

行政院國家科學委員會專題研究計畫完整成果報告

台灣環島海岸水位預報系統之建立-總計畫暨子計畫：
台灣環島暴潮預報模式及數值網格產生法之研究(III)
A forecasting system of water elevations around Taiwan：
Studies on Numerical Modeling of Storm Surges and Grid
Generation in Coastal Waters around Taiwan (III)

計畫類別：整合型計畫

計畫編號：NSC92-2625-Z-002-014

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

總計畫主持人：蔡 丁 貴

計畫主持人：蔡 丁 貴

計畫參與人員：王 鄭 翰、鄭 正 德

處理方式：可立即對外提供參考
(請打√) 一年後可對外提供參考
兩年後可對外提供參考
(必要時，本會得展延發表時限)

執行單位：國立台灣大學土木工程學研究所

中華民國 九十四 年 四 月 一 日

摘要

一、總計畫：

「台灣環島海岸水位預報系統之建立」為三年期整合型計畫，整合之構想是以台灣環島（包括澎湖、金門、馬祖等各離島）海岸水位之預報系統建立為主題，分為四個主要的部分，包含台灣環島天文潮汐預報模式、台灣環島暴潮預報模式、數值網格產生法研究以及台灣環島海岸水位預報資訊系統建立。其主要目的在結合海象及海岸工程之專精研究人員，促成學術界專業研究人員之積極參與，希能儘早完成國內海岸溢淹預警作業系統，以早日發揮海岸溢淹災害防治功能。

本計畫為「海岸環島海岸水位預報系統之建立」整合型計畫之總計畫，主要負責海岸水位模擬示範區之選定(在環島水位計算完成後)，共用資料之蒐集與格式制定建檔，每年度除擔任各計畫協調工作與資料相互引用事宜，以及現場調查支援問題，及現場看察工作外，並召開3至4次期中檢討會以廣集交換計畫執行心得與需求，了解各計畫之進度，以期確切達成計畫目標與進度。

本計畫的研究成果包括：(1)潮汐半日型主要分潮的調和常數及潮流橢圓計算；(2)邊界元素數值計算方法中關於奇異性問題之解析；(3)運用對數學奇異性與幾何奇異性的研究成果，探討其對邊界符合網格系統產生的影響。同時，根據複變函數的特性，研究出其進行複變轉換時的角度限制式；(4)小區域(單連通)以及大區域(複連通)網格之建立；(5)完成整體地理資訊系統規劃以及初步系統建置；(6)建立於地理資訊系統可供查詢之現場觀測資料分析結果。

一、子計畫：

本計畫為三年期整合計畫「台灣環島海岸水位預報系統之建立」之子計畫之一，其研究目的在發展台灣本土的暴潮及溢淹預測模式，期能降低每年颱風侵犯台灣時淹水所造成生命財產上的損失。同時，配合總計畫，提供暴潮數值計算以及建立邊界符合數值網格予另兩個子計畫計算所需。本研究除了引進美國聯邦緊急事故處理局發展出的暴潮預測模式----FEMA 暴潮模式之外，並藉由探討邊界元素法在奇異性問題上的理論基礎，建立並改善原網格系統為邊界符合座標系統；另外，也進一步改善 FEMA 模式數值計算方法以增加計算效率及穩定性。

模式發展初期以數值正交網格之建立、應用改良為主，中期將以整合正交網格與新模式以及驗證為主，而在末期時並考慮天文潮位之變化，驗證曲線座標系統之新模式。至於風場模式之修正則將於研究後期暫以氣象局預報的大區域風場代替移動的圓形風場模式，同時考量背景氣壓來模擬，待他日氣象界發展出較佳的風場模式時再加以改良應用。

本模式之發展預期將可提供沿岸暴潮，沿岸河川水位，暴潮溢淹範圍等預測之所需，乃至進一步建立台灣溢淹區洪災預警及疏散管理系統。其並可做為本國沿海海岸後退線劃定、洪水保險等之依據。

關鍵詞：台灣、邊界符合座標系統、水位預報、潮汐、暴潮、地理資訊系統

ABSTRACT

1. Main program:

The object of this proposal is to form an integrated research group to make efforts in establishing a forecasting system of water elevations around Taiwan. It includes four components, namely, study of tidal prediction model on seas surrounding Taiwan, numerical modeling of studies on storm surge in coastal waters around Taiwan, numerical modeling of studies on grid generation technology in coastal waters around Taiwan, and studies on an information system of coastal water elevation around Taiwan. This integrated program is to be completed in period of three years. The team of several researchers will devote themselves to the works of numerical modeling, database establishment, and in-site investigations of coastal water elevations around Taiwan. The final goal is the establishment of a predictive and warning system for coastal floods around Taiwan.

This integrated project will make a selection of main regions suffered from coastal flooding after water elevations around Taiwan are obtained. Common data format, file system, and in-site field investigations is arranged throughout this integrated research. Three to four progress meetings was conducted during the passed research period to exchange research results and to share experiences in order to achieve the goal of each individual sub-project.

The study results of this year include: (1) the harmonic constants associate with the current ellipse of the principle constituents of semidiurnal tide are solved on coast and seas around Taiwan, (2) solving singularity problem of BEM and the establishment of the formulation for extending its application to multi-connected regions, (3) the computing of astronomic tide and storm surge around Taiwan, (4) the establishing of small-area (simple connected) boundary-fitted orthogonal grid system and large-area (multiply-connected) boundary-fitted orthogonal grid system, (5) completing the first-stage arrangement of Geographic Information System, and (6) in-site data associated with the data analysis can be found in GIS.

2. Sub-program:

This study is a sub-study of the integrated research program "A forecasting

system of water elevations around Taiwan”. The main purpose of this study is to develop a new storm surge model by considering the local boundary effects. And the success of this model is expected to reduce losses of life and property caused by storm surges. The other purpose of this study is to establish and offer the boundary-fitted orthogonal grid systems for another two sub-studies of this program.

The study first introduces the FEMA storm surge model developed by the Federal Emergency Management Agency, U. S. A., and further improves the model theoretically and numerically by replacing the original grid system with the boundary-fitted grid system. Meanwhile, newer viewpoints about the singularity problems in BIEM are discussed.

Finally, a new numerical scheme is established in this storm surge model to improve the computational efficiency and stability.

In the first stage of the development of this new storm surge model, the principle work is to improve the boundary-fitted coordinate system. In the second stage, the main work is to combine the FEMA model with the orthogonal coordinate grid system. In the last stage, variation of the astronomic tide will be included and the verifications and validations of the new model with curvilinear coordinate system will be made.

The development of this model will meet the needs of the coastal storm surge prediction, coastal river water level prediction, and coastal flooding prediction. Moreover, this study can be taken as the base of the inundation prediction and evacuation management system for coastal flooding areas of Taiwan. Also, the development of this model can provide as guidelines of the setback line and flooding insurance.

Keywords: Storm surge, Boundary-fitted orthogonal grids, Water level, Taiwan

目 錄

摘要	I
Abstract	III
目 錄	V
表目錄	VI
圖目錄	VII
第一章 前言	1
1.1 研究目的.....	1
1.2 研究方法.....	2
1.3 研究步驟及工作重點	6
第二章 理論分析	10
2.1 文獻回顧.....	11
2.2 天文潮理論.....	14
2.3 邊界符合座標系統理論.....	16
2.4 建立邊界符合座標系統所遭遇的問題與對策.....	22
2.5 暴潮理論.....	34
第三章 數值結果與分析	45
3.1 保角網格系統範例演算.....	45
3.2 天文潮結果與分析.....	58
3.3 邊界符合座標之建立.....	72
3.4 暴潮偏差數值結果與分析.....	78
第四章 結論與建議	97
6.1 結論	97
6.2 建議	98
參考文獻	100

表目錄

表 3-1-1-1 Cosine 凹面範例之保角網格品質評估	33
表 3-1-2-1 半圓形甜甜圈範例之保角網格品質評估.....	33
表 3-1-3-1 近梯形範例之保角網格品質評估.....	33
表 3-1-4-1 四個半圓區域範例之保角網格品質評估.....	33
表 3-2-1 1996~2002 淡水河口歷年來暴潮偏差表	33
表 3-2-2 天文潮各分潮參數.....	34
表 3-2-3 1999~2002 歷年天文潮水位預報誤差表.....	35
表 3-2-4 台灣環島潮位站天文潮計算誤差表	47
表 3-3-1 替代弧形路徑逼近(Contour Approach Method)法計算結果	49
表 3-3-2 直接逼近邊界(Direct Approach Method)計算結果.....	50

圖目錄

圖 1-3-1	台灣環島水位預報系統分工架構圖	5
圖 2-2-1	天文潮模式建立流程圖	15
圖 2-3-1	座標轉換示意圖	16
圖 2-3-2	複變映射示意圖	17
圖 2-4-1	保角網格產生流程圖	17
圖 2-4-2	自 z 到 w 平面之複變轉換示意圖	17
圖 2-4-3	李曼平面示意圖	17
圖 2-4-4	內角平滑化示意圖	17
圖 2-4-5	蜂窩狀區域範例，A、D 再各細分成兩個內角.....	17
圖 2-4-6	封閉多邊形角度限制式示意圖	17
圖 2-4-7	以蘭嶼導範例說明角度限制式之使用	17
圖 2-4-8	根據角度限制式選擇複變轉換順序。經過 255 次的複變轉換 之後，原區域轉換為一超矩形區域.....	17
圖 3-1-1-1	a.沒有用平滑係數所做出的網格 b.平滑係數為 0.01.c.平滑 係數為 0.11 以及 d.平滑係數為 0.11.但 c.中最靠近邊界的網 格線與邊界網格距離設定為定值。(Akcelik, 2001)	37
圖 3-1-1-2	四邊節點數相同之均勻保角網格系統(41x41)	37
圖 3-1-1-3	四邊節點數相同但網格數加密之保角網格系統 (101x101)，可發現左上與右上角隅之網格線分佈較平滑	37
圖 3-1-1-4	不均勻保角網格分佈，靠近左右邊界的網格線較密	37
圖 3-1-1-5	邊界點點數降低之保角網格系統	37
圖 3-1-2-1	半圓形甜甜圈範例，邊界節點等距	37
圖 3-1-2-2	半圓形甜甜圈範例，邊界節點等距時，產生的網格交錯(Luis, 1996).....	37

圖 3-1-2-3	本研究產生之 41x41 的保角網格系統.....	37
圖 3-1-3-1	360 個邊界點及 41x41 網格線之近梯形保角網格.....	37
圖 3-1-3-2	a.沒有使用平滑係數，b,c 使用平滑係數 0.01，a,c 使用滑動 邊界法(Sliding boundary)(Akcelik et al., 2001).....	37
圖 3-1-4-1	四個半圓區域，邊界節點等距.....	37
圖 3-1-4-2	四邊皆為 Dirichlet conditions. (B1)RL (Rinskin & Leal, 1983) 系統所產生的網格系統.(B2)RL 系統加上使用平滑函數控 制.(B3)RL 系統加上使用微調係數 $\alpha = 0.01$. (B4)兼用 RL 系 統,微調係數 $\alpha = 0.002$ 以及控制係數 $\gamma_c = 0.5$ 。	37
圖 3-1-4-3	超矩形平面上的邊界節點分佈.....	37
圖 3-1-4-4	本研究產生之四個半圓區域保角網格系統.....	37
圖 3-1-4-5	四個半圓區域 A 點之放大圖。(1)四個角附近點數加密。 (2)四個物理奇異點附近沒有加密.....	37
圖 3-2-1	天文潮模式驗證 (一).....	37
圖 3-2-2	天文潮模式驗證 (二).....	37
圖 3-2-3	天文潮模式驗證 (三).....	38
圖 3-2-4	天文潮模式驗證 (四).....	38
圖 3-2-5	天文潮模式驗證 (五).....	39
圖 3-2-6	天文潮模式驗證 (六).....	39
圖 3-2-7	潮位站設置圖 (資料來源：中央氣象局).....	40
圖 3-2-8	竹圍天文潮模式驗證.....	41
圖 3-2-9	新竹天文潮模式驗證.....	41
圖 3-2-10	台中港天文潮模式驗證.....	42
圖 3-2-11	箔子寮天文潮模式驗證.....	42
圖 3-2-12	東石天文潮模式驗證.....	43
圖 3-2-13	高雄天文潮模式驗證.....	43
圖 3-2-14	後壁湖天文潮模式驗證.....	44
圖 3-2-15	成功天文潮模式驗證.....	44

圖 3-2-16	花蓮天文潮模式驗證	45
圖 3-2-17	蘇澳天文潮模式驗證	45
圖 3-2-18	梗枋天文潮模式驗證	46
圖 3-2-19	基隆天文潮模式驗證	46
圖 3-3-1	Kisu(1988)問題示意圖	48
圖 3-3-2	Kisu(1988)和陳(1994)計算結果與解析解之比較	48
圖 3-3-3	東石、布袋一帶海域之邊界符合正交座標網格	51
圖 3-3-4	台灣環島邊界符合正交網格系統之建立(一)	52
圖 3-3-5	台灣環島邊界符合正交網格系統之建立(二)	53
圖 3-4-1	網格編號(30,1)所得數值結果	55
圖 3-4-2	網格編號(40,2)所得數值結果	55
圖 3-4-3	象神颱風淡水暴潮偏差計算結果	58
圖 3-4-4	象神颱風基隆暴潮偏差計算結果	58
圖 3-4-5	象神颱風高雄暴潮偏差計算結果	59
圖 3-4-6	象神颱風花蓮暴潮偏差計算結果	59
圖 3-4-7	賀伯颱風淡水暴潮偏差計算結果	60
圖 3-4-8	賀伯颱風基隆暴潮偏差計算結果	60
圖 3-4-9	賀伯颱風高雄暴潮偏差計算結果	61
圖 3-4-10	賀伯颱風東石暴潮偏差計算結果	61
圖 3-4-11	象神颱風淡水環島暴潮偏差計算結果	62
圖 3-4-12	象神颱風竹圍環島暴潮偏差計算結果	62
圖 3-4-13	象神颱風新竹環島暴潮偏差計算結果	63
圖 3-4-14	象神颱風箔子寮環島暴潮偏差結果	63
圖 3-4-15	象神颱風高雄環島暴潮偏差計算結果	64
圖 3-4-16	象神颱風後壁湖環島暴潮偏差計算結果	64
圖 3-4-17	象神颱風花蓮環島暴潮偏差計算結果	65
圖 3-4-18	象神颱風花蓮環島暴潮偏差計算結果	65
圖 3-4-19	象神颱風梗枋環島暴潮偏差計算結果	66
圖 3-4-20	象神颱風基隆環島暴潮偏差計算結果	66

圖 3-4-21	賀伯颱風淡水環島暴潮偏差計算結果	67
圖 3-4-22	賀伯颱風竹圍環島暴潮偏差計算結果	67
圖 3-4-23	賀伯颱風新竹環島暴潮偏差計算結果	68
圖 3-4-24	賀伯颱風台中港環島暴潮偏差計算結果	68
圖 3-4-25	賀伯颱風東石環島暴潮偏差計算結果	69
圖 3-4-26	賀伯颱風高雄環島暴潮偏差計算結果	69
圖 3-4-27	賀伯颱風成功環島暴潮偏差計算結果	70
圖 3-4-28	賀伯颱風蘇澳環島暴潮偏差計算結果	70
圖 3-4-29	賀伯颱風梗枋環島暴潮偏差計算結果	71
圖 3-4-30	賀伯颱風基隆環島暴潮偏差計算結果	71

第一章 導論

1.1 研究目的

海岸水位之預報準確性不但關係我國已經高強度開發之海岸地區人民生命安全與財產保障，對於碩果僅存的海岸保護與保育地區之經營管理策略擬定，具有關鍵成敗的重要性。同時，海岸河口水位更關係重要河川之洪水演算模式之預報能力，其準確性即為河川洪水演算下游邊界條件的重要依據，影響河川防洪設計之標準及洪水預報之操作，其重要性非常明顯。

海岸水位之預報包括天文潮位、暴潮位、波浪抬升水位。其中天文潮位為地球表面水體受太陽、月亮及其他星體之重力作用在地球自轉的情形下產生近週期性的水位變化，而暴潮位為特殊氣象條件如颱風的中心氣壓差及風場剪應力造成水面的變化，不但水位受低氣壓作用而抬昇，風場在地形影響下更擴大水位抬升。風場產生的波浪在近岸又因非線性及碎波效應而造成波浪而堆高水位。然波浪之效應相對較小，在本整合計畫內暫不列入考量。

本計畫之目的在建立台灣環島水位預報模式，以預報天文潮位及潮流、暴潮，數值網格產生法研究以及環島海岸水位預報資訊系統建立四部分為工作重點。其中，以天文潮位之即時水深做為預報暴潮水位及流場之基礎，並建立快速而準確之數值網格，作為提昇水理計算準確度的努力重點；台灣環島海岸水位預報資訊系統建立之目的則為現場資料蒐集、整理、分析與呈現，以 GIS 為基礎，呈現即時之環島海岸水位，並提供數據作為水理數值模式驗證之依據。本整合計畫所稱台灣環島除台灣本島外，尚包括澎湖、金門及馬祖等離島，以為全國海岸水位完整考量之設計。

本研究期望藉由台灣海岸水位預報系統之建立，提供海岸防災、海岸保護之依據，藉以建立台灣安全、永續以及美麗的海岸環境。

1.2 研究方法

天文潮位之常用最小週期成分為半日潮，其週期約為 12 小時 30 分，暴潮位發生之時間尺度在觀測地點受颱風影響之時間長度約在 24 小時，而波浪因受風吹而產生，最長風浪週期約在 25 秒以下，颱風進行中，沿著路徑有時產生更長之湧浪，其週期約在 1~3 分鐘。海岸水位之變動量當中，我國環島東部天文潮位振幅較西部為小，西部之潮位振幅分佈由南北向中部逐漸增加，在台中港附近產生最大之潮差，約有 4.5 公尺。

暴潮潮位一般均由總潮水位扣除天文潮位（以無暴潮條件之預報天文潮位為基礎）而得，受地形之影響甚大，岬灣凹處，暴潮往往較為明顯，海岸結構物如防波堤之上風處（upwind）又較下風處（downwind）之暴潮位為大。

海岸水位預報系統之建立，其另一關鍵要素在於所使用之數值模式必須經過驗證（verification）及檢驗（validation）之程序，使預報之結果，能有信心使用，作為洪災、淹水等之預報與預警之設計、洪水保險等海岸保護與保育策略措施之依據。海岸水位現場水位站網資料之取得，分析與整理，是一項基本而不可或缺的工作，我國之海岸水位站之建立與管理，目前分在各業務單位自行處理，缺乏統一之標準，參考點之高程可能不一致，亟需進一步加以整理，使之一致而成為有用之資料，達到掌握海岸水位的正確資訊的目的。而此類資料對於海岸水位預報系統，更可提供數值模式最重要的檢驗數據來源。

海岸水位預報數值模式之建立，不論是以三維或二維之空間來描述問題，對於現場實際問題的掌握，模式必須具備的重要功能之一，就是要能快速而準確產生與現場地形契合（boundary-fitted）的網格系統，才能進行實際而準確的水位及流場計算，因此，數值模式的前置處理，也就是計算網格產生模式的搭配也是一個重要而有效的工具，其效率的好壞也會決定水位數值模式的預報能力的高低。

本整合型計畫包含三個子計畫：(1)台灣環島天文潮汐預報模式

之研究，主持人為莊文傑博士¹、(2)台灣環島暴潮預報模式及數值網格產生法之研究，主持人為蔡丁貴教授²、以及(3)台灣環島海岸水位預報資訊系統之建立，主持人為蘇青和博士³。

各計畫的研究重點及方法概述如下：

子計畫一以預報天文潮位及潮流為重點。考量臺灣環島海域的水深、海岸地形及地球自轉效應，於線性及忽略底床與水體表面摩擦與擴散效應下，依據淺水長波系統方程式建立含括地轉效應與水深影響因子的二維潮波水動力計算模式(Tsay, 1991; Juang, 2000)，並進一步使用有限元素法，配合無反射的局部輻射邊界條件，利用線性等參數三角形元素，在開放海域邊界上，給定單一分潮潮波的入射角，依據所建立的潮波水動力模式，計算台灣環島沿岸及近岸海域任意位置上潮汐半日型各主要分潮的振幅與相位調和常數，同時，並可計算求出潮流橢圓(current ellipse)。

子計畫二為台灣環島暴潮預報模式及數值網格產生法研究兩部分，以天文潮位之即時水位（子計畫一）做為預報暴潮水位及流場之基礎，並建立快速而準確之數值網格，作為提昇水理計算準確度的努力重點。在環島暴潮預報模式的建立方面，子計畫二引入美國美國聯邦緊急事故處理局(Federal Emergency Management Agency, FEMA)所發展出的暴潮及溢淹模式(FEMA, 1983, 1988)，並利用自行發展的邊界符合曲線正交座標系統(Tsay and Hsu, 1997)改善FEMA模式邊界不符合之缺點，來降低數值計算受地形之影響。同時在矩形計算區域內修正FEMA模式，嘗試用預測－修正法(predictor-corrector method)(林聰悟、林佳慧，1997)計算以增加準度及效度。

數值網格產生法方面，乃先採用複變映射理論將不規則區域轉換成標準區域，再配合邊界積分元素法解拉普拉斯方程式 (Laplace equation)，而將標準區域轉換至矩形區域，並在矩形區域中形成網

¹ 交通部運輸研究所港灣技術研究中心研究員

² 國立台灣大學土木工程研究所

³ 交通部運輸研究所港灣技術研究中心研究員

格。其中使用邊界元素法時，角落 (Corner) 的多重方向導數(Multiple normal derivatives)，需另外處理，方能使轉換順利進行。最後，再利用邊界積分法，與柯西里曼條件(Cauchy-Riemann condition)，將矩形區域中之網格反轉換回標準區域，然後利用複變映射理論反轉換回原幾何形狀，如此，原幾何形狀之網格便可建立完成。

子計畫三為台灣環島海岸水位預報資訊系統之建立，其目的為現場資料蒐集、整理、分析與呈現，以 GIS 為基礎，呈現即時之環島海岸水位，並提供數據作為水理數值模式驗證之依據。在資料庫的資料品管方面，則配合實測資料繪圖，以統計分析，能譜分析，調和分析等一連串的分析加以篩選和補遺。

本年度的計畫成果主要在於邊界符合網格系統的改善，此研究基於 Tsay and Hsu 於 1997 年所完成的邊界符合網格系統加以發展。主要應用前面所述的兩種奇異性於邊界符合網格系統之產生。在 Tsay and Hsu 的研究中，雖然已經使用複變轉換的技術來克服流線與勢能線不垂交的問題，可惜並沒有深入討論其中關於物理奇異性的問題。而這些問題，必須在具退化邊界的區域內產生網格時才會突顯出問題。同時，在用到邊界元素法產生網格時，亦即，在運用解拉普拉斯方程式(Laplace Equation)產生保角網格系統(Conformal grids)時，由於前人並不了解(至少在文獻中沒有發現)物理奇異性問題，因此認定保角網格的產生極為不可能，進而加入微調項於拉普拉斯方程式中，犧牲保角性而維持正交性(Thompson et. al., 1977) (保角網格系統可以使得座標轉換後，拉普拉斯項維持拉普拉斯型態，避免控制方程式複雜化，增加運算效率)。其實，只要在運用邊界元素法產生網格前，利用之前所述的複變轉換將物理奇異性去除，產生保角網格並非難事。然而，即便複變轉換有此優點，但在運用時，卻要注意 branch-cut 問題，其有轉換時計算域壓縮或是拉伸的問題，如果轉換後計算域為拉伸，超越 branch-cut 的部分便會產生多值(Multi-value)的問題，使得網格扭曲交錯，這也是文獻中所記載完全保角的網格不易產生的原

因。此研究中找出複變轉換的限制式，作為實際運用時，安排物理奇異點先後轉換順序之依據，也就是說，將不符合限制式的轉換點放在較後面的順序來轉換，符合限制式的角度先轉換的話，常常原本不符合限制式的奇異點也可以成功轉換。在研究論文中，於蘭嶼島網格例子中，可連續轉換 255 次將 255 個物理奇異點去除，而保證為保角轉換，便足以說明限制式的可行性，由於轉換所花費的 CPU 時間很少，因此即使轉緩 255 次速度仍然很快。另外，由於在邊界元素法基礎研究中成功去掉數值邊界層，因此利用此產生邊界符合網格系統，將可產生極為靠近邊界(10^{-9})的網格系統，對於計算邊界層(Boundary layer)，將是有力的工具(Wang, 2005)。

1.3 研究步驟及工作重點

各研究計劃子題以及其研究綱要與分工合作架構茲說明如下：

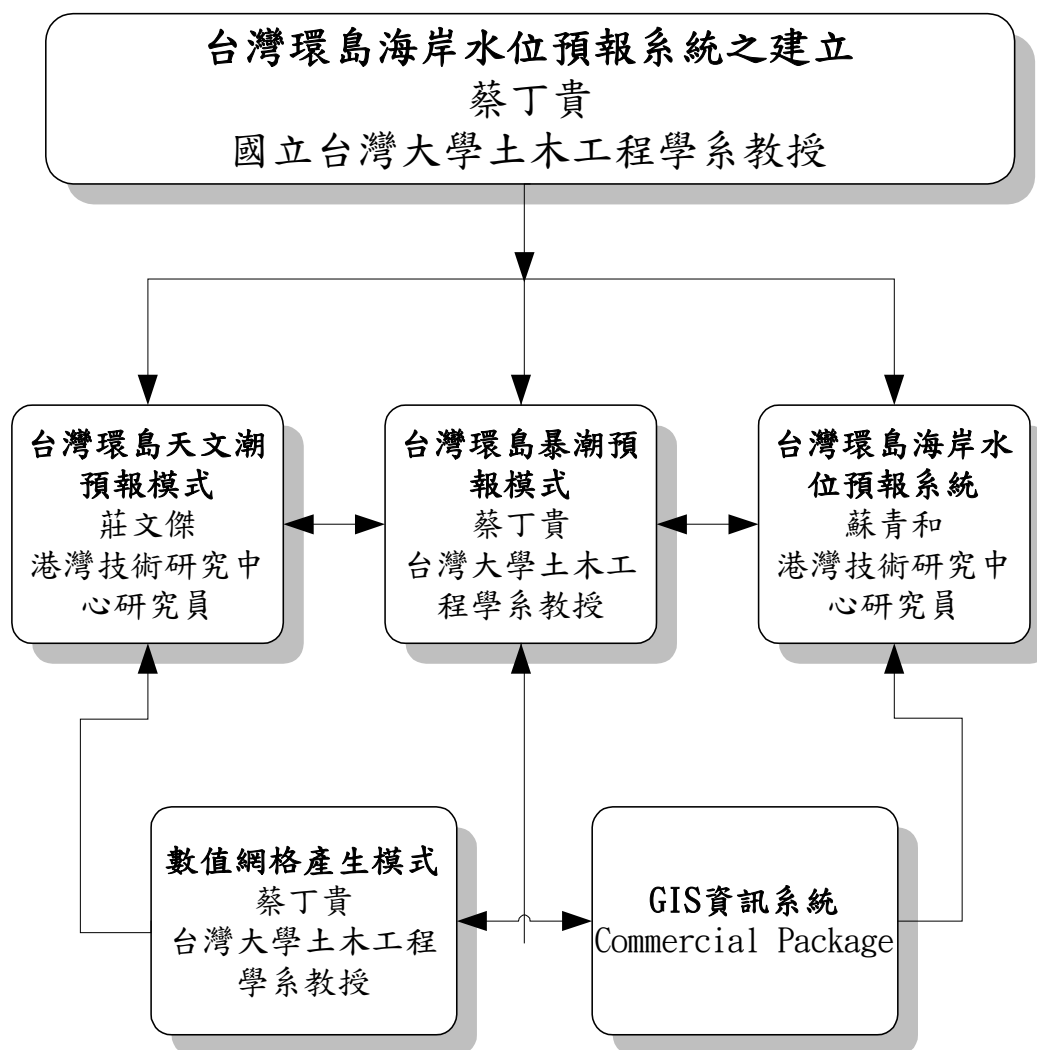


圖 1-3-1 台灣環島水位預報系統分工架構圖

由上圖可以清楚看出各子計劃之間的相關性。以下就各子計劃的工作內容以及子計劃之間的關係作進一步的說明：

一、 台灣環島天文潮數值預報模式：

近一兩年來，台灣海峽及環島天文潮位之物理特性與數值模擬已具有可觀的成績 (Lin et al, 2000a, 2000b; Juang, 2000; Tsay, 2000)。當某一地點之天文潮型由半日潮主導時，不但潮差之預測可達 20 公分以內，滿潮時之預測亦可達到約 10 分鐘之誤差內，以此為台灣環島之海岸水位預報系統之天文潮位預報基礎，應有在較短時間達成建立整體預報系統的實效。

天文潮位數值模式預報之重點工作包括：

1. 半日潮之流場模式建立、驗證及檢證；
2. 全日潮之水位模式建立、驗證及檢證；
3. 全日潮之流場模式建立、驗證及檢證；
4. 合成潮之預報系統之建立、改善、驗證及檢證。

二、 暴潮水位數值模式

暴潮水位與流場之預報一般均利用平面二維之質量守恆關係式及運動方程式進行數值模式的建立。最為成功的數值模式應屬美國聯邦緊急事故處理局(FEMA)所發展建立之直角座標網格有限差分，內置細網格的數值模式，並利用該模式進行沿岸淹水機率評估，做為洪水保險費率計算的依據。此模式已成功應用於嘉義白水湖海岸之暴潮計算(郭金棟等，1998)。

暴潮預測技術又分為兩個子計畫，其一為颱風壓力場及風場之預測；其二為受壓力場及風場而運動之暴潮位水理預測模式。本子計畫之重點在此一階段將先以水理預測模式之考量為優先，而颱風壓力場及風場之預測則利用該領域現有之理論為依據。

本計畫將利用 FEMA 模式，引入邊界符合正交座標系統改善其模式中無法計算任意形狀的不足之處，並以預測之天文潮位水深(子

計畫一) 進行颱風暴潮位計算。研究成果需以現場潮汐資料驗證(子計畫三)。各年度計畫工作之分配情形為：

1. 利用 FEMA 暴潮溢淹模式，並以發展之數值正交網格(非卡式座標) 進行大網格計算環島暴潮分佈。
2. 以大網格計算之網格點為邊界條件，內置(embed) 細網格對局部海岸地區進行暴潮計算，地點資料選擇順序依其重要性逐一建檔(子計畫三)。
3. 考慮天文潮汐之變化，考慮我國沿岸特有之地貌(如鹽田、魚塭等)，驗證曲線座標系統之新模式，完成建立新的暴潮預報模式。

三、 數值網格產生技術之改善與應用

數值預報模式之預報能力由其準確性與計算速率決定，數值模式所依據之數學模式是對所欲描述之水理現象經過假設與簡化而得，有其數學上的必要性，但對其結果之應用則有其限制，此可由現場現象觀測之檢驗與計算結果比較而知其適當性。除此之外，數值模式的另一關鍵問題，則為計算網格前置準備的簡易性，或網格在計算方法上所產生誤差的降低，均是預報模式能力提昇的重點。

本子計畫重點為改善現有以邊界元素法建立之數值網格產生方法，提昇此方法之準確性及應用範圍。其主要工作項目分列如下：

1. 解決邊界元素法在基礎點(Base point) 靠近邊界時之不連續問題。
2. 擴充應用範圍至複連通區域(Multiply-connected domains)。
3. 改善座標轉換偏導數值計算方法的準確性。網格點分佈之選擇策略。
4. 邊界符合座標系統之有限差分法數值網格產生。(子計畫二)

5.邊界符合區域之有限元素法計算網格產生。(子計劃一)

四、 海岸水位及流場站網之建立

海岸水位預報系統之成功與否，在於預報數值模式是否能準確並快速產生答案，因此，不論是在系統發展階段及應用階段，現場資料之蒐集、整理、分析與呈現均有其重要性，不但必須有歷時之變化，而且也需有空間上環島不同位置不同的反應。此一工作學理上雖然不能預期重大突破，但此基礎工作，不容有錯誤，因此資料如何蒐集、整理分析之方法探討、及彙整後資料之呈現、保管與流通都是日後海岸管理與研究工作不可或缺的資訊。

本子計畫之工作項目可以列如以下各項：

- 1.利用 GIS 蒐集水位站網各水位站及流場觀測站之詳細資料。
- 2.檢驗校正現場水位及流場資料。
- 3.進行調合分析，建立各水位站各分潮之振幅、相位及流速。
- 4.預報天文合成潮之水位及流速。
- 5.由分析之潮位資料，建立環島潮位、潮時及流場之分佈。
- 6.暴潮發生時段，將預報之合成天文潮位由總水位扣除，求得暴潮偏差潮位。

若以年度分工而考慮，則

第一年：以現有我國國際港口及臨近重要河川如淡水河等出口之水位站與流場觀測站為主，建立台灣環島（包括離島）資訊網站雛形。

第二年：增加以國內商港及漁港現有之水位站及流場觀測站為主，改善及擴充環島海岸水位資訊網站。

第三年：彙整所有水位站及流場觀測站資料，完成環島海岸水位資訊網站。

接下來的第二章及第三章將針對子計畫二：「台灣環島暴潮預報模式及數值網格產生法研究」詳加說明，至於子計畫一以及子計畫三的詳細研究理論與成果請參考國科會 NSC90-2625-Z-124-001 及 NSC90-2625-Z-124-002 計畫編號之子計畫成果報告書，於此不贅述。

第四章結論與建議部分則統合三個子計畫目前的研究成果，作一簡單的結論，並提供後續研究之建議。

第二章 理論分析

2.1 文獻回顧

潮位的計算包括兩個部份：一是由天體運動所引起的天文潮 (Astronomical tide)，一是由異常氣象所引起的潮位，如颱風造成的暴潮 (Storm surge)。當颱風侵襲引起暴潮之際，若再碰上陰曆朔望之天文大潮，則往往會造成低窪地區海水倒灌。(1994,李賢文)

天文潮的計算濫觴於 1867，William Thomson 於當年推導出調和分析的方法來分析潮位，其原理乃是基於任何運動皆可以分解成一系列的調和運動 (harmonic motions)，因此可以利用一系列的調和函數 (harmonic functions) 來逼近任何運動。雖然到 1867 William Thomson 才運用於潮汐分析之上，但實際上，此原理早在西元前 356 年就被 Eudoxas 發現。當年，他運用一系列的圓周運動來說明星球的不規則運動。自 William Thomson 之後，幾百年來陸陸續續又有許多學者專家針對此技術加以改良，並利用天體運行關係推導出各星球對地球的引力在地球上所造成的分潮週期公式。

而在暴潮預報模式的發展歷史中，可分成經驗方法、解析方法及流體動力數值方法三種。

經驗方法是利用統計分析方式，求出海面高程與其他氣象因子的關係。最簡單的就是直接求出暴潮位與鄰近平均風之關係，以及暴潮位與中心氣壓之關係，在將兩者所求數值疊加而得暴潮位。1971 年王博先生對國聖港、鹿港、外傘頂三地暴潮之推算，1975 年黃壽銘先生研究花蓮港，1976 年魏靖松先生推算高雄港等地暴潮，及 1977 年王崇岳先生研究淡水河暴潮，1992 年 Minoru 利用下式：
$$\zeta = a(1010 - p) + bw^2 \cos \theta$$
 預測東京 (Tokyo)、名古屋 (Nagoya) 及大阪 (Osaka) 三個臨海的大城市暴潮。2000 年蔡瀚陞研究淡水河口颱風暴潮水位；。2002 年 Ou 等人，應用此法，計算台灣新竹、台中、東石、與花蓮等區域，此皆屬經驗法則。

解析方法則是利用流體動力方程式推算暴潮。流體動力方程式包括質量守恆及動量守恆式，其為一組非線性方程式。要解這組非線性方程式則勢必將方程式簡化為線性方程式。而此通常只能適用於簡單地形，對於自然界複雜的海岸地形就顯得不適宜(1967,Bretschneider)。

流體動力數值模式如同許多其他的數值計算一般，在電子計算機問世後才發展起來，利用電子計算機快速計算之能力求解非線性方程式之逼近解，因此毋需簡化條件，在自然界複雜的海域也能應用，是目前最被廣泛使用的方法。

流體動力數值的先驅是德國海洋學家 Hansen(1956)，他在 1953 年以此法計算北海暴潮，獲得令人鼓舞的結果。1958 年 Platzman 以此法計算密西根湖的暴潮，1959 年 Fisher 以與 Hansen 不同之格點構造同樣推算北海之暴潮，同時討論到計算的穩定性問題，以及平滑技巧和格點間距對演算之影響。1963 年 Platzman 再度以數值法計算北美伊利湖之暴潮，提出共軛格點模式 (Conjugated Richardson Lattices)，討論如何處理沿邊界之格點。Harris 和 Jelesnianski(1964) 則發展出暴潮偏微分方程式之近似形式，同時將邊界以定差方式表示，並討論其誤差。Jelesnianski 在 1965 年更以粗細兩種不同網格系統計算暴潮，在大海域先用粗網格計算，再代入小海域細網格之邊界條件中計算暴潮。Sielecki 則於 1968 年以能量不減觀點求得穩定解。

1979 年李賢文先生以完整的流體動力模式預報台灣海峽沿岸之暴潮。1984 年李賢文先生更進一步發展環繞台灣周圍海域之颱風暴潮數值模式。1987 年劉肖孔先生發展一個三維颱風暴潮數值預報模式，模式中並考慮了溫度和鹽度的變化。

1976 年美國聯邦緊急事故發展署(FEMA)為了洪災保險之需，發展出一套暴潮預測模式，稱為 FEMA 模式。1983 年美國國家科學院(National Academy of Sciences, NAS)會議中推薦此模式並建議修改此模式以因應需要。因此有了 1985 年新版之 FEMA 暴潮預測模式。

在 Jelesnianski 領導下，1992 年美國氣象局發展出 SLOSH(Sea, Lake, and Overland Surges from Hurricane)模式推算海水倒灌之地區，

供民眾避難之用。

1996 年 Watson 等人研究，影響暴潮的因素很多，包括波流、地形效應、暴風路徑與前進速度等相當重要，因為發生溢淹的位置與跟當地發生高潮時間有很大的關係，暴風強度是決定暴潮偏差量主要因素，但在預測上確有困難。而地形效應上顯示，V 型港灣會累積能量，故暴潮偏差量會增大。

就美國氣象局暴潮模式的發展史來看，在 70 年代，模式計算僅限於海岸線外的水域，即假定一高牆立於海岸線上，海水只能堆高，無法穿透。之後，美國氣象局根據 60 年代暴潮觀測資料的努力，用一組歷史最高水位觀測值來調整風力場係數。80 年代，氣象局推動海灣與內陸漫灘的模式，利用粗細網格交疊之計算方式求算結果。

目前，SLOSH 模式在颱風路徑的預測精確度仍有限，登陸在 24 小時內，平均誤差仍在正負 100 海哩，而少許路徑的誤差，卻往往有天壤之別的結果。因此，不適用單一路徑模式做暴潮預報。

SLOSH 和 FEMA 模式相異之處，在於前者用極座標網格，而 FEMA 則是用卡氏座標網格計算。後者並以網格對角線來逼近海岸線。在風場模式上，SLOSH 分成風場為海岸線以外之”海風”，及海灣內與淹水區之”湖泊風”。海風取早期外海模式(SPLASH, Special Program to List the Amplitude of Surges from Hurricanes)(Jelesnianski, 1992);湖泊風則根據 1949 年美國陸軍工程部設立的觀測站資料所得出之摩擦係數修正外海模式而得。

至於在數值網格產生法方面，Thompson 等(1985)利用保角映射原理 (Conformal mapping) 解橢圓性之偏微分方程式，並配合柯西里曼條件 (Cauchy-Riemann conditions)將一由四條平滑曲線所圍成，四個頂點為直角的不規則區域轉換成矩形區域，並在矩形區域中建立網格，再做反轉換，使得不規則區域內產生網格。

Tsay 等(1989, 1990) 將邊界積分元素法運用於 Thompson 等(1985) 所提出的區域轉換理論，以做為保角轉換之依據，在特定的不規則區域中產生網格，而建立一自動網格形成模式。並將此應用於

緩坡方程式 (Mild-slope equation) 來描述波浪運動。另於 1990 年發表的技術報告中提及，其優點為座標轉換與反轉換之關係在建立之後，如需調整網格時可以不必重複再解座標轉換與反轉換所需之偏微分方式。

Tsay(1997)利用複變映射理論，將不規則區域轉換成規則區域，再利用 Tsay 等(1989,1990)之研究在任意不規則區域中形成正交網格，由於複變映射理論之應用，將 Tsay 之模式擴展至任意不規則區域，使 Tsay 之模式應用更為廣泛。

2.2 天文潮理論

天文潮係地球自轉情形下，地表受太陽、月球及其他星體重力量作用所產生近週期性之水位變化。運用前人研究天體運行關係推導出的各星球對地球之引力在地球上所造成的分潮週期公式，吾人可求出地球上不同經緯度受到星球引力作用下的潮汐週期。然後再根據這些週期進行調和參數的推求。調和分析的原理，便是假設潮汐的漲落皆可以由一系列和星球引力相關的調和項(sin 或 cos 函數)疊加之後逼近達成。

$$y_a(t) = y_0 + \sum_{r=1}^k C_r \cos\left(\frac{2\pi t}{T_r} - \phi_r\right) \quad (2-1)$$

其中， y_a 表天文潮位， y_0 代表平均水位，為未知數； C_r 為調和項 cos 函數的振幅，為未知數； T_r 為各分潮週期，已知數； ϕ_r 則為相位角，乃未知數。為求得最佳潮位估計，可運用最小平方原理。假設 Δ_t 為 t 時間分析資料之誤差，即， $\Delta_t = y_t - y_a(t)$ ， y_t 為實測潮位。則誤差平方和為

$$E = \sum_{t=1}^{t=n} (\Delta_t)^2 = \sum_{t=1}^{t=n} \left[y_t - y_0 - \sum_{r=1}^k C_r \cos\left(\frac{2\pi t}{T_r} - \phi_r\right) \right]^2 \quad (2-2)$$

