

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

河川洪水即時預報不確定性之研究

Study on Uncertainties of Real Time Flood Forecasting of River

計畫編號：NSC 88-2415-H-002-041

執行期限：87 年 8 月 1 日至 88 年 7 月 31 日

主持人：陳明仁 台灣大學水工試驗所

一、中文摘要

河川水位站之警戒水位為防洪重要之指標，在颱風期間，河川水位站之未來幾小時預報水位是否將超過警戒水位，為後續防洪指揮行動之重要參考。由於一般河川洪水預報模式僅為定率式之演算，預報之水位結果並不描述各種不確定性造成預報演算水位結果之誤差，不能提供更精確之訊息給予防洪指揮單位，或恐對防災及救災行動有所延誤。

本研究建立數學模式以河道變量流模式進行即時河川洪水預報演算，考慮上游邊界流量、下游邊界水位之不確定性，配合統計方法以河川水位站之逐時實測水位作回饋演算修正預報水位。數學模式可供作河川即時洪水預報，除了預報河川水位站之洪水位及其機率，並可以預報河川中水位站未來幾小時洪水位超越警戒水位之機率，更精確描述預報結果之準確特性，供防災救災指揮之參考。

關鍵詞：洪水預報、不確定性

Abstract

The warning water level of stage stations are the important index for flood prevention. During the typhoon period, it is the key reference for flood prevention actions that whether the forecasting water level will or will not reach over the warning water level. The uncertainties of forecasting water level are not described by the deterministic model, so the more precise information's are not transmitted to the flood prevention organizations and even the actions are then be delay.

The study establish unsteady river routing numerical model for real time river water level forecasting. The uncertainties of upstream boundary discharge and the downstream boundary water level are counted and the hourly observed water level are used for feedback computation of water level by statistics method. The model established by this study is provided for river water level and probabilities forecasting and the probabilities of the future hourly water level whether reach over the warning water level.

Keywords: forecasting, uncertainty

二、緣由與目的

台灣位於西太平洋颱風路徑之要衝，每年夏秋之際常遭受颱風或熱帶性低氣壓所帶來之颱風侵襲，挾帶大量豪雨，洪水不及宣洩，時常形成安全上之重大威脅。根據統計，臺灣地區每年約有 3 至 4 次颱風來襲，由於山陡流急、土質脆弱及河川中下游人口多與集中，民國 47 年至 84 年共有 12 次颱風帶來水患，造成 2,000 餘人死亡，33 萬餘間房屋倒塌，估計每年財物損失約達 100 億元，近年來如 85 年賀伯、86 年溫妮颱風均造成極大之傷亡與損失。

政府為了防洪，投注不少建設，其中以淡水河流域為最，其洪水預報系統之建置亦為將來其他流域之參考指標。由於大臺北地區為臺灣之政經中心，民國 49 年起即正式進行大台北防洪工程，66 年並成立淡水河洪水預報中心，建立預報系統擔任洪水預警任務。此預報系統自設置迄今已逾 20 年，且淡水河防洪工程已陸續完工，流域現況改變甚大，目前配合現況，正執

行硬體汰舊換新及更新預報模式，將來臺灣其他流域將循照建立預報系統。

目前洪水預報系統中，在河川水位站訂定有警戒水位，當颱風期間水位超越警戒水位，預報中心發布洪水警報文，防災及救災單位得以在預警時限內作準備。河川水位站之警戒水位為防洪重要之指標，在颱風期間，河川水位站之未來幾小時預報水位是否將超過警戒水位，為後續防洪指揮行動之重要參考。由於一般河川洪水水位預報模式僅為定率式之演算，預報之水位結果並不能描述各種不確定性造成預報演算水位結果之誤差，不能提供更精確之訊息給予防洪指揮單位，甚或可能延誤防災及救災行動。

洪水預報之準確與否，事關生命財產安全，由於颱風期間實測資料有相當高之不確定性，造成一般定率式之即時預報模式結果包含一定之風險，而預報結果並無法作定量之描述，在攸關生命財產安全之洪水預報上，應值得去研發機率性之預報。倘能掌握各不確定因子之機率特性，配合數值模式及以逐時觀測水位作回饋演算修正水位，除了可以加強預報結果在準確性之定量描述，並可作各個警戒水位站未來幾個小時水位各超過警戒水位之機率預報，幫助防災救災之準備因應在時效上更能掌握。

