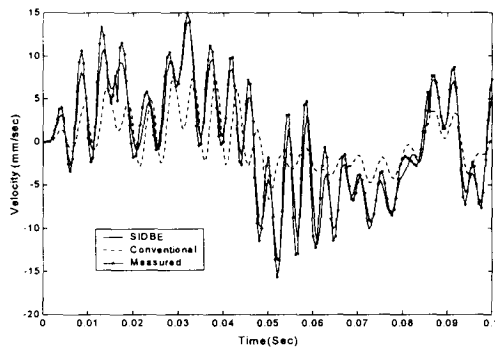


圖 7 SIDBE 結果驗證

結果討論

從上圖中比較實驗結果與 SIDBE 所得數學模型有誤差存在，其來源有三，一是量測誤差，一是與位置有關摩擦力，及更高頻系統動態。例如：滾珠螺桿在加預力後，會產生不平穩的摩擦力。故摩擦力就有隨 pitch 變化的週期特性。若未將此影響列入考慮，所得出是變動摩擦力的直流部分，無法表示摩擦力隨位置變動之行為。若增加數學模型的階數，雖然可改善鑑別準確度，但控制器設計之硬體實現成本將大幅增加。

結論

在本計劃中提出 SIDBE 方法，解決系統在摩擦力影響下之鑑別。除理論推導外，亦將其利用到一精密定位平台的系統鑑別，從結果中可知對數學模型的準確度可得到很大的改善。SIDBE 有別於傳統系統鑑別方式在於並非採用弦波訊號來組成輸入測試訊號，而採用二值所組成的數位序列來建立，此可大大化簡系統非線性部分的行為。此外，將微擾的觀念引

入系統鑑別程序中，使用訊號的差值，來計算受鑑系統的參數，如此可以將系統的線性部分鑑別出來，並再據此推出系統的非線性摩擦部分參數。

SIDBE 巧妙利用振幅大於摩擦力的二值函數來當輸入測試訊號，降低了摩擦行為的複雜度，又利用兩實驗結果相減，分離出系統中純線性部分的反應。此兩改變，確實能夠提高鑑別的準確度。故可知 SIDBE 特別適用於非線性行為類似摩擦力的系統鑑別問題上。相信此法在加以改良後，亦可運用到其他非線性系統上，特別是各種具飽和現象的非線性系統。

參考文獻

1. Karnopp, D., 1985, "Computer Simulation of Stick-slip Friction in Mechanical Dynamic System," *Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 107, pp. 100-103.
2. Hassig, D. A., and Friedland, B., 1991, "On the Modeling and Simulation of Friction," *Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 113, pp. 354-362.
3. Gogoussis, A., Donath, M. 1988, "Coulomb Friction Effects on the Dynamics of Bearings and Transmissions in Precision Robot Mechanisms," *IEEE conf. On Robotics and Automation*, pp. 1440-1446.
4. Gogoussis, A., Donath, M. 1987, "Coulomb Friction Joint and Drive Effects in Robot Mechanisms," *IEEE conf. On Robotics and Automation*, pp. 828-836.
5. Phillips, S., M., and Ballou, K., R., 1993, "Friction Modeling and Compensation for an Industrial Robot," *Journal of Robotic System* 10(7), pp. 947-971.
6. Canudas, C., 1993, "Robust Control for

- Servo-mechanisms under Inexact Friction Compensation”, *Automatica*, Vol. 29, No. 3, pp. 757-761.
7. Armstrong, B., 1988, “Friction: Experimental Determination, Modeling and Compensation,” *Proceedings of the 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 3, pp. 1422-1427.
 8. Yang, S., and Tomizuka, M., 1988, “Adaptive Pulse Width Control for Precise Positioning under the Inference of Stiction and Coulomb Friction,” *Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 110, pp. 221-227.
 9. Friedland, B. 1993 “A Simple Nonlinear Observer for Estimating Parameters in Dynamic Systems,” *Proceeding IFAC World Congress, Sydney, Australia*, Vol. 5, pp. 227-231,
 10. Tung, E. D., Anwar, G., and Tomizuka, M., 1993, “Low Velocity Friction Compensation and Feedforward Solution Based on Repetitive Control,” *Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 115, pp. 279-284.
 11. Tomizuka, M., Tsao, T. C., and Chew, K. K., 1989, “Analysis and Synthesis of Discrete-time Repetitive Controllers,” *Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 111 pp. 353-358.
 12. Brian Armstrong-Helouvry, Pierre Dupont and Carlos Canudas de Wit, *Automatica*, Vol. 30, No. 7, p. 1083, 1994
 13. Shigeru Futami, Akihiro Furutani and Shoichiro Yoshida, *Nanotechnology*, p. 31 March, 1990
 14. 陽毅平，朱竹書，1990，“庫侖摩擦參數估測與直流馬達適應速度控制”，中華民國第十四屆自動控制研討會 PP. 583-592
 15. 羅致卿，1997，“伺服控制平台上摩擦阻擾之即時補償”，逢甲學報，Vol 31, pp. 105-116.