欲使誤差平方和最小，需 $\frac{\partial E}{\partial y_0} = 0$ ， $\frac{\partial E}{\partial C_r} = 0$ ， $\frac{\partial E}{\partial \phi_r} = 0$ 。其中， $(2k+1)$ 個方程式可解 $(2k+1)$ 個未知數，如此便可求得 k 個分潮的調和參數

(即振幅與相位角及平均水位)，代回(2-1)即可預測任意時間 t 的天文潮位。在實際計算上，會遭遇到現場量測水位資料闕漏的問題，因此，必須應用第一次求出的天文潮位反求引用資料中闕漏的現場水位資料，然後以此修正過的資料重新再求出新的天文潮分潮參數。利用此新參數可求出任意時間的天文潮位。而經過非颱風時期的現場潮位資料驗證後，便能確認天文潮模式的準確性。

天文潮模式的建立流程如圖 2-2-1，為：(1)取得足夠長度且品質良好的潮位資料；(2)過濾掉明顯錯誤的實測資料，確認資料品質。例如，由過去紀錄中，河口水位即使在颱洪時期也未曾超過 3 公尺以上，因此若平日水位有高於或低於 3 公尺者，便可視為不合理值而去除；(3)進行調和分析，得到天文潮分潮參數，並利用此參數計算天文潮位；(4)繪圖觀察計算值與觀測值的水位歷線是否相符，如果有明顯的相位差，表示有重要的分潮參數沒有考慮到，必須回頭檢視天文潮分潮選擇是否恰當，調整過後，再重新計算一遍。(5)統計計算值與觀測值的年平均誤差，如果超過設定的門檻值，表示缺漏的資料已經發生影響，必須利用前一次計算所得之天文潮位將原始實測資料闕漏部分補遺或修正不合理值，進行第二次的調和分析，而獲得一組新的天文潮參數及天文潮位。

其中，天文潮分潮的週期可從天文及潮汐相關書籍查表而得。

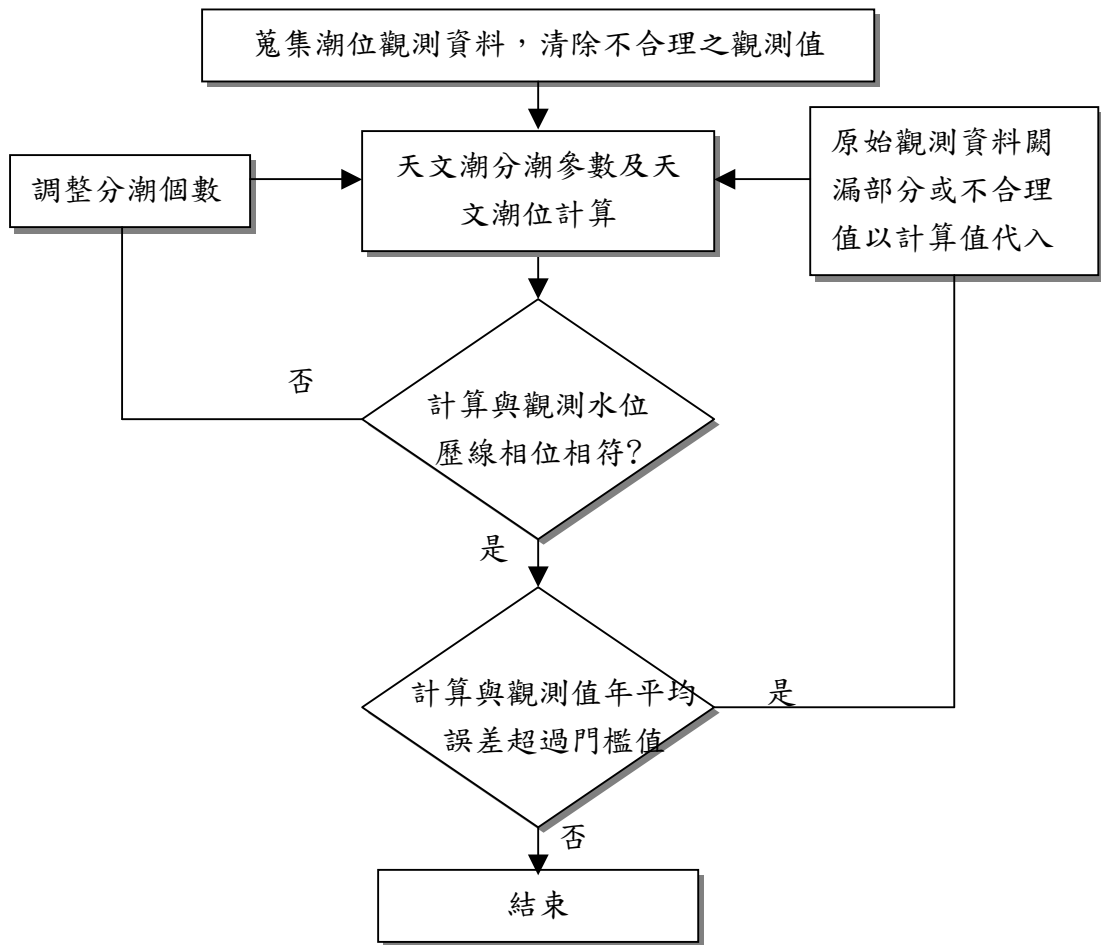


圖 2-2-1 天文潮模式建立流程圖

2.3 邊界符合座標系統理論

由於現有模式計算偏導數時會出現些許誤差，尚無法準確描述座標轉換間尺度因子。因而擬對現有的理論基礎重新檢討，針對有誤差的地方進行修正。以下就現有模式的理論基礎作一說明：

邊界符合座標網格形成，先採用複變映射理論將不規則區域轉換成超矩形區域(Hyper-rectangular region)(如圖 2-3-1)，再配合邊界積分元素法解拉普拉斯方程式 (Laplace equation)，而將超矩形區域轉換至矩形區域而在矩形區域中形成網格。其中使用邊界元素法時，處理角落 (Corner)的多重方向導數(Multiple normal derivatives)，需另外處理，而使轉換能順利進行。並須進行反轉換之計算，利用邊界積分法，

與柯西里曼條件(Cauchy-Riemann condition)，將矩形區域中之網格反轉換回超矩形區域，再利用複變映射理論反轉換回原幾何形狀，最後，原幾何形狀之網格便可建立完成。

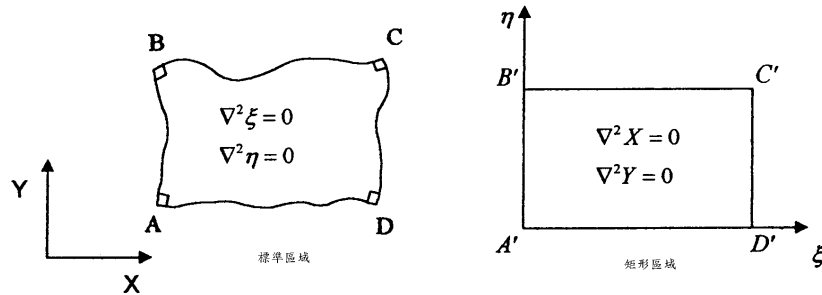


圖 2-3-1 座標轉換示意圖

此外，將不規則區域轉換成超矩形區域之過程中，乃利用複變映射理論推導座標轉換系統偏導數之關係。而超矩形區域轉換至矩形區域之過程中，則利用邊界積分元素法，求區域內偏導數的值。將上述所求得之偏導數組合後，可建立原幾何座標系統轉換(Physical coordinate system)至矩形區域座標系統(Transformed coordinate system)之偏導數。

一、 複變映射理論—建立超矩形區域

由於 Tsay 等(1989, 1990) 之自動網格形成模式，僅適用在如(圖 2-3-1) 的區域：圖中四點 A、B、C、D 夾角均為 $\pi/2$ ，其餘邊界上任意點皆為平滑曲線，這樣的區域於現有模式中稱為「超矩形區域」。為了能銜接 Tsay 等 (1989, 1990)之模式，必須先將各種不規則區域均能轉換為超矩形區域。而這樣的轉換方法即以「複變映射理論」為基礎而建立。

如圖 2-3-2，以 W 複數平面夾角 α 之區域轉換至 Z 複數平面夾角 β 之區域為：

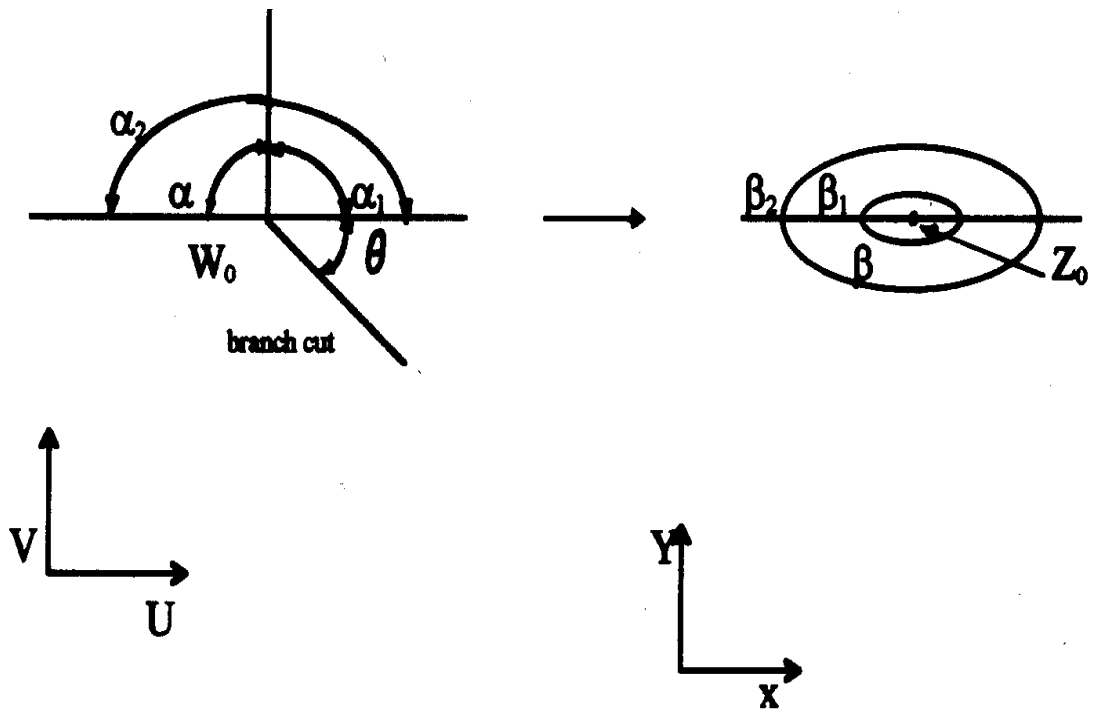


圖 2-3-2 複變映射示意圖

$$\frac{dZ}{dW} = W^{A-1} \quad (2-3)$$

式中， $A = \frac{\beta}{\alpha}$

積分後得
$$Z - Z_0 = \frac{1}{A}(W - W_0)^A \quad (2-4)$$

式中， Z_0 為 Z 複數平面的支點 (Branch point)， W_0 為 W 複數平面的支點。在式 (2-4) 中，因為 Z 平面與 W 平面皆為複數平面，且複數函數 $(W - W_0)^{\frac{\beta}{\alpha}}$ 為多值函數。為保持函數為單值，需建立一條人為的界線 W_0B 。參見(圖 2-3-2)，其中 W_0 點稱為支點， B 點在無窮遠處，(當然其他以 W_0 為始點的射線都可)，這條界線稱為支線 (Branch line) 或分枝切割 (Branch cut)。在區域轉換的過程中，為使得區域不至被分割，其選取的支線必須在轉換區域之外，如此才能確保轉換區域之連續性。

在此考慮複變映射理論之反轉換，自 Z 平面夾角 β 之區域轉換至 W 平面夾角 α 之區域，其反轉換方法如下：

$$W - W_0 = [A(Z - Z_0)]^{\frac{1}{A}} \quad (2-5)$$

因此，利用以上之理論，可將不規則區域，選取邊界上四點轉換為直角，其餘邊界轉換為平滑曲線；經過複變映射理論多次的轉換，即可將任意不規則的區域轉換為超矩形區域。而經由複變映射理論之反轉換，亦可將超矩形區域反轉換回原不規則幾何區域。

複變映射理論正轉換與反轉換之計算方法，利用映射原理轉換過程中其偏導數之推求方法，在使用映射原理轉換時，座標系統轉換之偏導數可得如下：

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \operatorname{Re} \left([A(Z - Z_0)]^{\frac{1}{A}-1} \right) \quad (2-6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = \operatorname{Re} \left(i[A(Z - Z_0)]^{\frac{1}{A}-1} \right) \quad (2-7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial X} = \operatorname{Im} \left([A(Z - Z_0)]^{\frac{1}{A}-1} \right) \quad (2-8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial Y} = \operatorname{Im} \left(i[A(Z - Z_0)]^{\frac{1}{A}-1} \right) \quad (2-9)$$

式中，U 和 V 為 W 平面上的實部及虛部。所求得之偏導數，亦可驗證其符合柯西里曼條件(Cauchy-Riemann condition)

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial Y} \quad , \quad \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial V}{\partial X} \quad (2-10)$$

二、 邊界積分元素法--建立矩形區域

利用邊界元素法解拉普拉斯方程式，使得 X-Y 平面之超矩形區域，經由保角轉換至 $\xi-\eta$ 平面之矩形區域。如(圖 2-3-1)，X-Y 平面上之封閉區間 ABCD，邊界為四個區段：AB、BC、CD 與 DA，在 $\xi-\eta$ 平面上選取適當的矩形 A'B'C'D'，使 A、B、C、D 四點對應至 A'、B'、C'、D' 四點。且使得 A'B'、C'D' 之 ξ 值為某一常數，D'A'、B'C' 之 η 值為某一常數，因此，可採用拉普拉斯方程式作保角轉換：

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial Y^2} = 0 \quad (2-11)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial Y^2} = 0 \quad (2-12)$$

且 ξ, η 必須滿足柯西—里曼方程式

$$\frac{\partial \xi}{\partial X} = \frac{\partial \eta}{\partial Y} \quad (2-13)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial Y} = -\frac{\partial \eta}{\partial X} \quad (2-14)$$

利用二維拉普拉斯方程式的基本解（自由空間格林函數 free-space Green's function) $\ln r$ 以及變分法(variation method)，可將方程式(2-11)、(2-12)改成邊界積分方程式如下：

$$\alpha \xi(P) = \int_{\Gamma} \left[\xi \frac{\partial(\ln r)}{\partial n} - \ln r \frac{\partial \xi}{\partial n} \right] ds \quad (2-15)$$

$$\alpha \eta(P) = \int_{\Gamma} \left[\eta \frac{\partial(\ln r)}{\partial n} - \ln r \frac{\partial \eta}{\partial n} \right] ds \quad (2-16)$$

式中， Γ 為邊界， ds 為沿著邊界之微小線段， r 為區域內或邊界上一奇異點 P 至邊界 Γ 之距離。

$$r = [(X - X_p)^2 + (Y - Y_p)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2-17)$$

$$\frac{\partial}{\partial n}(\ln r) = \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} \quad (2-18)$$

當奇異點 P 在區域內時， $\alpha = 2\pi$ ；當 P 點在邊界上時，其 α 值為邊界內部之夾角值。因此可利用(2-15)、(2-16)式，計算出邊界上之所有 ξ, η 值或 $\frac{\partial \xi}{\partial n}, \frac{\partial \eta}{\partial n}$ 值。

由於在矩形區域邊界上所有 X, Y 值皆已知，但邊界上之所有 $\frac{\partial X}{\partial n}, \frac{\partial Y}{\partial n}$ 值皆未知，在 Tsay 等(1989, 1990)之研究中，於處理矩形區域邊界之導數時，利用柯西里曼條件(Cauchy-Riemann condition)及採用線性計算，導致邊界之導數產生誤差。而現有模式採用邊界積分元素法解拉普拉斯方程式，能精確地求出邊界上之所有 $\frac{\partial X}{\partial n}, \frac{\partial Y}{\partial n}$ 值。值

得一提的是，在矩形區域的四個角落(Corner)，重方向導數 (Multiple normal derivatives)，可利用柯西里曼條件(Cauchy-Riemann condition) 增加四條方程式處理，即可順利進行。

在利用邊界積分法求解 $\nabla^2 X = 0$ 過程中，發現邊界若有 N 個節點，因其邊界條件為德列契列特 (Dirichlet) 形式， X 值已知，但 $\frac{\partial X}{\partial n}$ 未知，且在四個角落 (Corner) 因有多重方向導數 (Multiple normal derivatives) $\frac{\partial X}{\partial n}$ ， $(\frac{\partial X}{\partial n})'$ 皆未知，如此便只有 N 條方程式，但卻有 $N+4$ 個未知數。同理在求解 $\nabla^2 Y = 0$ 過程中亦相同。因此，本研究之作法乃採用 $\nabla^2 X = 0$ 與 $\nabla^2 Y = 0$ 同時求解，如此則將有 $2*N$ 條方程式；另外加上 A' 、 B' 、 C' 、 D' 四點之柯西里曼條件(Cauchy-Riemann condition)，可增加 8 條方程式，則共有 $2*N+8$ 條方程式，而未知數正好有 $2*N+8$ 個。如此即可將邊界上所有 $\frac{\partial X}{\partial n}$ ， $\frac{\partial Y}{\partial n}$ ， $(\frac{\partial X}{\partial n})'$ ， $(\frac{\partial Y}{\partial n})'$ 皆可求得。

至目前為止，已經順利完成將不規則幾何區域轉換成矩形區域，因現有模式之目的為在矩形區域中建立網格，以方便有限差分 (Finite difference method) 之計算。所以可視有限差分法之需要，建立矩形中之網格。

利用上述已經求得之矩形區域邊界上的偏導數 $\frac{\partial X}{\partial n}$ ， $\frac{\partial Y}{\partial n}$ ， $(\frac{\partial X}{\partial n})'$ ， $(\frac{\partial Y}{\partial n})'$ 與 X 、 Y 值，做反轉換至超矩形區域，而在超矩形區域中建立網格。

其反轉換之公式如下：

$$2\pi X(P) = \int_{\Gamma} \left(\frac{X}{r} \frac{\partial r}{\partial n} - \ln r \frac{\partial X}{\partial n} \right) ds \quad (2-19)$$

$$2\pi Y(P) = \int_{\Gamma} \left(\frac{Y}{r} \frac{\partial r}{\partial n} - \ln r \frac{\partial Y}{\partial n} \right) ds \quad (2-20)$$

式中， P 表示為區域內之點

$$r = [(\xi - \xi_p)^2 + (\eta - \eta_p)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2-21)$$

在式(2-19)及(2-20)積分方程式中，右邊為邊界積分，且邊界上的 X 、 Y 值與 X 、 Y 之偏導數皆已知，利用邊界積分法計算，即可求得超矩形區域內之 X 、 Y 值，如此便將矩形區域中之網格點成功轉換至超矩形區域。為建立超矩形區域轉換至矩形區域的偏導數，利用邊界積分方程式 (Liggett and Liu, 1983)：對 ξ , η 分別偏微分得：

$$2\pi \frac{\partial\phi(P)}{\partial\xi} = \int_{\Gamma} \left(\phi \frac{\partial}{\partial\xi} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} \right) - \frac{\partial(\ln r)}{\partial\xi} \frac{\partial\phi}{\partial n} \right) ds \quad (2-22)$$

$$2\pi \frac{\partial\phi(P)}{\partial\eta} = \int_{\Gamma} \left(\phi \frac{\partial}{\partial\eta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} \right) - \frac{\partial(\ln r)}{\partial\eta} \frac{\partial\phi}{\partial n} \right) ds \quad (2-23)$$

複變映射原理與邊界積分法將轉換過程中，座標系統之偏導數已求出。將上述所求出之偏導數利用連鎖律 (Chain rule) 組合，而建立原幾何區域轉換至矩形區域之偏導數。

2.4 建立邊界符合座標系統所遭遇的問題與對策

本研究中所產生的邊界符合網格系統，為保角網格系統，也是自原區域轉換到矩形區域時，座標轉換式中最精簡，限制最多，最不易產生，但又最完美的轉換 (Thompson et. al., 1985；Ryskin and Leal, 1983)。當一 x - y 座標系統轉換到另一個 ξ - η 系統時，其轉換矩陣可表為

$$A = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 & \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \\ \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) & \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (2-24)$$

則在原物理區域內的 Laplace 方程式 $\nabla^2 \xi = 0, \nabla^2 \eta = 0$ 可改寫為

$$g_{22} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2g_{12} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + g_{11} \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = 0 \quad (2-25)$$

$$g_{22} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2g_{12} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + g_{11} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = 0 \quad (2-26)$$

當 $g_{12} = 0$ 時，即

$$\frac{\partial x}{\partial \xi^2} + \frac{g_{11}}{g_{22}} \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = 0 \quad (2-27)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + \frac{g_{11}}{g_{22}} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = 0 \quad (2-28)$$

而在計算區域 $\xi-\eta$ 座標系統所產生的矩形網格對應到原區域的邊界符合座標網格系統即稱為正交網格系統。

若進一步加上 $g_{11} = g_{22}$ 條件的話，則式(2-28)可化簡為 $\nabla^2 x = 0, \nabla^2 y = 0$ 。此時，所產生的邊界符合網格系統稱為「保角網格」(Conformal grids)。

過去的文獻認為，此保角網格系統的產生有其困難性，穩定性上也有問題。尤其在邊界形狀過於崎嶇時，常會有網格疊置(Overlapping)的問題，即網格交錯或者內部網格跑到域外去的現象。稱此為平滑性(Smoothness)問題，為了製造出平滑的網格系統，常常要犧牲網格的保角性。

以平滑性考量為主的網格系統以 Thompson 等人於 1976 年提出的 TTM (Thompson, Thmes, and Mastin)系統為主，而以正交性為考量的則以 Rinsky 於 1983 年提出的 RL (Rinsky and Leal)系統為代表。前者以一對相關的橢圓型偏微分方程組控制網格產生

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P(\xi, \eta) \quad \text{以及} \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\xi, \eta) \quad (2-29)$$

為了平滑網格，不得不犧牲保角性，於方程式等號右側加上控制項 $P(\xi, \eta)$ 以及 $Q(\xi, \eta)$ 。基本上，此二控制項之參數可利用試誤法(Try and error)來獲得最佳的平滑效果。由於網格線多半在靠近邊界時遭遇到扭曲，因此可將此二參數設定為自邊界向內域的指數遞減(Exponential decay)型態；亦即，越靠近邊界，修正越多，越接近內部，則越退化成拉普拉斯方程式之保角網格系統。後續相關的研究，有一大部份是延續 TTM 系統架構，而針對不同的 $P(\xi, \eta)$ 、 $Q(\xi, \eta)$ 控制項型態所產生的網格系統加以討論。

至於 RL 系統，則強調網格的正交性(Orthogonality)以及尺寸因子(Scale factor)的等稱性。簡單而言，雖不能如保角網格般處處符合柯西-里曼條件(Cauchy-Riemann conditions)，但卻藉由引入扭曲函數 f_d (Distortion function)來維持正交性

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} = -f_d \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (2-30)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \eta} = f_d \frac{\partial x}{\partial \xi} \quad (2-31)$$

以上兩式分別對 ξ 、 η 作偏微分的動作後再相加，可得下列二方程式

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(f_d \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{f_d} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (2-32)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(f_d \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{f_d} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (2-33)$$

此處的 f_d 可定義為

$$f_d = \frac{h_\eta}{h_\xi} \quad (2-34)$$

$$h_\xi = \sqrt{g_{11}} = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2} \quad (2-35)$$

$$h_\eta = \sqrt{g_{22}} = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2} \quad (2-36)$$

(2-32)、(2-33)即被稱為 RL 系統。當 $f_d = 1$ 時，此系統即退化成保角網格系統，後續許多研究，多集中在以不同的方式計算出 f_d (Luis, 1996; Jeng, 1999; Akcelik, 2001; Zhang, 2004)。

由以上的文獻回顧可知，保角網格為最佳的網格系統，但是由於產生保角網格不易，因此退而追求網格系統的平滑性以及正交性，因而個別發展出 TTM 以及 RL 網格系統。至於為何產生保角網格不易，除了 Rinsky 於 1983 年以 'ill-conditioned' 一詞來解釋外，在其他文獻

中並未見到相關的討論。本研究即根據邊界元素法研究中的幾何奇異性(物理奇異性)加以探討網格扭曲的原因，並提出以複變轉換做為對策解決此問題，然而此法亦有其先天上的限制，在運用上不可不知，其限制詳見於本節後文。

在判斷網格系統品質好壞時，可利用 MDO、ADO、MAR、AAR 等四項指數來決定。其定義如下：

$$MDO = \max_{i,j} (|90^\circ - \vartheta_{i,j}|)$$

$$ADO = \frac{1}{m-2} \frac{1}{n-2} \sum_{i=2}^{m-1} \sum_{j=2}^{n-1} (|90^\circ - \vartheta_{i,j}|)$$

其中，下標 i 以及 j 分別代表在 x 、 y 方向的網格點位置。 m 、 n 則為此二方向上的網格數。角度 ϑ 定義如下

$$\vartheta_{i,j} = \cos^{-1} \left(\frac{g_{12}}{h_\xi h_\eta} \right)$$

$$MAR = \max_{i,j} \left[\max \left(f_{d,i,j}, \frac{1}{f_{d,i,j}} \right) \right]$$

$$AAR = \frac{1}{m-2} \frac{1}{n-2} \sum_{i=2}^{m-1} \sum_{j=2}^{n-1} \left[\max(f_{d,i,j}) \right] \quad (2-37)$$

$f_{d,i,j}$ 為位於 (i,j) 點的扭曲函數 f_d 。MDO 所代表的是網格中偏離正交性最大者，ADO 所代表則為所有網格偏離正交之平均值，MAR 為網格曲線最平滑者，AAR 則為平均的網格平滑度。當網格為完全正交時，亦即， $g_{12} = 0$ ，MDO 以及 ADO 的最佳值為 0 度，最差為 90 度；反之，當網格系統為保角網格時，則進一步 $g_{11} = g_{22}$ ，此時，MAR 以及 AAR 為最佳值 1，所表現出來的網格則最為平滑。

綜合而言，保角網格系統之 MDO、ADO 為 0，MAR、AAR 為 1，不但是最正交者，也是最平滑的網格系統，所以其為網格產生法中最受歡迎的。而本研究所產生的網格系統，正是此種網格系統。

然而，在保角網格系統產生的過程中，如圖 2-4-1 所示，將會遭

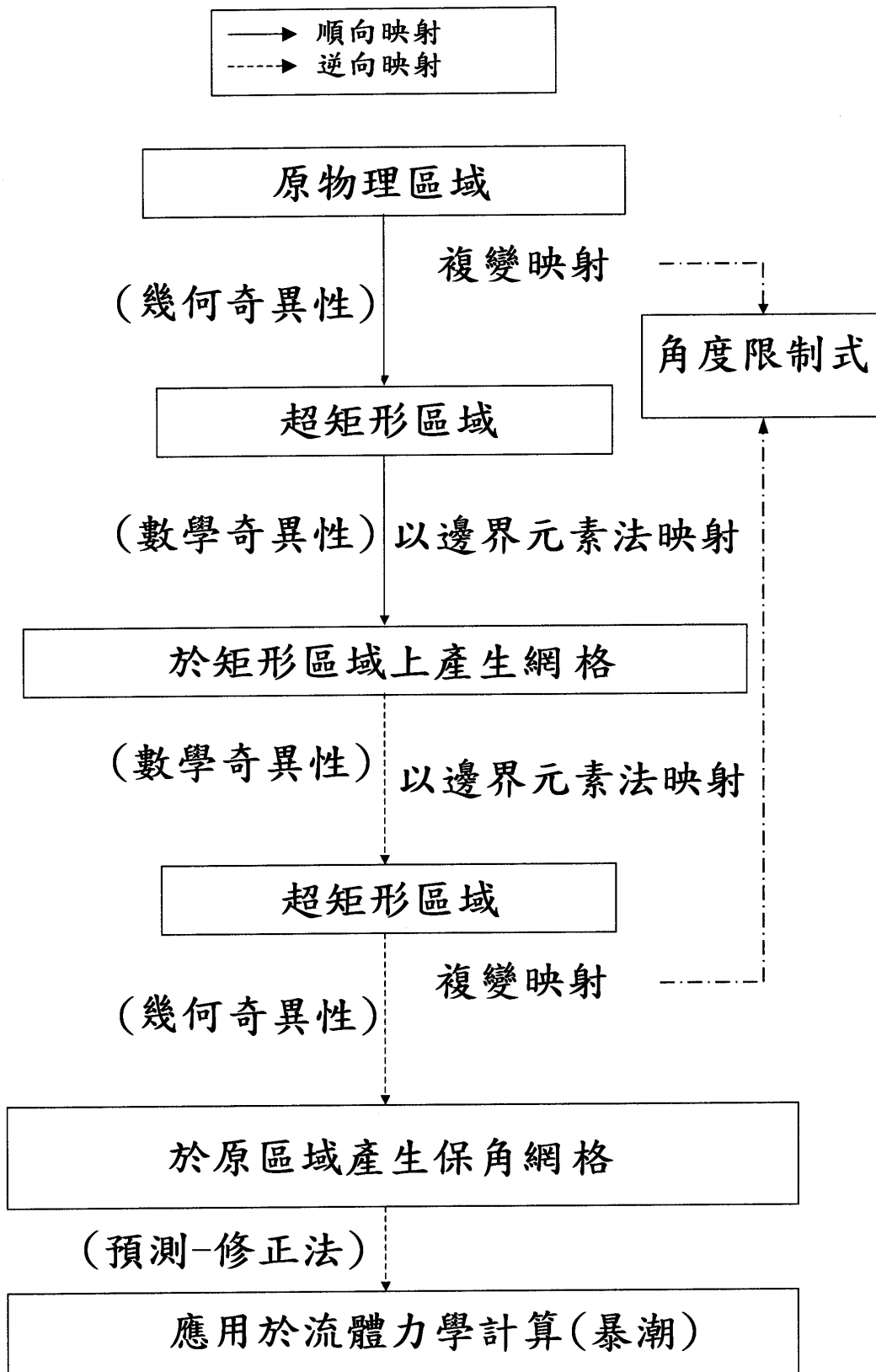


圖 2-4-1 保角網格產生流程圖

遇到兩個問題：(1)由於邊界元素法中的數學性奇異性，在運用邊界元素法做映射時，內部網格線不可過於靠近邊界，必須距離至少 10^{-6} 單位長度以上，否則會產生數值發散的現象。關於這點，本研究利用幾何解析方法，經由正確估計邊界元素法中關於角度的積分項於基礎點逼近邊界時的角度值，可大大降低數學奇異性所帶來的誤差。以目前的技術，在沒有幾何奇異性的情況下，可以產生至少距離邊界 10^{-9} 以上的網格線(Wang, 2005)，對於需要計算到極靠近邊界的流體力學問題，此類網格的精密度將有決定性的影響。(2)由於邊界崎嶇時所帶來的幾何奇異性(物理奇異性)問題，使得當要計算具物理奇異性的奇異點時，其勢能值會產生較大的誤差，表現在網格上，就是網格線扭曲或是網格線重疊交錯的現象。欲解決此問題，可利用複變函數先將幾何奇異點的奇異性消除掉，最後形成四個角為直角，且四邊平滑的超矩形區域(Hyper-rectangular region)，之後，再利用邊界元素法進行平面轉換。然而，複變轉換並非萬能，在轉換之間，需要注意 branch-cut 的問題，以及所衍生的角度限制式。

其原理簡述如下：

如圖 2-4-2 中所示，當使用(2-38)式的複變轉換將 z 上某一點轉換

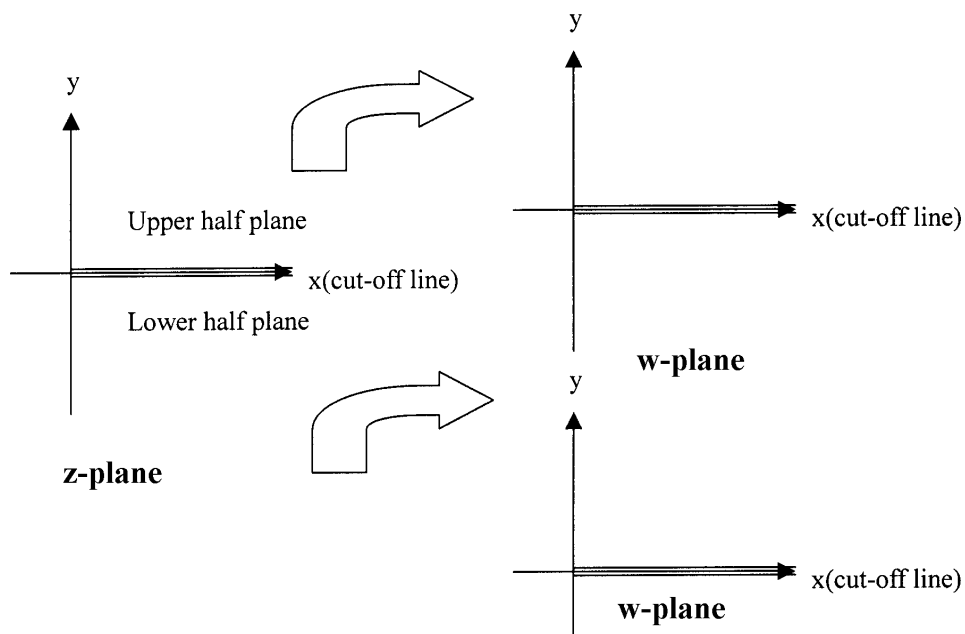


圖 2-4-2 自 z 到 w 平面之複變轉換示意圖

到 w 上時，由於角度放大的原因，原來在 z 平面上 2π 角度內定義的點，分佈到 w 平面上的角度範圍變成了 4π ，這超越了複數平面四個象限所能定義的範圍，因而產生了多值(Multi-value)的問題，亦即，原來 z 平面上等相位角的兩個點，映射到 w 平面上時成為一點。這個多值的問題，表現在網格產生上，便是網格邊界的扭曲變形，無法形成多邊形。因為本研究產生網格的方法中，第一步是將不規則邊界利用上述複變函數的方法轉換到四個角直角、四邊平滑的超矩形區域，之後才在此區域內產生網格，只要邊界在轉換中沒有出問題，則於超矩形區域內切割網格也不會出問題。因此，複變轉換中多值的問題在此處顯得格外重要。

針對此問題，李曼(Riemann)於 1991 年提出三度空間的连接平面構想，如圖 2-4-3 所示

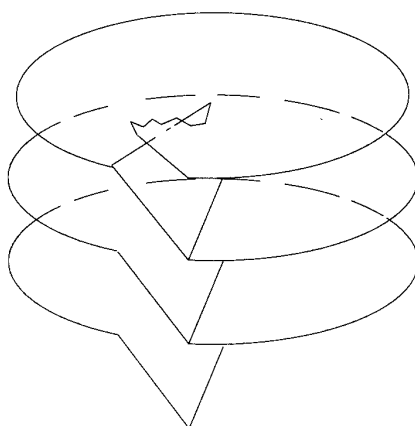


圖 2-4-3 李曼平面示意圖

其意義為，利用三維變數來紀錄相位角變化，以達到一對一映射的目的。

另外一個工程應用上的方法，乃是利用封閉的多邊形內角關係，做為限制式，來確保 branch-cut 線不穿越到區域內。應用這樣的原理，又可以下列兩種方法為之：

1. 改變內角

由於複變轉換造成非一對一映射的狀況出於當原來物理區域上的角度被「放大」映射到超矩形區域上成為 90 度或者 180 度時，有可能使得平面上其他節點相對於此點的轉角超過 360 度而造成多對一映射的情況，因此必須將內角為銳角的情形改善為內角為鈍角的情況，使其成為「壓縮」而非「放大」計算域的情況。

$$\frac{\beta\theta}{\alpha} < 2\pi + \theta \quad (2-38)$$

其中， θ 為轉點之外其他的邊界節點內角， α 為轉換前的角度， β 為轉換後的角度。其意義為，轉換倍率不可使其他角度 θ 超越 2π 。由於本研究所轉換的超矩形區域僅含有 180 度以及 90 度兩種角度，因此，對於原區域中欲轉換成 180 度的角度而言，即 $\beta = \pi$ ，其限制為

$$\left(\frac{\theta}{2\pi + \theta}\right) < \alpha \quad 0 < \theta < 2\pi \quad (2-39)$$

對於 $\beta = \frac{\pi}{2}$ 者

$$\left(\frac{\theta}{4\pi + 2\theta}\right) < \alpha \quad 0 < \theta < 2\pi \quad (2-40)$$

假設地形最為崎嶇的情況下，以至於有某個節點相對於轉點的角度 θ 為 2π ，則上面二式可改寫成

$\beta = \pi$ ，其限制為

$$\frac{\pi}{2} < \alpha \quad (2-41)$$

對於 $\beta = \frac{\pi}{2}$ 者

$$\frac{\pi}{4} < \alpha \quad (2-42)$$

因此，為了確保複變轉換不出問題，對於欲轉換到超矩形區域上成為 90 度的原區域角度，必須限制大於 45 度，而欲轉換成

180 度者，則必須限制大於 90 度。根據以上二式，本研究推展出一簡便的邊界平滑化技術。如圖 2-4-4 所示，在銳角 α 兩邊極小距離內增取 B、C 兩點，使得 $AB = AC$ ，則原角度 α 便會被平滑化成鈍角 $\frac{(\alpha + \pi)}{2}$ ，此角可滿足以上兩式。由於在計算上， AB 與 AC 可取非常小的距離，因此，即使邊界改變，在物理上，對於計算應無太大之影響。

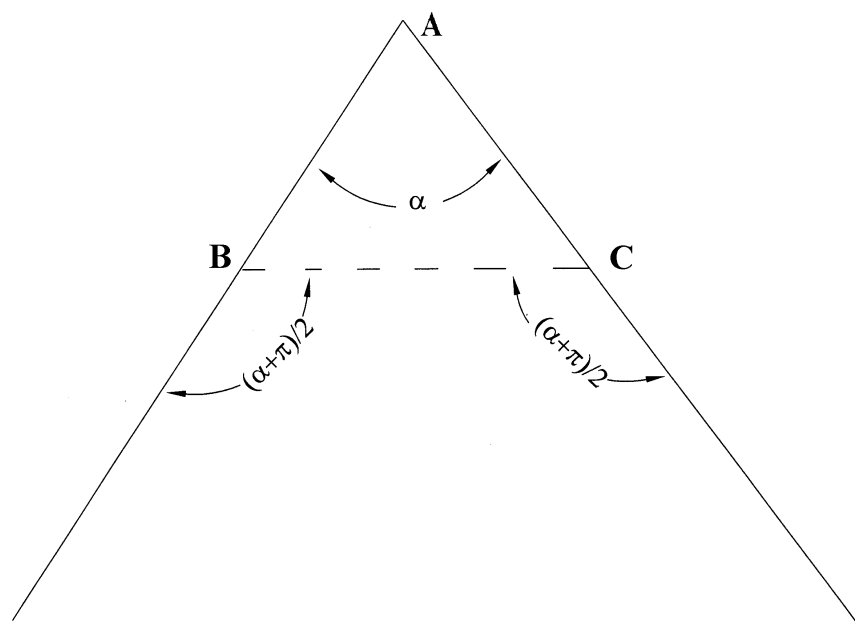


圖 2-4-4 內角平滑化示意圖

為了驗證理論的可行性，本研究取一蜂窩型區域產生網格系統(圖 2-4-5)進行研究。研究發現，若不在 A 以及 D 點採用上述的方法加以平滑化，將難以產生保角網格系統。也就是將 A,D 的 $\frac{\pi}{3}$ 角利用前面所述之方法於此二點非常靠近的附近各加兩個點以替換此點，造成兩個 $\frac{2}{3}\pi$ 的角度，節點數也因此增加為八點。此範例顯示上面的理論是可行的。

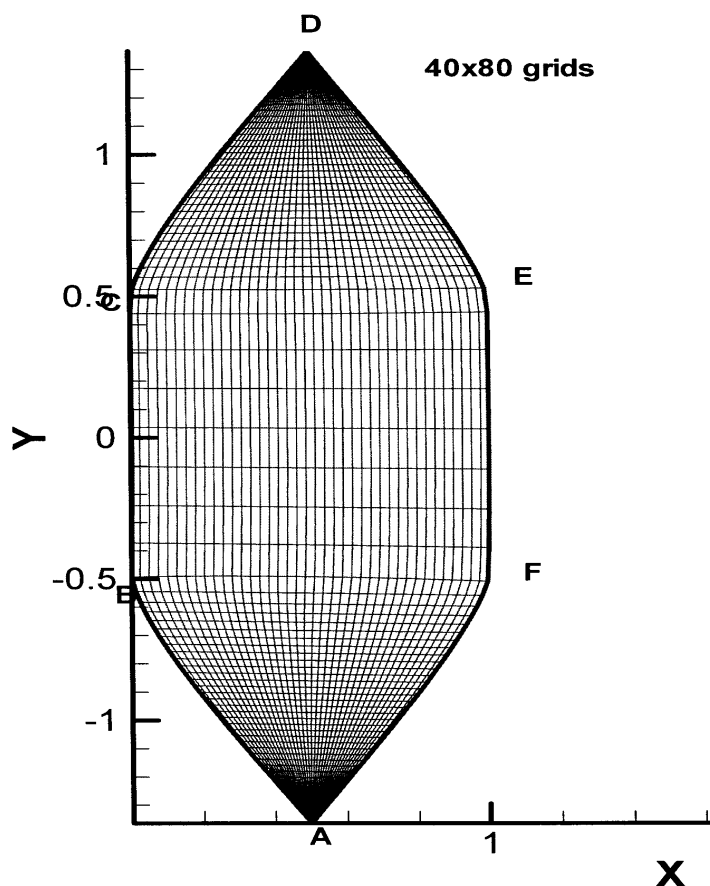


圖 2-4-5 蜂窩狀區域範例，A、D 再各細分成兩個內角。

2. 利用封閉多邊形的角度限制式進行複變轉換順序的調整

雖然，利用上面的方法可以有效避免複變轉換時角度多值的問題，然而，當區域的節點距離過大時，複變轉換的保角性誤差變大(Schinzinger and Laura, 1991)，則轉換時的角度控制將更加困難。因此，本研究發展出第二種角度控制技術，也就是封閉多邊形的角度限制式，作為複變轉換點順序調整的依據。