本研究擬建立可以描述預報演算水位結果誤差之數學模式，預報演算水位結果並以機率值作描述，將來實務上擬預期供作「未來幾個小時水位各超過警戒水位之機率有多少」之預報使用，對於防災救災之準備因應之時效掌握上有正面之幫助。

由於數學模式考慮不確定因子，並以逐時觀測水位作回饋演算，增加預報結果之在不確定性之描述，改進一般定率式之即時預報模式未描述預報之不確定性。

三、河川洪水預報模式

(一) FRLFI 模式理論

本研究所用之河道洪水預報模式係採用 FRLFI 模式[蔡長泰, 1994]修改而成，

FRLFI 模式理論敘述如下：

1. 基本方程式

模式乃根據迪聖凡南 (de Saint-Venant) 所導出之明渠一維緩變量流之連續方程式及動量方程式：

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q_l - q_o \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} + S_f \right) = q_l V_l - q_o \left(\frac{Q}{A} \right) \quad (2)$$

式中， Q 表河川流量； A 表河川通水斷面積； x 表沿主流方向之距離座標； t 表時間； q_l 表單位河段長度之側向進流量； q_o 表單位河段長度之溢岸流量； g 表重力加速度； y 表河川之水深； z 表底床高程； S_f 表摩擦坡度； V_l 表側向進流在主流方向之速度分量。

在(2)式中，假設溢岸水流沿主流方向之速度與該溢流處之斷面平均速度(Q/A)相同。 S_f 可由曼寧公式求之。(1)式及(2)式可改寫為如下之形式：

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = q_l - q_o \quad (3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2V \frac{\partial Q}{\partial x} - V^2 B \frac{\partial y}{\partial x} - V^2 A' + gA \left(\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} + S_f \right) = q_l V_l - q_o V \quad (4)$$

2. 數值解法

由於此聯立方程式均屬非線性偏微分方程式，通常無法求得解析解，必須以數值方法求解。FRLFI 模式採用有限差分法中之線性完全隱式法求解。若以 f 表示欲求解知因變數 Q 、 A ，依線性四點完全隱式差分法寫成差分式如下：

$$f(T) \approx \frac{(f_i^j + f_{i+1}^j)}{2} \quad (5)$$

$$\frac{\partial f(T)}{\partial x} \approx \frac{(f_{i+1}^{j+1} - f_i^{j+1})}{\Delta x} \quad (6)$$

$$\frac{\partial f(T)}{\partial t} \approx \frac{(f_i^{j+1} - f_i^j)}{\Delta t} + \frac{(f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j)}{\Delta t} \quad (7)$$

式中 i 、 j 分別代表時間與空間座標指數； Δx 為河川相鄰斷面之距離； Δt 為演算時距。將(5)~(7)各式代入(3)式及(4)式，則可得一組線性聯立差分式：

$$b_{1i} Q_i^{j+1} + b_{2i} y_i^{j+1} + b_{3i} Q_{i+1}^{j+1} + b_{4i} y_{i+1}^{j+1} = d_i \quad (8)$$

$$c_{1i} Q_i^{j+1} + c_{2i} y_i^{j+1} + c_{3i} Q_{i+1}^{j+1} + c_{4i} y_{i+1}^{j+1} = e_i \quad (9)$$

(8)式為連續方程式之差分式，(9)式為動量方程式之差分式。 a 、 b 、 c 、 d 為 $t=t^j$ 時之水力條件的函數的函數，為已知。

$Q_i^{j+1}, y_i^{j+1}, Q_{i+1}^{j+1}, y_{i+1}^{j+1}$ 則為 $t=t^{j+1}$ 時之流量及水深，為欲求得之未知數。

由於演算之河段分成 $(N-1)$ 個小段，則 N 個斷面，每個斷面均有 Q 及 y 二未知數，故總共有 $2N$ 個未知數。而每一小段皆有如同(8)式及(9)式之二差分方程式，因此只有 $2(N-1)$ 個方程式，所以尚須二邊界條件始能求解。一般以流量歷線或水位歷線為上游邊界條件，而以水位歷線或水位-流量率定曲線為下游邊界條件。配合上、下游邊界條件，可組成 $2N$ 個方程式，再以高斯消去法(Gaussian Elimination method)或反矩陣法(Matrix Inversion method)等方法求解，但因係數矩陣為帶狀矩陣，故可以雙掃法(double-sweep method)求解。第一掃先將係數求出，第二掃再求解各式中之 Q 與 y 。

3. 模式流程

FRLFI 模式係為單一河道之洪水模擬演算用。本計畫擬將 FRLFI 模式修改為河系洪水預報模式，具讀取即時水位觀測資料，並預報未來 1~6 小時水位之功能。

(二) 預報之處理

河川洪水預報模式接受上游邊界水位站之預報未來 3 小時流量，則可以演算即時及未來 1 至 3 小時之河道各大斷面水位結果。又在整點時刻，作預報演算之前，以大直橋站實測之水位資料，作預報之回饋演算(Feedback computation)。

河系洪水預報模式所預報河川水位與實測者之誤差來源為參數估計不準確(實際上之參數曼寧糙度係數 n 隨水位高低等而變化)或觀測誤差，藉由即時修正參數或修正計算水位，除增加預報準確性並避免誤差之累積。模式中之回饋演算結果，作為下一時刻預報之初始值，提高下一時刻洪水預報準確度。回饋演算處理於模式中增加一副程式 FEEDBACK，以進行測站邊界條件調整處理，採用各水文測站觀測水

位及演算水位間之差值，依線性內插法將差值平均分配，即時修正各斷面之水位。

四、風險或可靠性之計算

(一) 風險表示

風險可視為一系統中，負荷大於抵抗能力之機率，表示如：

$$Risk = P_f = P(L > R) \quad (10)$$

(10)式可寫成：

$$P_f = P(Z < 0) = \int_{-\infty}^0 f_Z(Z) dZ \quad (11)$$

式中， P_f ：失敗的機率； P ：機率； $f_Z(Z)$ ：機率密度函數； Z ：執行變數。 Z 可表為：

$$Z = R - L \quad (12)$$

若 Z 符合常態分布，則(11)式可寫成

$$P_f = P(Z < 0) = \Phi[(0 - m_Z) / S_Z] = \Phi(-m_Z / S_Z) \quad (13)$$

令 $b = m_Z / S_Z$ ，則

$$P_f = \Phi(-b) = 1 - \Phi(b) \quad (14)$$

式中， m_Z, S_Z 分別為 Z 之期望值及標準偏差， Φ, b 分別為標準常態分布之累積機率函數以及可靠度指數。

(二) 高等一階二級動差法之風險計算

$$\text{假設 } Z = G(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (15)$$

其中， G 為功能函數， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 為系統基本變數。將(15)式中，面上一近似破壞點 $P = P(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ ，則對近似破壞點在失敗面上 $Z=0$ 作泰勒級數展開，並取其期望值與變異數，得

$$E(Z) = G(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n C_i^* (m_{x_i} - x_i^*) \quad (16)$$

$$S_Z = [\sum_{i=1}^n (C_i^* S)^2]^{1/2} \quad (17)$$

其中， $C_i^* = (\partial G / \partial x_i)_{x_i^*}$ 。

將(17)式以線性化形式表示，

$$S_z = \sum_{i=1}^n a_i C_i^* S_i \quad (18)$$

其中，

$$a_i = C_i^* S_i / [\sum_{i=1}^n (C_i^* S_i)^2]^{1/2} \quad (19)$$

可靠度指數 b 則為 (16) 式除以 (18) 式。

五、機率預報計算

參考前人研究採用之糙度係數[台灣大學水工試驗所，民國 87 年]，經參數檢定，糙度係數大致相近。

(一)邊界條件之不確定性

在颱風期間，河道水位之一般觀測水位誤差，本研究採用觀測值為其期望值，假設 20cm 為其標準誤差，代入五堵站之水位流量率定曲線(如表 1)，若迴歸式 $Q = ah + b$ ，得之其相對應之流量標準偏差為 $20a$ cm。下游獅子頭站觀測水位如表 2，假設下游獅子頭站之觀測值為其期望值，20cm 為其標準誤差。