如圖 2-4-6 所示，對於一封閉 n 多邊形而言，若各外角為 A_1 、 A_2 、 $A_3 \dots A_n$ ，則

$$A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n = (\pi - \alpha_1) + (\pi - \alpha_2) + (\pi - \alpha_3) + \dots + (\pi - \alpha_n) = 2\pi \quad (2-43)$$

其意義為：當每次做一次複變轉換時，便要檢查一次外角和是否有符合多邊形的角度和 2π ，若不符合，表示中間有邊界交錯的情形

出現，則必須更換各角度複變轉換的順序，直到符合角度限制式為止。若更換順序仍無法達成避免邊界交錯之目的，則需用第一個方法加以輔助，交互運用，達成目標。則其必須在每一次做複變轉換時加以判定。

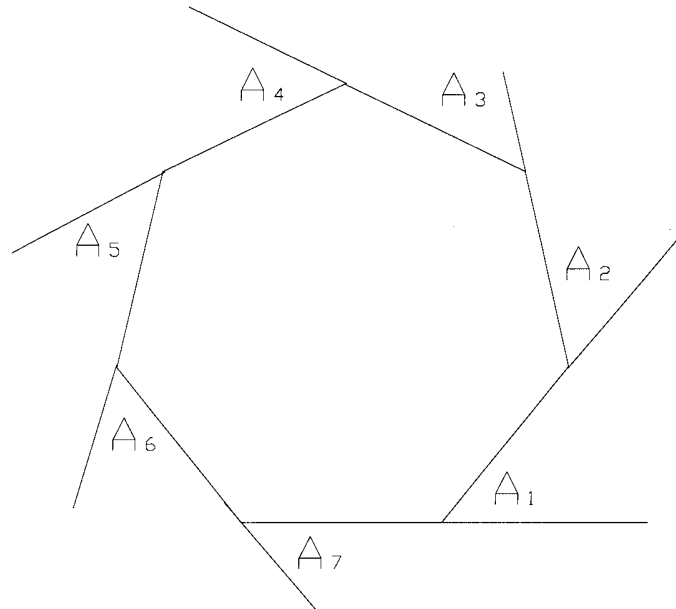


圖 2-4-6 封閉多邊形角度限制式示意圖

以下以蘭嶼島的範例說明此方法。圖 2-4-7 為台灣蘭嶼島，邊界點數為 255 點。根據式(2-43)作為判斷式，可調整複變轉換之順序進行轉換，經過 255 次的複變轉換之後，原區域轉換成一四個內角直角，四邊平滑之超矩形區域。

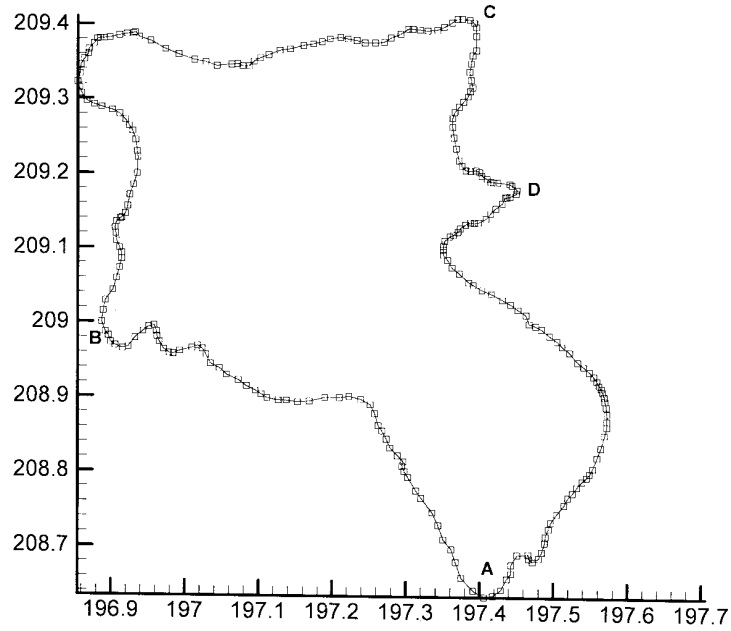


圖 2-4-7 以蘭嶼導範例說明角度限制式之使用。

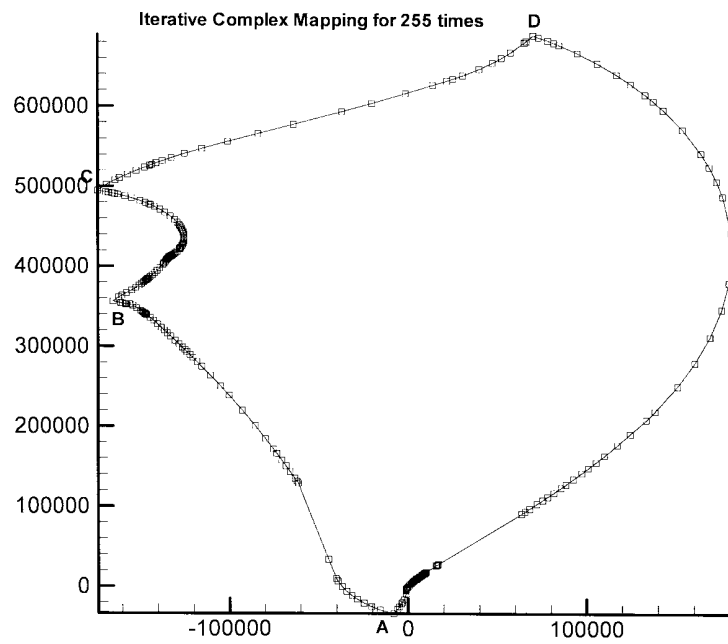


圖 2-4-8 根據角度限制式選擇複變轉換順序。經過 255 次的複變轉換之後，原區域轉換為一超矩形區域。

簡言之，保角網格系統產生過程，在矩形區域轉換至超矩形區域的過程中，過去若取矩形區域中離邊界小於 10^{-6} 距離來模擬邊界，則會發生數值計算收斂性的問題。今藉由對邊界元素法奇異性問題的研

析，此一困難已得以克服 (Wang & Tsay, 2005)。其原理乃是將產生網格時遭遇的奇異性問題分成數學奇異性(Mathematical Singularities)以及幾何奇異性(Geometrical Singularities)兩部分進行。數學奇異性的部分利用解析幾何的方式求出邊界積分方程式中，當基礎點(Base point)逼近邊界點，解析解角度項的正確求法。經過解析方法以及範例證實，若能正確計算角度值，則計算時並不會受到所謂數值邊界層誤差的困擾。然而，由於推導的過程所使用的邊界元素為線性元素，因此當邊界較崎嶇時，便需要使用較密的邊界點來模擬，這是它的缺點。另外，當遇到退化邊界(Degenerated Boundaries)時，也就是內角偏離180度過大時，如 cut-off wall 或是 corner problem，在接近尖端(tip)或轉角(vertices)處會有勢能集中的現象，這種由邊界幾何形狀所引發的奇異性問題，稱為幾何奇異性問題(Geometrical Singularities)，遇此問題，則須藉助複變轉換(Complex mapping)的

此成果已經為著名的期刊 Engineering Analysis with Boundary Elements(EABE)所接受，並且預期短時間內將可發表。所以可在矩形中任意建立規則的網格，使得在應用時，因矩形邊界而能很容易使用有限差分法做計算，而將問題簡單化，並提高計算之精度。

2.5 暴潮理論

本文所指的暴潮起因，單指為颱風所造成的現象。在計算暴潮時，可分成流體動力模式與颱風模式兩種模式交互進行，由颱風模式所計算出的風場與壓力場提供流體動力模式所需。流體動力模式的邊界條件由颱風模式所計算出來之虹吸水位決定，即流體動力模式的動力來源為颱風，包括風剪力、壓力梯度、負壓造成海水面上之高程。下一節所述之颱風模式與流體動力模式係參考 FEMA 模式。

1 控制方程式

(1) 颱風模式

颱風規模參數包括颱風中心氣壓深度 $\Delta P(mb)$ 、中心最大風速

U_0 (m/sec)、最大暴風半徑 R (km)、颱風中心之行進速度 V_f (km/hr) 等。其中 U_0 、 R 與 ΔP 、 V_f 有關。大致上，中心氣壓深度 ΔP 越大時，中心最大風速越強，最大暴風半徑越小。其關係可根據 Graham 及 Nunn(1959)之建議，以 ΔP 、緯度 ϕ 及 V_f 代入下式可求得 R ：

$$R = 28.52 \tanh[0.0873(\phi - 28)] + 12.22 / \exp[(\Delta P) / 33.86] + 0.2V_f + 37.22 \quad (2-44)$$

而颱風模式中包括風場與壓力場，風場假設為移動的圓形風場，由暴風半徑與前進風速控制。壓力場則依美國氣象局之 NWS-23 (National Weather Service, 1979)方法。暴風場內的壓力分佈如下：

$$P(r) = P_c + (P_0 - P_c) \cdot \exp\left(-\frac{R}{r}\right) \quad (2-45)$$

P_0 為大氣壓力，視為定值，暫時不考慮其隨時間變化的狀況。 P_c 為中心氣壓，利用上式可推導壓力梯度如下：

$$\frac{\partial P}{\partial r} = (P_0 - P_c) \cdot \frac{R}{r^2} \cdot \exp\left(-\frac{R}{r}\right) \quad (2-46)$$

上式可應用在流體動力模式中所需之壓力梯度項。壓力分佈也定義出虹吸水位高程(Inverted barometer water elevation)如下：

$$\zeta_{\Delta P} = 1.104 \cdot (P_0 - P_c) \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{R}{r}\right)\right) \quad (2-47)$$

壓力單位為 in-Hg，高程 $\zeta_{\Delta P}$ 單位為呎。此單位可視為靜定狀態下，不計風力效應時，被颱風低氣壓所吸起的水位高，此高程亦可為網格深水邊界條件。

風場之描述定義最大十公尺高、十分鐘平均風速 V_{\max} 發生在最大暴風半徑上，其為 0.7 到 1.0 倍的最大梯度風速，而最大梯度風速的定義如下：

$$V_{g,\max}^s = K \cdot (P_0 - P_c)^{\frac{1}{2}} - 0.5f \cdot R \quad (2-48)$$

$$f = \frac{2\pi}{12} \sin \phi = \text{科氏係數(徑度/小時)}$$

ϕ = 緯度

$$K = \left(\frac{1}{\rho_a^e}\right)^{\frac{1}{2}}$$

ρ_a = 空氣密度

$e=2.718281828$

因此，靜定最大風速 V_{\max}^s 可由下式得之：

$$V_{\max}^s = V_{coeff}^s \cdot V_{g,\max}^s \quad (2-49)$$

$$V_{coeff}^s = 0.91$$

而暴風之總最大風速(考慮前進風速時)為：

$$U_{\max}^s = V_{\max}^s + 1.5(V_f)^{0.63} \quad (2-50)$$

V_f 則為暴風前進速度。

而一般速度場可表如下：

$$U^s(r) = V^s(r) + 1.5(V_f)^{0.63} \cdot \cos\theta \quad (2-51)$$

θ 為十公尺高，十分鐘平均風速和暴風前進風速之夾角。

(2) 流體動力模式

流體動力模式乃利用動量與質量守恆方程式來模擬颱風對海洋的影響。動量方程式中考慮的作用力包含慣性力、重力、風剪力、大氣壓力梯度產生的力、海床剪力及地球自轉造成的科氏力。並做以下假設：

1. 海水是均質且為不可壓縮的流體，即密度為一定值。
2. 暴潮週期很長，屬於長波性質，即波長 $L \gg$ 水深 h
3. 降雨與表面波的影響可以忽略。

則動量方程式表示如下：

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = f \cdot V - \frac{\tau_{bx}}{\rho(h+\zeta)} + \frac{\tau_{wx}}{\rho(h+\zeta)} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2-52)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -f \cdot U - \frac{\tau_{by}}{\rho(h+\zeta)} + \frac{\tau_{wy}}{\rho(h+\zeta)} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2-53)$$

而質量守恆式則如下：

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (h + \eta)u \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ (h + \eta)v \} = 0 \quad (2-54)$$

其中

x, y, z = 直角座標系統

u, v, w = 在 x, y, z 方向上的速度

t = 時間

f = 科氏力係數 = $2\omega \sin \varphi$

$\omega = 7.28 \times 10^{-5}$ (徑度/秒)

φ = 緯度

ρ = 水密度

p = 大氣壓力

A = 水平渦動黏滯係數(eddy viscosity)

A_v = 垂直渦動黏滯係數(eddy viscosity)

g = 重力加速度 ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

其中，底床剪應力 τ_b 分為兩類：一類為底床剪力，一類為水中障礙物造成的剪力，兩者皆與流速平方成正比。剪力公式如下：

$$\begin{aligned} \tau_{bx} &= \frac{g|U'|U}{c^2} \\ \tau_{by} &= \frac{g|U'|V}{c^2} \\ c &= \frac{1.486}{n} H^{\frac{1}{6}} \\ |U'| &= \sqrt{U^2 + V^2} \end{aligned} \quad (2-55)$$

c = Chezy coefficient

H = 總水深

n = Manning coefficient

不同水深有不同的曼寧係數，水深增加時，曼寧係數會變小。可以下式表示

$$n = A \cdot h^{-B} \quad (2-56)$$

A, B = 符合參數

經驗上取 $A=0.08 \sim 0.12$ ， $B=0.5$ 為其值。

另外水面之風剪力可由下列的經驗公式求出(Large and Pond, 1981)

$$\begin{aligned}\tau_{wx} &= 2.894\rho KV_w^2 \cos \beta \\ \tau_{wy} &= 2.894\rho KV_w^2 \sin \beta\end{aligned}\quad (2-57)$$

其中， V_w 為離水面十公尺處之十分鐘平均風速，單位為節(Knots=海浬/小時)

β 為 V_w 與網格點正向的夾角， K 為常數值。

$$\begin{aligned}K = 1.2 \times 10^{-6} &\Rightarrow V_w < 16.78 \text{Knots} \\ K = 0.52 \times 10^{-6} + 2.4 \times 10^{-8} V_w &\Rightarrow V_w > 16.78 \text{Knots}\end{aligned}\quad (2-58)$$

2. 數值模式與邊界條件

目前有很多的數值方法可以用來解颱風暴潮的控制方程式，文獻中 Zhang 及 Gin 等人(2000)，在模擬新加坡海域潮的運動中，利用預測式(Predictor)與修正式(Corrector)推求自由表面水位高程(free surface water elevation)，獲得滿意的結果。而 Kim 及 Kim 等人(2001)亦利用此方法研究結構上的非線性分析，研究中顯示此方法在非線性結構變形路徑中具有良好的可信度、計算效率成本之降低及產生滿意的數值穩定結果而不會發散。

前一節所述之動量方程式質量方程式為非線性方程式，無法直接求解而必須藉由數值方法求解。本模式乃引入預測式與修正式之有限差分法求解動量方程式中的速度項與質量守恆方程式的暴潮偏差，使用此方法可以減少計算的次數，提高計算的效率，而所得的結果也會較佳。其推導原理為：首先將 y_{j+1} 對 t_j 點用泰勒級數(Taylor series)展開：

$$y_{j+1} = y_j + \delta y_j' + \frac{\delta^2}{2!} y_j'' + \frac{\delta^3}{3!} y_j''' + \frac{\delta^4}{4!} y_j^{(iv)} + \frac{\delta^5}{5!} y_j^{(v)} + \frac{\delta^6}{6!} y_j^{(vi)} + \dots \quad (2-59)$$

並設 $y_j' = f_j$ ， $y_j'' = f_j'$ ， $y_j''' = f_j''$ 等，即可得到

$$y_{j+1} = y_j + \delta f_j + \frac{\delta^2}{2!} f_j' + \frac{\delta^3}{3!} f_j'' + \frac{\delta^4}{4!} f_j''' + \frac{\delta^5}{5!} f_j^{(iv)} + \frac{\delta^6}{6!} f_j^{(v)} + \dots \quad (2-60)$$

將 f_j 之各階微分用下列反向差分代入，可得下式：

$$\begin{aligned}
f'_j &= \frac{f_j - f_{j-1}}{\delta} + \frac{\delta}{2!} f''_j - \frac{\delta^2}{3!} f'''_j + \frac{\delta^3}{4!} f^{(iv)}_j - \frac{\delta^4}{5!} f^{(v)}_j + \dots \\
f''_j &= \frac{f_j - 2f_{j-1} + f_{j-2}}{\delta^2} + \delta f'''_j - \frac{7\delta^2}{12} f^{(iv)}_j + \frac{\delta^3}{4} f^{(v)}_j - \dots \\
f'''_j &= \frac{f_j - 3f_{j-1} + 3f_{j-2} - f_{j-3}}{\delta^3} + \frac{3\delta}{2} f^{(iv)}_j - \frac{5\delta^2}{4} f^{(v)}_j + \dots \\
f^{(iv)}_j &= \frac{f_j - 4f_{j-1} + 6f_{j-2} - 4f_{j-3} + f_{j-4}}{\delta^4} + 2\delta f^{(v)}_j - \dots
\end{aligned} \tag{2-61}$$

則可將以上結果代入式(2-60)可得下式：

$$\begin{aligned}
y_{j+1} - y_j &= \delta \left(\frac{3}{2} f_j - \frac{1}{2} f_{j-1} \right) + \frac{5\delta^3}{12} f''_j - \frac{\delta^4}{24} f'''_j + \frac{7\delta^5}{240} f^{(iv)}_j - \frac{\delta^6}{360} f^{(v)}_j + \dots \tag{2-62} \\
&= \delta \left(\frac{23}{12} f_j - \frac{16}{12} f_{j-1} + \frac{5}{12} f_{j-2} \right) + \frac{9\delta^4}{24} f'''_j - \frac{77\delta^5}{360} f^{(iv)}_j + \frac{73\delta^6}{720} f^{(v)}_j - \dots \\
&= \delta \left(\frac{55}{24} f_j - \frac{59}{24} f_{j-1} + \frac{37}{24} f_{j-2} - \frac{9}{24} f_{j-3} \right) + \frac{251\delta^4}{720} f'''_j - \frac{529}{1440} f^{(iv)}_j + \dots \\
&= \delta \left(\frac{1901}{720} f_j - \frac{2774}{720} f_{j-1} + \frac{2616}{720} f_{j-2} - \frac{1274}{720} f_{j-3} + \frac{251}{720} f_{j-4} \right) + \dots
\end{aligned}$$

式(2-62)為預測式。修正式之推導則將 y_{j+1} 對 t_{j+1} 點用泰勒級數展開：

$$y_{j+1} = y_j + \delta y'_{j+1} - \frac{\delta^2}{2!} y''_{j+1} + \frac{\delta^3}{3!} y'''_{j+1} - \frac{\delta^4}{4!} y^{(iv)}_{j+1} + \frac{\delta^5}{5!} y^{(v)}_{j+1} - \frac{\delta^6}{6!} y^{(vi)}_{j+1} + \dots \tag{2-63}$$

並設 $y'_j = f'_j$ ， $y''_j = f''_j$ ， $y'''_j = f'''_j$ 等，即可得到

$$y_{j+1} = y_j + \delta f'_{j+1} - \frac{\delta^2}{2!} f''_{j+1} + \frac{\delta^3}{3!} f'''_{j+1} - \frac{\delta^4}{4!} f^{(iv)}_{j+1} + \frac{\delta^5}{5!} f^{(v)}_{j+1} - \frac{\delta^6}{6!} f^{(vi)}_{j+1} + \dots \tag{2-64}$$

將 f_{j+1} 之各階微分用下列反向差分代入，可得下式：

$$\begin{aligned}
f'_{j+1} &= \frac{f_{j+1} - f_j}{\delta} + \frac{\delta}{2!} f''_{j+1} - \frac{\delta^2}{3!} f'''_{j+1} + \frac{\delta^3}{4!} f^{(iv)}_{j+1} - \frac{\delta^4}{5!} f^{(v)}_{j+1} + \dots \\
f''_{j+1} &= \frac{f_{j+1} - 2f_j + f_{j-1}}{\delta^2} + \delta f'''_{j+1} - \frac{7\delta^2}{12} f^{(iv)}_{j+1} - \frac{\delta^3}{4} f^{(v)}_{j+1} - \dots \\
f'''_{j+1} &= \frac{f_{j+1} - 3f_j + 3f_{j-1} - f_{j-2}}{\delta^3} + \frac{3\delta}{2} f^{(iv)}_{j+1} - \frac{5\delta^2}{4} f^{(v)}_{j+1} + \dots \\
f^{(iv)}_{j+1} &= \frac{f_{j+1} - 4f_j + 6f_{j-1} - 4f_{j-2} + f_{j-3}}{\delta^4} + 2\delta f^{(v)}_{j+1} - \dots
\end{aligned} \tag{2-65}$$

則可將以上結果代入式(2-64)可得下式：

$$\begin{aligned}
y_{j+1} - y_j &= \delta \left(\frac{1}{2} f_{j+1} + \frac{1}{2} f_j \right) - \frac{\delta^3}{12} f_{j+1}'' - \frac{\delta^4}{24} f_{j+1}''' - \frac{\delta^5}{80} f_{j+1}^{(4)} + \frac{\delta^6}{360} f_{j+1}^{(5)} + \dots \\
&= \delta \left(\frac{5}{12} f_{j+1} + \frac{8}{12} f_j - \frac{1}{12} f_{j-1} \right) - \frac{\delta^4}{24} f_{j+1}''' + \frac{13\delta^5}{360} f_{j+1}^{(4)} - \frac{13\delta^6}{720} f_{j+1}^{(5)} - \dots \\
&= \delta \left(\frac{9}{24} f_{j+1} + \frac{19}{24} f_j - \frac{5}{24} f_{j-1} + \frac{1}{24} f_{j-2} \right) - \frac{19h^5}{720} f_{j+1}^{(4)} + \frac{49}{1440} f_{j+1}^{(5)} + \dots \quad (2-66) \\
&= \delta \left(\frac{251}{720} f_{j+1} + \frac{646}{720} f_j - \frac{264}{720} f_{j-1} + \frac{106}{720} f_{j-2} - \frac{19}{720} f_{j-3} \right) + \dots
\end{aligned}$$

由於修正式，需要 f_{j+1} ，故可以先以預測式，求得 f_{j+1} 後，代入修正式，並在修正式中反覆計算，而收斂要求為絕對相對誤差 0.01%。

以上之預測—修正式可運用於暴潮模式中的動量方程式以及質量方程式之數值模式中，下節分別就兩者作一介紹。

(1) 質量守恆方程式：

定義參數如下：

$$\begin{cases} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \eta} = D \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \xi} = -C \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \eta} = -B \\ \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \xi} = A \end{cases} \quad (2-67)$$

引入邊界符合座標後，計算域將由原來的不規則區域轉換到矩形區域上，因而控制方程式在座標轉換後，也必須要修正。經過 x-y 座標轉換到 $\xi-\eta$ 之矩形區域上後，在質量方程式(2-54)式中，將產生幾何偏導數項，也就是上面所定義的參數：

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \left\{ D \frac{\partial [(h+\zeta) \cdot U]}{\partial \xi} - C \frac{\partial [(h+\zeta) \cdot U]}{\partial \eta} \right\} + \left\{ -B \frac{\partial [(h+\zeta) \cdot V]}{\partial \xi} + A \frac{\partial [(h+\zeta) \cdot V]}{\partial \eta} \right\} = 0 \quad (2-68)$$

而利用速度和水位計算在時間上交錯(time stagger)以及空間上顯式(explicit)的差分方法，可將(2-68)式表成下列之差分式：

$$\frac{\zeta_{k,j}^{n+\frac{1}{2}} - \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + \frac{1}{2} \left(\frac{D}{\Delta \xi} \right) \{ [h_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k+1,j}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k,j}^n \}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}\left(\frac{C}{\Delta\eta}\right)\{[h_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k,j+1}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k,j}^n\} \\
& -\frac{1}{2}\left(\frac{B}{\Delta\xi}\right)\{[h_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k+1,j}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k,j}^n\} \\
& +\frac{1}{2}\left(\frac{A}{\Delta\eta}\right)\{[h_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k,j+1}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k,j}^n\} = 0
\end{aligned} \tag{2-69}$$

或

$$\begin{aligned}
\varsigma_{k,j}^{n+\frac{1}{2}} &= \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{2}\left(\frac{D}{\Delta\xi}\right)\{[h_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k+1,j}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k,j}^n\} \\
& +\frac{\Delta t}{2}\left(\frac{C}{\Delta\eta}\right)\{[h_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k,j+1}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k,j}^n\} \\
& +\frac{\Delta t}{2}\left(\frac{B}{\Delta\xi}\right)\{[h_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k+1,j}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k,j}^n\} \\
& -\frac{\Delta t}{2}\left(\frac{A}{\Delta\eta}\right)\{[h_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k,j+1}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k,j}^n\}
\end{aligned} \tag{2-70}$$

並令

$$\begin{aligned}
M_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} &= -\frac{1}{2}\left(\frac{D}{\Delta\xi}\right)\{[h_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k+1,j}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k,j}^n\} \\
& +\frac{1}{2}\left(\frac{C}{\Delta\eta}\right)\{[h_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k,j+1}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot U_{k,j}^n\} \\
& +\frac{1}{2}\left(\frac{B}{\Delta\xi}\right)\{[h_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k+1,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k+1,j}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k,j}^n\} \\
& -\frac{1}{2}\left(\frac{A}{\Delta\eta}\right)\{[h_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j+1}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k,j+1}^n - [h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + \varsigma_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}}] \cdot V_{k,j}^n\}
\end{aligned} \tag{2-71}$$

則可以寫成：

$$\varsigma_{k,j}^{n+\frac{1}{2}} = \varsigma_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + M_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} \cdot \Delta t \tag{2-72}$$

利用預測式(2-62)先求得 $M_{k,j}^{n+\frac{1}{2}}$ ，再代入修正式(2-63)反覆疊代直到收斂，之後再代入(2-72)求得 $\varsigma_{k,j}^{n+\frac{1}{2}}$ 。

(2)動量方程式：

如同質量方程式，在經過座標轉換後，原動量方程式也必須修正為：

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + u(D\frac{\partial u}{\partial \xi} - C\frac{\partial u}{\partial \zeta}) + v(A\frac{\partial u}{\partial \zeta} - B\frac{\partial u}{\partial \xi}) &= -g(D\frac{\partial \eta}{\partial \xi} - C\frac{\partial \eta}{\partial \zeta}) + fv - \frac{\tau_{bx}}{\rho(h+\eta)} + \frac{\tau_{wx}}{\rho(h+\eta)} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u(D\frac{\partial v}{\partial \xi} - C\frac{\partial v}{\partial \zeta}) + v(A\frac{\partial v}{\partial \zeta} - B\frac{\partial v}{\partial \xi}) &= -g(A\frac{\partial \eta}{\partial \zeta} - B\frac{\partial \eta}{\partial \xi}) - fu - \frac{\tau_{by}}{\rho(h+\eta)} + \frac{\tau_{wy}}{\rho(h+\eta)} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\end{aligned}\quad (2-63)$$

並經由時間上向前差分(forward difference)，空間上採中央差分(central difference)加以離散化。

$$\begin{aligned}\frac{U_{k,j}^{n+1} - U_{k,j}^n}{\Delta t} + U_{k,j}^n \cdot (\frac{D}{\Delta \xi})(\frac{U_{k+1,j}^n - U_{k-1,j}^n}{2}) - U_{k,j}^n \cdot (\frac{C}{\Delta \eta})(\frac{U_{k,j+1}^n - U_{k,j-1}^n}{2}) + \\ V_{k,j}^n \cdot (\frac{-B}{\Delta \xi})(\frac{U_{k+1,j}^n - U_{k-1,j}^n}{2}) + V_{k,j}^n \cdot (\frac{A}{\Delta \eta})(\frac{U_{k,j+1}^n - U_{k,j-1}^n}{2}) = -g[(\frac{D}{\Delta \xi})(\zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} - \zeta_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}}) \\ - (\frac{C}{\Delta \eta})(\zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} - \zeta_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}})] + f \cdot \overline{V}_{k,j}^n - \frac{1}{\rho}(\frac{\partial p}{\partial r})_{k,j} - \frac{F}{(h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}})}U_{k,j}^n + \\ \frac{2.849kV_w^2 \cos \beta}{0.5(h_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}})}\end{aligned}\quad (2-74)$$

或

$$\begin{aligned}U_{k,j}^{n+1} = \\ U_{k,j}^n - g \cdot \Delta t [(\frac{D}{\Delta \xi})(\zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} - \zeta_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}}) - (\frac{C}{\Delta \eta})(\zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} - \zeta_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}})] + \Delta t \cdot f \cdot \overline{V}_{k,j}^n - \frac{F \cdot \Delta t}{(h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}})} \cdot U_{k,j}^n \\ - \frac{\Delta t}{\rho}(\frac{\partial p}{\partial r})_{k,j} + \frac{2.849kV_w^2 \cos \beta \Delta t}{0.5(h_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}})} - U_{k,j}^n \cdot \Delta t \cdot (\frac{D}{\Delta \xi})(\frac{U_{k+1,j}^n - U_{k-1,j}^n}{2}) \\ + U_{k,j}^n \cdot \Delta t \cdot (\frac{C}{\Delta \eta})(\frac{U_{k,j+1}^n - U_{k,j-1}^n}{2}) + V_{k,j}^n \cdot \Delta t \cdot (\frac{B}{\Delta \xi})(\frac{U_{k+1,j}^n - U_{k-1,j}^n}{2}) - V_{k,j}^n \cdot \Delta t \cdot (\frac{A}{\Delta \eta})(\frac{U_{k,j+1}^n - U_{k,j-1}^n}{2})\end{aligned}\quad (2-75)$$

並令

$$\begin{aligned}
N_{k,j}^n = & -g \cdot \left[\left(\frac{D}{\Delta \xi} \right) (\zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} - \zeta_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}}) - \left(\frac{C}{\Delta \eta} \right) (\zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} - \zeta_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}}) \right] + f \cdot \overline{V_{k,j}^n} - \frac{F}{(h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}})} \cdot U_{k,j}^n \\
& - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{k,j} + \frac{2.849kV_w^2 \cos \beta}{0.5(h_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}})} - U_{k,j}^n \cdot \left(\frac{D}{\Delta \xi} \right) \left(\frac{U_{k+1,j}^n - U_{k-1,j}^n}{2} \right) \\
& + U_{k,j}^n \cdot \left(\frac{C}{\Delta \eta} \right) \left(\frac{U_{k,j+1}^n - U_{k,j-1}^n}{2} \right) + V_{k,j}^n \cdot \left(\frac{B}{\Delta \xi} \right) \left(\frac{U_{k+1,j}^n - U_{k-1,j}^n}{2} \right) - V_{k,j}^n \cdot \left(\frac{A}{\Delta \eta} \right) \left(\frac{U_{k,j+1}^n - U_{k,j-1}^n}{2} \right)
\end{aligned} \tag{2-76}$$

則(2-75)可表成

$$U_{k,j}^{n+1} = U_{k,j}^n + N_{k,j}^n \cdot \Delta t \tag{2-77}$$

其中，

$$\begin{aligned}
\frac{\tau_{bx}}{\rho(h+\eta)} &= \frac{F}{(h+\eta)} \left[Ku_{u,j}^{n+1} + (1-K)u_{k,j}^n \right] \\
F &= \frac{g|u_{k,j}^n|}{C^2} + \frac{f|u_{k,j}^n|}{8} \\
C &= \frac{1.486(h+\eta)^{\frac{1}{6}}}{n}
\end{aligned} \tag{2-78}$$

由(2-78)式可知，底床剪應力 k 值的定義將會決定動量方程式之差分式為顯式或隱式計算。若 $k=0$ 則為顯式，否則即為隱式法計算。利用預測式(2-62)先求得 $N_{k,j}^{n+\frac{1}{2}}$ ，再代入修正式(2-66)反覆疊代直到收斂，之後再代入(2-77)便可求得 $U_{k,j}^{n+1}$ 。同理， y 方向速度 v 亦可由下列差分式計算而得

$$\begin{aligned}
V_{k,j}^{n+1} = & V_{k,j}^n - g \cdot \Delta t \left[\left(\frac{-B}{\Delta \xi} \right) (\zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} - \zeta_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}}) + \left(\frac{A}{\Delta \eta} \right) (\zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} - \zeta_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}}) \right] + \Delta t \cdot f \cdot \overline{V_{k,j}^n} - \frac{F \cdot \Delta t}{(h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}})} (1-K) \cdot V_{k,j}^n \\
& - \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{k,j} + \frac{2.849kV_w^2 \sin \beta \Delta t}{0.5(h_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}})} - U_{k,j}^n \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{D}{\Delta \xi} \right) \left(\frac{U_{k+1,j}^n - U_{k-1,j}^n}{2} \right) \\
& + U_{k,j}^n \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{C}{\Delta \eta} \right) \left(\frac{U_{k,j+1}^n - U_{k,j-1}^n}{2} \right) - V_{k,j}^n \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{-B}{\Delta \xi} \right) \left(\frac{U_{k+1,j}^n - U_{k-1,j}^n}{2} \right) - V_{k,j}^n \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{A}{\Delta \eta} \right) \left(\frac{U_{k,j+1}^n - U_{k,j-1}^n}{2} \right)
\end{aligned}$$

(2-79)

令

$$\begin{aligned}
L_{k,j}^n = & -g \cdot \left[\left(\frac{-B}{\Delta \xi} \right) (\zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} - \zeta_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}}) + \left(\frac{A}{\Delta \eta} \right) (\zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} - \zeta_{k,j-1}^{n-\frac{1}{2}}) \right] + f \cdot \overline{U_{k,j}^n} - \frac{F}{(h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}})} (1-K) \cdot V_{k,j}^n \\
& - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{k,j} + \frac{2.849kV_w^2 \sin \beta}{0.5(h_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k-1,j}^{n-\frac{1}{2}} + h_{k,j}^{n-\frac{1}{2}} + \zeta_{k,j}^{n-\frac{1}{2}})} - U_{k,j}^n \cdot \left(\frac{D}{\Delta \xi} \right) \left(\frac{U_{k+1,j}^n - U_{k-1,j}^n}{2} \right) \\
& + U_{k,j}^n \cdot \left(\frac{C}{\Delta \eta} \right) \left(\frac{U_{k,j+1}^n - U_{k,j-1}^n}{2} \right) - V_{k,j}^n \cdot \left(\frac{-B}{\Delta \xi} \right) \left(\frac{U_{k+1,j}^n - U_{k-1,j}^n}{2} \right) - V_{k,j}^n \cdot \left(\frac{A}{\Delta \eta} \right) \left(\frac{U_{k,j+1}^n - U_{k,j-1}^n}{2} \right)
\end{aligned} \tag{2-80}$$

$$V_{k,j}^{n+1} = V_{k,j}^n + L_{k,j}^n \cdot \Delta t \tag{2-81}$$

利用預測式，先求得 $N_{k,j}^{n+\frac{1}{2}}$ ，再代入修正式反覆疊代直到收斂，之後再代入(2-81)求得 $V_{k,j}^{n+1}$ 。其中壓力項中的 r ，表示壓力場距離網格座標點的距離。等到速度場解出之後，便可代入質量守恆式求解水位 ζ (暴潮偏差) 值。

在邊界條件(Boundary condition)方面，在計算平面上，可以定義海岸線部分為上邊(Top)，而底邊(Bottom)、左邊(Left)、右邊(Right)之定義：在上邊(Top)邊界符合無通量邊界條件(no flux boundary condition)， $\frac{\partial q}{\partial \xi} = 0$ ，其中 $q = (h + \zeta) \cdot U$ ，而底邊(Bottom)、左邊(Left)、右邊(Right)使用輻射邊界條件(Sommerfeld radiation boundary condition)， $(\frac{\partial}{\partial r} - ik)\phi^s = 0$ 。而起始條件(Initial condition)為假設 $t = 0$ 時，颱風離計算區域非常遠，故不會產生暴潮偏差，速度項也不會產生，即 $\zeta = 0$ 、 $U = 0$ 、 $V = 0$ 。

第三章 數值結果與分析

本章就邊界符合保角網格系統的建立與探討、天文潮與暴潮模擬所得的結果，進行分析。而為了能準確分離出暴潮偏差量，天文潮的結果是否精確非常重要，也因此確切之天文潮分潮參數至為重要。而為得到確切的天文潮分潮參數，對於現場潮汐資料的處理與分析必須特別注意。

求得天文潮之後，便可進行暴潮計算分析。首先，先驗證本模式與 FEMA 的結果，驗證結果顯示本模式的可靠性。驗證後，以賀伯颱風、象神颱風為例，進行台灣環島與區域暴潮計算，計算結果顯示出本模式具有相當之準確度。

3-1 保角網格系統範例演算

本節針對數個範例演算(Benchmark Problems)說明本研究不但可以產生保角網格，而且也沒有出現文獻中所謂的網格重置或網格點跑到域外的情形。並且，在四個半圓區域的範例中，當遭遇到物理奇異性時，該如何處理。最後一小節，則深入探討運用複變函數解決物理奇異性時，將會遭遇的問題與對策，並以兩個例子說明。

3-1-1 Cosine 凹面範例 (Cosine concave)

凹面範例之區域的定義如下：

$$x=0 \quad x=1 \quad y=0 \quad y=0.75+0.25\sin[\pi(0.5-2x)]$$

圖 3-1-1-1 為 Akcelik 於 2001 年所建立的 41×41 網格系統。其中，利用不同的調整係數可以得到不同的網格系統。而在所有的例子中，四個邊界的網格間隔距離皆相同。

圖 a 為調整係數為零的情況，也就是第二章提到的 RL 系統。此系統保持網格之正交性而犧牲網格曲線；而隨著調整係數的擴大，如

圖 b,c 以及 d，網格的平滑性增加，但是正交性卻降低。

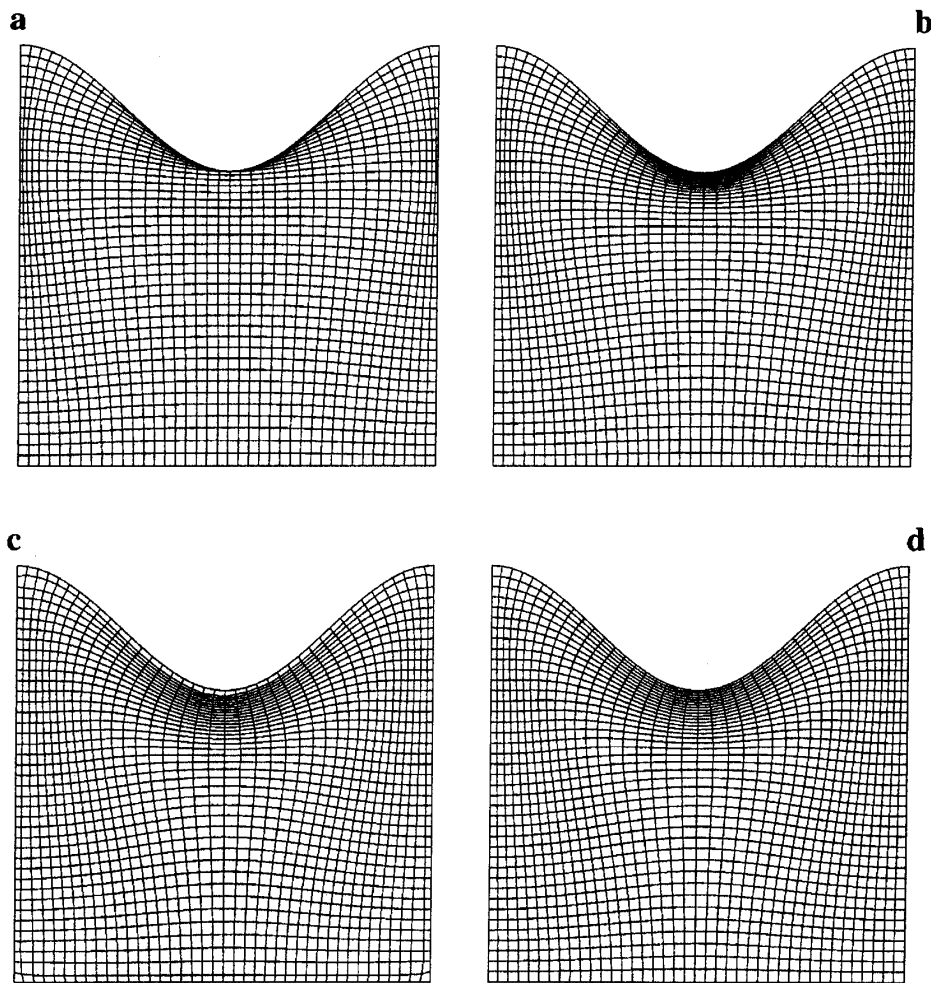


圖 3-1-1-1 a.沒有用平滑係數所做出的網格 b.平滑係數為 0.01.c.平滑係數為 0.11 以及 d.平滑係數為 0.11.但 c.中最靠近邊界的網格線與邊界網格距離設定為定值。(Akcelik, 2001)

如果利用本研究發展的邊界符合保角網格系統來計算，則可產生如圖 3-1-1-2~3-1-1-5 的圖形。3-1-1-2 乃採用相同的邊界點所產生的圖形，其顯示本研究可產生出完美的保角網格，在平滑性以及正交性上皆能兼顧。然而，如 Jeng 於 1999 針對此範例所提出的，於左上以及右上兩個頂點，B 以及 C，附近的網格偏離了 90 度，違背定義四邊之方程式。究其原因，乃是因為網格系統為了盡量維持小網格邊長比為 1:1，網格線集中於凹面谷底附近，而於 B、C 兩點附近較為分散。欲改善此現象，可加密網格數，如圖 3-1-1-3 所示，或者是利用不均

勻網格系統，如圖 3-1-1-4。圖 3-1-1-5 則顯示，即使底邊的網格點數目降低，也不會影響網格產生，不會產生如 Luis(1996)所稱的，在凹面谷點附近將會有網格交錯(collapse)的現象。

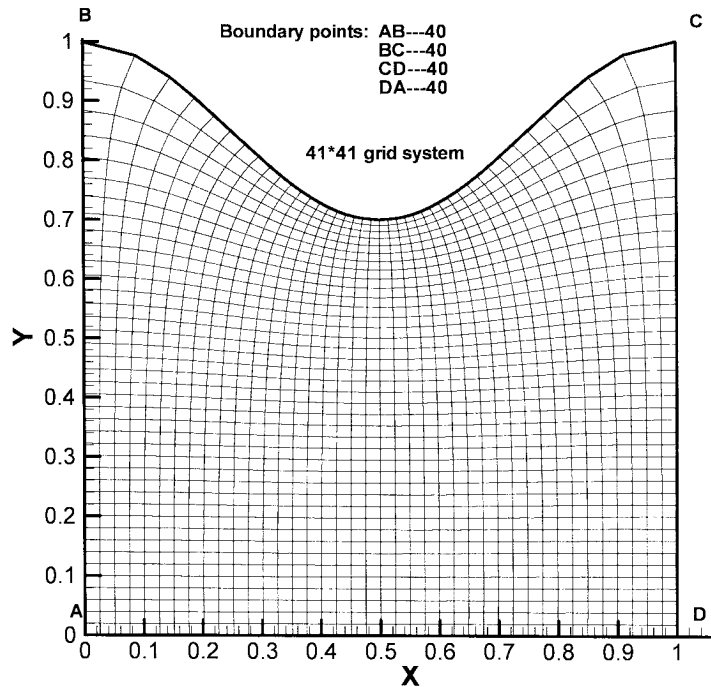


圖 3-1-1-2 四邊節點數相同之均勻保角網格系統(41x41)

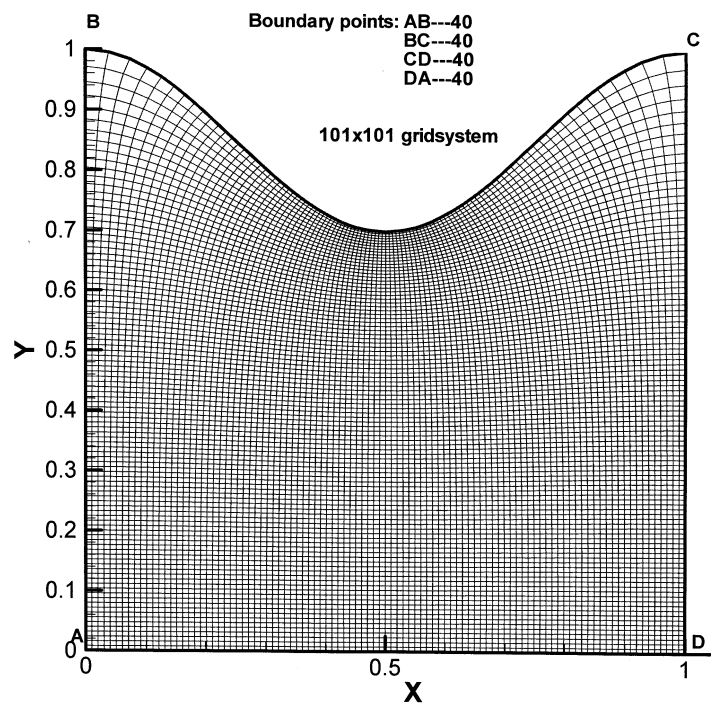


圖 3-1-1-3 四邊節點數相同但網格數加密之保角網格系統 (101x101)，可發現左上與右上角隅之網格線分佈較平滑

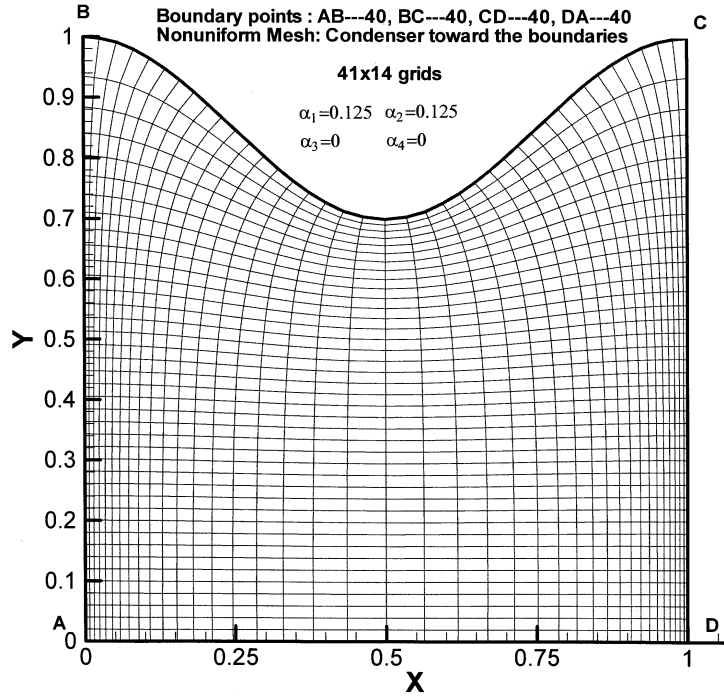


圖 3-1-1-4 不均勻保角網格分佈，靠近左右邊界的網格線較密。

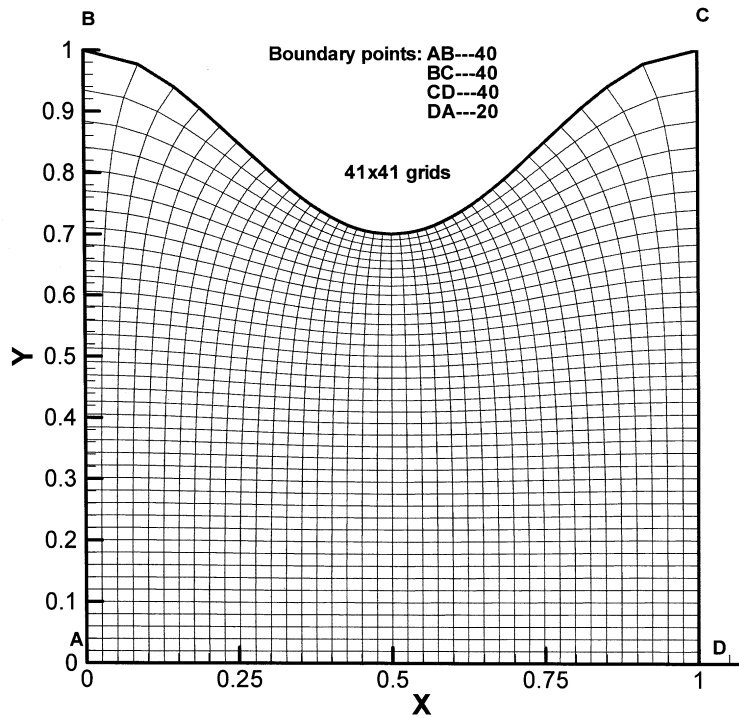


圖 3-1-1-5 邊界點點數降低之保角網格系統。

表 3-1-1-1 Cosine 凹面範例之保角網格品質評估。

	Figure	mesh size	MDO	ADO	MAR	AAR
Zhang (2004)	Fig.2 A(1)	41×41	0.62	0.07	33.90	4.86
Zhang (2004)	Fig.2 A(2)	41×41	0.92	0.16	18.90	3.84
Zhang (2004)	Fig.2 A(3)	41×41	0.72	0.15	13.70	3.57
Zhang (2004)	Fig.2 A(4)	41×41	0.82	0.14	16.10	3.70
Akcelik (2001)	Fig.4 (a)	41×41	2.26	0.07	N.A.	N.A.
Akcelik (2001)	Fig.4 (b)	41×41	0.34	0.08	7.30	1.88
Akcelik (2001)	Fig.4 (c)	41×41	19.28	0.74	5.48	1.78
Akcelik (2001)	Fig.4 (d)	41×41	1.10	0.49	4.84	1.75
Luis (1996)	Fig.2 (A)	41×41	0.87	0.12	N.A.	N.A.
Luis (1996)	Fig.2 (B)	41×41	2.28	0.25	N.A.	N.A.
Present Results	Fig. 4.8	41×41	4.86×10^{-9}	4.86×10^{-9}	1.00	1.00
Present Results	Fig. 4.9	41×41	4.86×10^{-9}	4.86×10^{-9}	1.00	1.00
Present Results	Fig. 4.10	41×41	4.86×10^{-9}	4.86×10^{-9}	1.00	1.00
Present Results	Fig. 4.11	41×41	4.86×10^{-9}	4.86×10^{-9}	1.00	1.00

表 3-1-1-1 乃是利用 MDO、ADO、MAR 及 AAR 四大網格品質指標評斷此範例網格品質的結果。數據顯示，MDO(maximum deviation from orthogonality)、ADO(averaged deviation from orthogonality)、MAR(maximum grid aspect ratio)、AAR(averaged grid aspect ratio)皆為最佳的 0、0、1、1 之數值；這也是保角網格的特徵。足見本研究所產生出來的網格系統確實為品質最好的保角網格系統、

3-1-2 半圓形甜甜圈範例 (Half donut)

如圖 3-1-2-1，本範例之計算區域由兩個不同半徑的半圓形以及 x 軸所圍成。由於四個角為直角，其他皆為平滑曲線，故此區域本身便是超矩形區域(Hyper-rectangular region)。小圓的半徑為 1，大圓的半徑為 3。

這個標準例題曾經被廣泛地討論應用。Luis 在 1996 年也做過這

個例題，他指出，要產生好的網格，必須使用特別的邊界點分佈才行。如果小圓邊界節點分佈的密度與大圓相同的話，網格產生就會有困難，而有重疊交錯的現象發生(圖 3-1-2-2)。

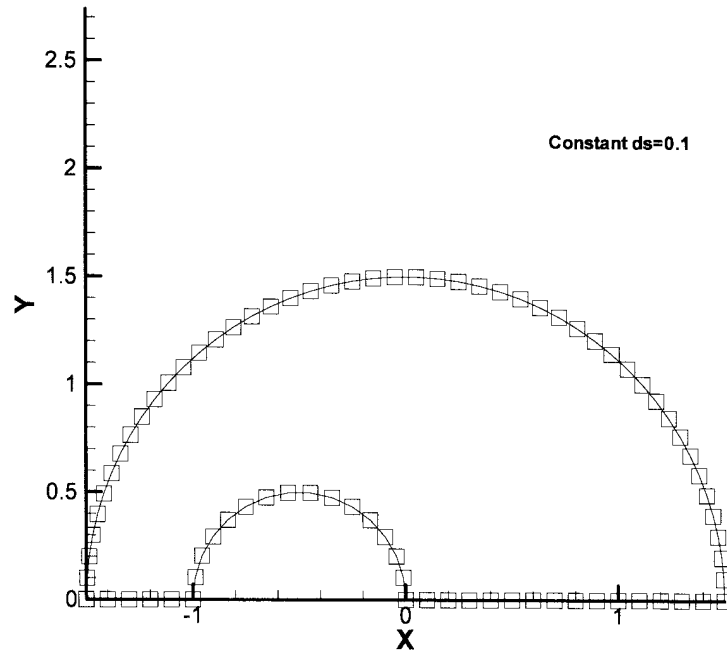


圖 3-1-2-1 半圓形甜甜圈範例，邊界節點等距。

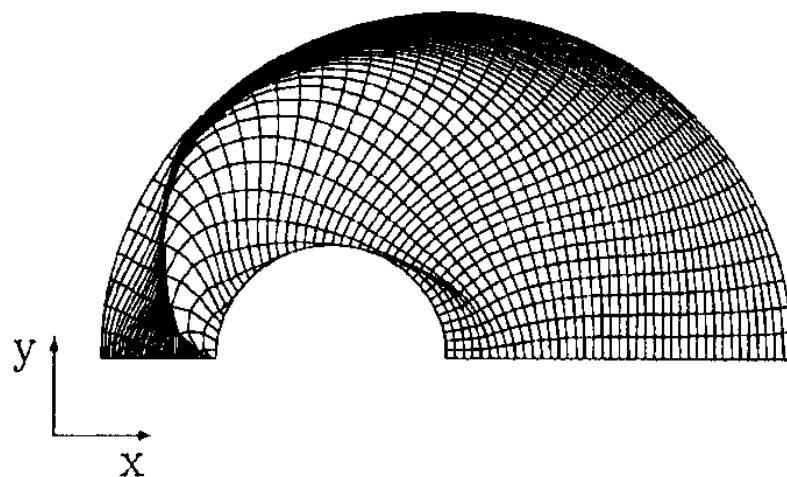


圖 3-1-2-2 半圓形甜甜圈範例，邊界節點等距時，產生的網格交錯(Luis, 1996)。

同樣的，Jeng (1999)也指出，如果邊界節點分佈為均勻分佈的話，將會產生不平滑的網格系統。對於這樣的問題，Jeng 使用浮動邊界節點法，並且使用不同的扭曲函數(Distortion function)反覆試誤計算 300 次來克服。

然而，若使用本研究的方法，如圖 3-1-2-3 所示，即使使用均勻的邊界佈點，也不會有網格扭曲重疊的現象。為了確認本保角網格產生系統的正确性，如同表 3-1-1-1，表 3-1-2-1 列出此網格系統之 MDO、ADO、MAR、AAR，結果顯示其值分別為 0,0,1,1 之最佳值，足証此確為保角網格系統。

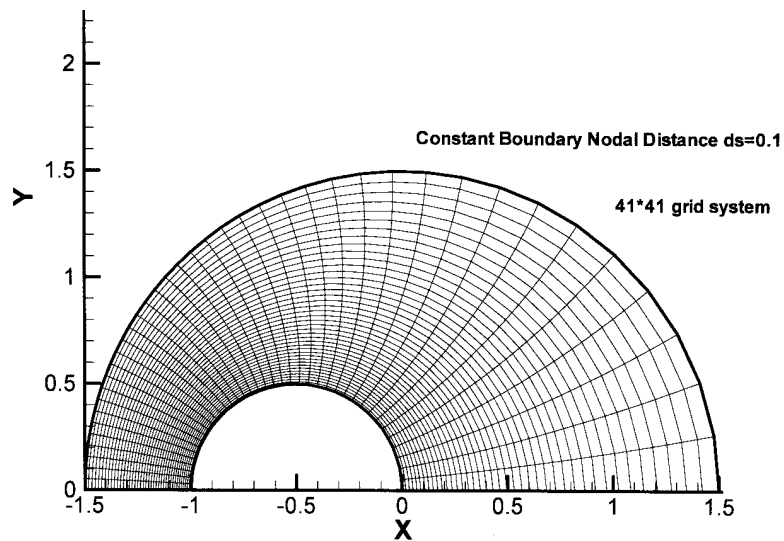


圖 3-1-2-3 本研究產生之 41x41 的保角網格系統

表 3-1-2-1 半圓形甜甜圈範例之保角網格品質評估。

	Figure	mesh size	MDO	ADO	MAR	AAR
Zhang (2001)	Fig.5 D(1)	41×41	3.70	0.62	5373.00	147.00
Zhang (2001)	Fig.5 D(2)	41×41	5.10	1.32	17.2	5.24
Zhang (2001)	Fig.5 D(3)	41×41	13.20	3.22	8.36	3.06
Zhang (2004)	Fig.5 D(4)	41×41	13.90	4.24	8.40	3.04
Zhang (2004)	Fig.5 D(5)	41×41	0.13	0.04	6.80	3.55
Akcelik (2001)	Fig.8 (a)	41×41	33.00	2.64	34.52	5.05
Akcelik (2001)	Fig.8 (b)	41×41	1.02	0.35	7.66	3.41
Luis (1996)	Fig.2 (C)	41×41	71.20	1.44	N.A.	N.A.
Luis (1996)	Fig.2 (D)	41×41	0.20	0.01	N.A.	N.A.
Present Results	Fig. 4.14	41×41	4.86×10^{-9}	4.86×10^{-9}	1.00	1.00

3-1-3 近梯形範例 (Trapezoid-like region)

如圖 3-1-3-1，本範例為一由 x 軸、y 軸、 $y=1$ 以及 $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cos(\pi y)$ 所圍成之區域。其為 41x41 的網格系統。2001 年，Akcelik 計算此範例，並且指出如果四邊使用等間距的網格點的話，將會產生網格疊交的現象，如圖 3-1-3-2。

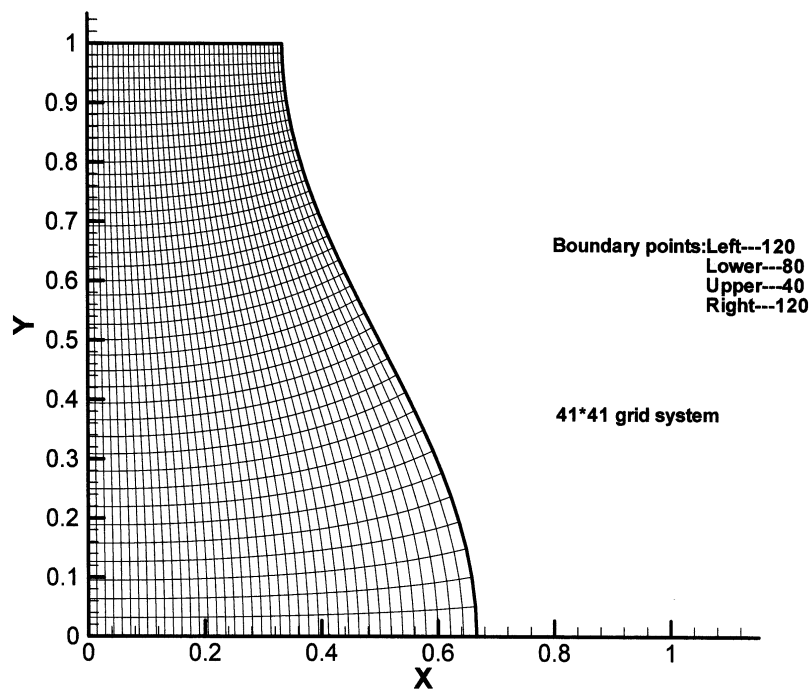


圖 3-1-3-1 360 個邊界點及 41x41 網格線之近梯形保角網格。

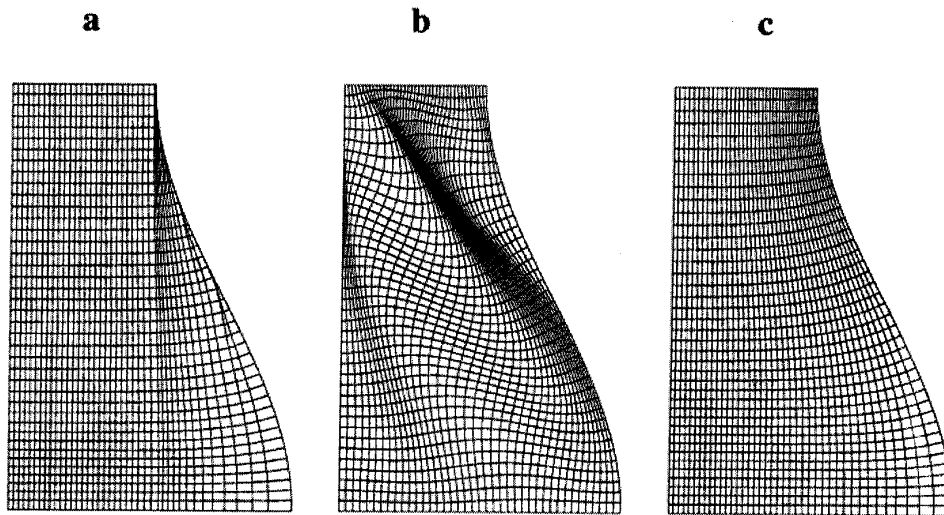


圖 3-1-3-2 a.沒有使用平滑係數，b,c 使用平滑係數 0.01，a,c 使用滑動邊界法(Sliding boundary)(Akcelik et al., 2001)

但本研究使用相同的邊界條件，卻仍能製造出均勻而平滑的保角網格系統。而且，本範例同時產生了距離邊界 10^{-14} 單位長度的網格線，而沒有遭遇到網格跑到域外的問題。如同前面兩個範例，此網格系統的品質可由表 3-1-3-1 所知，為最佳值。

表 3-1-3-1 近梯形範例之保角網格品質評估。

	Figure	mesh size	MDO	ADO	MAR	AAR
Zhang (2004)	Fig.4 C(1)	41×41	1.11	0.37	46.10	3.98
Zhang (2004)	Fig.4 C(2)	41×41	1.41	0.65	12.4	2.88
Zhang (2004)	Fig.4 C(3)	41×41	3.42	1.98	3.75	2.25
Zhang (2004)	Fig.4 C(4)	41×41	3.28	2.02	3.76	2.25
Zhang (2004)	Fig.4 C(5)	41×41	0.07	0.02	2.99	2.21
Akcelik (2001)	Fig.9 (b)	41×41	3.62	0.92	22.30	3.40
Akcelik (2001)	Fig.9 (c)	41×41	0.50	0.04	6.13	2.26
Luis (1996)	Fig.9 (a)	41×41	0.20	0.04	N.A.	N.A.
Luis (1996)	Fig.9 (b)	41×41	1.45	0.24	N.A.	N.A.
Luis (1996)	Fig.9 (c)	41×41	5.67	0.34	N.A.	N.A.
Present Results	Fig. 4.15	41×41	4.86×10^{-9}	4.86×10^{-9}	1.00	1.00

3-1-4 四個半圓區域 (Four-semicircular region)

如圖 3-1-4-1，本範例為一單位正方形、加上四個半圓形所圍成。此範例不同於以上各範例之處，在於它雖然為平滑邊界，但四個角並非 90 度，所以它本身不是超矩形。也因為這四個大於 90 度的角，這四點便為物理奇異點。

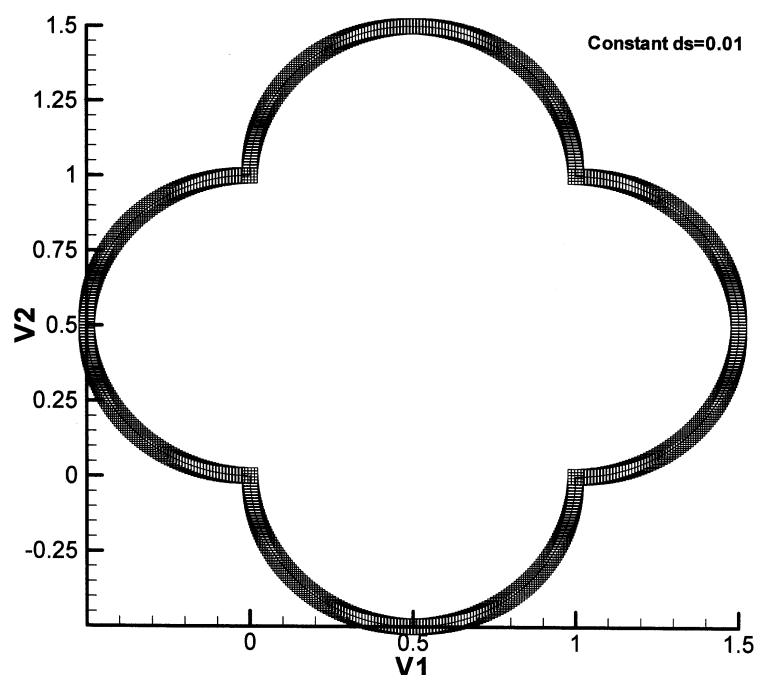


圖 3-1-4-1 四個半圓區域，邊界節點等距。

如同 2001 年 Akcelik 所使用的邊界條件，本研究採用均勻的邊界佈點策略，各點間的弧長間距皆為 0.01。

根據 Luis 於 1996 研究的結果，他指出在四個 270 度角的附近會有最大的 MDO 值，也就是最不正交。同樣的，Zhang 於 2004 年的研究報告，如圖 3-1-4-2，也遭於到類似的困難。圖 B1 可看到網格線集中軸心附近而有所扭曲。圖 B2~B4 則為其運用平滑控制函數(Smooth control function)所改善的網格系統，但如此一來，雖然使得網格較平滑，卻犧牲了網格的正交性。而且即使如此，也沒有辦法改善四個 270 度角附近網格扭曲的現象。

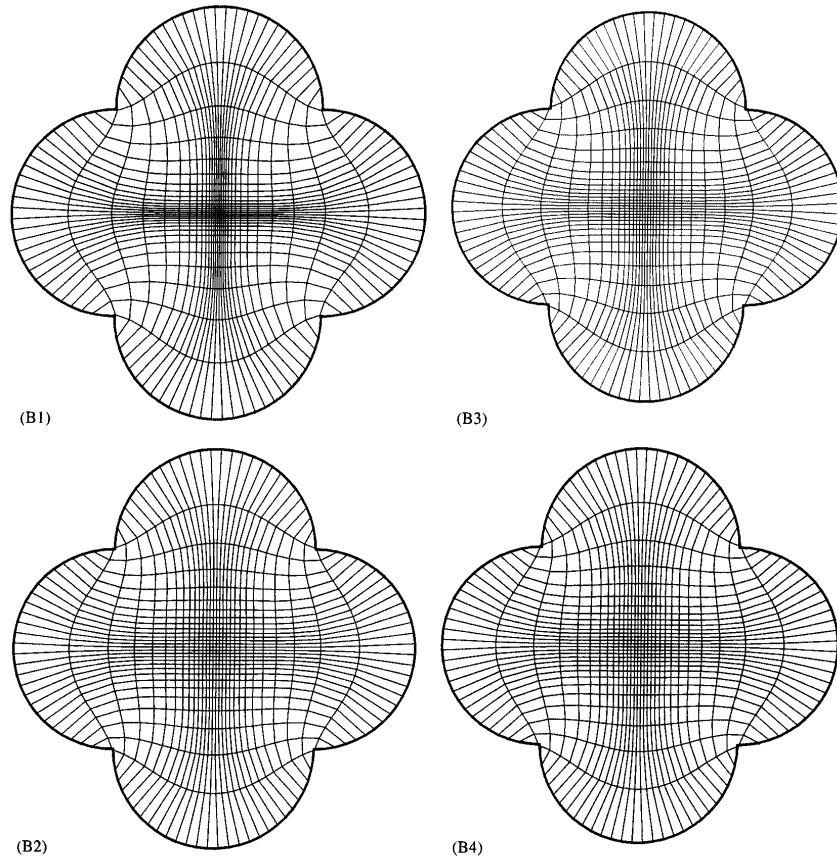


圖 3-1-4-2 四邊皆為 Dirichlet conditions. (B1)RL (Rinskin & Leal, 1983)系統所產生的網格系統.(B2)RL 系統加上使用平滑函數控制.(B3)RL 系統加上使用微調係數 $\alpha = 0.01$. (B4)兼用 RL 系統,微調係數 $\alpha = 0.002$ 以及控制係數 $\gamma_c = 0.5$ 。

面對這樣的問題，本研究先利用複變轉換將四個角轉成四內角直角，四個邊平滑之超矩形區域。然後再轉換到矩形區域上產生網格。由圖 3-1-4-3 發現，在經過複變轉換之後， $\xi-\eta$ 平面上的超矩形區域的四個角附近幾無邊界點分佈，表示要準確計算出這四個點附近網格點的座標值將有比較大的誤差。所以本研究利用 $\frac{1}{2^N}$ 逼近邊界點的佈點策略於四個角附近加密節點數。亦即，以 $\left[\frac{1}{2}l, \frac{1}{4}l, \frac{1}{8}l\Lambda\right]$ 逐步將點逼近節點， l 為元素長度。而本範例的計算取 $N=10$ (增加十個點)。

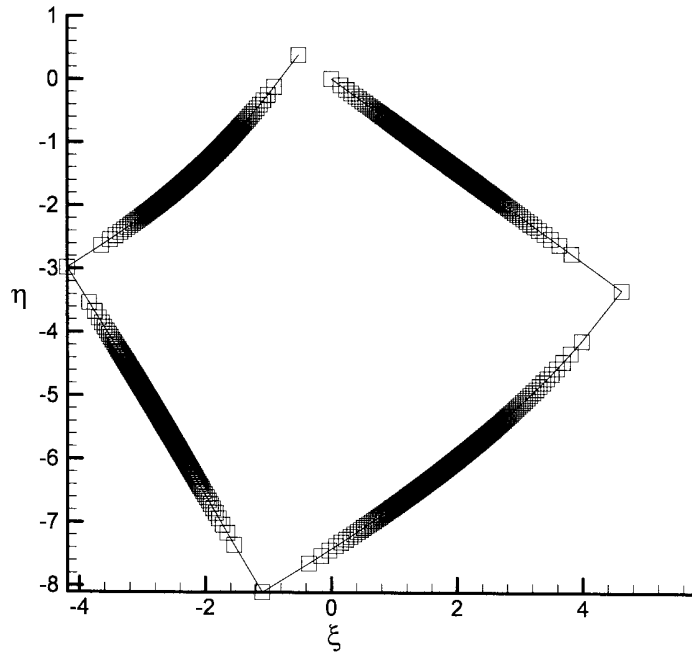


圖 3-1-4-3 在轉換平面上的邊界節點分佈。

計算的結果如圖 3-1-4-4 所示，顯示其為一相當平滑的網格系統，且在四個角附近的網格線也沒有嚴重扭曲的情形。這可由表 3-1-4-1 可知，網格的品質相當好。

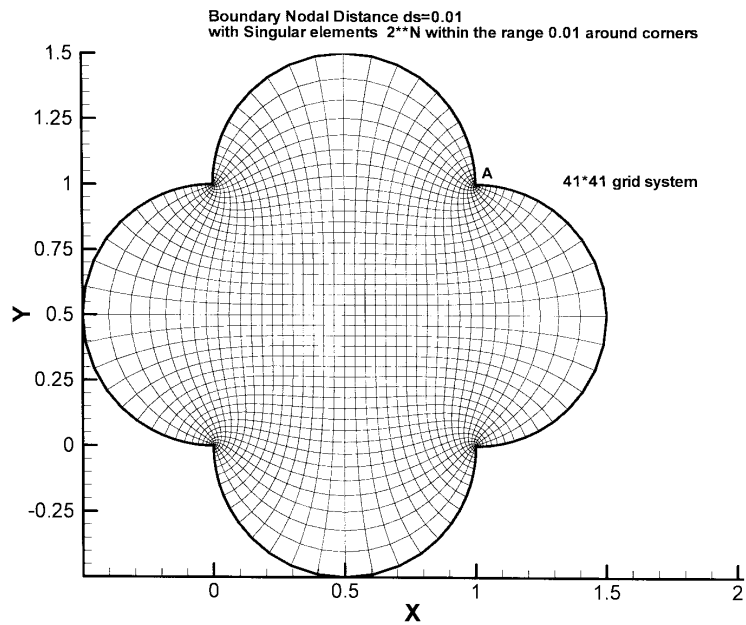


圖 3-1-4-4 本研究產生之四個半圓區域保角網格系統。

圖 3-1-4-5 所要強調的是，如果沒有根據對物理奇異性的了解而在物理奇異點附近加密網格點來有效計算網格點座標值的話，網格線在靠近四個角的附近將有交疊的情況，而無法用於實際的流體力學計算上。

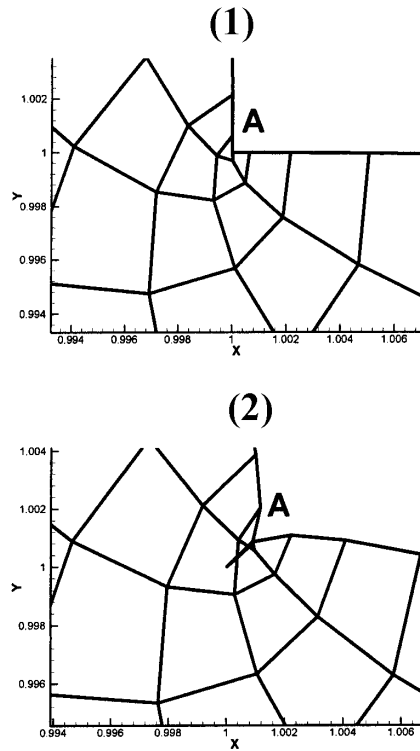


圖 3-1-4-5 四個半圓區域 A 點之放大圖。(1)四個角附近點數加密。(2)四個物理奇異點附近沒有加密。

表 3-1-4-1 四個半圓區域範例之保角網格品質評估。

	Figure	mesh size	MDO	ADO	MAR	AAR
Zhang (2004)	Fig.3 B(1)	30×30	4.28	0.07	13.00	4.22
Zhang (2004)	Fig.3 B(2)	30×30	9.57	0.33	7.50	2.70
Zhang (2004)	Fig.3 B(3)	30×30	8.00	0.19	9.40	3.31
Zhang (2004)	Fig.3 B(4)	30×30	7.89	0.23	8.30	2.96
Akcelik (2001)	Fig.10 (b)	41×41	23.96	0.62	14.82	4.20
Luis (1996)	Fig.9 (a)	41×41	12.50	0.18	N.A.	N.A.
Present Results	Fig. 4.20	41×41	4.86×10^{-9}	4.86×10^{-9}	1.00	1.00

3-2 天文潮結果與分析

由水利署第十河川局網頁資料計算統計可知，就淡水河河口站近幾年來的資料為例，颱風時期暴潮偏差的最大高度總平均約為 0.55 公尺左右(表 3-2-1)；同時，由於淡水站最大主要分潮為 M2 分潮(劉文俊，1996)，而其振幅約為 1.2 公尺(表 3-2-2)，因此，天文潮至少為暴潮偏差的兩倍以上。此意味著天文潮預測準確與否相對於暴潮而言，對河口水位預測的準確度影響更大。所以天文潮的準確度對整體水位預報的準確度有關鍵之影響。基於以上的理由，本研究乃針對天文潮模式進行嚴謹的驗證工作以確保整體水位預報的能力。經過驗證和確認模式預報能力後，再推廣到環島天文潮位的計算。

表 3-2-1 1996~2002 淡水河口歷年來暴潮偏差表

颱風名稱	賀伯 (1996)	溫妮 (1997)	象神 (2000)	納莉 (2001)	雷馬遜 (2002)	娜克莉 (2002)	辛樂克 (2002)
暴潮偏差量(公尺)	0.89	0.86	0.78	0.29	0.15	0.46	0.45

1. 模式驗證

模式之驗證取淡水河河口水位站之水位資料進行，之所以取此地驗證，一方面是由於自網頁上取得資料迅速而方便，另一方面其水位

表 3-2-2 天文潮各分潮參數

代號	分潮	週期 (hr)	A_r	B_r	相角	代號	分潮	週期 (hr)	A_r	B_r	相角
	T_0	99999.00	.1488	.1488	.0000						
1	S_a	8765.821	.1725	-.1705	-.1224	31	M_2	12.4206	1.0371	-.5159	.8997
2	S_{4a}	4382.905	.0055	-.0052	.0330	32	MKS_2	12.3855	.0054	-.0051	.0018
3	M_n	661.3092	.0091	.0008	.0091	33	λ_3	12.2218	.0265	.0079	.0254
4	M_{af}	354.3760	.0053	-.0171	-.0049	34	L_2	12.1916	.0544	-.0267	.0474
5	M_f	327.8590	.0126	.0155	-.0054	35	T_2	12.0164	.0196	.0162	.0110
6	$2Q_1$	28.0062	.0054	-.0040	-.0036	36	S_2	12.0000	.2804	.2589	.1079
7	σ_1	27.8484	.0049	.0019	-.0046	37	R_2	11.9836	.0061	.0024	-.0056
8	Q_1	26.8684	.0349	.0316	.0146	38	K_2	11.9672	.0721	-.0679	-.0244
9	ρ_1	26.7231	.0068	.0038	.0057	39	MSN_2	11.7861	.0103	.0083	.0061

10	O_1	25.8193	.1725	-.1722	.0101	40	KJ_2	11.7545	.0027	.0027	-.0002
11	M_{p1}	25.6681	.0021	-.0021	.0003	41	$2SM_2$	11.6070	.0112	-.0112	.0006
12	M_1	24.8412	.0096	.0000	-.0096	42	MO_3	8.3863	.0047	.0011	.0046
13	X_1	24.7091	.0025	.0024	.0007	43	M_3	8.2804	.0044	.0042	.0013
14	τ_1	24.1321	.0070	-.0004	.0070	44	SO_3	8.1924	.0020	-.0005	-.0019
15	P_1	24.0659	.0686	.0038	.0685	45	MK_3	8.1771	.0040	.0021	-.0034
16	S_1	24.0000	.0132	-.0028	-.0129	46	SK_3	7.9927	.0012	.0003	-.0012
17	K_1	23.9345	.2042	.0451	.1992	47	MN_4	6.2692	.0103	.0050	.0089
18	φ_1	23.8693	.0031	.0009	.0030	48	M_4	6.2103	.0266	-.0202	-.0173
19	φ_1	23.8045	.0033	-.0027	-.0019	49	SN_4	6.1602	.0025	.0008	-.0024
20	θ_1	23.2070	.0020	-.0018	-.0008	50	MS_4	6.1033	.0199	-.0092	.0176
21	l_1	23.0985	.0118	-.0061	-.0101	51	MK_4	6.0949	.0059	.0018	-.0056
22	SO_1	22.4202	.0024	.0022	.0010	52	S_4	6.0000	.0003	-.0001	.0003
23	OO_1	22.3061	.0047	-.0047	-.0005	53	SK_4	5.9918	.0025	-.0024	.0005
24	OQ_2	13.1667	.0070	.0050	.0049	54	$2MN_6$	4.1663	.0015	-.0015	.0002
25	MNS_2	13.1273	.0114	-.0097	-.0060	55	M_6	4.1402	.0035	.0034	-.0006
26	$2N_2$	12.9054	.0343	-.0334	.0078	56	MSN_a	4.1179	.0006	.0006	.0001
27	μ_2	12.8718	.0465	.0329	.0328	57	$2MS_a$	4.0924	.0017	.0005	-.0016
28	N_2	12.6583	.2031	.1412	-.1461	58	$2SK_a$	4.0886	.0011	-.0009	.0006
29	ν_2	12.6260	.0524	.0510	.0120	59	$2SM_a$	4.0457	.0027	-.0003	.0027
30	OP_2	12.4559	.0092	-.0071	.0057	60	MSK_a	4.0419	.0004	.0002	-.0003

註：上表天文潮水位由不同週期之數個分潮所組成。因此，水位 y 可由下式表示： $y = T_0 + \sum_{r=1}^{60} [A_r \cos(2\pi t/T_r) + B_r \sin(2\pi t/T_r)]$ ；上表中之相角 φ 可利用 A_r 、 B_r 求得，作為餘弦函數： $y = T_0 + \sum_{r=1}^{60} C_r \cos(2\pi t/T_r - \varphi_r)$ 之參考；其中， $C_r^2 = A_r^2 + B_r^2$ 。

站近幾年來維護甚佳，資料品質不錯。

首先，為求得調和分析參數，本模組先利用 2000~2001 年淡水河口站水位紀錄資料進行分析，求得各分潮參數(表 3-2-2)。其中，取 60 個分潮參數進行天文潮計算。至於為何不取 1997 年以來的資料做調和參數分析?有學者認為分析一年和兩年、三年的資料結果是一樣的 (Hsu 等, 1999)，甚至一年比較準確，本研究觀察分析結果認為，資料品質的好壞是影響調和參數正確性的一項重要因素，資料缺漏太

多或明顯錯誤的資料太多都會影響調和參數分析，由於十河局的資料於 2000 年後更為完整，因此本研究僅取兩年水位長度做調和參數分析，以後如果有更長更完整的水位資料，建議可以重新加以分析。

接著，自經濟部水利署第十河川局隨機取 1997~2002 年 5 年間六筆沒有受颱風影響之淡水河河口水位資料進行驗證，結果如圖 3-2-1~3-2-6。由這些圖可知，預測的潮位和實際天文潮位曲線相當吻合，初步顯示此天文潮模式已經相當足夠作為預測之用。

但為了更進一步確認本模式的精確度及預報能力，本研究小組分別針對 1999(全年)、2000(全年)、2001(全年)、2002(1/1~11/30)這四年的河口水位資料進行驗證的工作。其中，由於 2000、2001 年的資料較完整，因此以這二年的資料進行分潮參數率定，然後再用 1999、2002 年的資料驗證。如表 3-2-3 所示。

表 3-2-3 1999~2002 歷年天文潮水位預報誤差表

	1999(驗證)	2000(率定)	2001(率定)	2002(1/1~11/30)(驗證)
樣本數	6590	7942	8538	7903
有效樣本數	4097	7924	8536	7784
平均水深(公尺)	8.06	8.13	8.16	8.13
平均絕對誤差(公尺)	0.13	0.08	0.09	0.09
平均相對誤差(%)	1.65	1.04	1.07	1.05
相關係數(%)	99.21	99.18	99.15	99.23

平均絕對誤差： $(\sum|\text{實測值}-\text{預測值}|)/n$

n：樣本個數

平均相對誤差： $(\text{平均絕對誤差})/\text{平均水深}$

平均水深= $\text{河口底床高程}(8.01 \text{ 公尺})+\text{年平均水位(M.S.L.)}$ (相對於平均海平面)

相關係數：實測值與預測值之相關性，相關係數越高表示曲線相關度越高。

雖然 1999、2000、2001 以及 2002 這三年的樣本數(小時)應該有 8761、8785、8761 以及 8017 個，然而自網頁下載的資料顯示，有許多的資料闕遺，尤其是 1999 年缺遺的更嚴重。甚至許多應該是缺遺的資料也以 0 填滿。因此這年的有效樣本數就少很多了，其隱含的意義即為資料品質較差，此在調和分析及統計上皆會有不良的影響。所謂的有效樣本數，就是原樣本數扣除掉(1)明顯不合理的值，如大於 3 公尺或小於 -3 公尺者(含暴潮之歷史最大紀錄)；或連續幾個小時維持