(二)預報演算

賀伯颱風期間，水利處所屬大直橋測站因為基隆河截彎取直工程關係，該站暫撤除，並無資料，本研究取用台北市政府於附近之測站之資料，如表 3。

由資料顯示，大直橋站約自 85 年 7 月 31 日 21 時起至 8 月 1 日 8 時，水位超過 3.10 m 之警戒水位，本研究取 7 月 31 日 18 時起之情形作模擬。

假設上游五堵站及下游獅子頭觀測水位皆為常態分布，配合其假定標準偏差，經由隨機亂數推衍，推衍 50 組上游流量以及下游水位，再分別預報演算大直橋水位。

(三)風險計算

執行變數採用 $Z = WH - F3H$ ，其中 WH ：大直橋警戒水位(3.10 m)， $F3H$ ：預報未來三小時之大直橋水位(m)。

由於河道預報演算，採數值差分變成許多代數式求解，功能變數 G 無法容易以簡單的一個式子表示。

經分別預報演算 50 組大直橋水位，計算 Z 之分布，得到 7 月 31 日 18 時起，超過警戒水位之機率如表 4。

六、結論與建議

(一)結論

本研究已經由河道預報演算中，上下游邊界條件之不確定性，推衍計算河道中游水位站之預報水位不確定性，並經由標準常態分布之假設，推算預報水位超過警戒水位之機率，達到機率預報之目的。

(二)建議

1. 倘能進一步推算大直橋預報水位之不確定性分布特性，與糙度係數、上下游邊界條件不確定性關係，將可避免繁複進行多組之計算。
2. 模式預報水位之不確定性，尚未被納入誤機率預報計算之中，可以進一步再加強。
3. 在相同上下游邊界條件下，上游為流量漸大或漸小，下游為漲潮或退潮，其大直橋預報水位超過警戒水位之機率應該不同。機率預報應改進能過將此種洪水動態變化因子考慮進去，以增加機率預報之準確性。

七、參考文獻

- [1] 台灣省水利局，「淡水河整體洪水預報系統規劃」，民國 84 年 7 月。
- [2] 台灣大學水工試驗所，「淡水河整體洪水預報系統模式之研發」報告，民國 87 年 1 月。
- [3] 黃翰林、徐義人、余家慶，「河堤溢流之風險分析」，農業工程學報，第 43 卷第 1 期，86 年 3 月。
- [4] 張文綺，「下水道系統溢流風險分析之研究」，台大農工系碩士論文，85 年 6 月。
- [5] 傅金城，「淡水河洪水預報模式參數即時修正之研究」，台大農工系碩士論文，86 年 6 月。

- [6]高棹琢馬、椎葉充晴、立川康人，「河川水實時間予測手法の開発和木津川上流域の適用」，土木論文集 No.503/II-29，pp.19-27，1994。
- [7]蔡長泰等，國立成功大學水利及海洋工程學系，「洪流演算模式(FRLFI-模式)之建立」，行政院國家科學委員會，民國 83 年 12 月。
- [8]Randy D. Crissman, and Chao-Lin Chiu, Members, ASCE, Weizu Yu, Kazumasa Mizumura, and Ion Corbu (1933). “Uncertainties in Flow Modeling and Forecasting for Niagara River” J. Hydr. Div., ASCE, Vol. 119, No. 11 ,Nov. 1993. pp.1231-1250.
- [9]Patricia Ngan and S. O. Russell, M. ASCE, (1986). “ Example of Flow Forecasting with Kalman Filter,” J. Hydr. Div., ASCE, Vol. 112, No. 9 ,Sep. 1986. pp.818-832
- [10]Grewal M. S., and Andrews A.P., Kalman Filter - Theory and Practice, Prentice Hall, New Jersey, 1993.
- [11]11.A. V. Balakrishnan, Kalman Filter Theory,NY, 1987.