相同的值，但非停潮(Stand)；或者相較於前後週期，由於某一兩筆資料造成的極為不同而突兀的波形；甚至於每小時上升或下降率太大的資料(以 M2 分潮以及最大振幅 3 公尺來看，最大斜率應為 1.57 公尺/小時)。(2)颱風期間含有暴潮的水位。

有效樣本數越多，在統計上的可靠性就越大。另外，扣除掉不合理的值有時對結果影響甚鉅。例如，2002 年 8 月 16 日 13 時有一筆-28 公尺的值，此明顯為錯誤，若不除去，則統計所得觀測值與計算值的相關係數為 92.75%，平均絕對誤差值為 0.090 公尺，平均相對誤差值為 1.13%；反之，若除去此值，則統計所得觀測值與計算值的相關係數提高到 99.18%，平均絕對誤差值降低到 0.087 公尺，平均相對誤差值更減為 1.08%，相差不可謂之不大。

由統計知，除了 1999 年之外，每年平均絕對誤差值皆小於 0.1 公尺，而相對誤差也都在 1.1% 以下，顯示本模式具有極為優越的預報能力。至於 1999 年驗證結果稍差的原因，有可能為 1999 年的資料品質較差。但無論如何，平均絕對誤差都在 13 公分以下，而平均相對誤差更在 1.65% 以下，足以建立吾人對於此天文潮模式之信心。

模式驗證 1997/1/7 0:00 ~ 1997/1/27 0:00

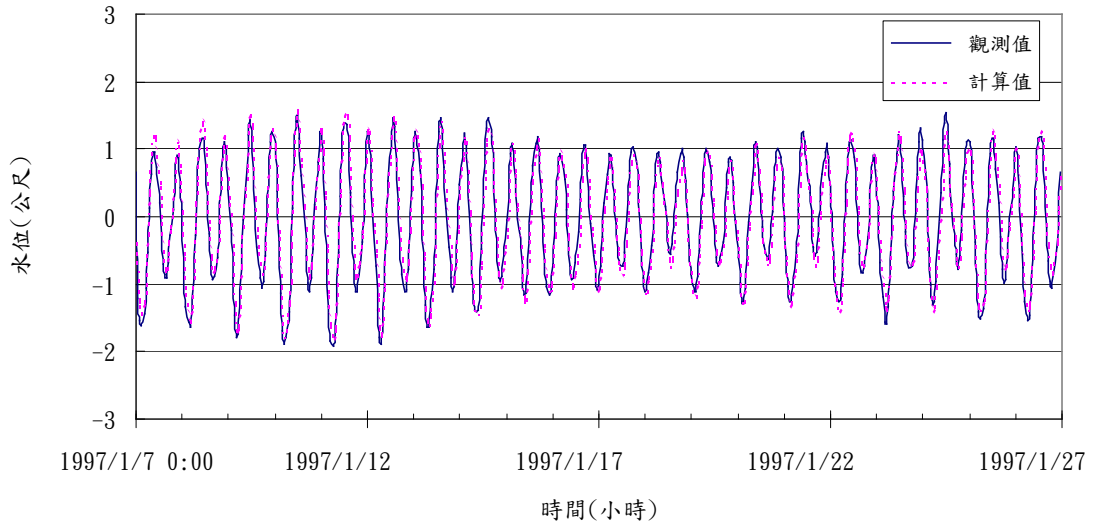


圖 3-2-1 天文潮模式驗證 (一)

模式驗證 1998/1/7 0:00 ~ 1998/1/26 23:00

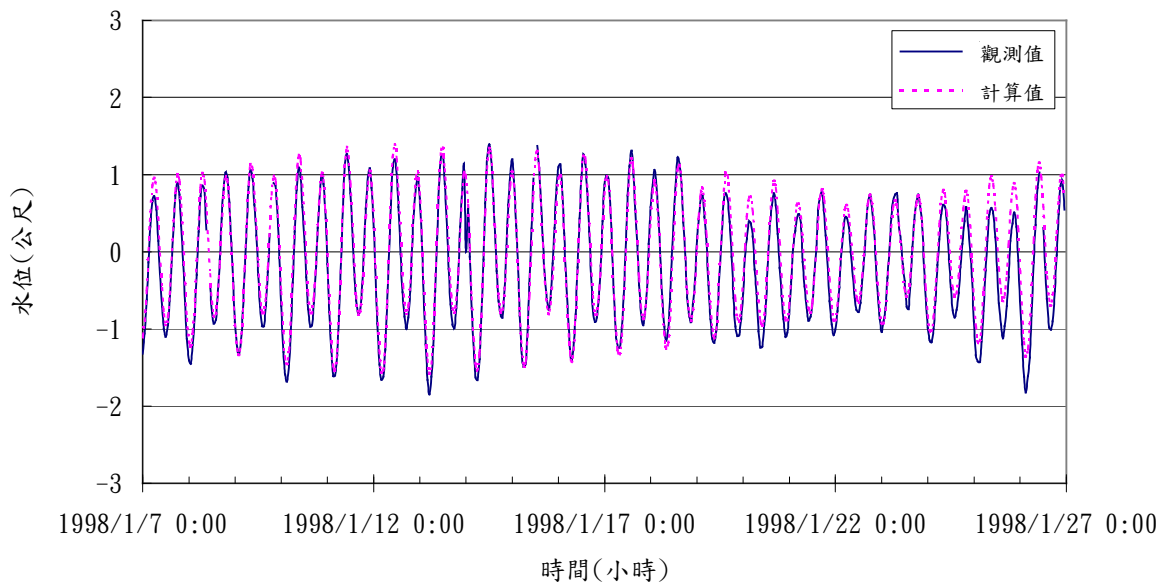


圖 3-2-2 天文潮模式驗證 (二)

模式驗證 1999/11/12 0:00 ~ 1999/12/1 23:00

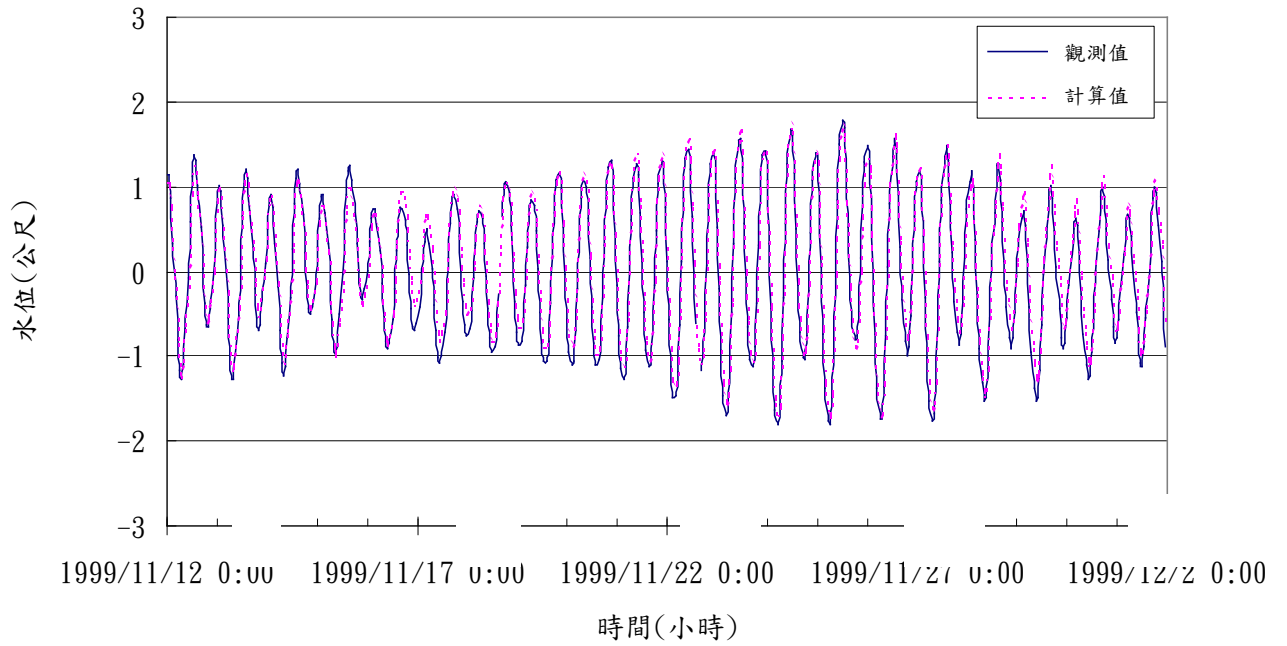


圖 3-2-3 天文潮模式驗證 (三)

模式驗證 2000/6/1 0:00 ~ 2000/6/20 23:00

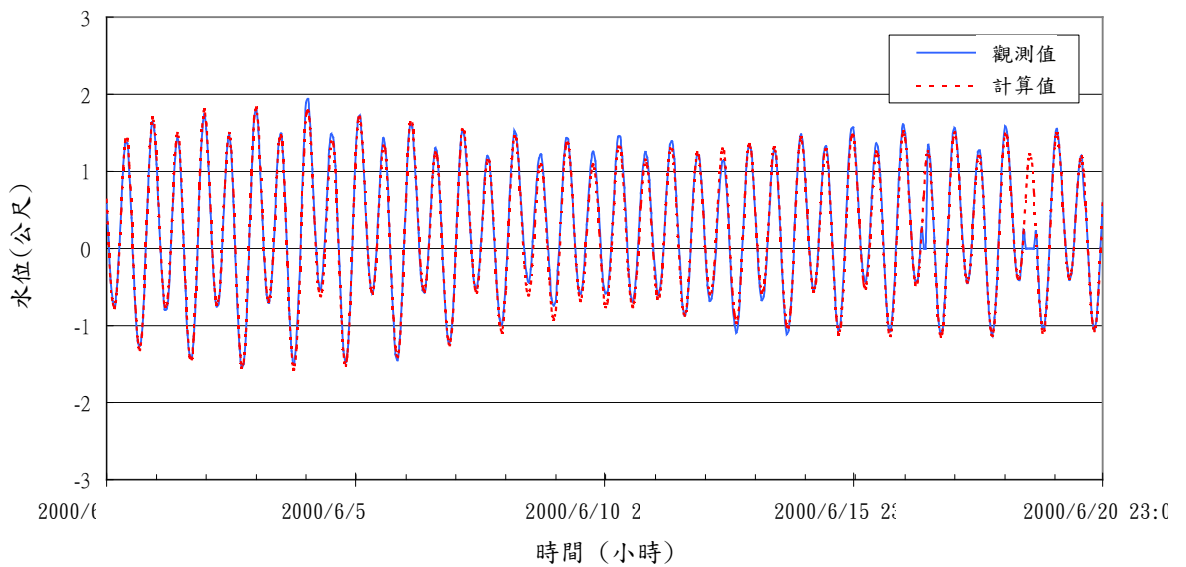


圖 3-2-4 天文潮模式驗證 (四)

模式驗證 2001/1/1 0:00 ~ 2001/1/20 23:00

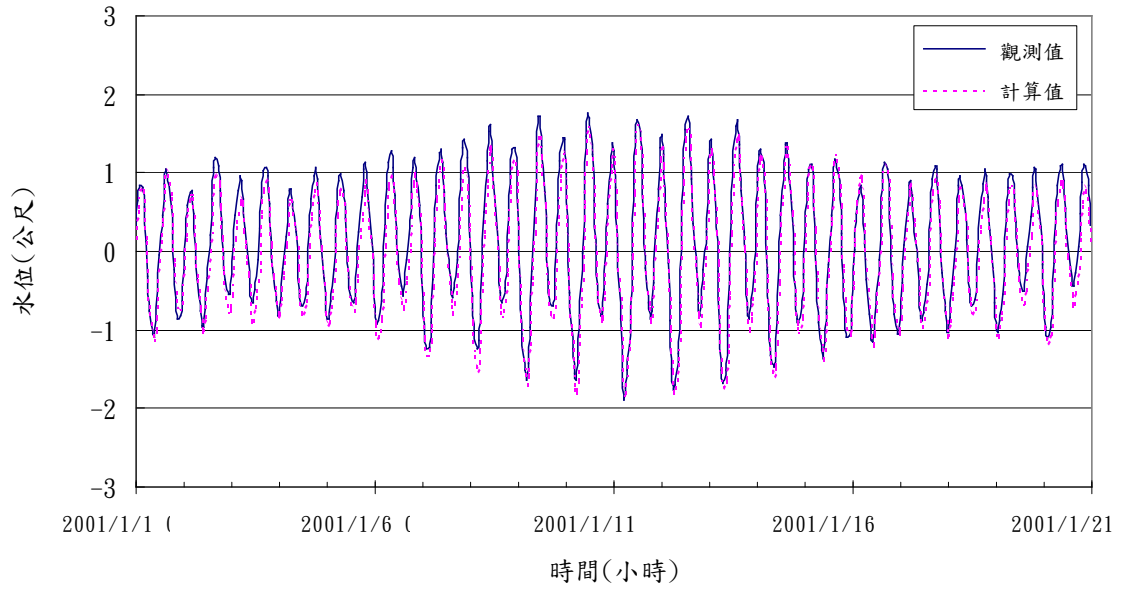


圖 3-2-5 天文潮模式驗證 (五)

模式驗證 2002/10/30 0:00 ~ 2002/11/18 23:00

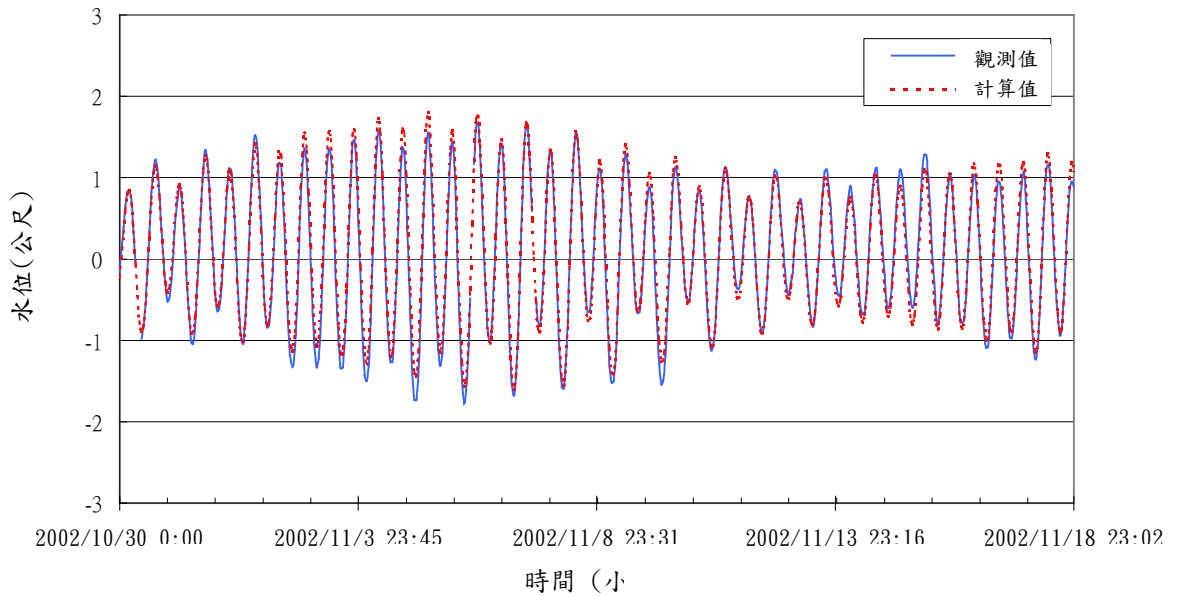


圖 3-2-6 天文潮模式驗證 (六)

2.環島天文潮位計算

經過上一節的驗證後，我們可以進一步利用這個成功的天文潮模式計算台灣環島天文潮位。本研究利用中央氣象局、交通部運輸研究所港灣研究中心及第十河川局所得全台十二處之現場潮汐資料進行調和分析，潮位站名分別為竹圍、新竹、台中港、箔子寮、東石、高雄、後壁湖、成功、花蓮、蘇澳、梗枋與基隆等站。而潮位站之設置位置如圖 3-2-7。

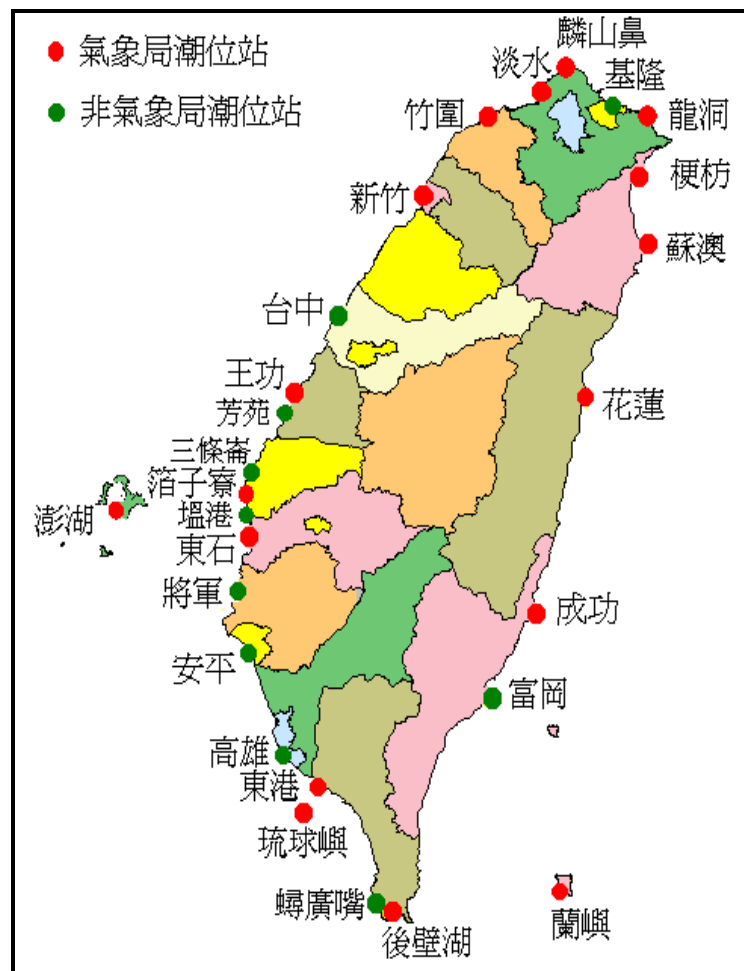


圖 3-2-7 潮位站設置圖 (資料來源：中央氣象局)

經此計算，可得環島天文潮計算圖如圖 3-2-8~3-2-19。每一潮位站皆取時間歷程五天，從這些圖來看。可知計算結果相當準確，也就是說，本天文潮模式可適用於台灣各主要水位站。