表 1 五堵站水位流量關係(88 年)

水位	流量	水位	流量	水位	流量
0	0	7.4	152	10.5	400
4.4	0.08	7.5	159	10.6	410
4.5	0.25	7.6	166	10.7	420
4.6	0.8	7.7	173	10.8	430
4.7	1.6	7.8	180	10.9	441
4.8	2.6	7.9	187	11	452
4.9	4	8	194	11.1	463
5	6.2	8.1	201	11.2	475
5.1	8.6	8.2	209	11.3	487
5.2	11.7	8.3	217	11.4	499
5.3	15	8.4	225	11.5	511
5.4	19	8.5	233	11.6	523
5.5	23	8.6	235	11.7	538
5.6	28	8.7	242	11.8	553
5.7	34	8.8	249	11.9	568
5.8	40	8.9	256	12	583

5.9	47	9	263	12.1	598
6	54	9.1	271	12.2	613
6.1	61	9.2	280	12.3	628
6.2	68	9.3	289	12.4	643
6.3	68	9.4	298	12.5	658
6.4	75	9.5	307	12.6	673
6.5	89	9.6	316	12.7	688
6.6	96	9.7	325	12.8	703
6.7	103	9.8	334	12.9	718
6.8	110	9.9	343	13	733
6.9	117	10	352	13.1	748
7	124	10.1	361	13.2	763
7.1	131	10.2	370	13.3	778
7.2	138	10.3	380	13.4	793
7.3	145	10.4	390	13.5	808

資料來源：水利處；水位單位：m，流量單位：cms
 低水採 84 年整理資料，高水採 85 年整理資料。

表 2 賀伯颱風(85 年)獅子頭水位

時間	水位	時間	水位	時間	水位
7.31.0	1.90	7.31.16	0.51	8.1.8	2.12
1	1.91	17	0.34	9	1.71
2	1.35	18	0.32	10	1.67
3	0.79	19	0.52	11	1.95
4	0.25	20	1.00	12	2.18
5	-0.16	21	1.90	13	2.11
6	-0.36	22	2.78	14	1.74
7	-0.16	23	3.30	15	1.30
8	0.38	8.1.0	3.51	16	0.98
9	1.08	1	3.59	17	0.45
10	1.80	2	3.69	18	0.09
11	2.25	3	3.39	19	-0.11
12	2.32	4	2.96	20	-0.20
13	1.96	5	2.80	21	-0.04
14	1.38	6	2.52	22	0.70
15	0.91	7	2.24	23	1.58

資料來源：水利處；水位單位：m。

表 3 賀伯颱風(85 年)大直橋附近水位

時間	水位	時間	水位	時間	水位
7.31.0	2.19	7.31.16	1.10	8.1.8	3.29
1	2.00	17	1.17	9	2.95
2	1.47	18	1.44	10	2.59
3	1.01	19	1.73	11	2.46
4	0.62	20	2.18	12	2.44
5	0.26	21	2.95	13	2.28
6	0.04	22	3.74	14	2.17
7	0.03	23	4.29	15	1.67
8	0.23	8.1.0	4.50	16	1.42
9	0.88	1	4.61	17	1.07
10	1.59	2	4.64	18	0.78
11	2.16	3	4.61	19	0.57
12	2.01	4	4.49	20	0.40
13	2.01	5	4.29	21	0.33
14	1.74	6	4.00	22	0.73
15	1.30	7	3.64	23	1.61

資料來源：台北市政府養工處；水位單位：m。

表 4 賀伯颱風大直橋站機率預報結果

時間	觀測水位 (m)	預報三 小時後 水位(m)	預報三小時後 超過警戒水位 機率(%)
7.31.18	1.44	3.08	43.4
19	1.73	3.92	78.2
20	2.18	4.41	100.0
21	2.95	4.59	100.0
22	3.74	4.71	100.0
23	4.29	4.75	100.0
8.1.0	4.50	4.68	100.0
1	4.61	4.54	100.0
2	4.64	4.40	100.0
3	4.61	4.10	90.0
4	4.49	3.69	60.8
5	4.29	3.40	53.2
6	4.00	3.06	42.1
7	3.64	2.70	31.5
8	3.29	2.60	29.4
9	2.95	2.11	22.3
10	2.59	2.07	19.1
11	2.46	1.80	10.5