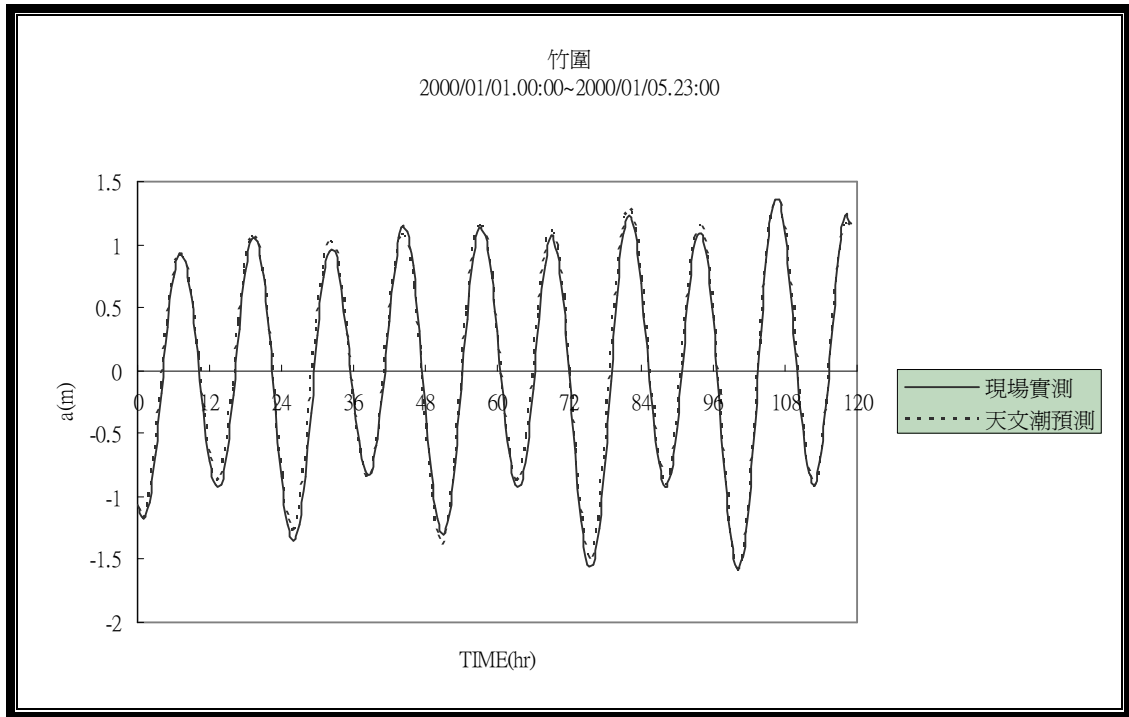


圖 3-2-8 竹圍天文潮模式驗證

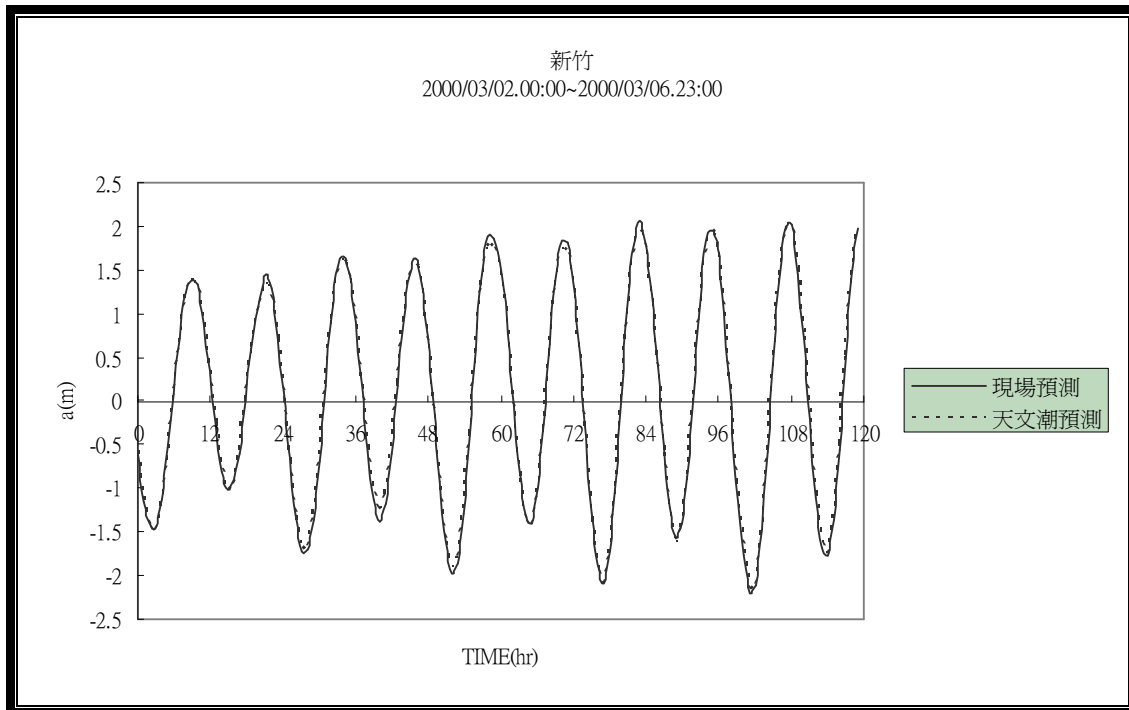


圖 3-2-9 新竹天文潮模式驗證

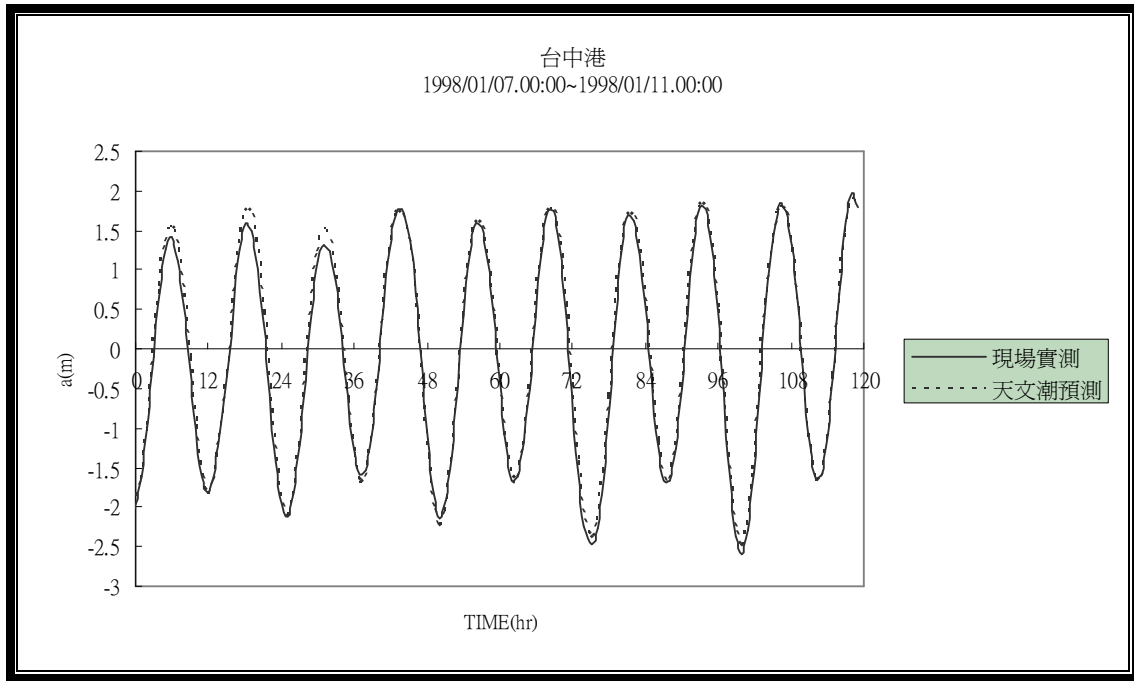


圖 3-2-10 台中港天文潮模式驗證

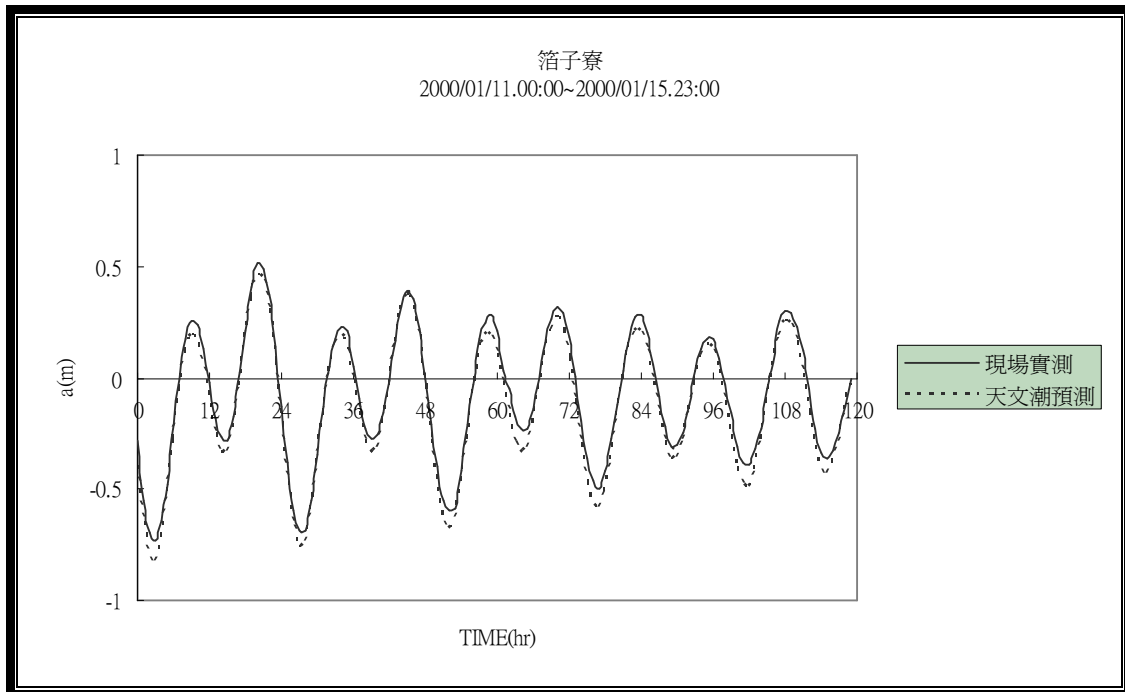


圖 3-2-11 箔子寮天文潮模式驗證

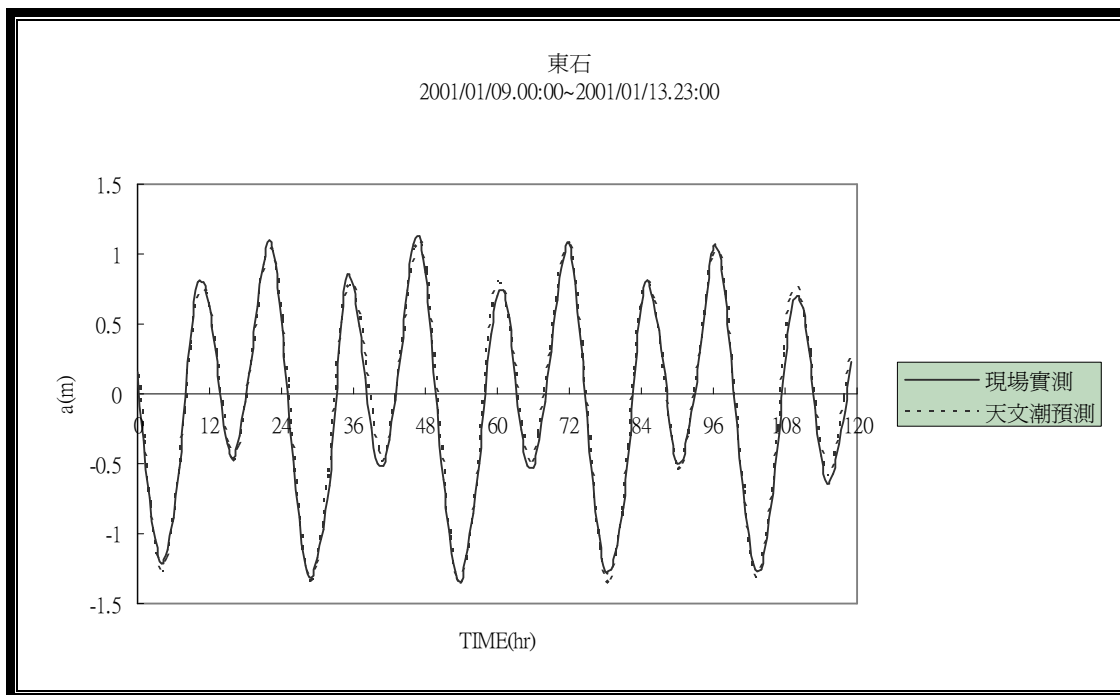


圖 3-2-12 東石天文潮模式驗證

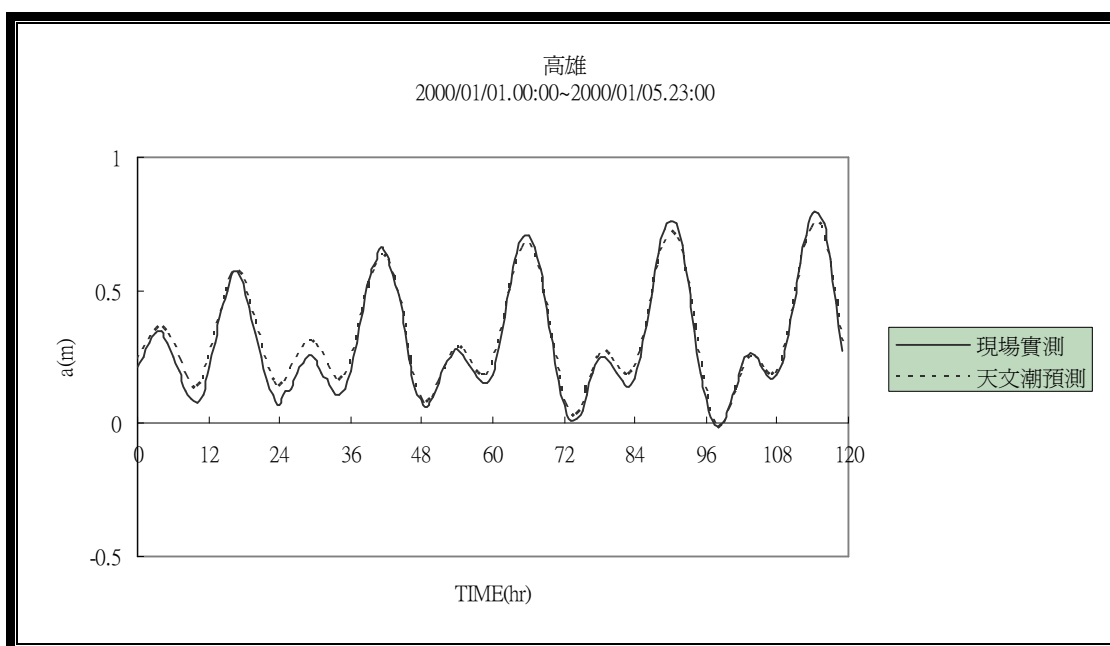


圖 3-2-13 高雄天文潮模式驗證

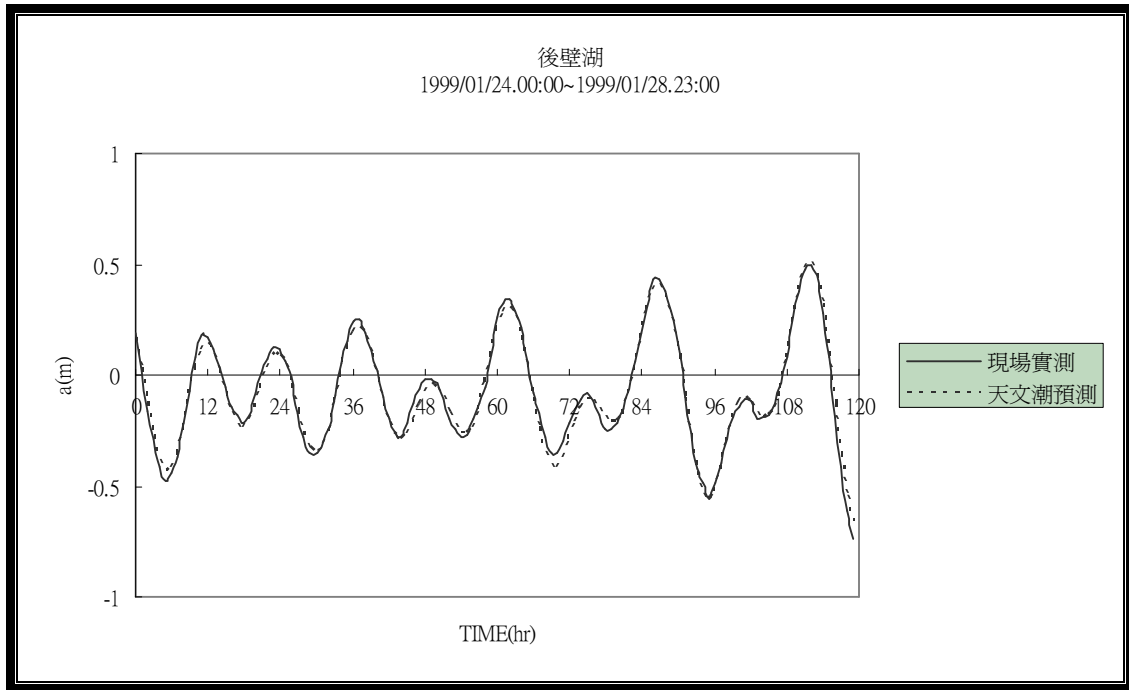


圖 3-2-14 後壁湖天文潮模式驗證

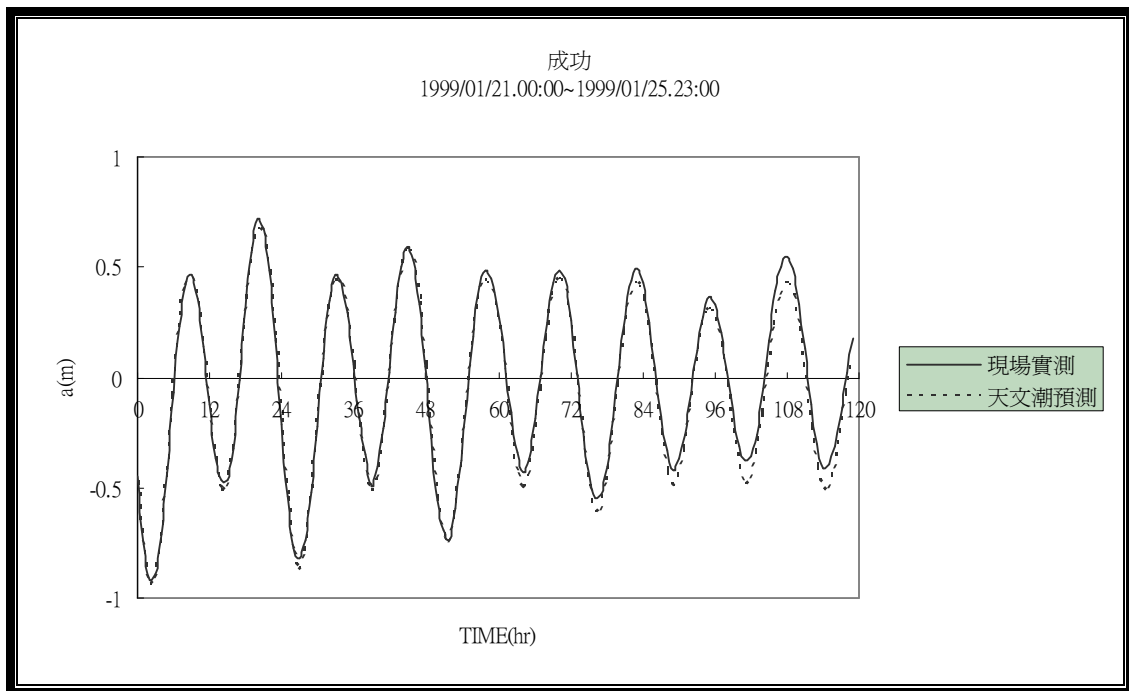


圖 3-2-15 成功天文潮模式驗證

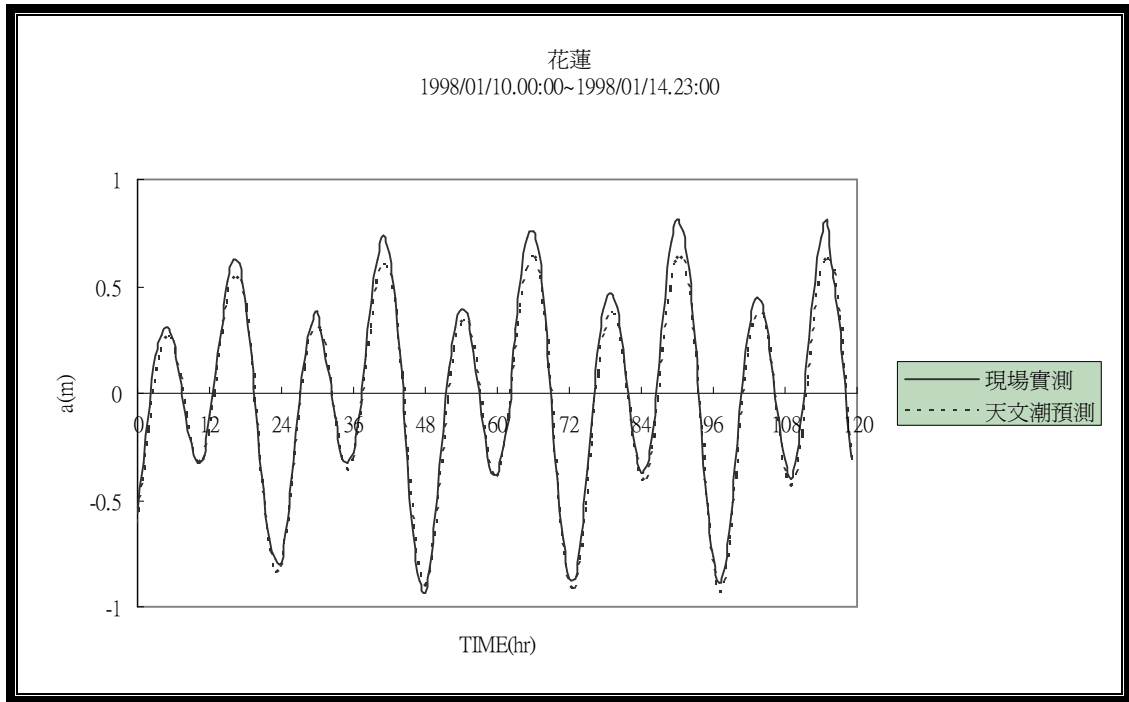


圖 3-2-16 花蓮天文潮模式驗證

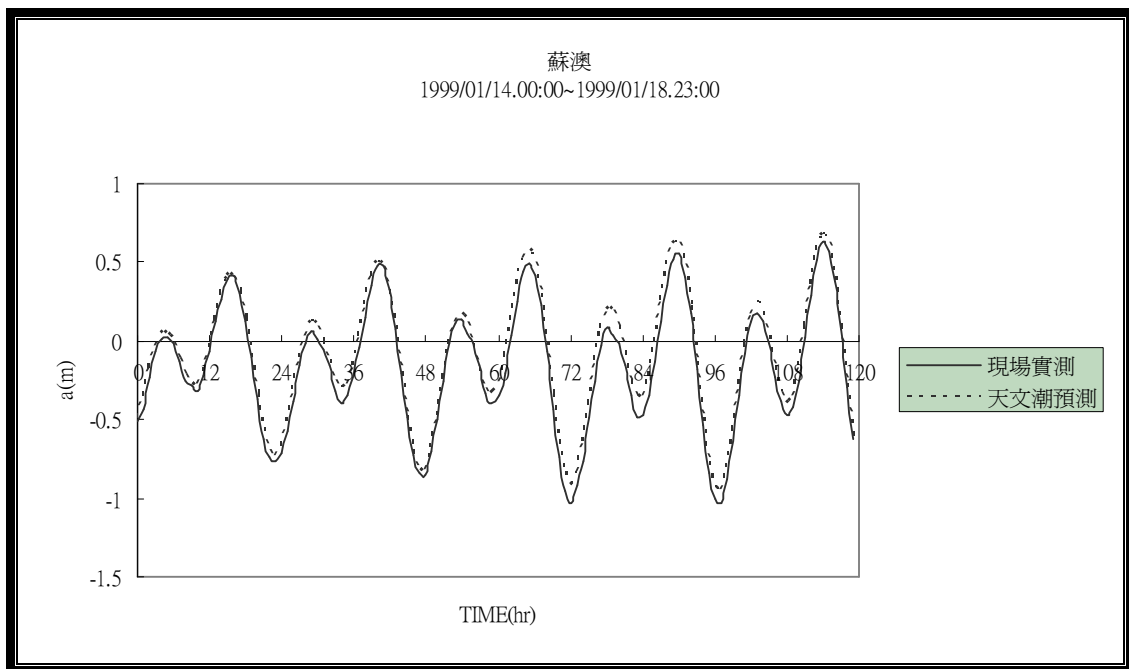


圖 3-2-17 蘇澳天文潮模式驗證

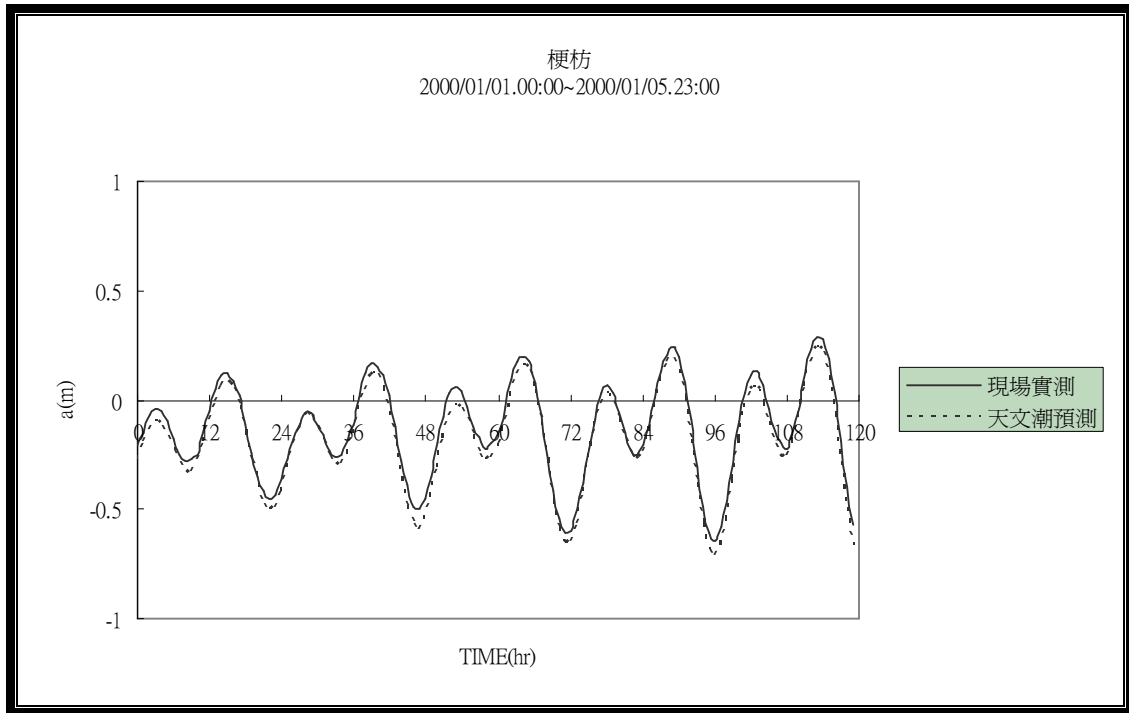


圖 3-2-18 梗枋天文潮模式驗證

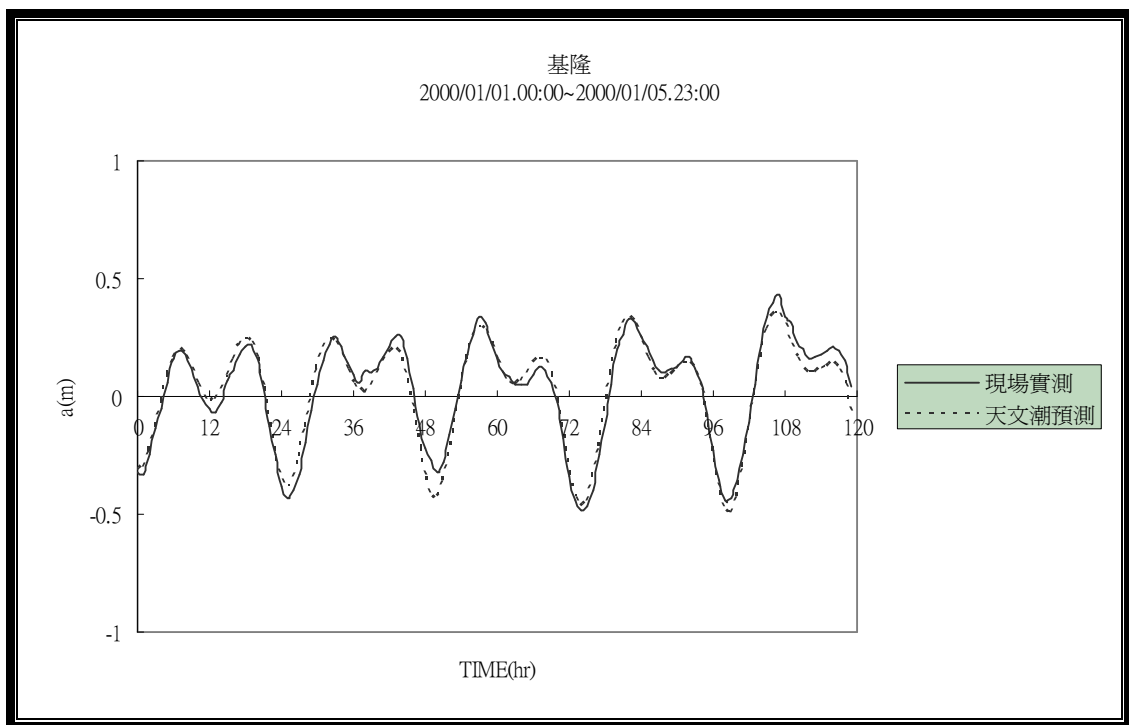


圖 3-2-19 基隆天文潮模式驗證

此外，也根據目前所蒐集的水位站水位資料進行天文潮年分析及統計，可得如下表之結果。

表 3-2-4 台灣環島潮位站天文潮計算誤差表

潮位站	資料時間	平均絕對誤差(公尺)
竹圍	2000~2001	0.09
新竹	2000~2001	0.08
台中港	1998	0.11
箔子寮	2000~2001	0.11
東石	2001	0.07
高雄	2000~2001	0.05
後壁湖	1999~2000	0.06
成功	1998~1999	0.05
花蓮	1998~1999	0.06
蘇澳	1999~2000	0.05
梗枋	2000~2001	0.04
基隆	2000	0.05

平均絕對誤差： $(\sum|\text{實測值}-\text{預測值}|)/n$

由於尚沒能蒐集到各水位站的水深資料，故暫時以平均絕對誤差之統計來評估計算的準確度，待後續研究取得水位站水深資料後，再求取平均相對誤差。由以上的統計值可知，各水位站天文潮計算，年平均之絕對誤差皆在 11 公分以下，堪稱準確。

3.3 邊界符合座標之建立

1. 邊界元素法奇異性問題之探討

在運用邊界元素法建立邊界符合座標系統的過程中，會遭遇到邊界元素法的奇異性問題。亦即，邊界元素法中，傳統上認為當基礎點 (Base point) 靠近邊界計算節點時，由於邊界積分中核函數 (kernel function) 具有強奇異性，因此在數值計算上會出問題。本研究利用解析和幾何分析方法證明出當基礎點靠近邊界節點時，並沒有所謂的數學奇異性。其後，以一個範例驗證此結論，其結果顯示理論的正確性。計算範例如圖 3-3-1、2 所示，圖 3-3-1 為 Kisu 於 1988 年的計算案例，在一正方形區域中計算勢流，其邊界條件如圖所示， u 代表勢能， t

代表法線方向的勢能梯度。Kisu 在計算沿 x 軸方向的勢能梯度時發現有邊界效應(Boundary Effect)如圖 3-3-2 所示，也就是，當基礎點靠近邊界時，其勢能梯度衰減了將近一半，而從解析解來看，則計算域中不論何處，x 軸方向的勢能梯度應該都是 0.5，陳正宗教授(1994)認為這是由於邊界積分方程式的係數在基礎點從內部到邊界時，由 2π 變成 π 所導致的結果，他應用 Dual Boundary Integral Equations 的方法求解，如圖 3-2-2 中的 Regularized Boundary Solution 曲線，和解析解相符。本研究則從解析方法出發，修正過去在處理傳統邊界元素法時，不正確估計角度項的謬誤，而得到：不論基礎點以內部點直接逼近邊界(Direct Approach Method)或以替代弧形路徑逼近(Contour Approach Method)，都能以準確到小數下 8 位數的能力求得數值解(見表 3-3-1、2) (Wang, 2002)。

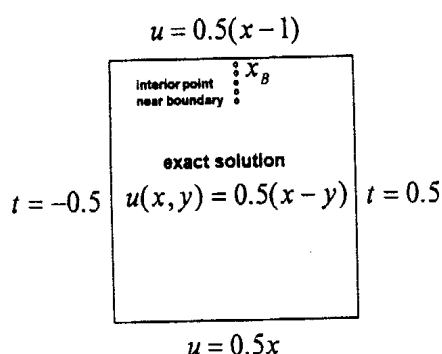


圖 3-3-1. Kisu(1988)問題示意圖

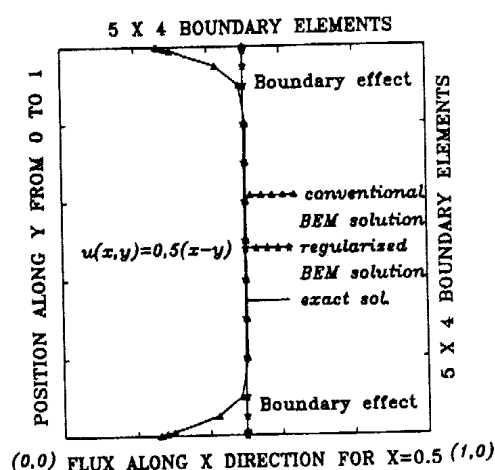


圖 3-3-2. Kisu(1988)和陳(1994)計算結果與解析解之比較。

$$\text{解析解： } u = 0.5(x - y) , \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0.5 , \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -0.5$$

表 3-3-1. 替代弧形路徑逼近(Contour Approach Method)法計算結果

X	Y	COMPUTED u	COMPUTED $\frac{\partial u}{\partial x}$	COMPUTED $\frac{\partial u}{\partial y}$
0.5	1.000000000	-0.250000000	0.500000000	-0.499999999
0.5	0.999999000	-0.249999500	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.999990000	-0.249995000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.999900000	-0.249950000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.999000000	-0.249500000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.990000000	-0.245000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.900000000	-0.200000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.800000000	-0.150000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.700000000	-0.100000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.600000000	-0.050000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.500000000	0.000000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.400000000	0.050000000	0.500000000	-0.500000001
0.5	0.300000000	0.100000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.200000000	0.150000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.100000000	0.200000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.010000000	0.245000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.001000000	0.249500000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.000100000	0.249950000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.000010000	0.249995000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.000001000	0.249999500	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.000000000	0.250000000	0.500000000	-0.500000000

表 3-3-2. 直接逼近邊界(Direct Approach Method)計算結果

X	Y	COMPUTED u	COMPUTED $\frac{\partial u}{\partial x}$	COMPUTED $\frac{\partial u}{\partial y}$
0.5	1.000000000	-0.250000000	0.500000000	-0.499999999
0.5	0.999999000	-0.249999500	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.999990000	-0.249995000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.999900000	-0.249950000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.999000000	-0.249500000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.990000000	-0.245000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.900000000	-0.200000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.800000000	-0.150000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.700000000	-0.100000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.600000000	-0.050000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.500000000	0.000000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.400000000	0.050000000	0.500000000	-0.500000001
0.5	0.300000000	0.100000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.200000000	0.150000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.100000000	0.200000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.010000000	0.245000000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.001000000	0.249500000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.000100000	0.249950000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.000010000	0.249995000	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.000001000	0.249999500	0.500000000	-0.500000000
0.5	0.000000000	0.250000000	0.500000000	-0.500000000

2.單連通區域(小區域)

在環島暴潮位計算之初期，仍以各區域小範圍的計算為之，等到暴潮程式的準確度與效率確認之後，再進行環島大區域之整體計算，以期能一次計算即求得台灣海域各處之暴潮位，以提供子計劃三 GIS 展示系統所需。

在進行環島六處的暴潮水位計算前，必須先完成各處小區域邊界符合正交座標網格系統之建立。圖 3-2-3 所展示的便是在東石所建立小區域網格系統。

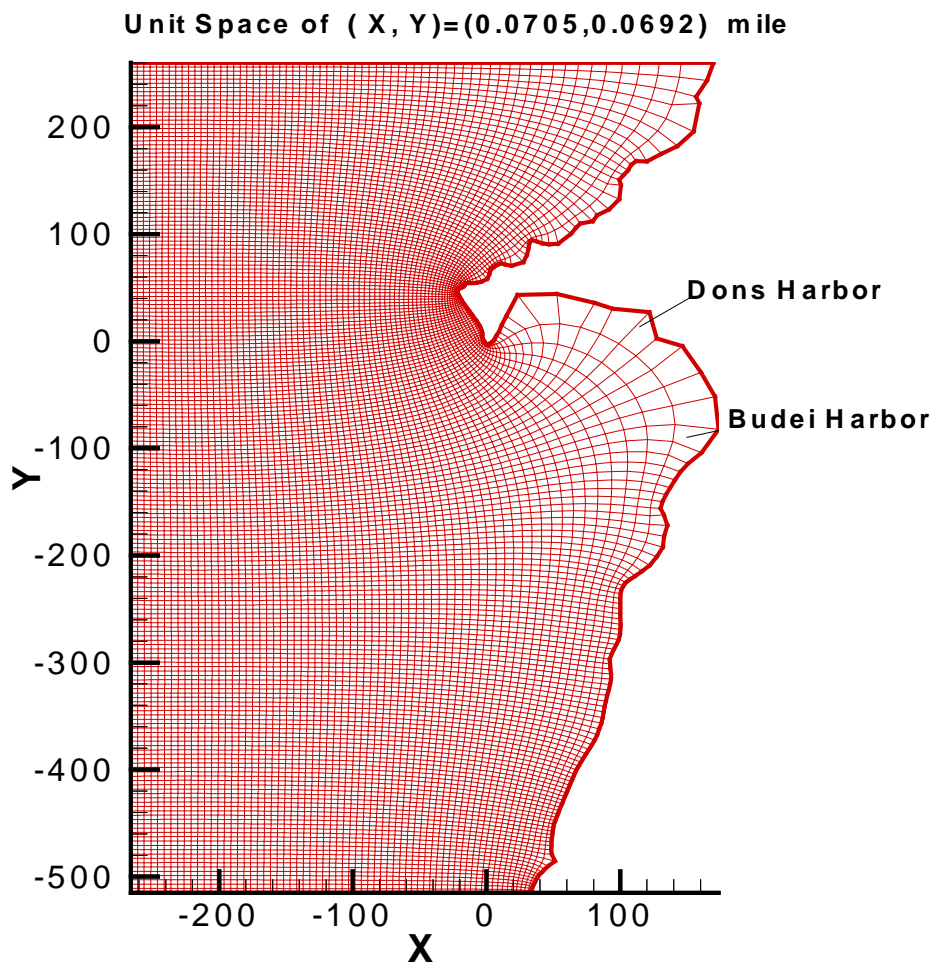


圖 3-3-3 東石、布袋一帶海域之邊界符合正交座標網格

3.複連通區域(大區域)

在進行大範圍的暴潮計算之前，首先便必須建立大區域網格系統

為之，以建立台灣環島網格系統為例，本研究先將複連通區域利用複變轉換轉成單連通區域，形成類似圖 3-3-3 的單連通區域圖後，再用複變映射將單連通區域轉成標準區域，用保角映射將標準區域轉換到矩形區域，並在矩形區域上形成正交網格後，利用相同的原理反轉換回到原來不規則邊界之的計算區域，而形成邊界符合正交網格系統。邊界點選取方面，此例是以台灣省南投縣為圓心，南投至中國廣東省神泉港之距離為半徑劃圓，交中國沿岸於浙江省玉環縣(S1)與廣東神泉港(S2)兩處，由 S1 與 S2 間的中国沿岸與外圍圓弧形成外圍邊界(以 420 點描述)，外圍邊界與台灣沿岸(以 240 點描述)形成一複連通區域(如圖 3-3-4)，圖(3-3-4)中的切線是由台灣彰化沿岸至中國福建泉州港所形成的直線距離，於此處做切線，並無特殊理由，只為了說明本模式可在任何角度上做切線，而不僅限於零度角方向，只要在以複變映射做轉換時適度旋轉座標軸，使切線位於零度角方向，並於反轉換時調整回旋轉過的角度值即可。

此台灣環島邊界符合正交網格系統建立如圖 3-3-5 所示，其中，網格數目為 20*100。

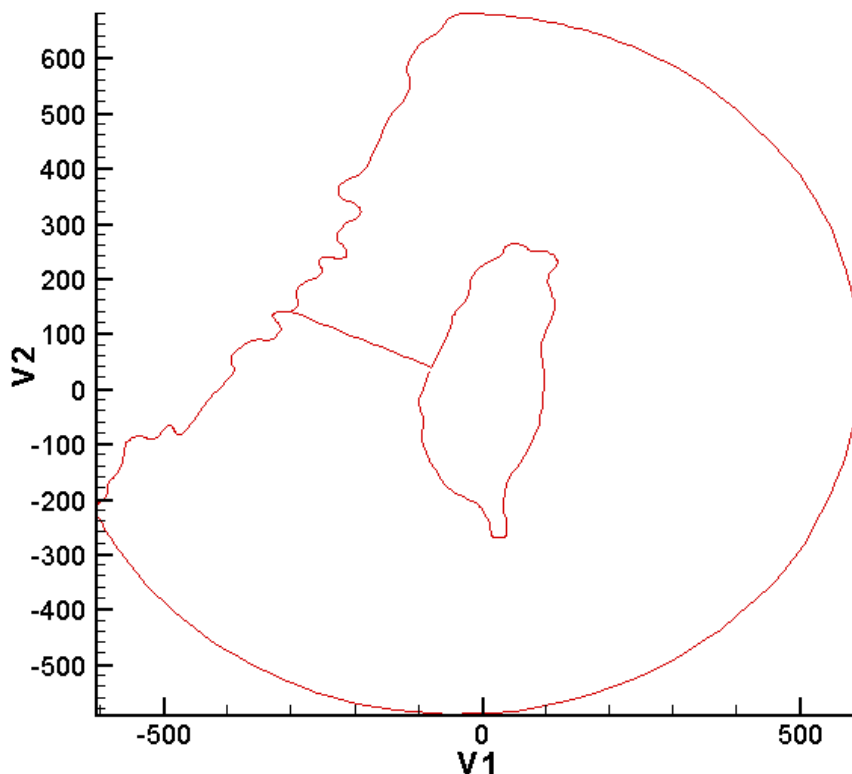


圖 3-3-4 台灣環島邊界符合正交網格系統之建立(一)

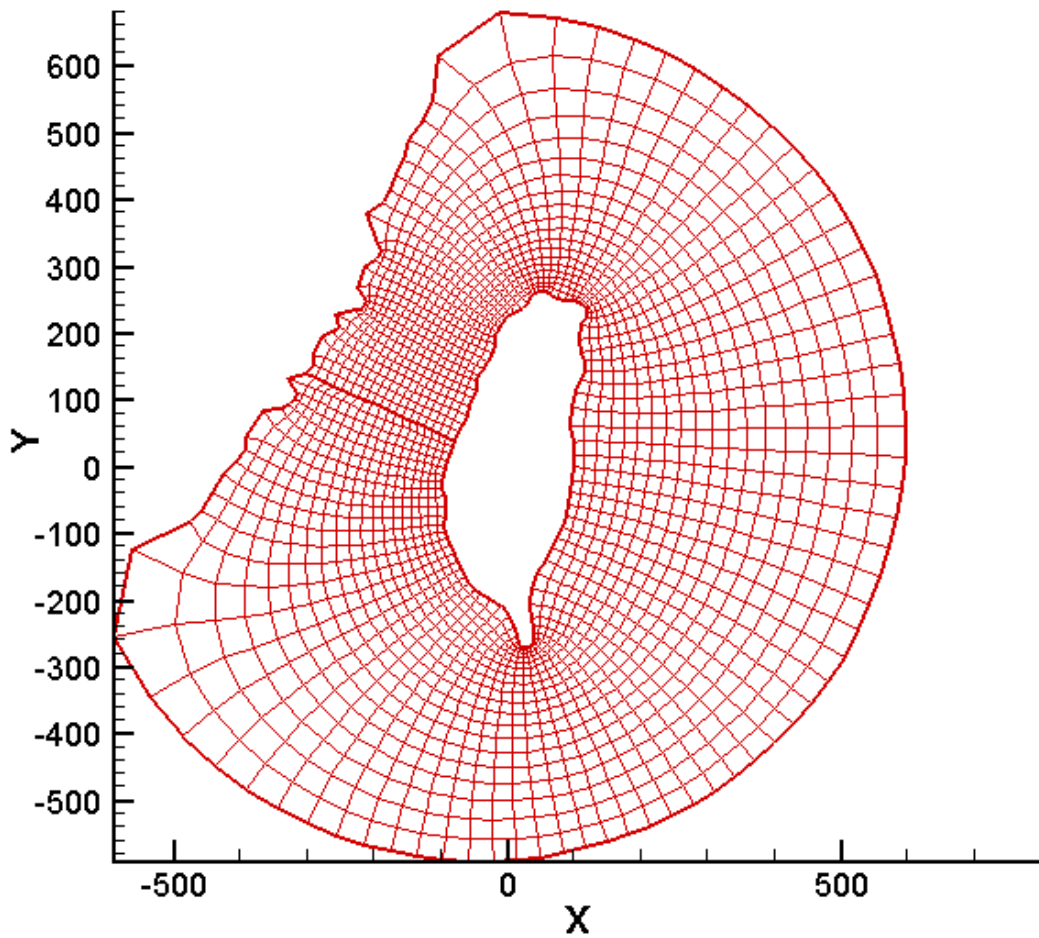


圖 3-3-5 台灣環島邊界符合正交網格系統之建立(二)

3.4 暴潮偏差數值結果與分析

為證明模式之可靠性，在本節中假設一處等水深虛擬區域進行數值試驗，與 FEMA 模式作比較。最後選擇實際颱風例子進行區域及環島海域之暴潮計算。結果顯示，本模式可作為預報暴潮之參考模式。

1. 數值試驗(Numerical test)

本節將假設在經度 122.5 至 123.0，緯度 24.5 至 25.0，123.0 右側為陸地，區域內水深均為 10 公尺之物理平面例子進行模式驗證。每 0.1 度佈置一點網格，則區域內網格數共 $50 \times 50 = 2500$ 點。

FEMA 的動量方程式與連續方程式乃是以有限差分法在原物理區域上作數值運算。而本模式則利用邊界符合座標系統將上述物理平面轉換至計算平面上，動量方程式與連續方程式以前一章節所示以預

測式與修正式加上含有幾何偏導數值之有限差分法方程式作數值運算。並以 1996 年賀伯颱風，於網格編號(k,j)中任意選取(30,1)點及(40,2)點為例作為暴潮偏差值之比較，結果如圖 3-4-1 與 3-4-2。

由結果顯示，本研究所得之模擬結果與 FEMA 模式結果大致符合，由(30,1)點與(40,2)點，可得知兩模式之最大暴潮偏差值接近，同時此二模式所得之趨勢近似。由此可知，本模式可取代 FEMA 模式作為預測暴潮之模式，且本模式可在複雜的物理平面轉換至矩形規則計算平面，並同時利用預測式與修正式之有限差分法作數值運算，可得較精確之數值結果。

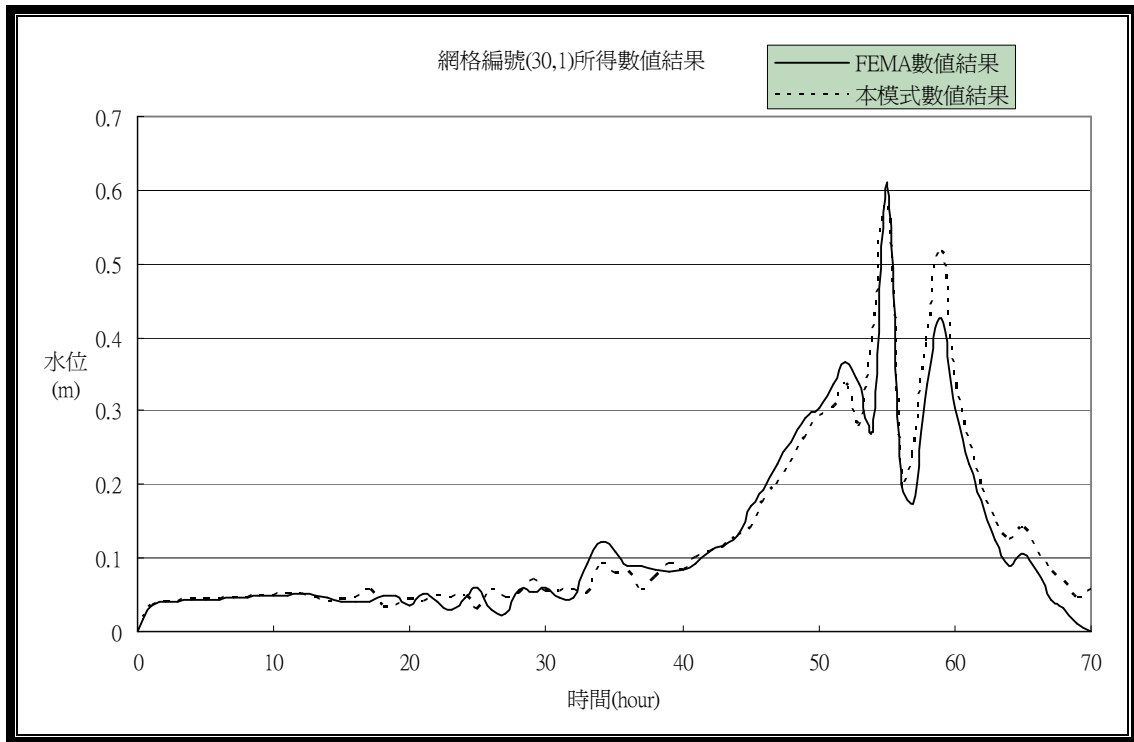


圖 3-4-1 網格編號(30,1)所得數值結果

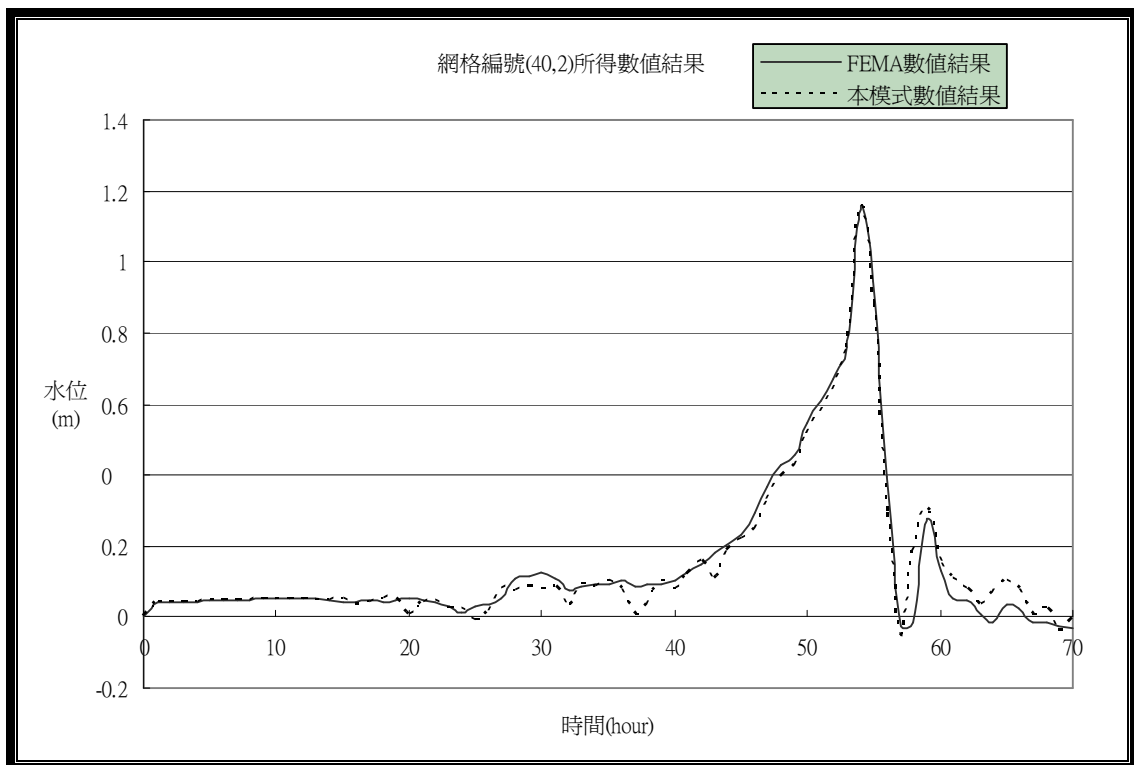


圖 3-4-2 網格編號(40,2)所得數值結果

2. 區域暴潮偏差數值結果與分析

在前一節中，顯示新暴潮模式和原 FEMA 模式在劃定的矩形區域內之計算結果極為相近，因此可以說明此模式之可靠性。

接下來，選取淡水海域、基隆海域、及包含淡水與基隆海域、花蓮海域、東石海域、高雄海域等六個區域先建立區域網格，進而推求網格中心點水深，及確定潮位站相對於計算平面上的位置。上述程序完成後，即可於計算平面上作數值運算，推求區域內潮位站之暴潮偏差。

計算結果如圖 3-4-3 至圖 3-4-6(象神颱風)，雖然最大暴潮偏差與現場最大暴潮偏差發生時間相近，但數值所得之暴潮偏差值結果比現場小。圖 3-4-7 至圖 3-4-10 為賀伯颱風侵台時，潮位站的暴潮偏差，其中圖 3-4-7 及圖 3-4-8 為淡水與基隆潮位站所得結果，發現最大暴潮偏差有延遲的情況，淡水延遲四個小時；基隆延遲三個小時，而圖 3-4-9 高雄潮位站所得結果，其暴潮偏差值為負值，可能原因為當時高雄區域，颱風由北台灣經過，由於地形因素，造成高雄地區吹離岸風，使得暴潮偏差為負值。圖 3-4-10 為東石潮位站所得結果，顯示 48 小時前之暴潮偏差值與高雄潮位站所得相似，可能也是當地吹離岸風之故。

3. 環島暴潮偏差數值結果與分析

接下來，選取 1996 年賀伯颱風(Hober typhoon) 及 2000 年象神颱風(Xangsane typhoon)來計算環島暴潮位，計算時間從中央氣象局發佈第一報颱風警報單至解除颱風警報為止。

在計算台灣環島暴潮前，需先台灣環島網格建立，此已經由上一節建立。環島網格建立後，進而推求網格中心點水深，及確定潮位站相對於計算平面上的位置。上述程序完成後，即可計算平面上作數值運算，推求各潮位站之暴潮偏差。

象神颱風計算結果如圖 3-4-11 至圖 3-4-20；賀伯颱風計算結果如圖 3-4-21 至圖 3-4-30，以象神颱風為計算例子中，可發現本模式所得

之暴潮偏差值較現場為小，其中圖 3-4-15 及圖 3-4-16 之最大暴潮偏差在同一發生時間，而東海岸方面，圖 3-4-17 至圖 3-4-20，可發現最大暴潮偏差有延遲的現象。以賀伯颱風為計算例子中，由圖 3-4-21 至圖 3-4-23，最大暴潮偏差發生時間也有延遲現象。圖 3-4-24 台中港環島暴潮偏差圖中，暴潮偏差有週期性變化的情況，但暴潮偏差發生趨勢一般較少有這種情況，可能原因為，台中港本身潮差大，當颱風經過時，其潮位震盪的情況會加劇導致。圖 3-4-25 至圖 3-4-26，東石與高雄地區暴潮位為負值，其可能原因為，賀伯颱風由北台灣經過，在東石、高雄海域吹起離岸風，導致水位下降。圖 3-4-27 可發現本數值模式所得結果雖然比現場暴潮偏差小，但趨勢一致。而圖 3-4-28 及圖 3-4-29，梗枋與基隆地區，本數值模式所得結果與現場比較，有偏高的情況，但趨勢仍一致。

由以上結果分析，以象神颱風作為計算例子中，數值模式所得結果與現場比較，有偏低的現象。而以所得結果與現場比較賀伯颱風為計算例子中，數值模式所得的結果與現場比較，最大暴潮偏差量與發生時間大致相符。故本模式可用於計算環島暴潮偏差值。

以兩個颱風為計算例子中，暴潮偏差值較實測值為小，且最高暴潮偏差發生時間有延遲的現象，此與計算區域暴潮的情況相似。

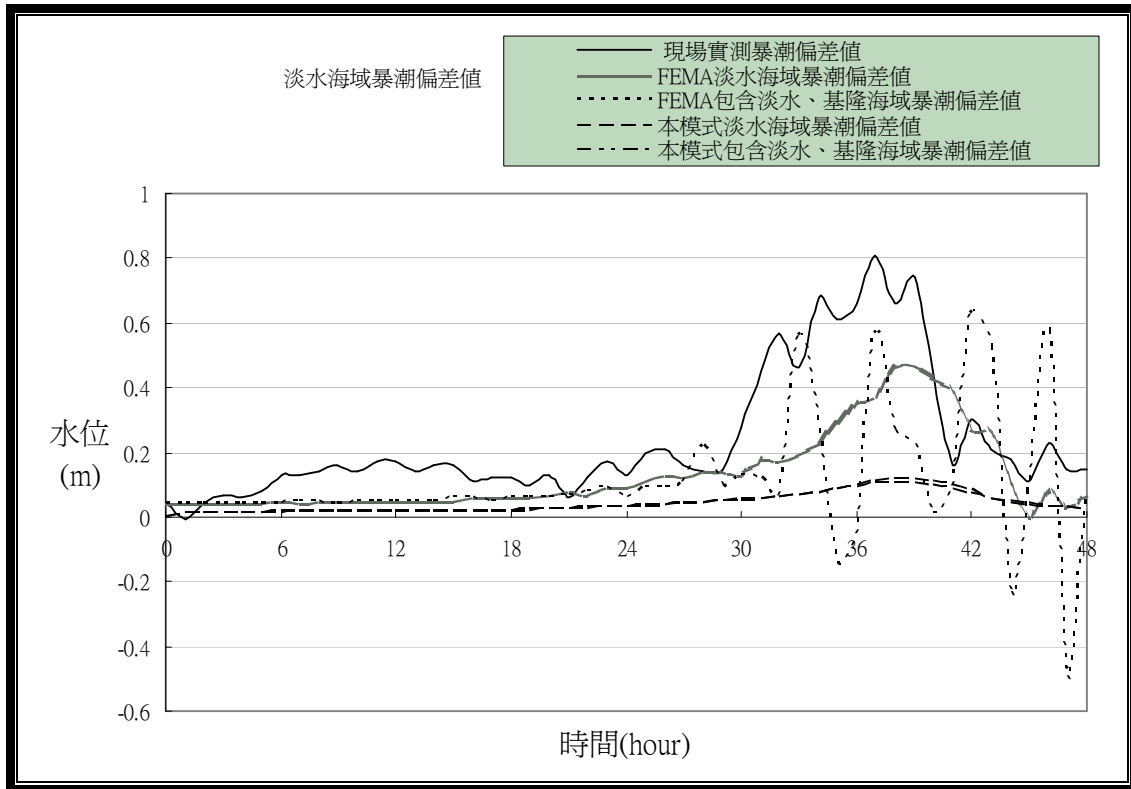


圖 3-4-3 象神颱風淡水暴潮偏差計算結果

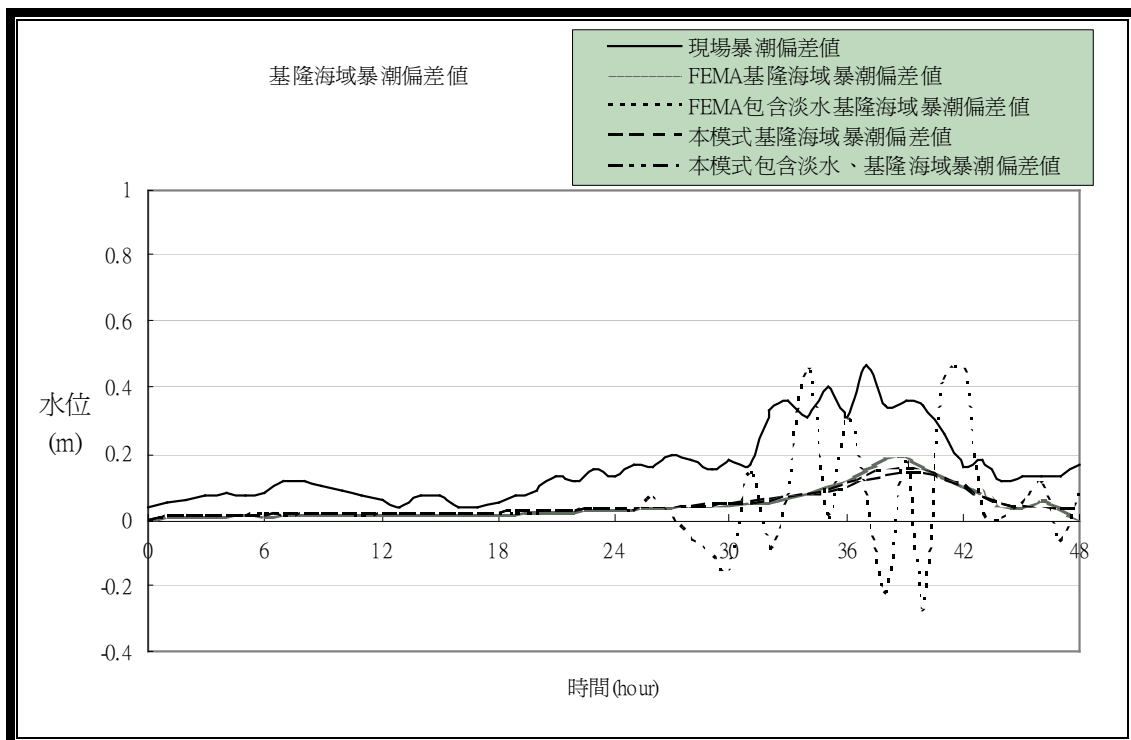
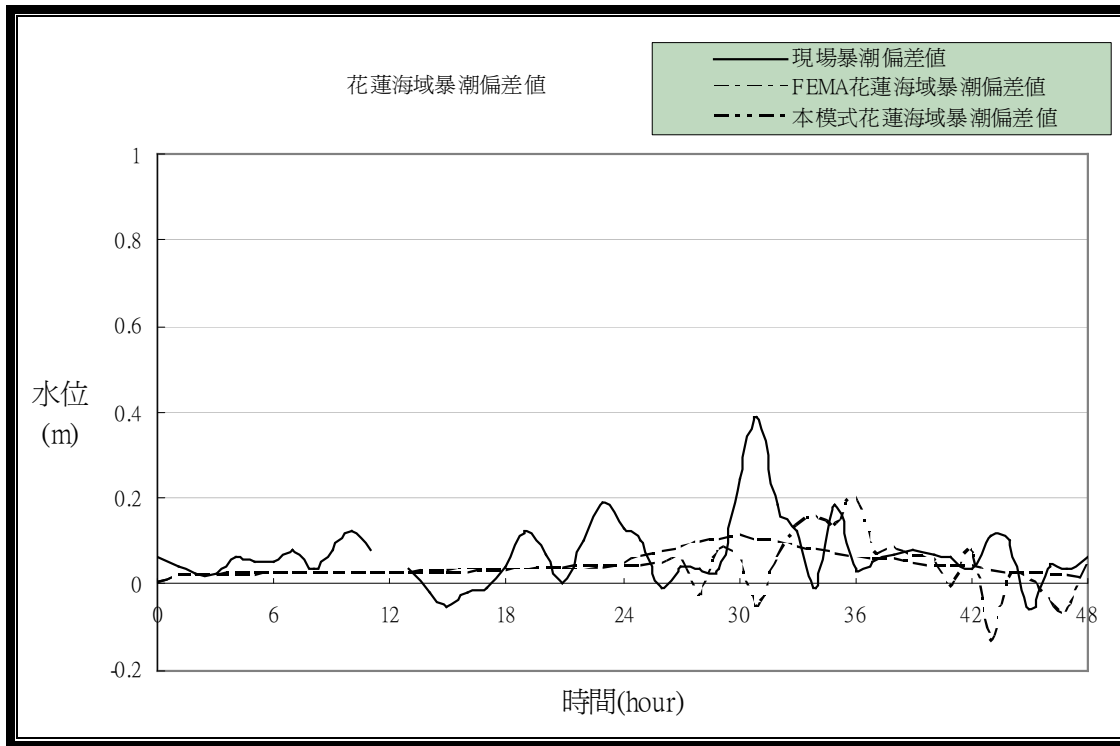
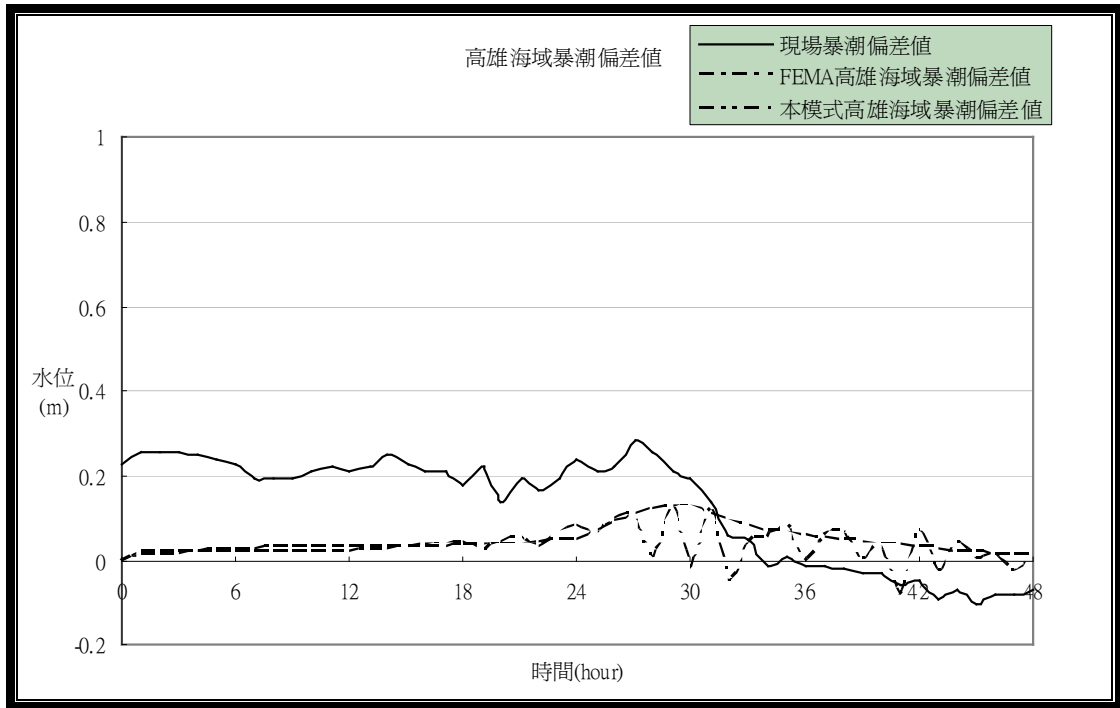


圖 3-4-4 象神颱風基隆暴潮偏差計算結果



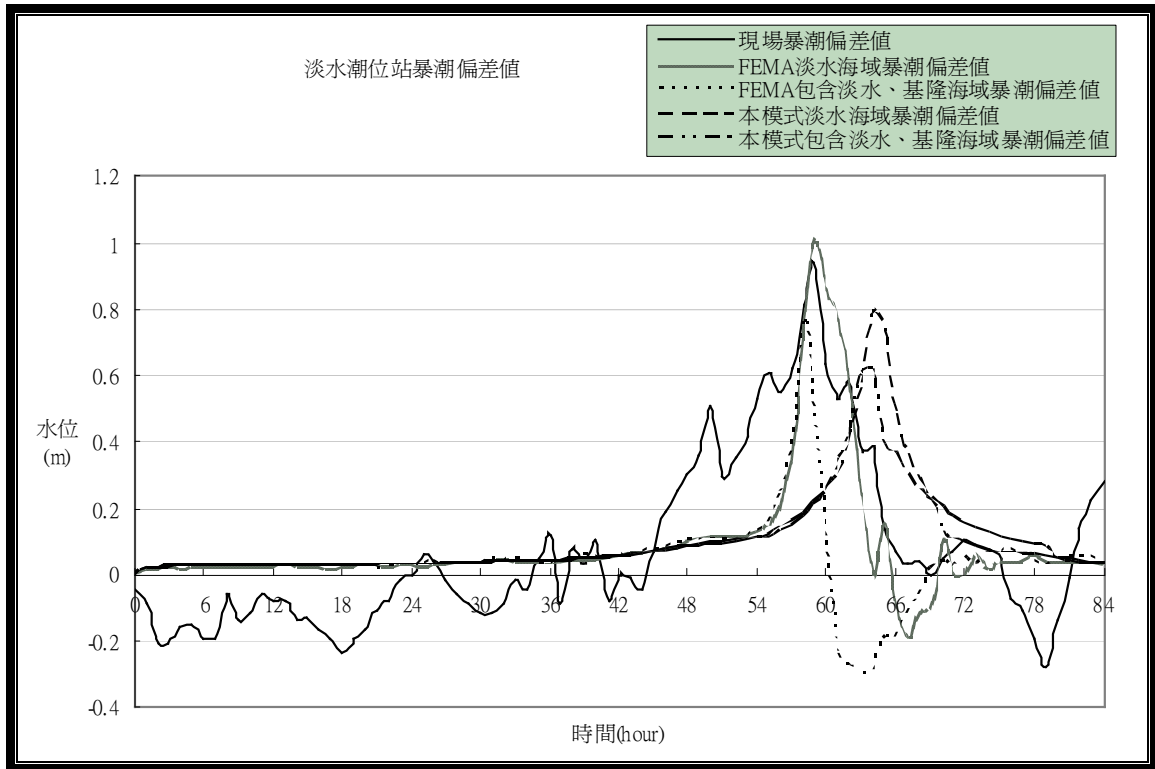


圖 3-4-7 賀伯颱風淡水暴潮偏差計算結果

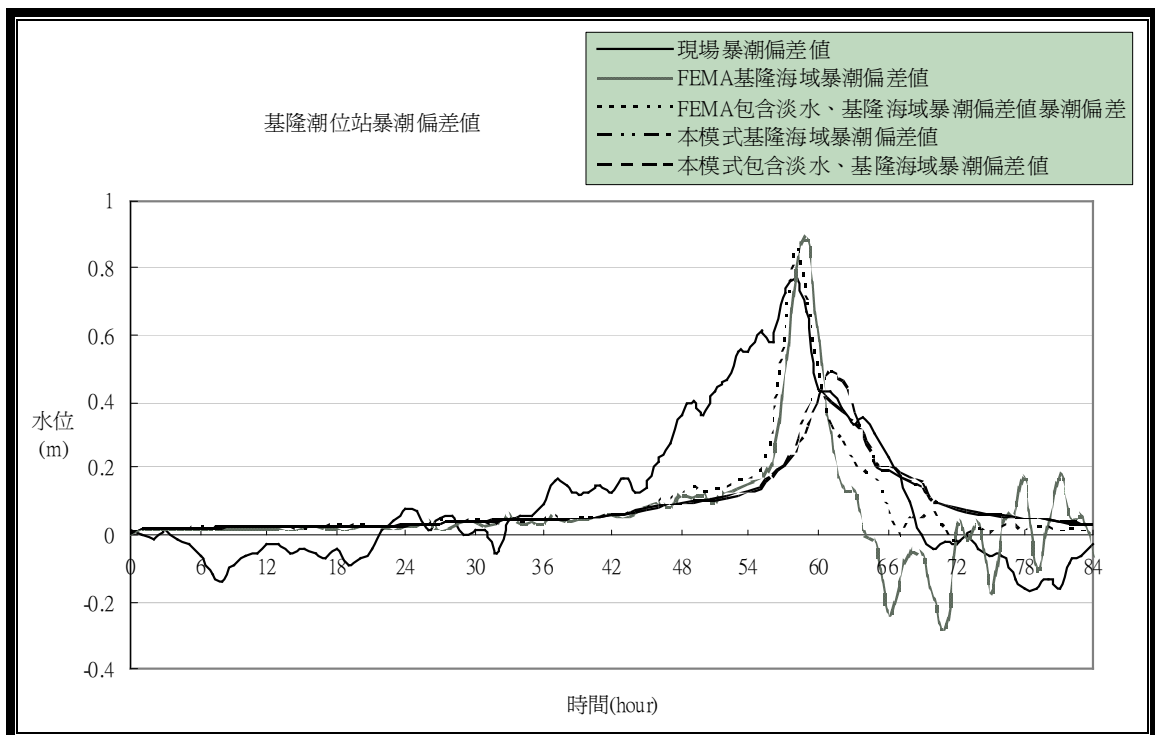


圖 3-4-8 賀伯颱風基隆暴潮偏差計算結果

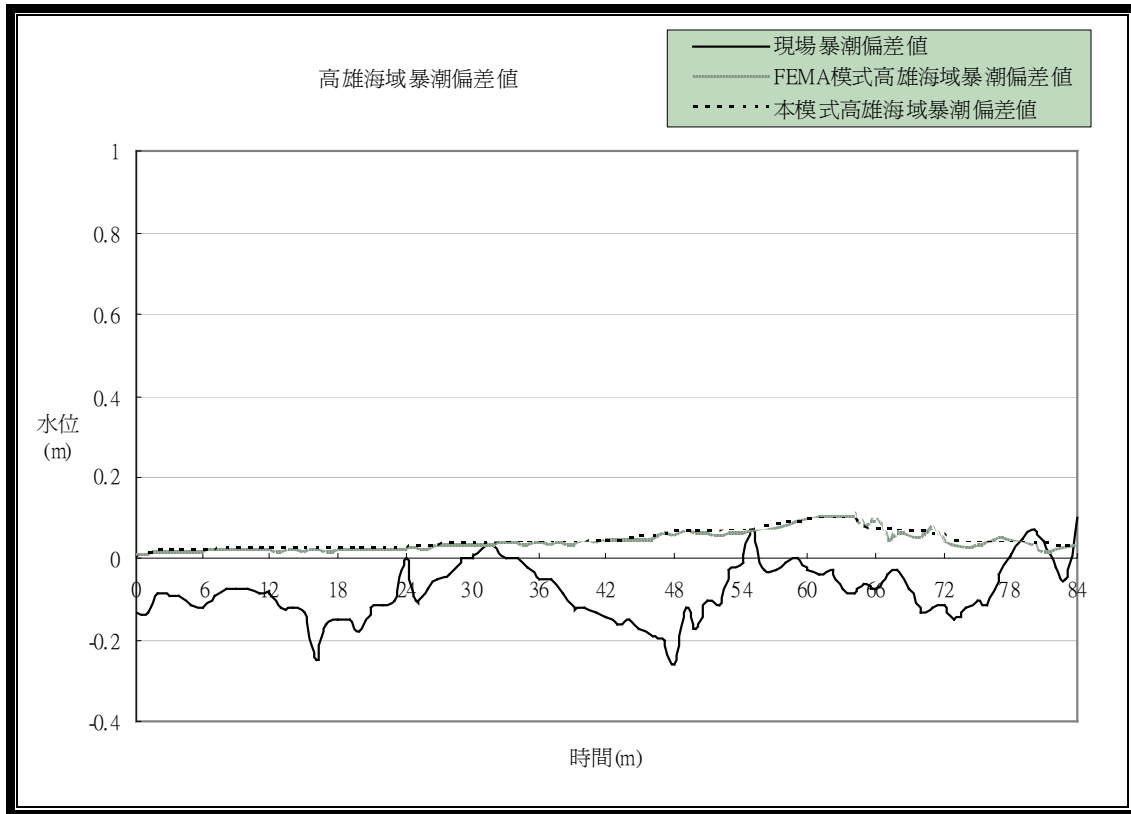


圖 3-4-9 賀伯颱風高雄暴潮偏差計算結果

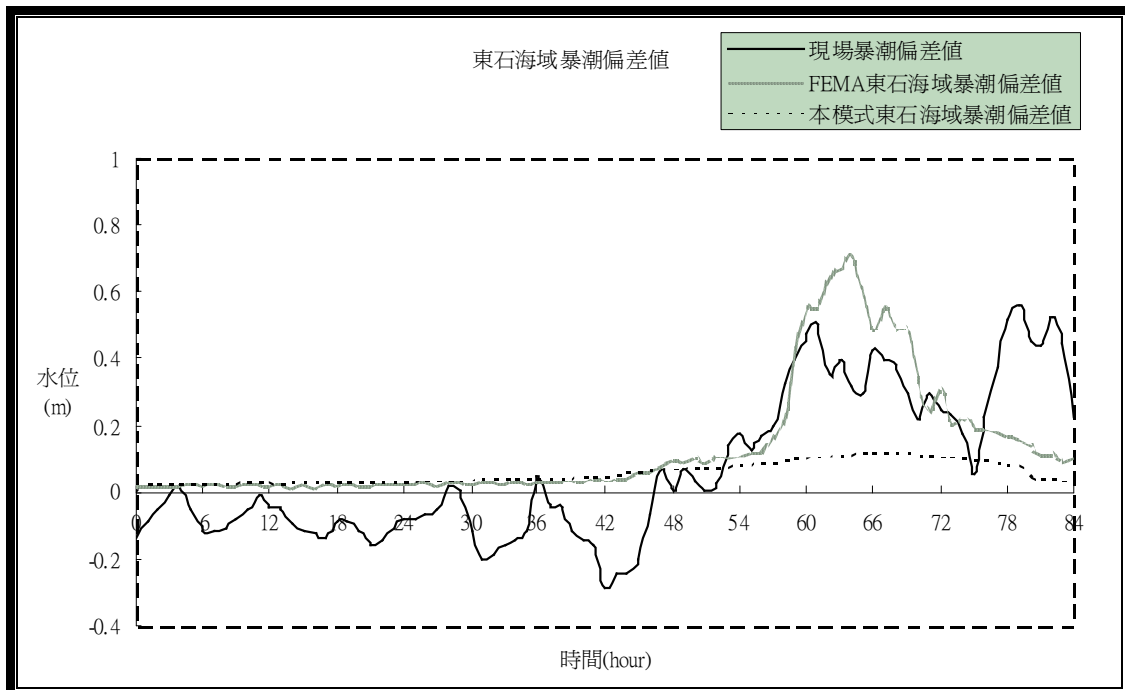


圖 3-4-10 賀伯颱風東石暴潮偏差計算結果

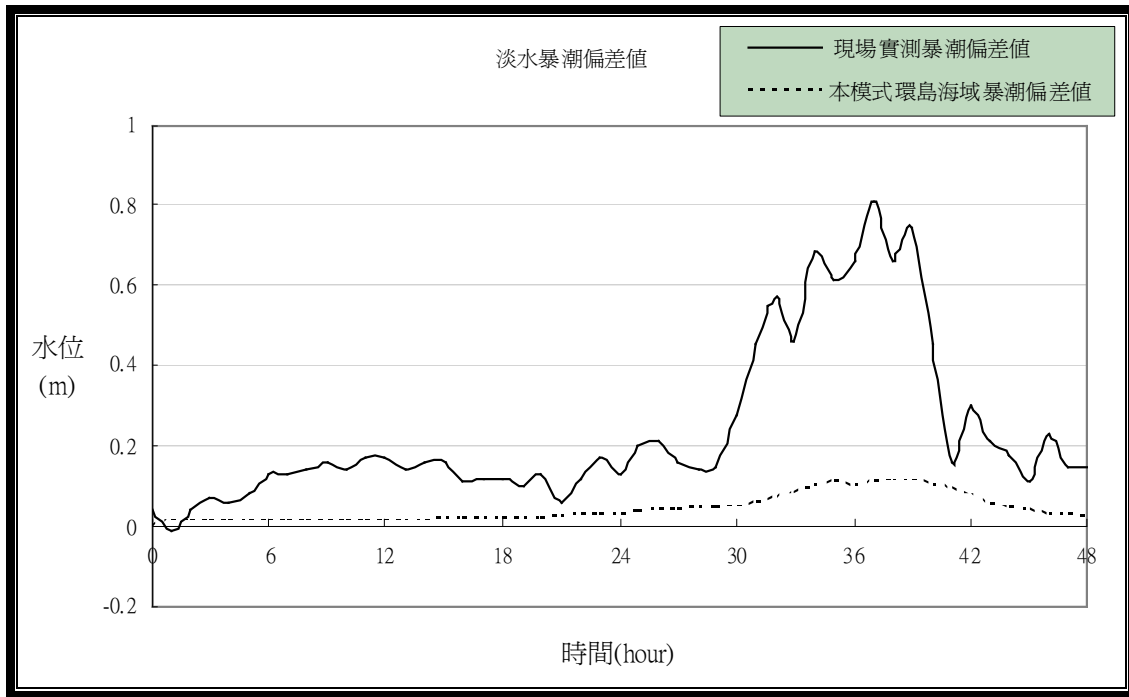


圖 3-4-11 象神颱風淡水環島暴潮偏差計算結果

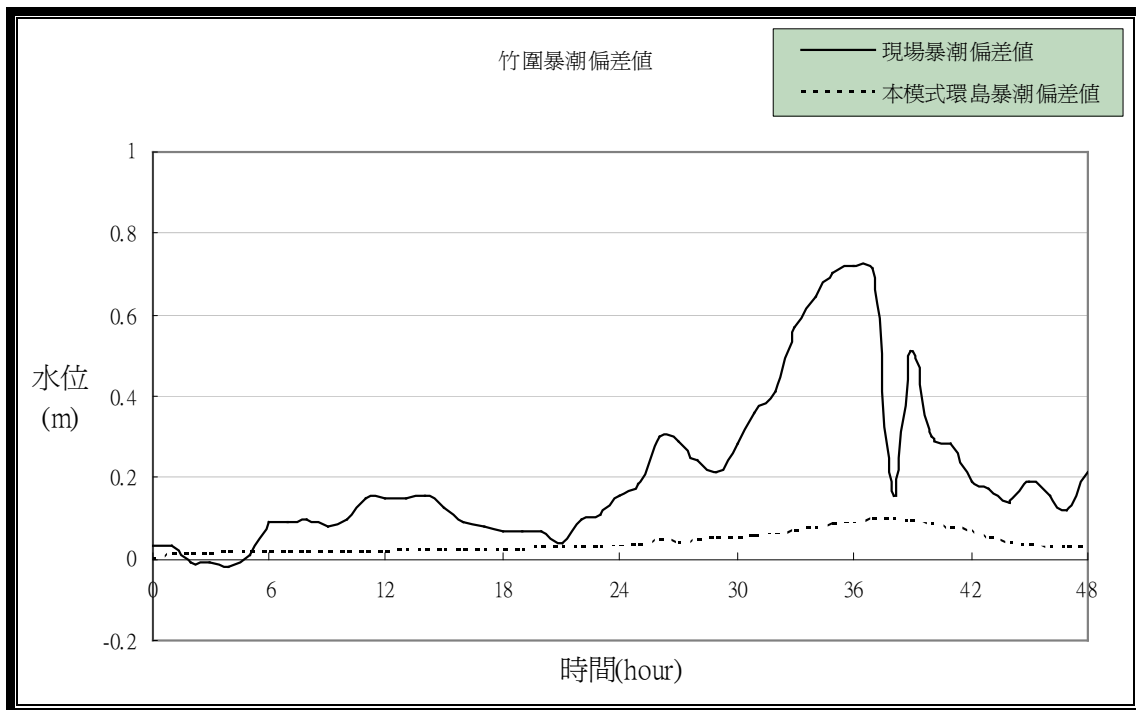


圖 3-4-12 象神颱風竹圍環島暴潮偏差計算結果

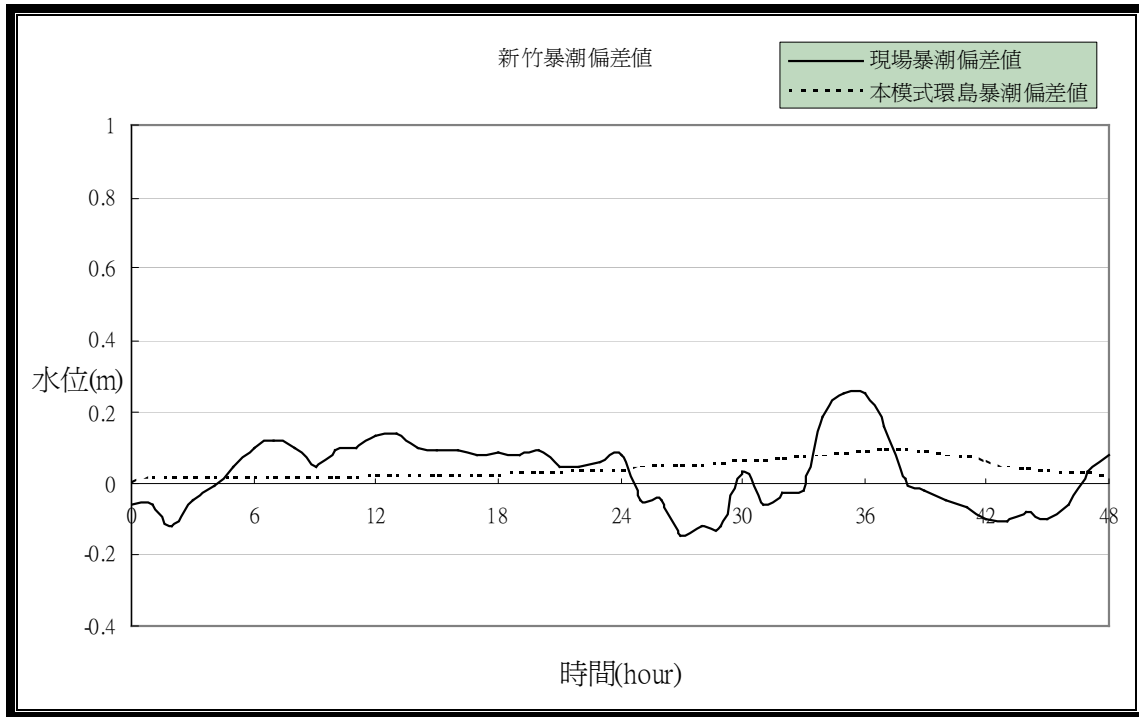


圖 3-4-13 象神颱風新竹環島暴潮偏差計算結果

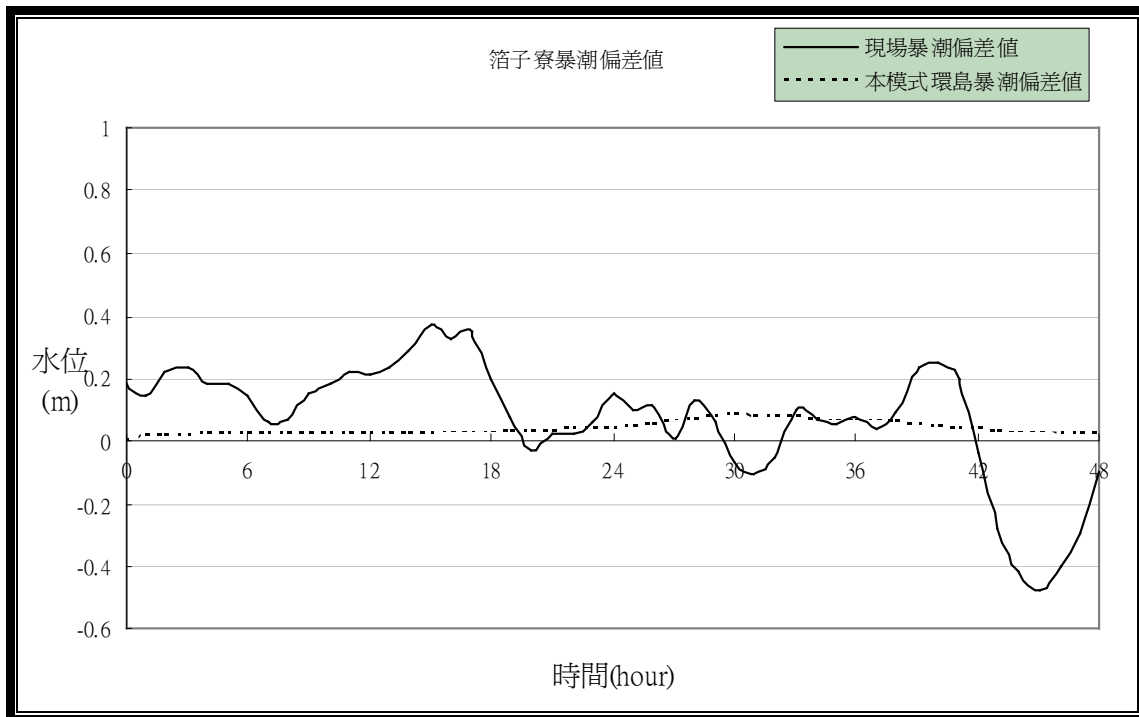


圖 3-4-14 象神颱風箔子寮環島暴潮偏差結果

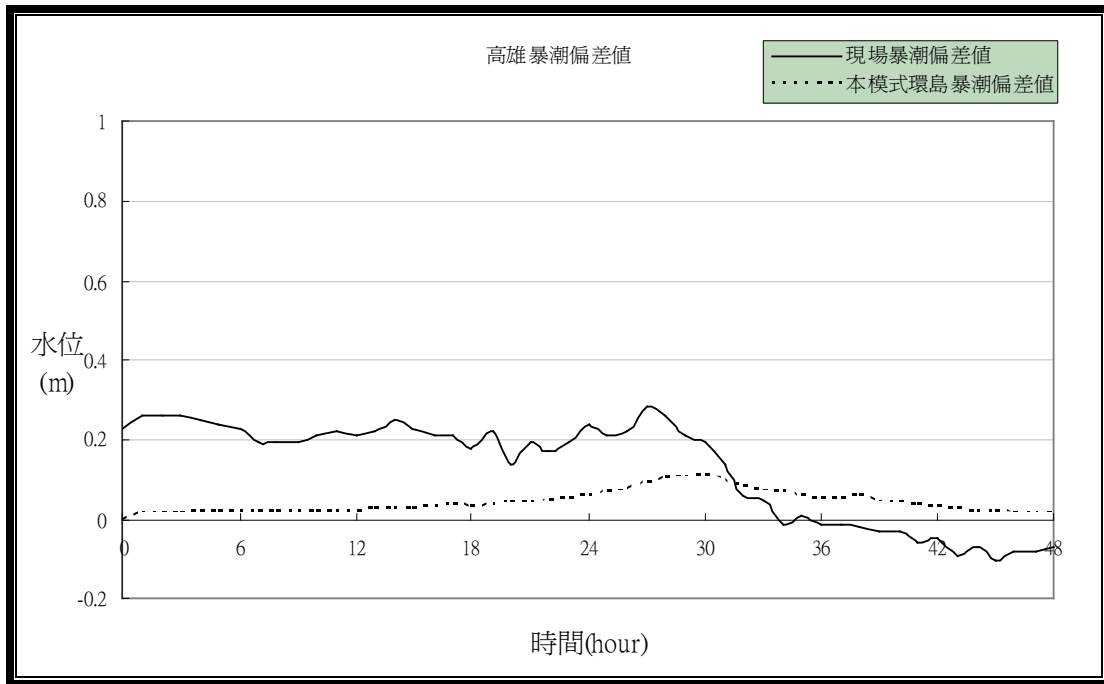


圖 3-4-15 象神颱風高雄環島暴潮偏差計算結果

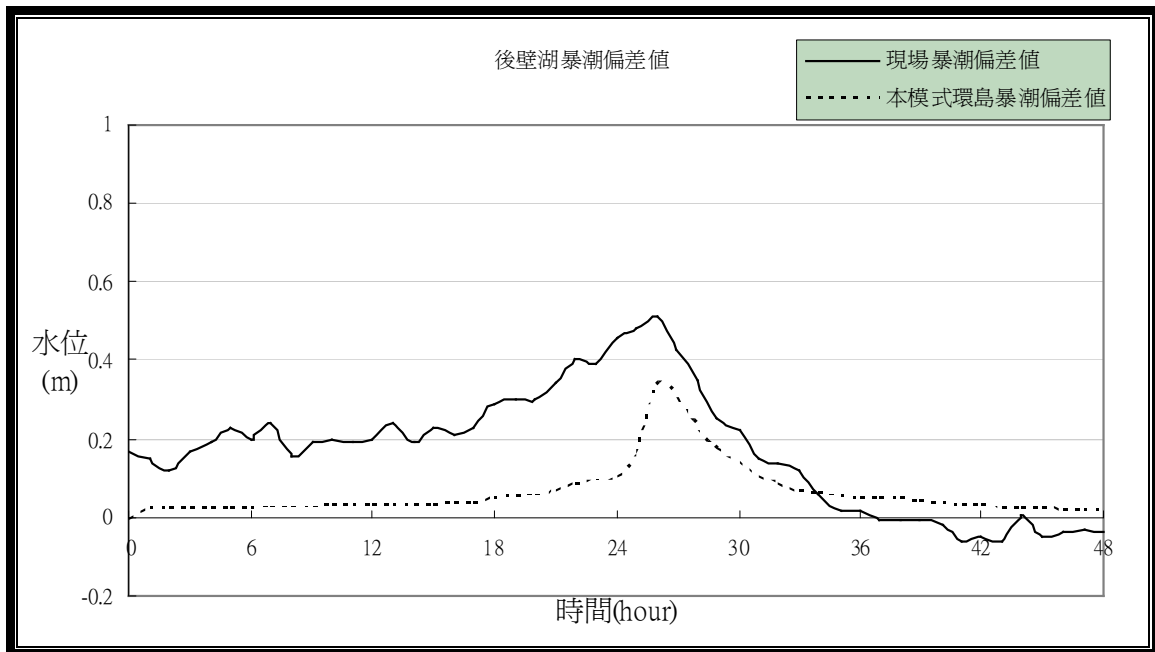


圖 3-4-16 象神颱風後壁湖環島暴潮偏差計算結果

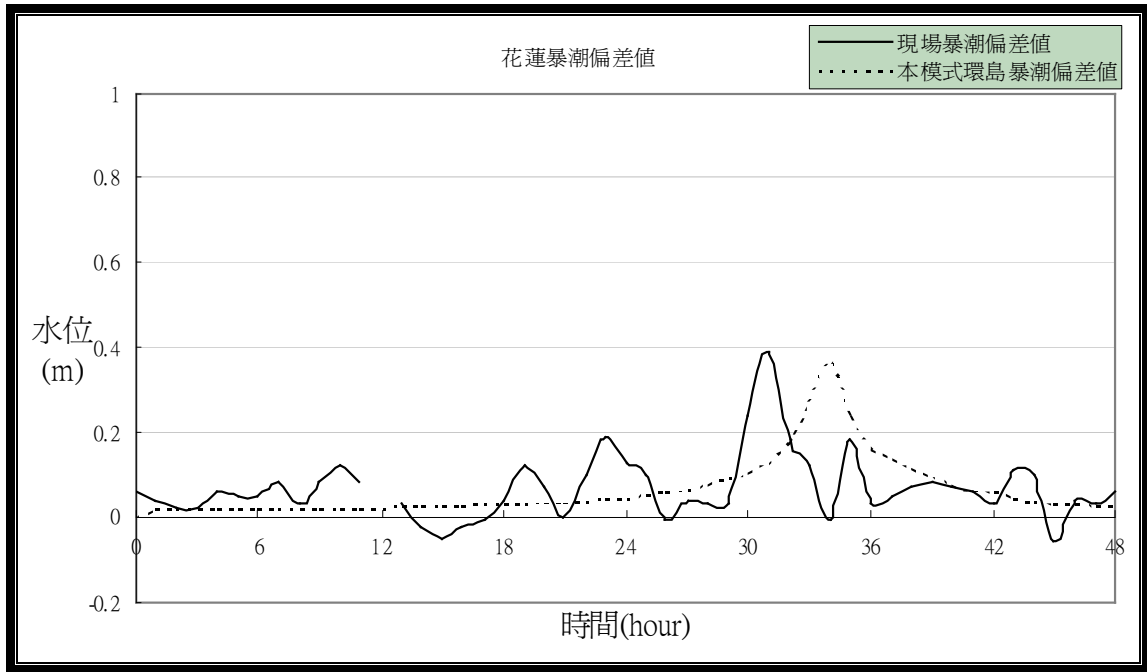


圖 3-4-17 象神颱風花蓮環島暴潮偏差計算結果

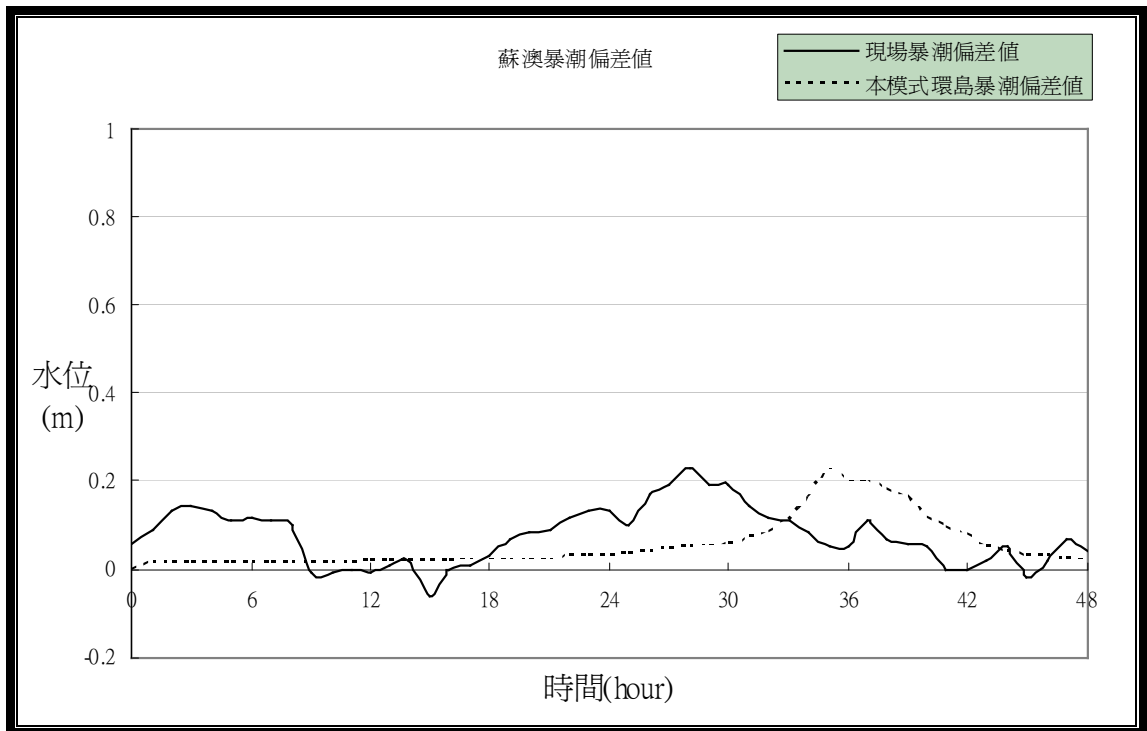


圖 3-4-18 象神颱風花蓮環島暴潮偏差計算結果

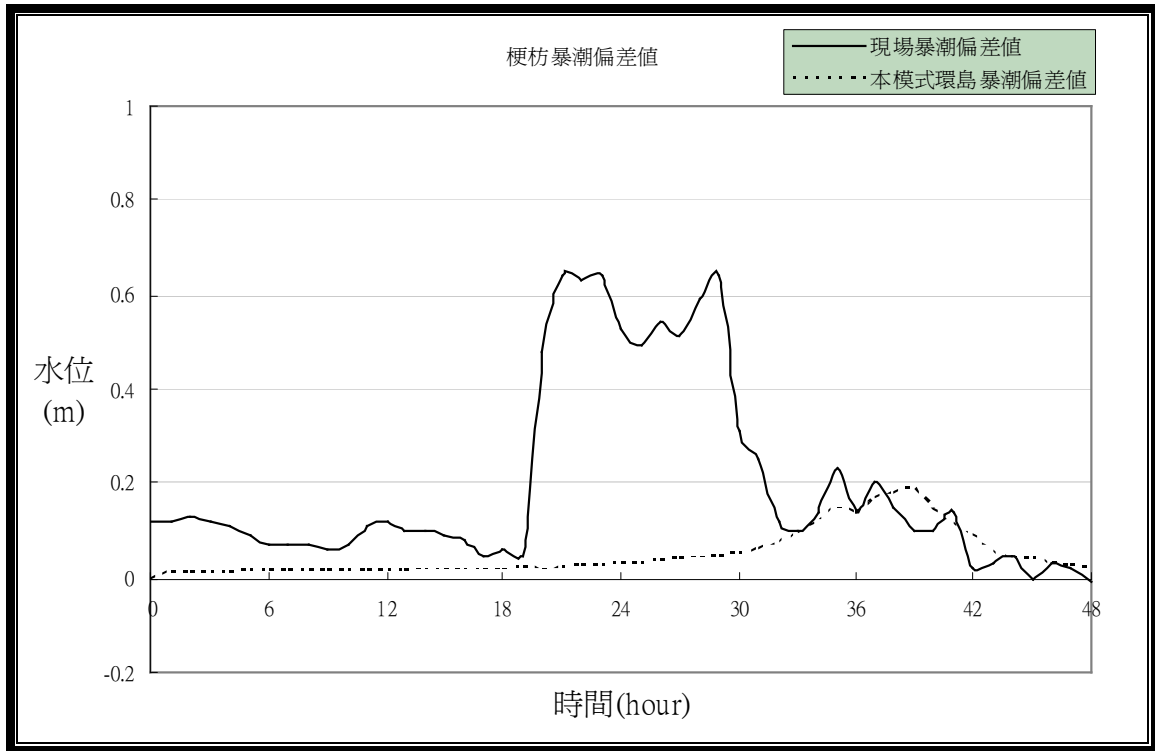


圖 3-4-19 象神颱風梗枋環島暴潮偏差計算結果

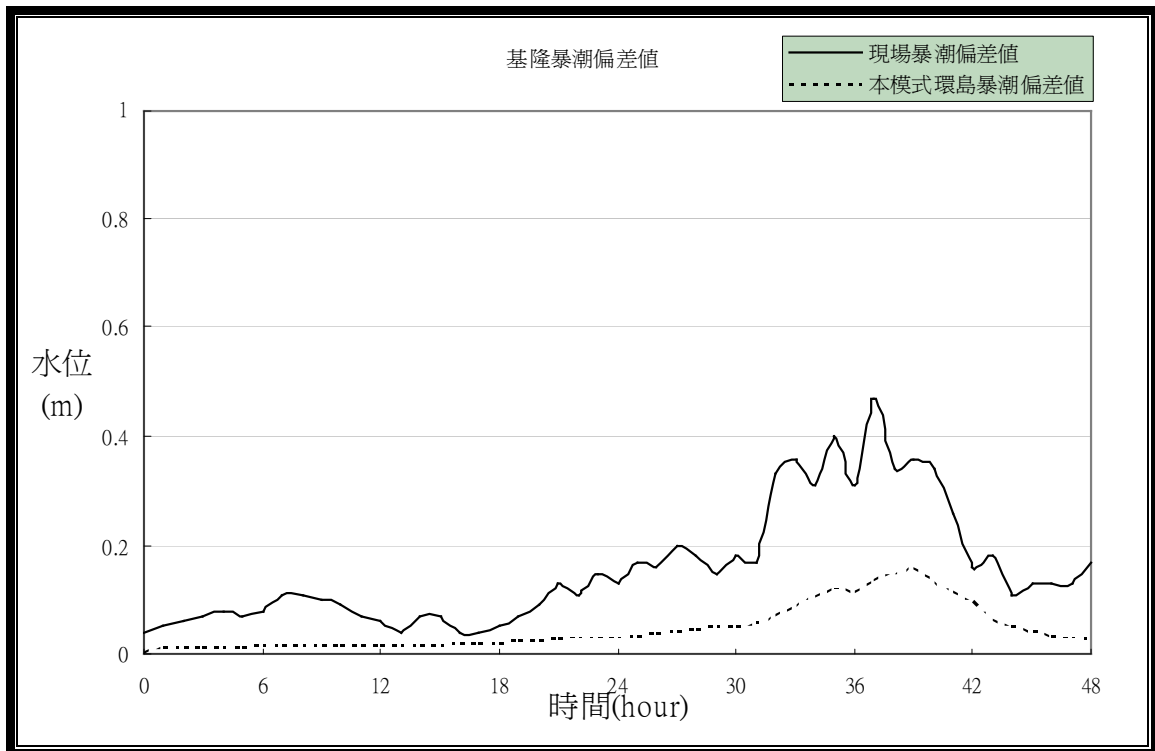


圖 3-4-20 象神颱風基隆環島暴潮偏差計算結果

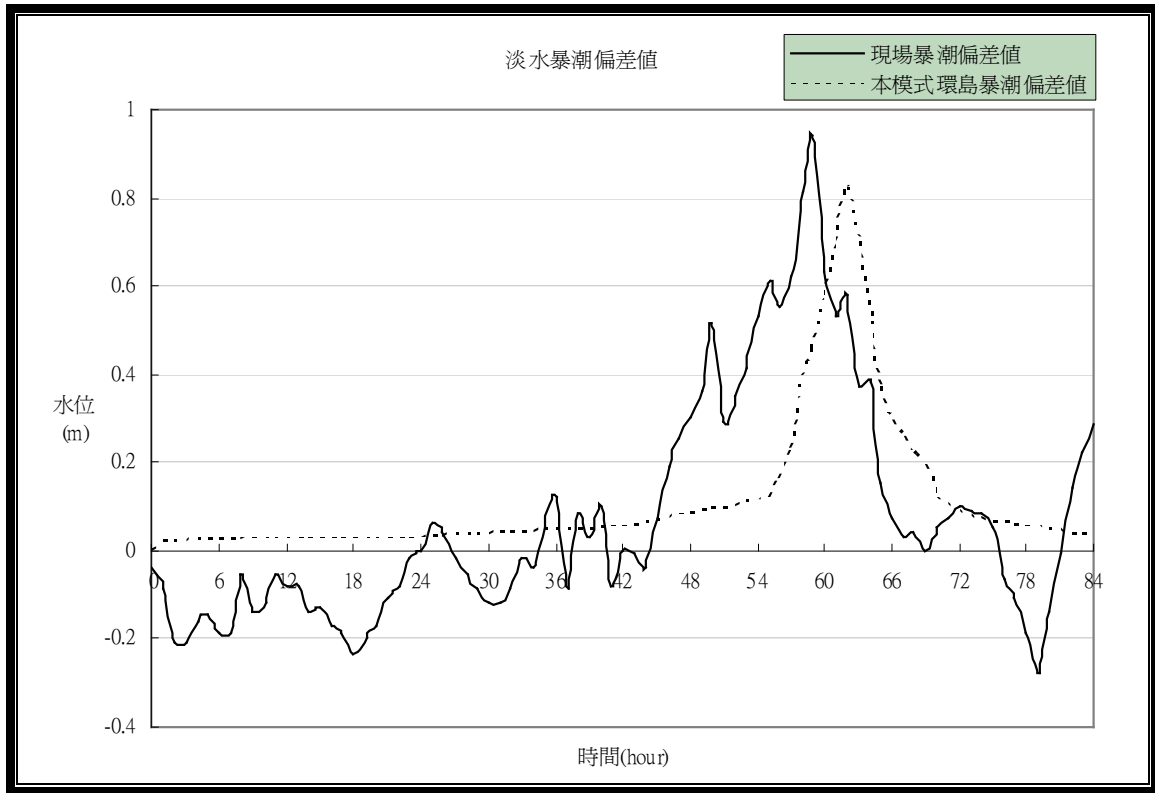


圖 3-4-21 賀伯颱風淡水環島暴潮偏差計算結果

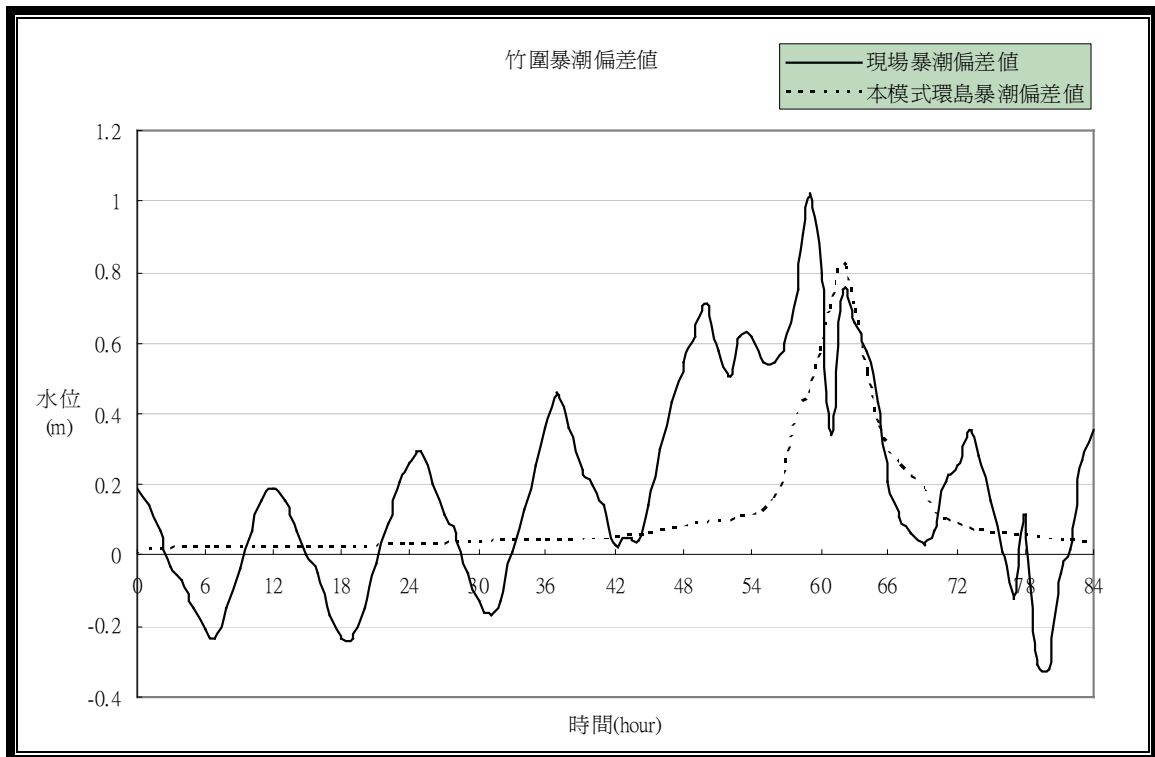


圖 3-4-22 賀伯颱風竹圍環島暴潮偏差計算結果

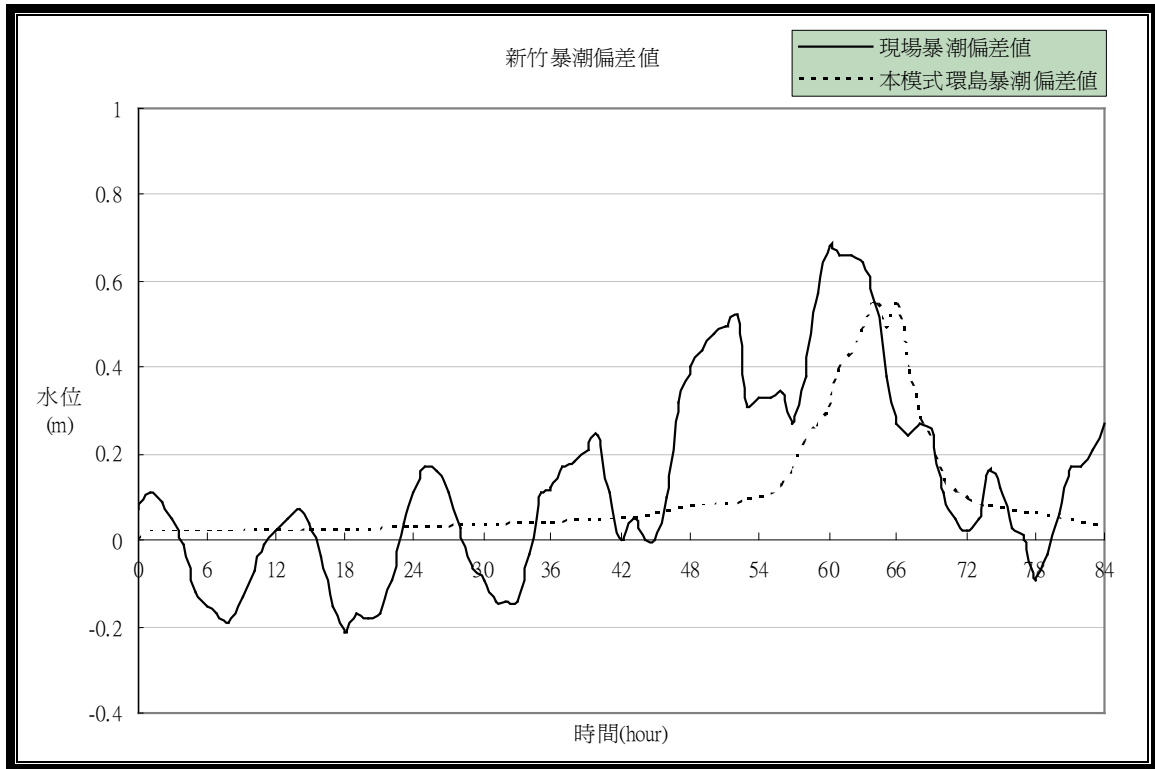


圖 3-4-23 賀伯颱風新竹環島暴潮偏差計算結果

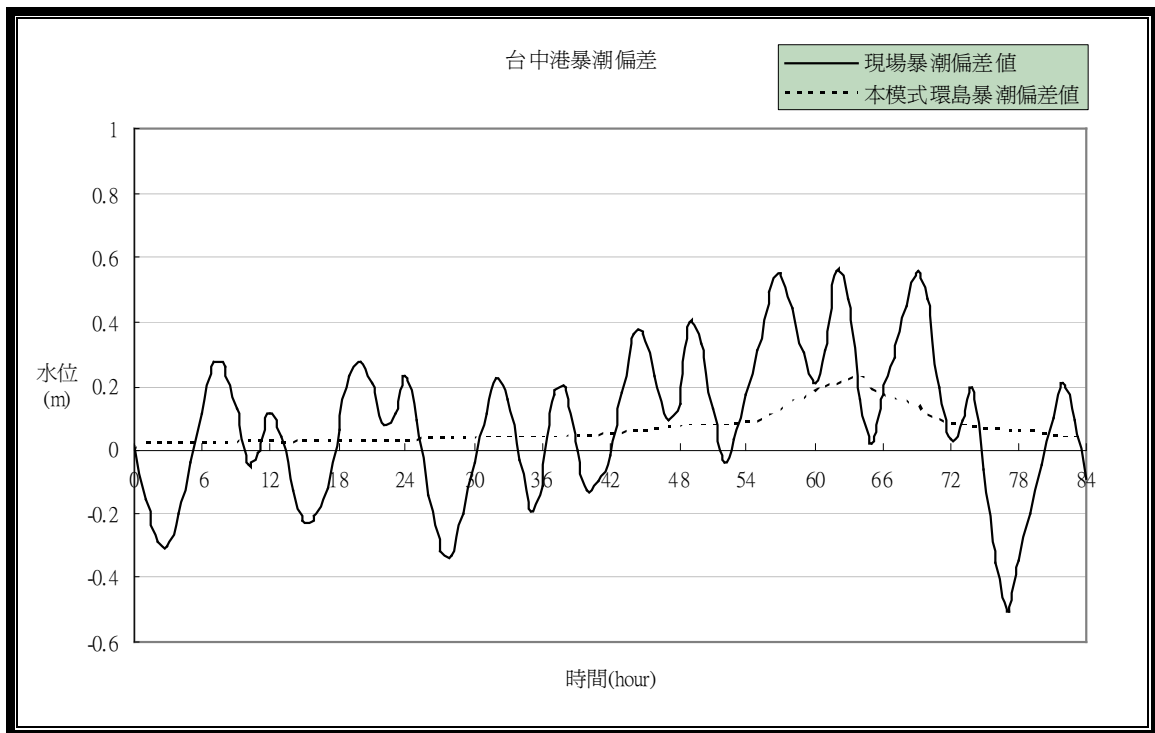


圖 3-4-24 賀伯颱風台中港環島暴潮偏差計算結果

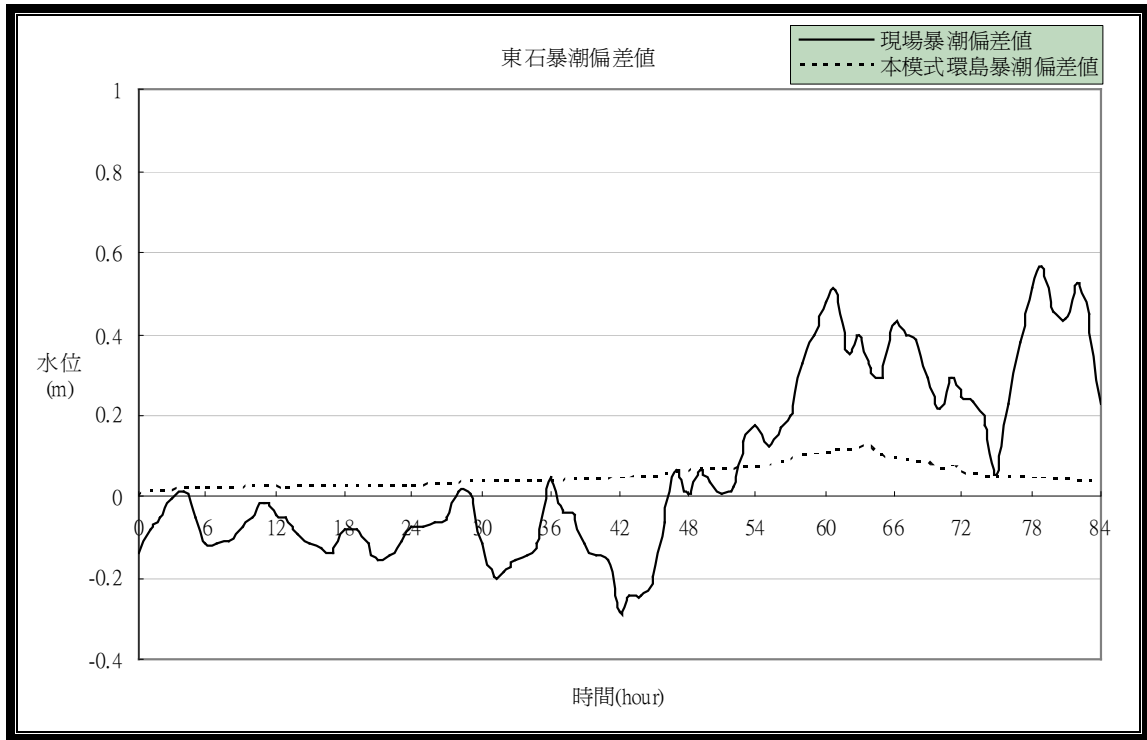


圖 3-4-25 賀伯颱風東石環島暴潮偏差計算結果

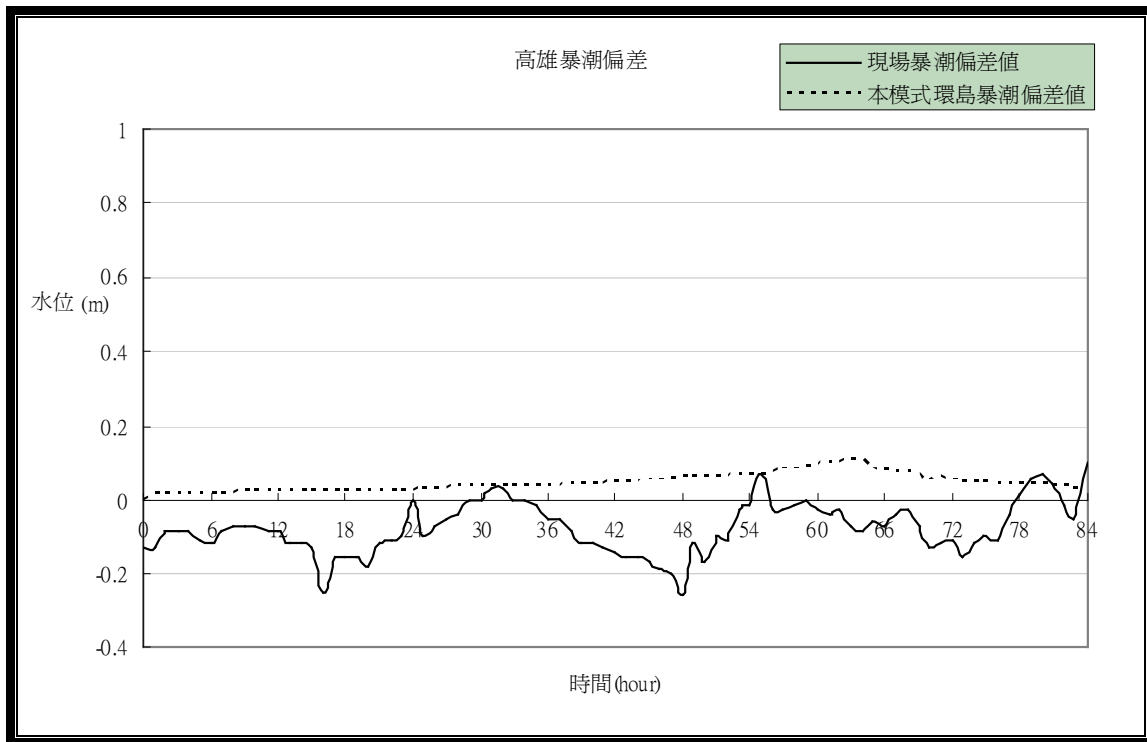


圖 3-4-26 賀伯颱風高雄環島暴潮偏差計算結果

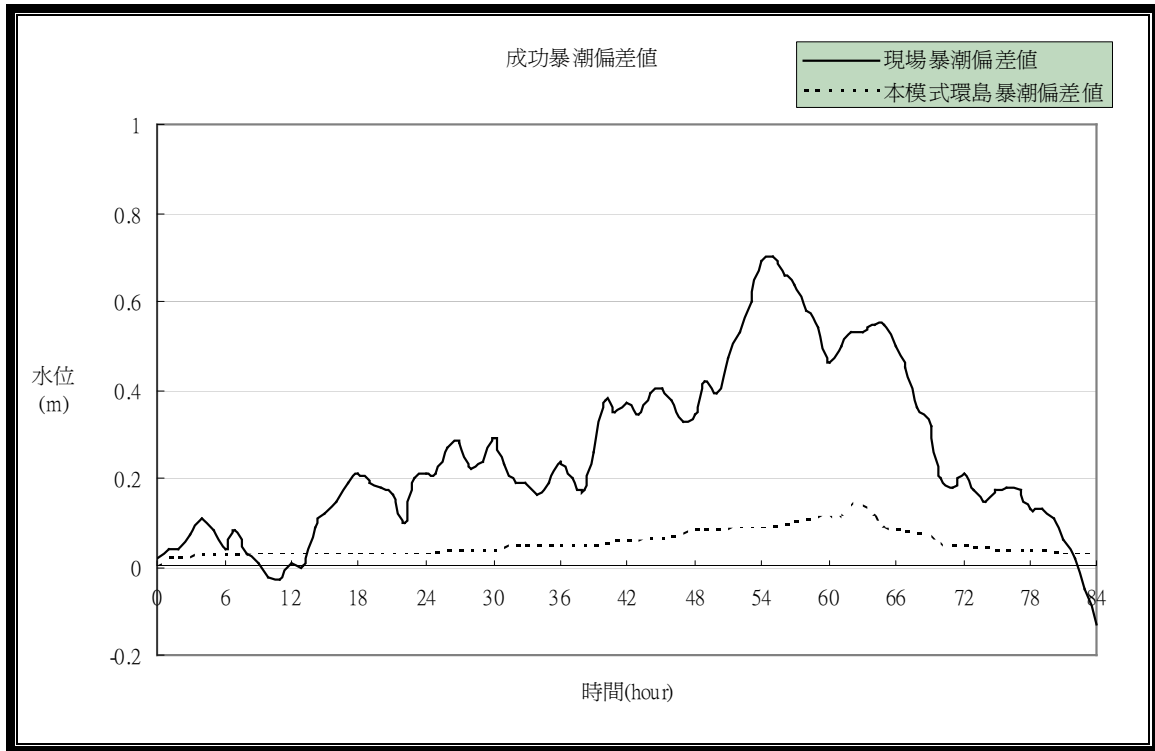


圖 3-4-27 賀伯颱風成功環島暴潮偏差計算結果

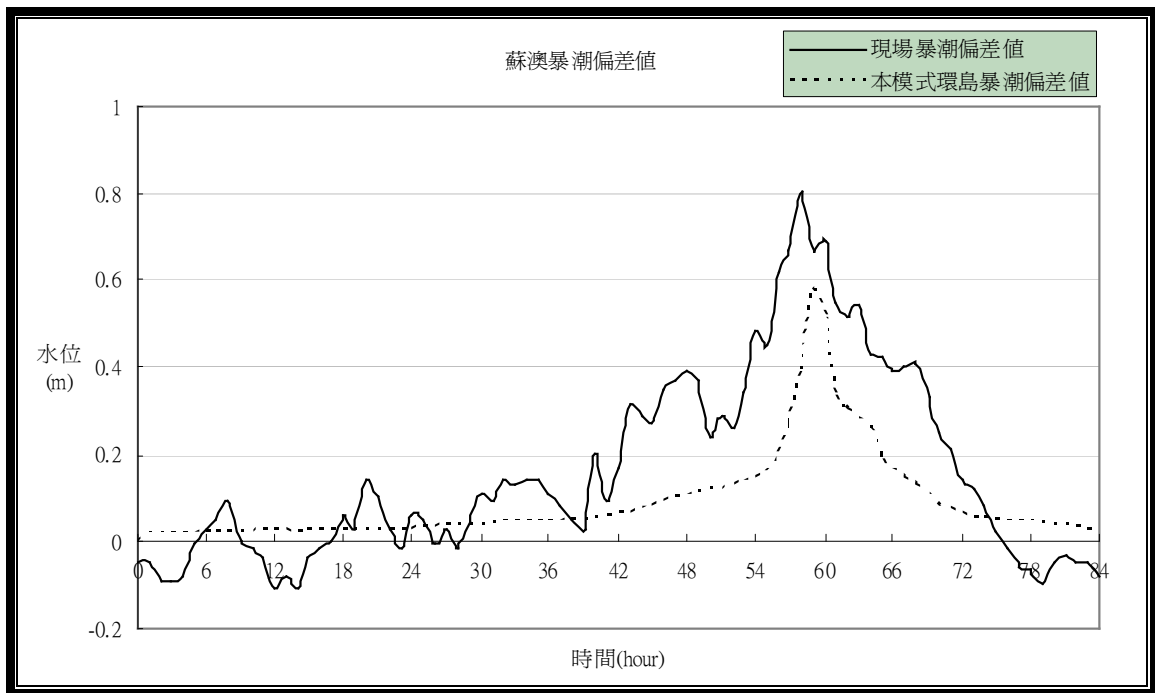


圖 3-4-28 賀伯颱風蘇澳環島暴潮偏差計算結果

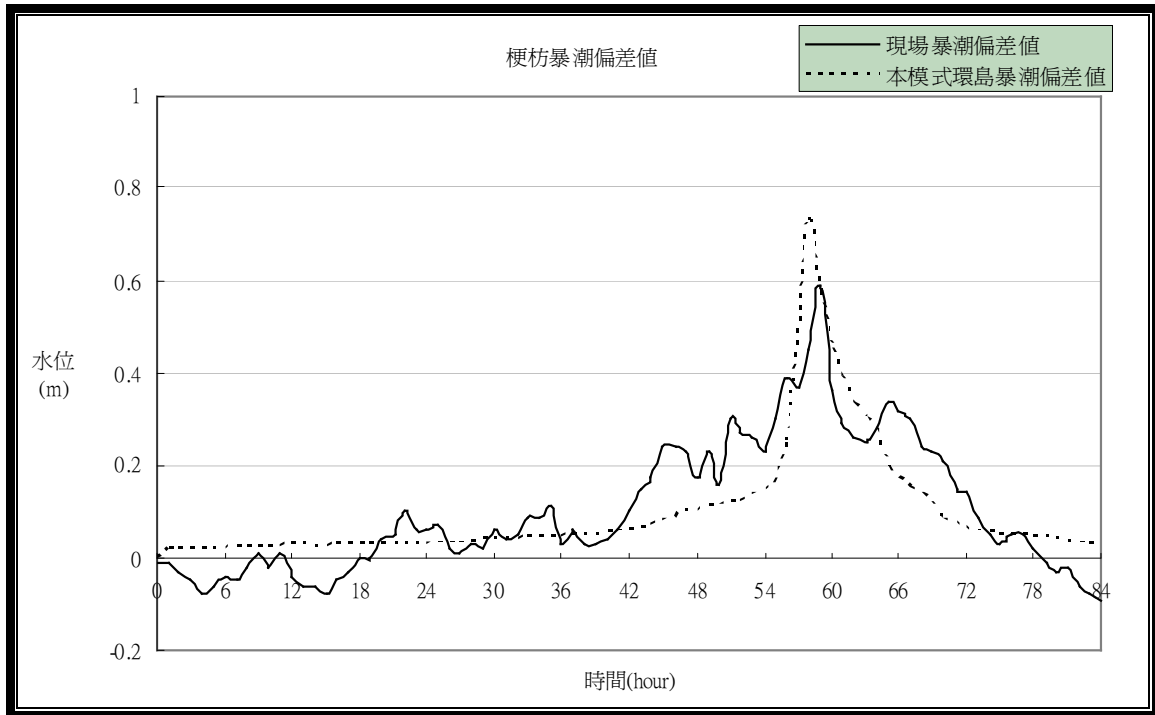


圖 3-4-29 賀伯颱風梗枋環島暴潮偏差計算結果

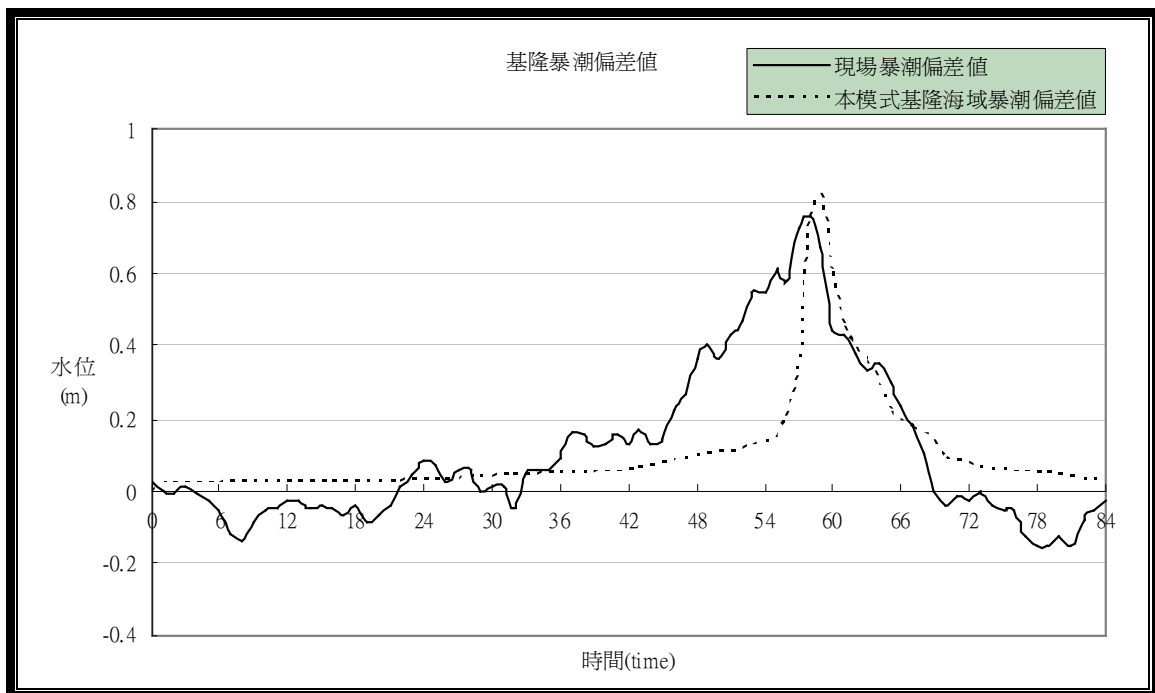


圖 3-4-30 賀伯颱風基隆環島暴潮偏差計算結果

第四章 結論與建議

4.1 結論

由以上各章節可以瞭解，本研究之天文潮模式，計算結果具有準確性。而潮汐資料的完整與天文潮預測有很大的關係，且潮汐資料應至少取一年以上，天文潮模式預報時，才可得到較為精確的結果，但潮汐資料也可能產生誤差，可能原因：(一)潮位站設置位置，都在港口內，其所得資料可能因為港池震盪現象，產生誤差。(二)潮位站水準點移動未校正、或人為疏失導致潮汐資料而產生誤差。國內潮位站若資料缺遺無記錄，並不補遺，故資料取得後，應先分析資料完整性，以避免資料誤差導致結果錯誤。

但本研究之天文潮位預報由於使用調和分析技術，必須有歷年來的潮位資料才得以為之，因此，在無潮位站之處便必須仰賴子計畫一之數值計算模式為之。

子計畫一針對台灣環島海域半日型分潮潮波之水動力計算結果可知，在大陸棚架地形影響下，半日型分潮潮波之波動係以一部分重複駐波型態呈現。且此一部分重複駐波之波腹點約位在台灣海峽中段水域(台中港至苗栗一帶)，而其波節點則分別呈現於台灣之東北部(蘇澳至富貴角)及西南部(蟬廣嘴至安平)海岸外。若與陸架地形相對照，則此一部分重複駐波之波節點皆約座落於陸架之緣端海域上。因此，台灣海峽水域內潮汐所展現之潮差與潮時之總體特性，可藉由半日型主要潮汐分潮之調和分析常數完全代表呈現。

本子計畫(子計畫二)另一研究成果，在邊界元素法的奇異性問題研究上有突破性的發展。經由解析法證明，當運用邊界元素法計算時，基礎點(base point)逼近邊界即使核函數(kernel function)含有奇異性，但實際上在積分結果後，並不會有數值發散產生。因此，藉由直接逼近法和圓弧逼近法之證明，可得知，實際上沒有所謂數值邊界層之存在。而在遇到物理奇異性時，則可用複變映射(Complex mapping)

轉到另一個邊界平滑的計算區域上處理。

同時，在邊界符合保角網格系統方面，本研究利用前述關於奇異性問題的探討，成功的利用邊界元素法製造出可靠近邊界達 10^{-9} 單位長度之近的網格線，對於需計算邊界附近物理量的計算而言，有極大的用處。本研究利用對幾何奇異點的研究，解決了邊界符合保角網格系統在遇到退化邊界時網格線交錯重疊的困難。

至於本計畫之暴潮模式方面，經由數值試驗結果可知本模式在矩形物理平面上有著和 FEMA 相近的計算值，而應用於實際區域時，卻有較大之差異，其原因可能為偏導數值的計算不夠準確所致，需再進一步研究改良。同時，因為海岸地形變化，而與現場暴潮偏差比較有相當之誤差，此可能原因為假設風場為理想之圓形對稱風場型態，但實際風場並非如此，其假設對於計算結果會產生影響，故在風場假設上未來應做適當的改善。另一方面，地形的遮蔽效應，對風場也會產生影響，本研究則以環島海域地形轉換至計算平面上，理想對稱之颱風模型沒有詳加考慮地形遮蔽效應所造成的結果，這也是將來模式發展需進一步考慮的方向。

子計畫三目前則完成包括現場資料蒐集、資料分析及地理資訊系統之建立，而且本年度已購置個人電腦版 Mapinfo 地理資訊系統軟體，並完成整體地理資訊系統規劃及初步系統建制，有關現場觀測資料之分析結果已建立於地理資訊系統可供查詢。現場觀測資料包括五個國際港及兩個國內商港等歷年來之潮位及海流觀測資料，以進行統計分析，能譜分析，調和分析及相關分析，求得現場天文潮位及潮流之分潮振幅、延時等重要統計量。

4.2 建議

在子計畫一方面，建議政府應詳細地規劃、辦理台灣環島海域水深及海岸地形調查與量測，並收集台灣相鄰海域之水深與相關之海岸地形資料，藉以建置一標準水深地形資料庫供相關研究參照使用。特

別是參照本研究相關之數值模擬計算結果，於海象特性明顯呈現特殊性與具差異性之海域(如台灣海峽中段部分重複駐波之波腹點水域及台灣之東北及西南部海岸外之波節點存在水域)作重點調查與量測。

子計畫二方面，建議在有水位站的天文潮預報方面，應定期更新資料，並重新率定天文潮分潮參數。如此，將可提升天文潮預報功能。而暴潮方面，目前暴潮模式中引用的水深為固定水深，未來後續研究可將天文潮計算所得水位嵌入水深資料中，成為變動水深，以增加模式計算的準確度。此外，暴潮模式之風場模式係以一理想化之颱風模式加以近似模擬後，再作為水理動態模擬的基礎，故風場模式未來應以實測或短期預報之數據作為依據，則本研究水理動態模擬之結果應有明顯的改善結果。

子計畫三則建議增加重要河口及漁港水位站及流場觀測站資料蒐集，以改善及擴充環島海岸水位資訊網站。

參考文獻

1. Akcelik, V., Jaramaz, B. and Ghattas, O., “Nearly orthogonal two-dimensional grid generation with aspect ratio control”, Journal of Computational Physics, Vol. 171, pp.805, 2001.
2. As-Salek, J.A. and Yasuda T., “Comparative study of the storm surge models proposed for Bangladesh: Last development and research needs”, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 54/55, pp 595-610, 1995.
3. Bretschneider, C.L., “Storm surge.”, advances in hydrosience, Vol. 4, 1967.
4. Chen, J.T. and Hong, H.-K., “ Dual Boundary Integral Equations at a Corner Using Contour Approach around Singularity. ”, Advances in Engineering Software , Vol. 21, pp.169-178, 1994.
5. Federal Emergency Management Agency (FEMA), “Coastal flooding hurrican storm surge model.”, Vol. I-III., 1988.
6. Federal Emergency Management Agency (FEMA), “Preparing for hurricanes and coastal flooding: A handbook for local officials.”, 1983.
7. Hansen, W., “Theorie zur Errechnung des Wasserstandes und der Stromungen in Randemeeren nebst Anwendungen.” , Tellus 8 : 287-300, 1956.
8. Jelesnianski, C.P., “SPLASH(Special program to list the amplitudes of surges from hurricanes): I. Landfall storms.“, NOAA Technical Memorandum NWS TDL-46, National Oceanic and Atmospheric Administration, U.S. Department of Commerce., 1972.
9. Jelesnianski, J.A. and P. L.-F. Liu, “The boundary integral equation method for porous media flow”, Allen & Unwin, London, 1983.
10. Jelesnianski, C.P., Chen, J. and Shaffer, W.A., “SLOSH: Sea, Lake, and Overland Surges from Hurricanes”, NOAA Technical Report NWS 48, 1992.
11. Juang, W.J., Tsay, T.K. and Lin, M.C., “Tidal predictions using a frequency-domain model.”, Proc.-Ocean 2nd Int. Ocean and Atmosphere Conf., COAA-2000, Taipei, 235-240, 2000.
12. Harris, D.L., and Jelesnianski, C.P., “Some problems Involved in the Numerical solutions of tidal hydraulics equations.”, Month Weather.

Rev.92: 409-422, 1964.

13. Hsu, M.H., Kuo A.Y., Kuo J.T. and Liu W.C., "Procedure to Calibrate and Verify Numerical models of Estuarine Hydrodynamics", *Journal of Hydraulic Engineering.*, 166-182 , 1999.
14. Jelesnianski, C.P., Chen, J. and Shaffer, W. A., "SLOSH: Sea, Lake, and Overland Surges from Hurricanes", NOAA Technical Report NWS 48, 1992.
15. Jelgersma, S., Stive, M.J.F., and L.van der Valk, "Holocene storm surge signatures in the coastal dunes of the western Netherlands", *Marine Geology*, Vol. 125, pp 95-110, 1995.
16. Jeng, Y. N. and Chen, C. T., "Two-dimensional orthogonal grid generation with floating boundary points.", *Numerical Heat Transfer, Part B*, 36, pp.207, 1999.
17. Kisu, H. and Kawahara, T., "Boundary element analysis system based on a formulation with relative quantity.", *Proc. BEM10 Conference. Computational Mechanics Publications, Southampton*, 1988.
18. Lin, M.C., Juang, W.J. and T.K. Tsay, "Applications of the mild-slope equation to tidal computation in the Taiwan Strait.", *J. Oceanography*, 56(6): 625-642, 2000.
19. Kim, J. H. and Kim, Y. H., "A predictor-corrector method for structural nonlinear analysis", *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, p959-p974.
20. Luis, E., '2-D orthogonal grid generation with boundary point distribution.', *Journal of Computational Physics*, Vol. 125, pp.440, 1996.
21. Minoru, M., "On a Risk Analysis of Storm Surge", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamic*, p2523-p2535, 1992.
22. Ou, S. H., Liao, J. M., Hsu, T. W. and Tzang, S. Y., "Simulating typhoon wave by SWAN wave model in coastal water of Taiwan", *Ocean Engineering*, p947-p971, 2002.
23. Platzman, G.W., "The dynamic prediction of wind tides on lake Erie. Meteor.", *Monog. 4(26)*. PP. 44, 1963.
24. Platzman, G.W., " The prediction of surges in the southern basin of Lake Michigan. Part I. The dynamical basis for prediction.", *Monthly Weather Review* 93 :275-281, 1965.

25. Roger, A. Flather, "A storm surge prediction model for the northern bay of bengal with application to the cyclone disaster in April 1991.", *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 24, pp.172-190,1994.
26. Ryskin, G. and Leal, L. G., "Orthogonal mapping", *Journal of Computational Physics*, Vol. 50, pp.71, 1983.
27. Takao Yamashita and Gary Watson, "Wind-Wave-Surge Interaction in Storm Surge Prediction", *PACON '96 Proceedings*, Nov, 1996
28. Thompson, J. F., Thames, F. C. and Mastin, C. W., "TOMCAT-A code for numerical generation of boundary-fitted curvilinear coordinate system on field containing any number of arbitrary two-dimensional bodies", *Journal of Computational Physics*, Vol.24, pp.274, 1977.
29. Thompson, J.F., Warsi, Z.U.Z. and Mastin, C.W., "Numerical grid generation: foundations and applications." North Holland, New York, 1985.
30. Tsay, T.K. and Hsu, F.S., "Numerical grid generation of an irregular region", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, pp. 343-356, 1997.
31. Tsay, T.K., Yeh, G.T., Wilson, G.V. and Toran, L.E., "*GRIDMAKER*: a grid generator for two- and three-dimensional finite element subsurface flow models." Oak Ridge National Laboratory, Tennessee, 1990.
32. Tsay, T.K., Ebersole, B.A. and Liu, P.L.F., "Numerical modeling of wave propagation using parabolic approximation with a boundary-fitted co-ordinate system," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 27: 37-55, 1989.
33. Watson, G. and Yamashita, T., "Nearshore wave and topographic effects in storm surges.", *Proceedings of the 25th International Conference*, Sept. 2-6, Orlando, USA, ed. B.L. Edge, American Society of the Civil Engineers, 1996.
34. Wang, J. and Tsay, T.K., "A Correct Method in Boundary Element Integration", *Fifth International Conference on Hydrodynamics, ICHD2002*, pp.203-207, 2002.
35. Wang, J., "On the Application of BEM to Boundary-fitted Conformal Grid Generation and Associated Singularity Problems", PhD thesis, Taiwan University, Taiwan, 2005.
36. Watson, G. and Yamashita, T., "Nearshore, Wave and Topographic Effects

- in Storm Surge”, Proceedings of the 25th International Conference, p1-p14, 1996.
37. Zhang M.Y. and Li Y.S., “The synchronous coupling of a third-generation wave model and a two-dimensional storm surge model”, Ocean Engineering Vol. 23, No. 6, pp. 533-543, 1996.
 38. Zhang, Q.Y. and Gin, K.Y.H.,” Three-dimensional Numerical Simulation for Tidal Motion in Singapore's Coastal Waters”, Coastal Engineering, 2000, p71-p92.
 39. Zhang, Y., Jia, Y. and Wang, S. S. Y., “2D nearly orthogonal mesh generation”, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 46, pp. 685, 2004.
 40. 工業技術研究院能源與資源研究所，台灣西南海岸地區颱風氣候特性與頻率以及外傘頂洲海岸地區暴潮洪水研究成果報告書，1994.
 41. 王博，台灣海岸暴潮推算方法之研究，國家科學委員會工程研究中心，六十年報告。
 42. 尹可健，柯允沛，嘉義地區颱風暴潮洪災預警及疏散管理系統，近海資源技術研究成果及開發展望研討會論文集, pp6-1, 1996.
 43. 營建署：海岸地區整體規劃之研究.
 44. 陳傑，美國作業單位暴潮模式之評介，氣象學報第三十九卷第二期, pp.93, 1993.
 45. 莊文思，國內潮位觀測及評估，氣象學報第三十九卷第一期, pp1, 1993.
 46. 林聰悟、林佳慧，數值方法與程式，圖文出版社, p321-p341, 1997，。
 47. 林勝豐、鄒明城，台灣地區潮汐資料庫之建立，經濟部八十三年度科技發展專案計畫技術報告，工業技術研究院能源與資源研究所, 1994.
 48. 柯允沛，雲嘉海域暴潮模擬使用手冊，經濟部八十三年度科技發展專案計畫技術報告，工業技術研究院能源與資源研究所, 1994.
 49. 李賢文，台灣海峽沿岸颱風潮之數值預報，行政院國家科學委員會專題研究計畫, 1979.
 50. 李賢文，台灣西南沿岸颱風暴潮之研究，行政院國家科學委員會專題研究計畫, 1982.
 51. 李賢文，潮汐及暴潮預報模式之發展，氣象學報第三十九卷第一期，, p24-p29, 1993-08。
 52. 李汴軍，中央氣象局海象預報數值模式之現況，八十六年度海岸工程

數值模式研討會。

53. 梁乃匡，颱風波浪推算的探討，八十六年度海岸工程數值模式研討會，pp.1~16, 1997.
54. 姚家琪，暴潮數值模式的研究，國立台灣大學造船工程學研究所碩士論文，1986。
55. 徐福盛，區域數值轉換之研究，國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，1995。
56. 郭金棟、蔡丁貴、簡仲和、蕭茂鎮、陳文俊，海岸防護區防護計劃之研擬工作計劃(I)---海岸侵蝕及暴潮溢淹災害防護，1998.
57. 徐月娟、曾淑芬、陳進益、蔡恆雄，”台灣地區八十三年至八十六年颱風暴潮特性之初步研究”，氣象學報第四十二卷第三期，1998，230-p246。
58. 陳傑，美國作業單位暴潮模式之評介，氣象學報第三十九卷第二期，1993-12，p93-p98。
59. 黃壽銘，花蓮暴潮推算之研究，國立台灣大學海洋研究所碩士論文，1975。
60. 黃永德，複連通區域與多區塊之符合邊界正交網格颱風建立，國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，1998。
61. 湯麟武，港灣及海域工程，中國土木水利工程學會，1999-03，p11-75-p11-97。
62. 劉文俊，台灣的潮汐，文英印刷有限公司，ISBN957-97179-5-8，1996-10，p1-p50。
63. 蔡翰陞，淡水河口颱風暴潮水位之研究，國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，2000。
64. 魏靖松，暴潮統計分析及數值推算，國立成功大學水利及海洋工程研究所碩士論文，1976。